



الجزء الثاني

سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

الرياضيات

للفيف الثالث المتوسط

المؤلفون

د. أمير عبد المجيد جاسم	د. طارق شعبان رجب
د. سمير قاسم حسن	د. منير عبد الخالق عزيز
حسين صادق كاظم	زينة عبد الامير حسين

بُنِيَتْ وَصُمِّمَتْ (سلسلةُ كُتُبِ الرِّياضِيَّاتِ للمرحلةِ المتوسطةِ) على أيدي فريقٍ من المتخصّصين في وزارةِ التَّربيةِ /المديريةِ العامَّةِ للمناهجِ وبِمشاركةٍ متخصّصينَ من أساتذةِ الجامعاتِ في وزارةِ التَّعليمِ العاليِ والبحثِ العلمي على وفق المعاييرِ العالميةِ لِتُحَقِّقَ أهدافَ بناءِ المنهجِ الحديثِ المتمثِّلةِ في جعلِ الطُّلابِ:

- مُتعلِّمينَ ناجحينَ مدى الحياة.
- أفراداً واثقينَ بأنفسِهِم.
- مواطنينَ عراقيينَ يشعُرونَ بالفخرِ.

المشرفُ الفنيُّ على الطَّبْعِ
تيسير عبد الإله ابراهيم
مُصمِّمُ الكتابِ
تيسير عبد الإله ابراهيم

المشرفُ العلميُّ على الطَّبْعِ
د. أمير عبد المجيد جاسم
الخَبِيرُ اللُّغَوِيُّ
علي مصطفى ابراهيم

الغلافُ والرَّسومُ الهندسيَّةُ
ياسر منذر محمد سعيد
سارة خليل ابراهيم

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج

www.manahj.edu.iq

manahjb@yahoo.com

Info@manahj.edu.iq



manahjb

manahj



استناداً إلى القانون يوزَّع مجاناً ويمنع بيعه وتداوله في الأسواق

المقدمة

تُعَدُّ مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تُساعدُ الطالب على اكتساب الكفايات التعليمية اللازمة له، لتنمية قدراته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع المواقف الحياتية المختلفة.

ومن مُنطلق الاهتمام الذي توليه وزارة التربية متمثلةً بالمديرية العامة للمناهج لتطوير المناهج بصورة عامة ولاسيما مناهج الرياضيات لكي تواكب التطورات العلمية والتكنولوجية في مجالات الحياة المختلفة، فقد وضعت خطة لتأليف سلسلة كتب الرياضيات للمراحل الدراسية الثلاث، وأنجزت منها كتب المرحلة الابتدائية وبدأ العمل على استكمال السلسلة بتأليف كتب المرحلة المتوسطة.

إن سلسلة كتب الرياضيات العراقية الجديدة ومن ضمن الإطار العام للمناهج تُعزز القيم الأساسية التي تتمثل بالالتزام بالهوية العراقية والتسامح واحترام الرأي والرأي الآخر والعدالة الاجتماعية، وتوفير فرص متكافئة للتمييز والإبداع، كما تعمل على تعزيز كفايات التفكير والتعلم والكفايات الشخصية والاجتماعية وكفايات المواطنة والعمل.

بُنيت سلسلة كتب الرياضيات العراقية على محورية الطالب في عمليتي التعليم والتعلم وعدة المحور الرئيس في العملية التربوية على وفق المعايير العالمية.

تميزت سلسلة كتب الرياضيات العراقية للمرحلة المتوسطة في تنظيم الدروس على ست فقرات: تعلم، تأكد من فهمك، تدرب وحل التمرينات، تدرب وحل مسائل حياتية، فكر، أكتب. يأتي كتاب الرياضيات للصف الثالث المتوسط مشتملاً على أربعة محاور أساسية: محور الأعداد والعمليات، ومحور الجبر، ومحور الهندسة والقياس، ومحور الإحصاء والاحتمالات من ضمن الأوزان النسبية لكل محور، وتضمن الكتاب جزأين: الجزء الأول يحتوي على ثلاثة فصول لكل فصل تمريناته، كذلك الجزء الثاني يحتوي على ثلاثة فصول ولكل فصل تمريناته.

تتميز هذه الكتب بأنها تعرض المادة بأساليب حديثة، تتوفر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تُساعد الطالب على التفاعل معها، عن طريق ما تُقدمه من تدريبات وتمارين ومسائل حياتية، إضافة إلى ذلك تم وضع تمرينات الفصول في نهاية الكتاب وهي تختلف عن التدريبات والتمرينات في الدروس وذلك لكونها موضوعية فالإجابة عنها تكون عن طريق اختيار من متعدد وهذا بدوره يهيئ الطالب للمشاركة في المسابقات الدولية.

يمثل هذا الكتاب امتداداً لسلسلة كتب الرياضيات المطورة للمرحلة الابتدائية ودعمه من دعائم المنهج المطور في الرياضيات إلى جانب دليل المدرس، وعليه نأمل أن يسهم تنفيذها في اكتساب الطلاب المهارات العلمية والعملية وتنمية ميولهم لدراسة الرياضيات.

اللهم وفقنا لخدمة عراقنا العزيز وأبنائه ...

المؤلفون

الهندسة الاحداثية

Coordinate Geometric

- الدرس 4-1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي.
- الدرس 4-2 ميل المستقيم.
- الدرس 4-3 معادلة المستقيم.
- الدرس 4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة.
- الدرس 4-5 المسافة بين نقطتين.
- الدرس 4-6 النسب المثلثية.
- الدرس 4-7 خطة حل المسألة (تحديد معقولة الاجابة).

تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في الكثير من مناطق العالم، اذ توفر المنحدرات الجبلية مثلاً جيداً عن الميل. فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

الاختبار القبلي

عين النقاط على المستوي الاحداثي وحدد موقعها في الارباع او المحاور لكل مما يأتي :

1 $A(3, 6)$

2 $B(-3, -5)$

3 $C(0, 2)$

4 $D(-3, 0)$

5 $E(-4, 2)$

6 $F(3, -2)$

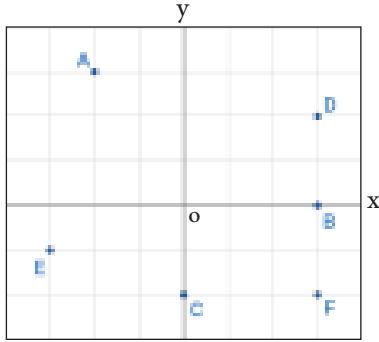
عين النقاط على المستوي الاحداثي، ثم تعرف الى الشكل الناتج لكل مما يأتي:

7 $A(0, 3), B(3, 0) C(-3, 0)$.

8 $A(1, 4), B(2, 4) C(4, 4), D(6, 4)$.

9 $A(-2, 4), B(-2, -3) C(1, 4), D(1, -3)$.

10 $A(0, 3), B(3, 0) C(0, -3), D(-3, 0)$.



11 اكتب احداثيات النقاط المؤشرة في المستوي الاحداثي المجاور:

12

x	y
1	3
2	4
5	7

13

x	y
5	2
-2	-6
0	3

مثل الجداول التالية بالمستوي الاحداثي:

جد قيمة y في كل مما يلي:

14 $y = 2x - 5, x = 0$

15 $y = -x + 7, x = -1$

16 $y = x^2 + x + 2, x = 1$

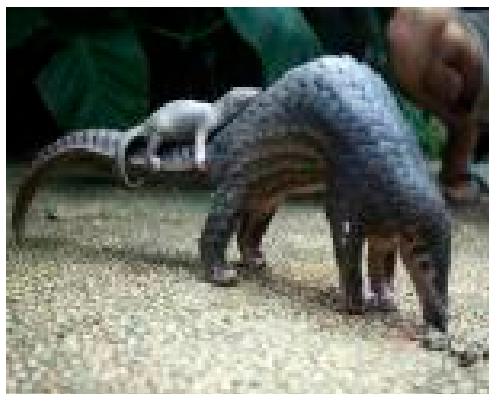
17 $3y - x^2 = 9, x = -2$

إذا كانت $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ جد القيمة العددية للمقدار $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لكل مما يلي:

18 $A(3, -5), B(-2, 1)$

19 $A(-1, 5), B(4, 5)$

تعلم



في دراسة لتحديد كمية الحليب التي تحتاج إليها جراء أكل النمل حديثو الولادة باللترات على مدى بضعة أيام، توصل الباحث الى المعادلة:

$2y - x = 0$ حيث x عدد الايام، y كمية الحليب باللترات.
كيف يمكنني تمثيل العلاقة بالمستوي الاحداثي؟

فكرة الدرس

- تمثيل المعادلة الخطية في المستوى الاحداثي.
- تمثيل المعادلة التربيعية في المستوى الاحداثي.

المفردات

- الزوج المرتب.
- المستوي الاحداثي.
- المعادلة الخطية.
- المعادلة الربيعية.

[4-1-1] التمثيل البياني للمعادلة الخطية في المستوى الاحداثي

Graphical representation of linear Equation in the Coordinate plane

المعادلة الخطية: الصيغة العامة للمعادلة الخطية هي: $ax + by + c = 0, a, b, c \in \mathbb{R}$ حيث a, b لا تساوي صفراً معاً والمتغيرات فيها لا تكون مرفوعة لقوة اكبر من 1 وان، تمثيلها بالمستوي الاحداثي يمثل مستقيماً.

مثال (1) لتمثيل المعادلة $2y - x = 0$ في المستوى الاحداثي نتبع ماياتي:

الخطوة (1): نجعل المعادلة بشكل $y = f(x)$ (أي y بدلالة x)

$$2y - x = 0 \Rightarrow 2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

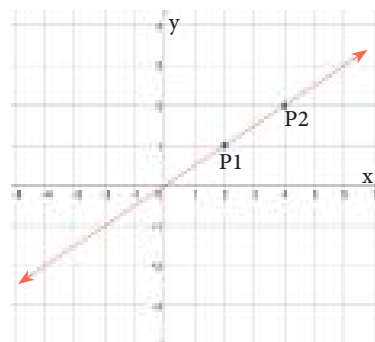
الخطوة (2): اختار في الاقل قيمتين للمتغير x ولتكن $x=2, x=4$ نعوضهما في المعادلة للحصول على أزواج مرتبة.

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(2) \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P_1(2, 1)$$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(4) \Rightarrow y = 2 \Rightarrow P_2(4, 2)$$

الخطوة (3): نعمل جدول بالقيم الناتجة ونمثل الأزواج المرتبة في المستوى الاحداثي ونصل بين النقطتين، الشكل الناتج يمثل مستقيماً.

x	y	(x,y)
2	1	$P_1(2, 1)$
4	2	$P_2(4, 2)$



ملاحظة: معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الاصل، خالية من الحد المطلق.

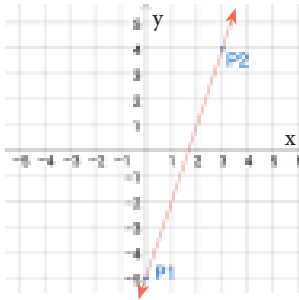
مثال (2) مثل المعادلات التالية في المستوى الاحداثي، ماذا تلاحظ؟

i) $y - 3x + 5 = 0$

ii) $y = 4$

iii) $x = -3$

i) $y - 3x + 5 = 0 \Rightarrow y = 3x - 5$

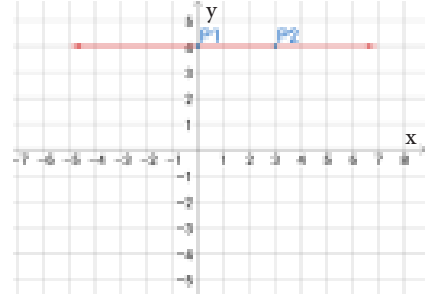


x	y=3x-5	(x,y)
0	3(0)-5=-5	P ₁ (0,-5)
3	3(3)-5=4	P ₂ (3,4)

المستقيم يقطع محور السينات والصادات ولا يمر بنقطة الاصل

ii) $y = 4$

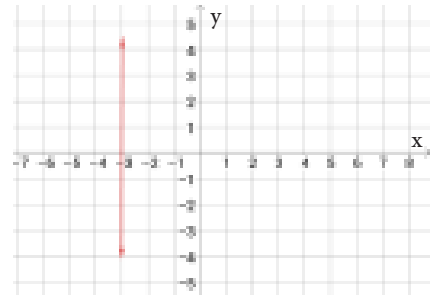
x	y=4	(x,y)
0	4	P ₁ (0,4)
3	4	P ₂ (3,4)



المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات عند النقطة (0,4)

iii) $x = -3$

المستقيم $x = -3$ يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات عند النقطة (-3,0)



يمكن وضع ما تقدم في الجدول الآتي:

المعادلة	العلاقة مع المحورين
$ax+by+c=0$	المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الاصل
$ax+by=0$	المستقيم يقطع المحورين في نقطة الاصل
$y = k, k \in \mathbb{R}$	المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات ويمر بالنقطة (0, k)
$x = h, h \in \mathbb{R}$	المستقيم يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات ويمر بالنقطة (h, 0)

[4-1-2] التمثيل البياني للمعادلة التربيعية في المستوى الاحداثي

Graphical Representation of the Quadratic Equation in the Coordinate Plane

الصيغة العامة للمعادلة التربيعية هي: $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

سوف نتطرق في هذا البند الى المعادلة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + c$ حيث $a \neq 0, a, c \in \mathbb{R}$

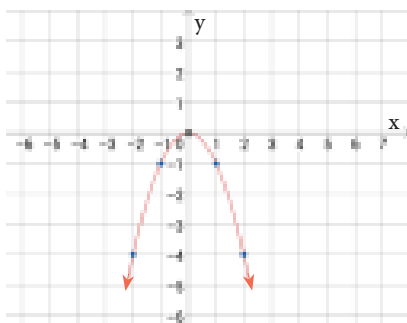
وطريقة تمثيلها.

x	$y = ax^2 + c$	y	(x,y)
-2	تعويض قيم x	الناتج	الازواج المرتبة
-1			
0			
1			
2			

لتمثيل المعادلة $y = ax^2 + c$ نعمل الجدول المجاور

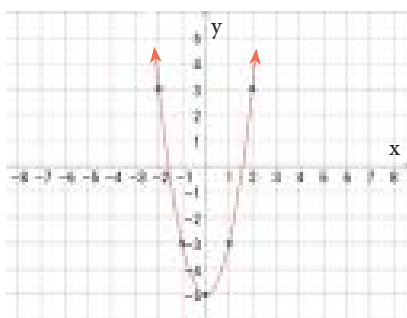
ويكون التمثيل البياني للمعادلة هو \cup او \cap

مثال (3) مثل المعادلة $y = -x^2$



x	$y = -x^2$	y	(x,y)
-2	$-(-2)^2$	-4	(-2,-4)
-1	$-(-1)^2$	-1	(-1,-1)
0	$-(0)^2$	0	(0,0)
1	$-(1)^2$	-1	(1,-1)
2	$-(2)^2$	-4	(2,-4)

مثال (4) مثل المعادلة $y = 2x^2 - 5$



x	$y = 2x^2 - 5$	y	(x,y)
-2	$2(-2)^2 - 5$	3	(-2,3)
-1	$2(-1)^2 - 5$	-3	(-1,-3)
0	$2(0)^2 - 5$	-5	(0,-5)
1	$2(1)^2 - 5$	-3	(1,-3)
2	$2(2)^2 - 5$	3	(2,3)

مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

تأكد من فهمك

1 $y = 3x + 1$ 2 $y = -4x$ 3 $y + 3x - 2 = 0$ 4 $y = 1 - 3x$

الاسئلة (1-8) مشابه
للمثالين (1,2):

5 $y - x + 1 = 0$ 6 $y + 5 = 0$ 7 $x - 5 = 0$ 8 $y = 4x - 3$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

9 $y = x^2 + 4$ 10 $y = -3x^2 - 6$ 11 $y = x^2$ 12 $y = 1 - 3x^2$

الاسئلة (9-12)
مشابه للمثالين (3,4):

مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

تدرب وحل التمرينات

13 $y = -x + 4$ 14 $y = x$ 15 $y + x - 1 = 0$ 16 $y - x - 3 = 0$

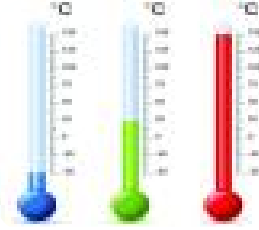
17 $y - 2x - 1 = 0$ 18 $x = -\frac{5}{2}$ 19 $y = 0$ 20 $x + y = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

21 $y = x^2 - 1$ 22 $y = 2x^2 + 3$ 23 $y = -3x^2$ 24 $y = 2x^2$

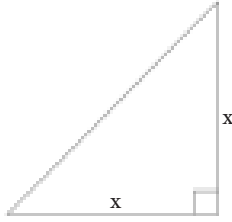
25 $4y = x^2$ 26 $x^2 + 5y = 1$ 27 $y - 2x^2 = 0$ 28 $3y - 6x^2 - 9 = 0$

تدرب وحل مسائل حياتية



29 **درجات حرارة:** المعادلة $F^{\circ} = \frac{9}{5}C^{\circ} + 32$ تبين العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية ودرجات الحرارة الفهرنهايتية لها، مثل المعادلة بياناً.

30 **هندسة:** مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين، طول ضلعه القائم x وحدة، $f(x)$ تمثل مساحته. (i) اكتب العلاقة $f(x)$ بدلالة x .



(ii) مثل العلاقة $f(x)$ في المستوي الاحداثي.

31 **فيزياء:** يمثل القانون $F = 9.8m$ القوة الناجمة على تأثير جاذبية الارض على جسم، حيث F القوة بالنيوتن، m كتلة الجسم بالكيلوغرام، مثل القانون بالمستوي الاحداثي.



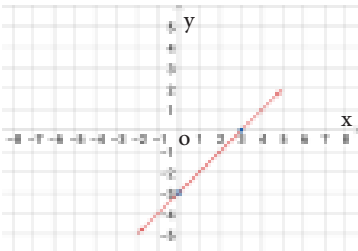
32 **اعمال:** تتقاضى شركة معدات بناء 10 الاف دينار كتأمين، يضاف اليها 5 الاف دينار عن كل ساعة، اكتب المعادلة التي تعبر عن المسألة، ثم مثلها بياناً في المستوي الاحداثي.

فكر

تحذ: مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي:

33 $y(x + 1) = x(y - 2)$

34 $y = (x - 2)(x + 2)$



35 **اكتشف الخطأ:** مثل محمد المعادلة الخطية التالية $y = -3x + 9$ بالشكل البياني المجاور. اكتشف خطأ محمد وصححه.

36 **مسألة مفتوحة:** أعط مثلاً لمعادلة خطية على صورة $ax + by + c = 0$ لكل حالة:

i) $a = 0$

ii) $b = 0$

iii) $c = 0$

37 **تحذ:** شكلت الازواج المرتبة التالية $(-1, 2), (1, 6), (0, 4)$ مستقيماً، ما نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور السينات؟

38 **مسألة مفتوحة:** اختر دالة خطية ومثلها بياناً، واكتب ثلاثة ازواج مرتبة تحققها.

39 **تبرير:** بين اذا كانت الازواج المرتبة الآتية: $\{(2, 4), (1, 1), (0, 0), (-1, 1), (-2, 4)\}$

تمثل دالة خطية ام تربيعية.

40 **حس عددي:** $y = x^2 + 1$, $y = x + 1$ ايهما تمثل دالة تربيعية؟ وضح ذلك.

اكتب

خطوات تبين ان $y = 4x + 3$ معادلة خطية؟



تعلم

المنحدرات الجبلية تُعدّ مثلاً جيداً
على الميل، فكلما زاد ارتفاع الجبل
زاد الميل.
كيف يمكننا تحديد ميل المنحدرات؟

فكرة الدرس

- إيجاد ميل المستقيم
- إيجاد المقطع الصادي
- إيجاد المقطع السيني

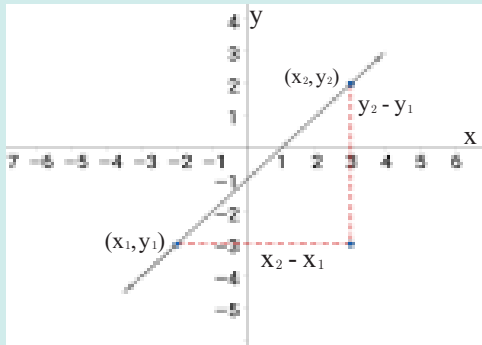
المفردات

- التغير العمودي
- التغير الافقي
- المقطع السيني
- المقطع الصادي
- الميل

Finding the slope of the line

[4-2-1] إيجاد ميل المستقيم

الميل: يُعرف ميل المستقيم غير الرأسي بأنه النسبة بين التغير العمودي والتغير الافقي.



التغير العمودي: هو التغير الصادي ويساوي $y_2 - y_1$

التغير الافقي: هو التغير السيني ويساوي $x_2 - x_1$

التغير الصادي

التغير السيني

الميل = $\frac{\text{التغير الصادي}}{\text{التغير السيني}}$

اي: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ حيث $x_2 - x_1 \neq 0$

m: هو ميل المستقيم المار بالنقطتين $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$

يمكن ان يكون ميل المستقيم موجباً او سالباً اذا لم يكن افقياً او رأسياً وقد يكون صفراً (افقياً) او غير محدد (رأسياً).

مثال (1) جد ميل المستقيم المار بنقطتين في كل مما يأتي:

i) A(5, 7), B(-2, 1)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$m = \frac{1 - 7}{-2 - 5}$$

نعوض بالنقطتين

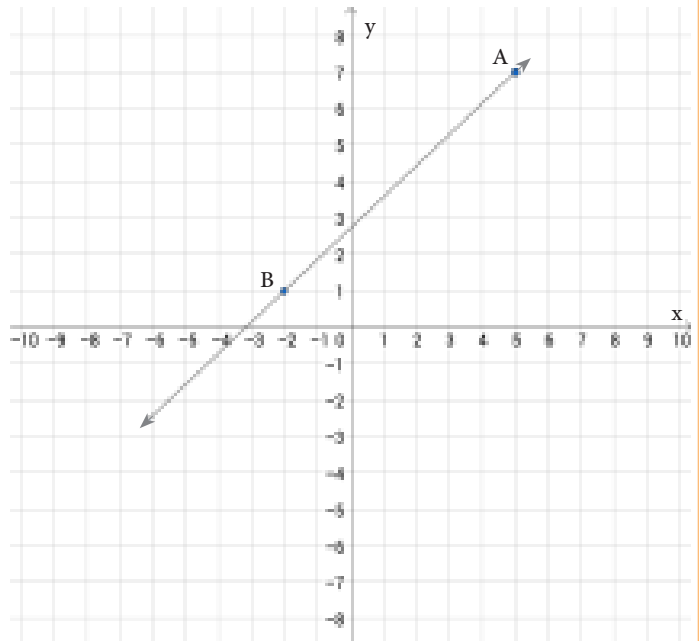
$$m = \frac{-6}{-7}$$

بالتبسيط

$$m = \frac{6}{7}$$

لذا ميل \overrightarrow{AB} هو $\frac{6}{7}$ (موجب)

الميل موجب (المستقيم نحو الاعلى)
عند التحرك من اليسار الى اليمين
قيم y تترزايد.



ii) A (-1,5), B(4,2)

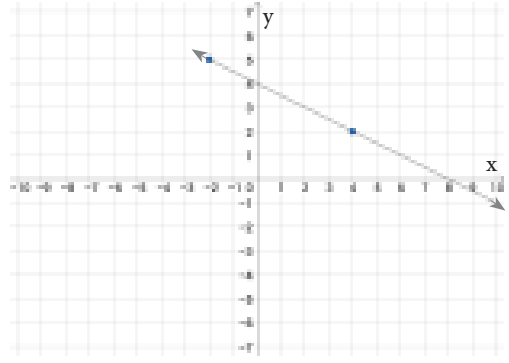
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - 5}{4 - (-1)} = \frac{-3}{5}$$

ميل المستقيم المار بنقطتين

نعوض بالنقطتين

لذا ميل \overrightarrow{AB} هو $-\frac{3}{5}$ (سالب)

الميل سالب (المستقيم نحو الاسفل) عند التحرك من اليسار الى اليمين، قيم y تتناقص.



iii) A (1, -2), B(4, -2)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2 - (-2)}{4 - 1} = \frac{0}{3} = 0$$

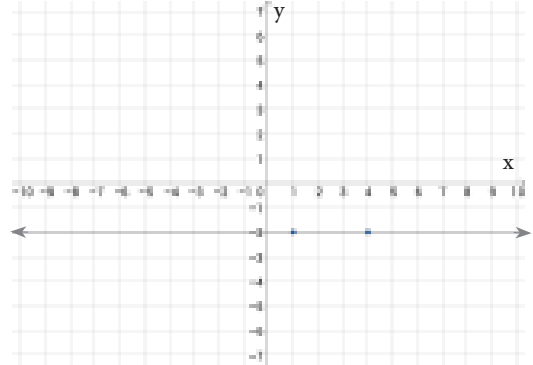
ميل المستقيم المار بنقطتين

نعوض بالنقطتين

لذا ميل \overrightarrow{AB} هو 0

الميل صفر (المستقيم افقي) يوازي محور السينات، قيم y

ثابتة.



iv) A (-2,3), B(-2, -3)

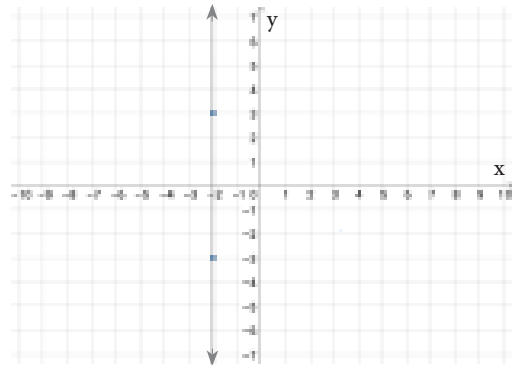
$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - 3}{(-2) - (-2)} = \frac{-6}{0}$$

ميل المستقيم المار بنقطتين

نعوض بالنقطتين

لايجوز القسمة على 0 لذا ميل \overrightarrow{AB} غير محدد

الميل غير محدد (المستقيم شاقولي) يوازي محور الصادات، قيم x ثابتة



مثال (2)

يمثل الجدول المجاور تغير درجات الحرارة بالزمن (بالساعات)، جد ميل المستقيم و اشرح مايعنيه.

الزمن (الساعات)	درجات الحرارة
1	-2
2	1
3	4
5	10

اختر اي نقطتين من الجدول ولتكن $(x_1, y_1) = (1, -2)$

$(x_2, y_2) = (3, 4)$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

ميل المستقيم المار بنقطتين

$$= \frac{4 - (-2)}{3 - 1} = \frac{6}{2} = 3$$

التعويض والتبسيط

بما ان ميل المستقيم 3 فان درجات الحرارة تزداد 3 درجات سيليزية كل ساعة.

[4-2-2] تقاطع المستقيم مع المحورين في المستوي الاحداثي

Intersection the Line with axes in Coordinate plane

يمكنك ان تمثل بسهولة معادلة المستقيم من خلال ايجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين.

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات، اي بالتعويض من $y = 0$. ونقطة التقاطع

$(x, 0)$

المقطع الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات، اي بالتعويض من $x = 0$. ونقطة التقاطع

$(0, y)$

مثال (3) جد المقطع السيني والصادي للمستقيم $3x + 5y = 15$

المقطع السيني

$$3x + 5y = 15$$

المعادلة

$$3x + 5(0) = 15$$

نعوض من $y = 0$

$$3x = 15$$

تبسيط

$$x = \frac{15}{3}$$

بقسمة طرفي المعادلة على 3

$$x = 5$$

لذا المقطع السيني هو 5.

ونقطة التقاطع مع محور السينات هي: $(5, 0)$

المقطع الصادي

$$3x + 5y = 15$$

المعادلة

$$3(0) + 5y = 15$$

نعوض من $x = 0$

$$5y = 15$$

تبسيط

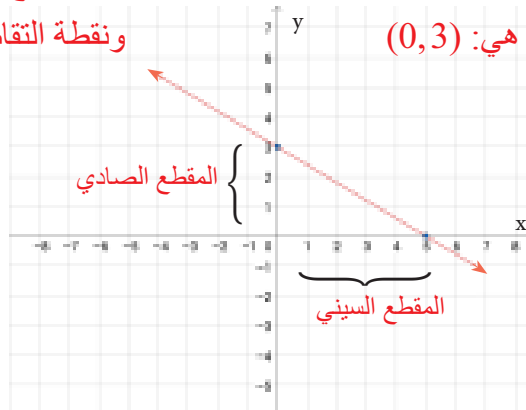
$$y = \frac{15}{5}$$

بقسمة طرفي المعادلة على 5

$$y = 3$$

لذا المقطع الصادي هو 3.

ونقطة التقاطع مع محور الصادات هي: $(0, 3)$



مثال (4) جد المقطع السيني والصادي ان وجد لكل مما يأتي:

i) $x = -2$

ii) $y = 4$

$x = -2$ يمثل المقطع السيني ونقطة التقاطع $(-2, 0)$
المستقيم // محور الصادات

$y = 4$ تمثل المقطع الصادي ونقطة التقاطع $(0, 4)$
المستقيم // محور السينات

تأكّد من فهمك

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أموجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد، ثم حدد اتجاه حركته لكل مما يأتي:

- | | | | | | | | |
|---|---------------------|---|---------------------|---|----------------------|---|--|
| 1 | $(-2, -2), (-4, 1)$ | 2 | $(0, 0), (3, 2)$ | 3 | $(-4, 4), (2, -5)$ | الاسئلة (1-10) مشابهة
للمثالين (1, 2): | |
| 4 | $(5, 0), (0, 2)$ | 5 | $(4, 3), (4, -3)$ | 6 | $(-6, -1), (-2, -1)$ | | |
| 7 | $(0, 0), (-1, 0)$ | 8 | $(-2, -1), (0, -3)$ | 9 | $(-6, -1), (-6, 1)$ | | |
| | | | | | 10 | $(2, 3), (0, 1)$ | |

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما يأتي:

- | | | | | | | | |
|----|----------------|----|------------------|----|-------------------------|--|-------------------------|
| 11 | $3x + 6y = 18$ | 12 | $y + 2 = 5x - 4$ | 13 | $y = -4x$ | الاسئلة (11-24) مشابهة
للمثالين (3, 4): | |
| 14 | $y = -x + 8$ | 15 | $5x = y - 8$ | 16 | $y = -\frac{3}{4}x - 5$ | | |
| 17 | $2x + 6y = 12$ | 18 | $y + 4 = 2x - 4$ | 19 | $y = -5x$ | 20 | $y = 6x$ |
| 21 | $x = 4$ | 22 | $3y = -6$ | 23 | $y = -\frac{1}{2}x + 4$ | 24 | $x + \frac{1}{3}y = -1$ |

تدرب وحل التمرينات

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أوجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد ثم حدد اتجاه حركته لكل مما يأتي:

25 (4,4), (2,3)

26 (6,2), (0,2)

27 (-2,4), (5,5)

28 (-2, -3), (2,4)

29 (3, -5), (0,0)

30 $(\frac{3}{2}, \frac{1}{4}), (\frac{3}{2}, \frac{3}{4})$

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما يأتي:

31 $2x + 4y = 12$

32 $3y - 7x = 9$

33 $y = -3.5x + 2$

34 $y = -\frac{3}{2}x$

35 $x = -4$

36 $0 = y + 3$

تدرب وحل مسائل حياتية

كمية السائل المتسرب	
الزمن (ثوان)	حجم السائل m ³
10	40
13	52
16	64
19	76

37 **فيزياء:** يمثل الجدول المجاور كمية السائل المتدفق من حوض خلال فترة زمنية، جد ميل المستقيم الذي يمثله الجدول. وفسر مايعنيه.

38 **نبات:** اذا كان طول نبتة 30cm، في غضون كل شهرين تنمو بمقدار ثابت 4cm اخرى.

الزمن	0	2	4
طول النبتة			

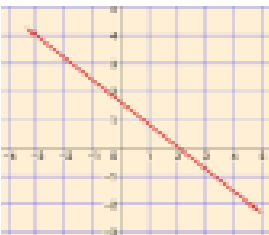
- (i) اكمل الجدول.
(ii) ما ميل المستقيم الذي تمثله العلاقة بين طول النبتة والزمن.
(iii) اكتب الدالة الخطية التي يمثّلها الجدول.
(iv) مثل الدالة في المستوي الاحداثي.

فكّر

39 **تحديد:** جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بنقطتين (-5,a), (1,6) يساوي $\frac{1}{2}$.

40 **تفكير ناقد:** هل يمكنك تحديد ميل مستقيم يمر بالنقطتين (7,3), (7,-3)؟

41 **اكتشف الخطأ:** ميل المستقيم الذي يمر في النقطتين (0,3), (3,-1) هو $\frac{3-0}{3-(-1)} = \frac{3}{4}$ اكتشف الخطأ وصححه.



42 **حس عددي:** كيف تفسر ان تحديد ميل مستقيم لا يتأثر باختيار النقطتين فيه؟

43 **مسألة مفتوحة:** اذكر نقطتين على مستقيم يكون ميله $-\frac{1}{3}$.

44 **تفكير ناقد:** من الشكل البياني المجاور حدد اتجاه المستقيم.

اكتب

باسلوبك ماذا يعني الميل يساوي صفراً، والميل غير محدد.



تعلم

يقطع راكب دراجة هوائية 20 كيلو متراً
في ساعتين و يقطع 50 كيلو متراً في
خمس ساعات، ما المعادلة الخطية التي
ترتبط بين المسافة و الزمن؟

فكرة الدرس

ايجاد معادلة مستقيم علم منه:

- نقطتان
- ميل - نقطة
- ميل - مقطع

المفردات

- الميل
- المقطع

[4-3-1] كتابة معادلة مستقيم بمعرفة نقطتين منه

Writing Equation of Line with two Points of it

معادلة مستقيم يمر بالنقطتين $B(x_2, y_2), A(x_1, y_1)$

تعلمت سابقاً ايجاد ميل مستقيم يمر بالنقطتين A, B حيث $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
على فرض ان النقطة $C(x, y)$ تقع علي المستقيم فيكون ميل المستقيم المار بالنقطتين A, C هو $m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$
من المعلوم ان ميل المستقيم ثابت في جميع نقاطه لذلك فإن:

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

هذه المعادلة تمثل معادلة المستقيم AB .

مثال (1) نجد المعادلة الخطية في فقرة (تعلم):

$$C(x, y) \in \overleftrightarrow{AB}, B(5, 50), A(2, 20)$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$x_2 = 5, y_2 = 50 \quad x_1 = 2, y_1 = 20$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 20}{x - 2} = \frac{50 - 20}{5 - 2}$$

$$\frac{y - 20}{x - 2} = \frac{30}{3}$$

$$y - 20 = 10x - 20$$

$$y = 10x$$

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطتين

التعويض من $(x_2, y_2), (x_1, y_1)$

بالتبسيط

الضرب التبادلي

اذن معادلة المستقيم هي $y - 10x = 0$

[4-3-2] كتابة معادلة المستقيم بمعرفة ميله ونقطته

Writing Equation of Line with the Slop and one Point of it

معادلة مستقيم ميله m ويمر بالنقطة (x_1, y_1) :

تعلمت سابقاً معادلة مستقيم يمر بنقطتين و التي هي

وتعلمت ان ميل مستقيم مار بالنقطتين $(x_2, y_2), (x_1, y_1)$ هو

لذلك يمكن كتابة المعادلة في أعلاه بشكل

وبالضرب التبادلي نحصل على المعادلة المطلوبة $y - y_1 = m(x - x_1)$

مثال (2) استعمال معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

i) $y - 3 = -5(x - 2)$

$$y - 3 = -5(x - 2)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = -5, (x_1, y_1) = (2, 3)$$

معادلة الميل - النقطة
بالمقارنة

ii) $y + 7 = \frac{2}{5}x$

$$y - (-7) = \frac{2}{5}(x - 0)$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{2}{5}, (x_1, y_1) = (0, -7)$$

معادلة الميل - النقطة
بالمقارنة

مثال (3) جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ومقطعه السيني يساوي -1 .

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{1}{2}, x_1 = -1, y_1 = 0 \Rightarrow p(-1, 0)$$

$$y - 0 = \frac{1}{2}(x - (-1))$$

$$y = \frac{1}{2}(x + 1)$$

$$2y = x + 1$$

معادلة الميل - النقطة

الميل، النقطة

بالتعويض من الميل والنقطة

تبسيط

ضرب طرفي المعادلة في 2

معادلة المستقيم المطلوب $2y - x = 1$

[4-3-3] كتابة معادلة المستقيم بمعرفه ميله ومقطعه مع أحد المحورين

Writing Equation of the Line with the Slope of it and one intercept with axes

معادلة المستقيم بدلالة ميله m ومقطعه الصادي k هي: $y = mx + k$

مثال (4) استعمال معادلة الميل و المقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

i) $2x + 3y = 6$ ii) $5x = 7y + 8$ iii) $y = x$ iv) $y = 1$ v) $y = 0$ vi) $y + x = 5$

$$2x + 3y = 6 \Rightarrow 3y = -2x + 6$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + 2 \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = -\frac{2}{3}, k = 2$$

بقسمة طرفي المعادلة على 3
المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

$$5x = 7y + 8 \Rightarrow 7y = 5x - 8$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{5}{7}x - \frac{8}{7} \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = \frac{5}{7}, k = -\frac{8}{7}$$

بقسمة المعادلة على 7

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

$$y = x \Rightarrow y = 1x + 0$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1x + 0 \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = 1, k = 0$$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

$$\left. \begin{array}{l} y = 0x + 1 \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = 0, k = 1$$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

$$\left. \begin{array}{l} y = 0x + 0 \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = 0, k \neq 0$$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

$$\left. \begin{array}{l} y = -1x + 5 \\ y = mx + k \end{array} \right\}$$

$$\therefore m = -1, k = 5$$

المقارنة مع معادلة الميل - مقطع

مثال (5)

مستقيم يمر في النقطة $(5, -1)$ وميله $-\frac{2}{5}$. جد مقطعه ومعادلته.

الطريقة الاولى

$$y = mx + k$$

$$m = -\frac{2}{5}$$

$$y = -\frac{2}{5}x + k$$

$$-1 = -\frac{2}{5}(5) + k$$

$$-1 = -2 + k$$

$$k = 1$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 1 \quad \text{معادلة المستقيم}$$

معادلة الميل - المقطع

معطى

بالتعويض من الميل

بالتعويض بالنقطة

بالتبسيط

الطريقة الثانية

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = -\frac{2}{5}, p(5, -1)$$

$$y - (-1) = -\frac{2}{5}(x - 5)$$

$$5y + 5 = -2x + 10$$

$$5y = -2x + 5$$

$$y = -\frac{2}{5}x + 1 \quad \text{معادلة المستقيم}$$

معادلة الميل - النقطة

معطى

بالتعويض من النقطة والميل

بضرب المعادلة في 5

بقسمة المعادلة على 5 بعد التبسيط

تأكّد من فهمك

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

الاسئلة (3-1)

مشابه للمثال 1

1 $(-3, 1), (2, -1)$

2 $(0, 2), (2, -4)$

3 $(-4, -2), (-5, -6)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

الاسئلة (4-6)

مشابه للمثال 2

4 $y - 1 = 2(x - 3)$

5 $y + 1 = -x + 4$

6 $y = \frac{-3}{4}(x + 2)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

الاسئلة (7-9)

مشابه للمثالين 3، 5

7 $(4, 6), -\frac{2}{5}$

8 $(-1, -3), \frac{1}{3}$

9 $(0, 0), -6$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

الاسئلة (10-12)

مشابه للمثال 4

10 $5y = -2x - 1$

11 $-y = 7x$

12 $-4y - 8x = 16$

تدرب وحلّ التمرينات

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

13 $(0, 0), (-3, 7)$

14 $(0, 7), (-5, 0)$

15 $(\frac{1}{2}, 3), (\frac{3}{2}, -1)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

16 $y + \frac{3}{2} = -5(x - 8)$

17 $y - x = 8$

18 $\frac{3}{5}y = \frac{5}{2}(x + 2)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

19 الميل $= -3$, $(-3, 7)$

20 الميل $= \frac{1}{5}$, $(0, -3)$

21 الميل $= -\frac{1}{2}$, $(1, -4)$

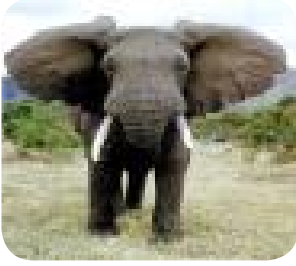
استعمل معادلة الميل والمقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

22 $y + 7 = 3x + 5$

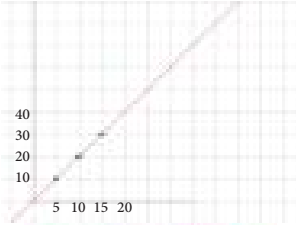
23 $\frac{1}{3}y = -5x - 1$

24 $7y = 8x$

تدرب وحل مسائل حياتية



25 **أحياء :** ينمو ناب الفيل طول حياته بمعدل 1cm لكل شهر. افرض أنك بدأت بمراقبة فيل عندما كان طول نابه 100cm. اكتب على صورة الميل - النقطة معادلة تمثل نمو ناب الفيل بعد n شهر من المراقبة.



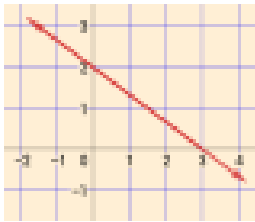
26 **فيزياء :** التمثيل البياني المجاور يمثل كمية المياه المتسربة من خزان خلال مدة زمنية محددة. اكتب على صورة نقطتين، معادلة تمثل تسرب المياه بعد n ثانية.



27 **نقود :** يريد شخص تسديد مبلغ قدره 30 مليون دينار، بدفعات شهرية متساوية مقدارها 1.5 مليون دينار. المعادلة الخطية الآتية $y = -1.5x + 30$ حيث y القيمة الباقية من المبلغ، x عدد الاشهر، استعمل معادلة الميل - المقطع لتحديد ميله ومقطعه.



28 **صحة :** في دراسة حديثة توصلت الى ان الشخص يفقد 2 ساعة من عمره عند استهلاكه علبة سكاثر واحدة. اكتب المعادلة التي تمثل ذلك، ومثلها بيانياً



29 **هندسة :** استعمل المعلومات في الشكل المجاور وجد معادلة المستقيم في الحالات الآتية:

(i) نقطتان (ii) ميل - نقطة (iii) ميل - مقطعه الصادي

فكر

30 **تفكير ناقد :** هل يوجد مستقيم ميله 4 ويمر في النقطتين $(8, -2)$, $(5, 7)$ ؟ إن وجدت مستقيماً كهذا فاكتب معادلته وإلا فاعل جوابك.

31 **تحذّر :** مستقيم تقاطعه الأفقي النظير الجمعي لتقاطعه العمودي، ويمر في النقطة $(2, 3)$. اكتب معادلة الميل - النقطة لهذا المستقيم.

32 **أيهما صحيح :** معادلة مستقيم ميله $\frac{3}{5}$ ويمر بالنقطة $(-1, 7)$.
 كتب احمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{5}{3}(x + 1)$
 وكتب محمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{3}{5}(x + 1)$ أيهما اجابته صحيحة؟

أكتب

مسألة من واقع الحياة يمكن تمثيلها بمعادلة الخط المستقيم.

الدرس [4-4]

Parallel and Perpendicular Lines

المستقيمت المتوازية والمتعامدة



تعلم

يظهر في الشكل المجاور عدة مستقيمت منها ما هي متوازية وومنها ما هي متعامدة. كيف نميز بين توازي هذه المستقيمت او تعامدها؟

فكرة الدرس

- التمييز بين المستقيمت المتوازية.
- التمييز بين المستقيمت المتعامدة.

المفردات

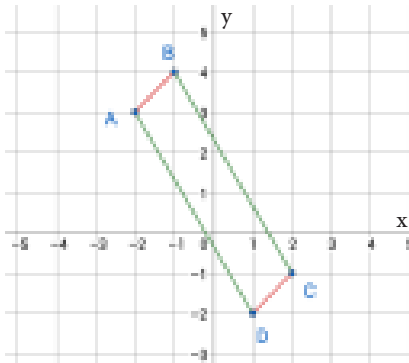
- المستقيمت المتوازية.
- المستقيمت المتعامدة.

Parallel Lines

[4-4-1] المستقيمت المتوازية

تعرفت سابقاً الى توازي المستقيمت والشروط اللازمة لذلك:
فالمستقيمان المتوازيان: يقعان في مستوي واحد وليس بينهما نقطة مشتركة.
في هذا الدرس سوف نميز المستقيمان المتوازيان من خلال ميلهما:
يكون اي مستقيمين متوازيين عندما يتساوى ميلهما بشرط انهما غير عاموديين:
الصيغة الرياضية: $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2 \Leftrightarrow m_1 = m_2$

مثال (1) بين ان النقط $A(-2,3), B(-1,4), C(2, -1), D(1, -2)$ رؤوس متوازي الاضلاع ABCD باستعمال الميول.



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

قانون الميل بين نقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{\vec{AB}} = \frac{4 - 3}{-1 - (-2)}$$

بالتعويض

$$m_{\vec{CD}} = \frac{-2 - (-1)}{1 - 2}$$

$$m_{\vec{AB}} = \frac{1}{1}$$

بالتبسيط

$$m_{\vec{CD}} = \frac{-1}{-1}$$

$$m_{\vec{AB}} = 1$$

$$m_{\vec{CD}} = 1$$

$$\vec{AB} \parallel \vec{CD} \therefore m_{\vec{AB}} = m_{\vec{CD}} \therefore$$

و بالطريقة نفسها

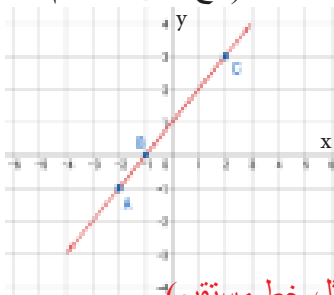
$$m_{\vec{AD}} = \frac{-5}{3}$$

$$m_{\vec{BC}} = \frac{-5}{3}$$

$$\vec{AD} \parallel \vec{BC} \therefore$$

\therefore الشكل ABCD متوازي اضلاع (تعريف متوازي الاضلاع)

مثال (2) اثبت ان النقط: $A(-2, -1), B(-1, 0), C(2, 3)$ تقع على استقامة واحدة. (تقع على مستقيم واحد).



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

قانون الميل بين نقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m_{\vec{AB}} = \frac{0 - (-1)}{-1 - (-2)}$$

بالتعويض

$$m_{\vec{BC}} = \frac{3 - 0}{2 - (-1)}$$

$$m_{\vec{AB}} = \frac{1}{1} = 1$$

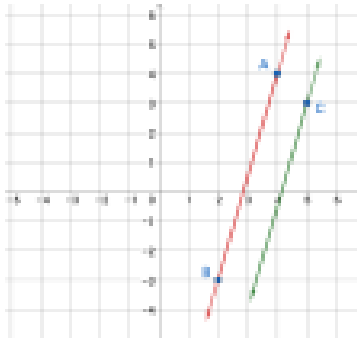
بالتبسيط

$$m_{\vec{BC}} = \frac{3}{3} = 1$$

$\therefore m_{\vec{AB}} = m_{\vec{BC}} \therefore$ النقط A, B, C تقع على استقامة واحدة. (اي تمثل خط مستقيم)

مثال (3)

جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(5,3) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين A(4,5), B(2, -3).



نجد ميل المستقيم المار بالنقطتين A,B

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{ميل المستقيم المار بنقطتين}$$

$$m_{\vec{L}_1} = \frac{-3 - 5}{2 - 4} = \frac{-8}{-2} = 4$$

∴ المستقيمان متوازيان. ∴ ميل المستقيم المطلوب $m_{\vec{L}_2} = 4$ (الميل نفسه).

نجد معادلة المستقيم المطلوب.

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{معادلة مستقيم ميل - نقطة}$$

$$y - 3 = 4(x - 5)$$

التعويض

$$y = 4x - 17 \quad \text{معادلة المستقيم المطلوب.}$$

التبسيط

مثال (4)

ليكن: $\vec{L}_1: y = \frac{-5}{3}x + 4$, $\vec{L}_2: y = \frac{5}{3}x + 4$, $\vec{L}_3: y = \frac{-5}{3}x - 4$ أي المستقيمات متوازية. ولماذا؟

$$\vec{L}_1: y = \frac{-5}{3}x + 4 \Rightarrow m_1 = \frac{-5}{3}, \quad k_1 = 4 \quad \text{ميله ومقطعه الصادي}$$

$$\vec{L}_2: y = \frac{5}{3}x + 4 \Rightarrow m_2 = \frac{5}{3}, \quad k_2 = 4 \quad \text{ميله ومقطعه الصادي}$$

$$\vec{L}_3: y = \frac{-5}{3}x - 4 \Rightarrow m_3 = \frac{-5}{3}, \quad k_3 = -4 \quad \text{ميله ومقطعه الصادي}$$

$$m_1 = m_3 \Rightarrow \vec{L}_1 \parallel \vec{L}_3, k_1 \neq k_3$$

Perpendicular Lines

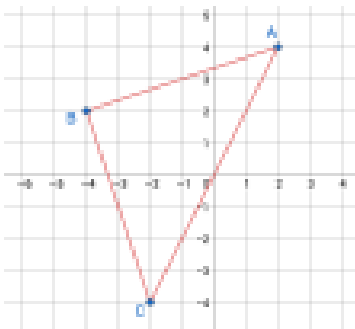
[4-4-2] المستقيمات المتعامدة

تعرفت سابقاً الى ان المستقيمين المتعامدين يلتقيان في نقطة واحدة ويصنعان اربعة زوايا قائمة ويقعان في مستو واحد. في هذا الدرس سوف نميز المستقيمات المتعامدة من خلال ميلهما بشرط ألا يوازي اي منهما المحورين الاحداثيين. يكون المستقيمان متعامدين عندما يكون ميل احدهما مقلوب ميل الاخر بعكس الاشارة. (حاصل ضربهما يساوي -1) الصيغة الرياضية:

$$m_1 \times m_2 = -1 \quad \text{أو ان: } \vec{L}_1 \perp \vec{L}_2 \Leftrightarrow m_1 = \frac{-1}{m_2}$$

مثال (5)

بين ان النقطة: A(2,4), B(-4,2), C(-2, -4) رؤوس لمثلث قائم الزاوية. حدد الزاوية القائمة فيه.



$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \quad \text{ميل المستقيم المار بنقطتين}$$

$$\begin{aligned} m_{\overline{AB}} &= \frac{2 - 4}{-4 - 2} \\ &= \frac{-2}{-6} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{\overline{AC}} &= \frac{-4 - 4}{-2 - 2} \\ &= \frac{-8}{-4} \\ &= \frac{2}{1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{\overline{BC}} &= \frac{-4 - 2}{-2 - (-4)} \\ &= \frac{-6}{2} \\ &= \frac{-3}{1} \end{aligned}$$

التعويض

$$m_{\overline{AB}} \times m_{\overline{BC}} = \frac{1}{3} \times \frac{-3}{1} = -1 \quad \therefore$$

$$m \angle B = 90^\circ \text{ وان } \overline{AB} \perp \overline{BC} \quad \therefore$$

مثال (6)

جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $C(3, -4)$ والعمودي على المستقيم المار $A(0, 3), B(2, -2)$ بالنقطتين

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m\vec{L}_1 = \frac{-2 - 3}{2 - 0} = -\frac{5}{2}$$

بالتعويض في الميل والمستقيم المار بنقطتين

$$\therefore \text{المستقيمان متعامدان} \quad \therefore m\vec{L}_2 = \frac{2}{5} \quad (\text{مقلوب ميل } \vec{L}_1 \text{ بعكس الاشارة})$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \quad \text{معادلة مستقيم ميل - نقطة}$$

$$y + 4 = \frac{2}{5}(x - 3) \quad \text{التعويض}$$

$$y = \frac{2}{5}x - \frac{26}{5} \quad \text{بالتبسيط معادلة المستقيم المطلوب.}$$

مثال (7)

جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3, 1), (a, -4)$ عمودي على المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{5}$.

بما ان المستقيمين متعامدان، اذن ميل المستقيم المطلوب هو 5 (مقلوبه بعكس الاشارة)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5}{1} = \frac{-4 - 1}{a - 3}$$

$$5a - 15 = -5$$

$$5a = 10$$

$$a = 2$$

ميل المستقيم المار بنقطتين وبالتعويض

الضرب التبادلي

بقسمة طرفي المعادل على 5

تأكّد من فهمك

- المستقيم AB يمر بالنقطتين $A(-2, 4), B(a, 6)$ ، عمودي على المستقيم CD الذي يمر بالنقطتين $C(6, -6), D(2, -7)$ ، جد قيمة a .
- جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(3, 2), (6, a)$ يساوي $-\frac{1}{4}$.
- برهن ان الشكل $ABCD$ متوازي اضلاع حيث: $A(3, 0), B(0, 4), C(-3, 0), D(0, -4)$.
- برهن ان $\triangle ABC$ حيث: $A(-5, -7), B(-8, -2), C(-4, -3)$ قائم الزاوية، ثم حدد الزاوية القائمة.
- أثبت ان النقط: $A(0, -1), B(4, 2), C(8, 5)$ تقع على استقامة واحدة.
- جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-4, 0)$ والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(3, -2), (6, 0)$.

تدرب وحلّ التمرينات

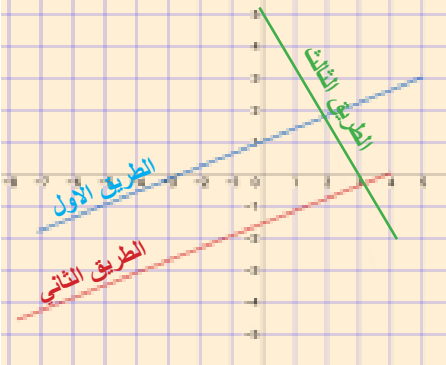
- المستقيم AB حيث $A(0, 2), B(3, 0)$ المستقيم CD حيث $C(6, -2), D(9, -4)$ والمستقيم EF حيث $E(0, -5), F(2, -2)$ ما علاقة \vec{AB} بالمستقيمين EF, CD ؟ بين ذلك.
- هل النقط $A(0, -7), B(1, -1), C(2, 3)$ تقع على مستقيم واحد؟ بين ذلك.
- برهن ان الشكل $ABCD$ مستطيل حيث: $A(1, 4), B(2, 6), C(8, 3), D(7, 1)$.
- برهن ان المثلث ABC حيث: $A(4, 0), B(-2, 2), C(-4, -4)$ قائم الزاوية، ثم حدد الزاوية القائمة.
- جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(1, -1)$ والموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(3, -2), (6, 0)$.

تدرب وحل مسائل حياتية

المياه المتدفقة	
حجم الماء m^3	الزمن (ثوان)
75000	5
150000	10
225000	15

12 **فيزياء**: يمثل الجدول المجاور كمية المياه المتدفقة من احد السدود خلال فترة معينة من الزمن. هل بيانات الجدول تمثل خط مستقيم؟ بين ذلك.

13 **هندسة**: برهن ان الشكل ABCD شبه منحرف. حيث ان احداثيات القاعدة العليا (4,5), (6,2) والقاعدة السفلى (2, -1), (-2,5). هل هو قائم الزاوية؟ بين ذلك.



14 **خريطة**: استعمل الخريطة المجاورة لتبين أن:

- (i) الطريق الاول يوازي الطريق الثاني.
- (ii) الطريق الثاني عمودي على الطريق الثالث.
- (iii) هل الطريق الاول عمودي على الطريق الثالث؟ بين ذلك.

فكر

15 **تحذّر**: هل النقاط الآتية: (2,3), (4,5), (-1,0), (-2, -1) تقع على استقامة واحدة؟ بين ذلك.

16 **اصحح الخطأ**: قال احمد ان المستقيم المار بالنقطتين (0,4), (-3,0) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (0,0), (1, $\frac{3}{4}$) اكتشف خطأ احمد وصححه.

17 **مسألة مفتوحة**: المعادلتين الآتيتان: $3y - 5x = 20$, $3y - 5x = 15$ تمثلان مستقيمين متوازيين. مالتشابه والاختلاف بينهما؟ وضح ذلك

18 **تبرير**: لماذا النقاط التالية تقع على مستقيم يوازي محور السينات: (2,4), (0,4), (-1,4) ؟

19 **أيهما اصح**: قالت سارة ان ميل المستقيم $5y+2x=10$ هو $\frac{2}{5}$ ومقطعه هو 2، وقال مهند ان ميل $-\frac{2}{3}$ ومقطعه 2، بين اجابة أي منهما الصحيحة ؟

20 **مسألة مفتوحة**: ABCD معين رؤوسه A(0,3), B(3,4), C(2,1), D(-1,0) برهن ان قطريه متعامدان.

21 **مسألة مفتوحة**: ما وجه التشابه والاختلاف بين المستقيمين المتوازيين؟

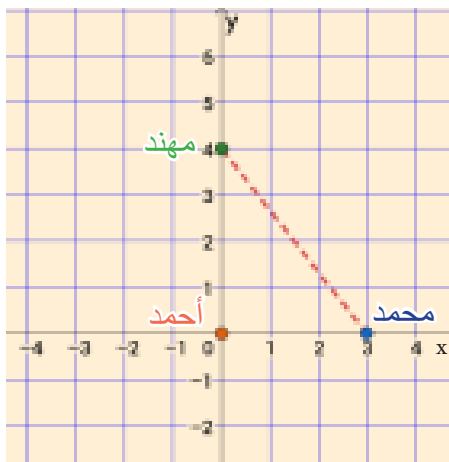
22 **مسألة مفتوحة**: ما وجه التشابه والاختلاف بين المستقيمين المتعامدين؟

أكتب

ما اذا كان المستقيمان متوازيين او متعامدين باستعمال ميلهما؟

Distance Between Two Points

تعلم



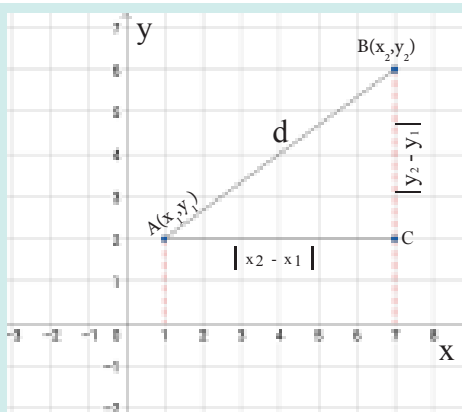
ثلاثة اصدقاء خرجوا في رحلة استكشافية، محددة مواقعهم كما في الشكل المجاور.
محمد يبعد من أحمد 3km ومهند يبعد من أحمد 4km.
كيف تجد المسافة بين محمد و مهند؟

فكرة الدرس

- تعرف الى قانون المسافة بين نقطتين.
- تطبيق قانون المسافة بين نقطتين.
- تعرف الى قانون نقطة المنتصف.
- تطبيق قانون نقطة المنتصف.
- المفردات
- قانون المسافة بين نقطتين.
- نقطة المنتصف.
- قانون نقطة المنتصف.

Distance between two Points Formula

[4-5-1] قانون المسافة بين نقطتين



تعلمت سابقاً: ان المسافة بين نقطتين على محور السينات هي $|x_2 - x_1|$

وان المسافة بين نقطتين على محور الصادات هي $|y_2 - y_1|$

في هذا الدرس سوف نتعرف الى قانون المسافة في المستوي الاحداثي

قانون المسافة بين نقطتين A, B يعتمد على مبرهنة فيثاغورس

المثلث ACB قائم الزاوية في C

$$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$$

مبرهنة فيثاغورس

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

بالتعويض

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

بالتبسيط و جذر الطرفين

مثال (1) من فقرة تعلم: نجد ان موقع محمد هو النقطة A(3,0) وان موقع مهند هو النقطة B(0,4)

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0 - 3)^2 + (4 - 0)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 16} = \sqrt{25} = 5$$

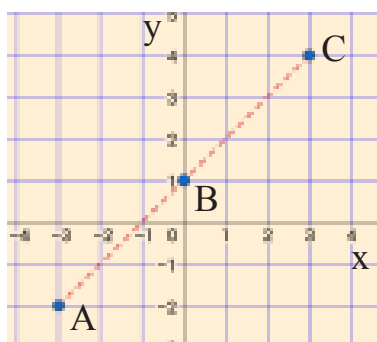
قانون المسافة بين نقطتين

بالتعويض بالنقطتين

بالتبسيط

∴ المسافة بين محمد و مهند 5km

مثال (2) باستعمال قانون المسافة، أثبت أن النقط A(-3, -2), B(0,1), C(3,4) تقع على استقامة واحدة.



$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0 + 3)^2 + (1 + 2)^2}$$

$$BC = \sqrt{(3 - 0)^2 + (4 - 1)^2}$$

$$AC = \sqrt{(3 + 3)^2 + (4 + 2)^2}$$

قانون المسافة بين نقطتين

بالتعويض من النقاط A, B, C

$$AB = \sqrt{9+9}, BC = \sqrt{9+9}, AC = \sqrt{36+36}$$

$$AB = \sqrt{18}, BC = \sqrt{18}, AC = \sqrt{72}$$

$$= 3\sqrt{2}, = 3\sqrt{2}, = 6\sqrt{2}$$

$$6\sqrt{2} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{2} \text{ الكل يساوي مجموع الاجزاء}$$

$$AC = AB + BC \text{ اي:}$$

اذن النقط A,B,C تقع على استقامة واحدة.

التبسيط

مثال (3)

بيّن نوع المثلث الذي رؤوسه A(3, -4), B(5, -2), C(5, -6) من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟

الزاوية؟

قانون المسافة بين نقطتين

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$AB = \sqrt{(5-3)^2 + (-2+4)^2}$$

$$BC = \sqrt{(5-5)^2 + (-6+2)^2}$$

$$AC = \sqrt{(5-3)^2 + (-6+4)^2}$$

بالتعويض من A,B,C

$$AB = \sqrt{4+4}, BC = \sqrt{0+16}, AC = \sqrt{4+4}$$

$$AB = \sqrt{8}, BC = 4, AC = \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2}, = 4, = 2\sqrt{2}$$

التبسيط

∴ AB=AC، ∴ المثلث متساوي الساقين

$$(4)^2 = (\sqrt{8})^2 + (\sqrt{8})^2$$

$$(4)^2 = 8 + 8$$

عكس مبرهنة فيثاغورس، ∴ المثلث قائم الزاوية في A.

مثال (4)

بين باستعمال قانون المسافة ان النقط A(-2,3), B(-1,4), C(2, -1), D(1, -2) رؤوس متوازي اضلاع.

اضلاع.

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

قانون المسافة بين نقطتين

$$AB = \sqrt{(-1+2)^2 + (4-3)^2}$$

$$= \sqrt{1+1}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$DC = \sqrt{(1-2)^2 + (-2+1)^2}$$

$$= \sqrt{1+1}$$

$$= \sqrt{2}$$

$$AB = DC \therefore$$

بنفس الطريقة

$$AD = \sqrt{(1+2)^2 + (-2-3)^2}$$

$$= \sqrt{9+25}$$

$$= \sqrt{34}$$

$$BC = \sqrt{(2+1)^2 + (-1-4)^2}$$

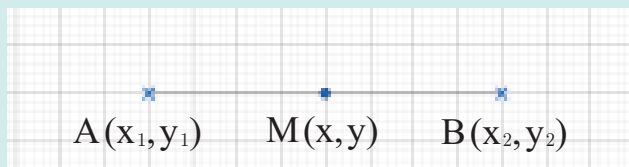
$$= \sqrt{9+25}$$

$$= \sqrt{34}$$

$$AD = BC \therefore$$

∴ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع كل ضلعين متقابلين متساويين)

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين عن طرفي قطعة مستقيم و تنتمي له.
احداثيات نقطة المنتصف



$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

مثال (4)

جد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين $A(3, -8), B(3, 6)$

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{3 + 3}{2}, \frac{-8 + 6}{2} \right)$$

$$= \left(\frac{6}{2}, \frac{-2}{2} \right) = (3, -1)$$

قانون نقطة المنتصف

بالتعويض بالنقطتين

بالتبسيط

$\therefore (3, -1)$ نقطة منتصف \overline{AB}

مثال (5)

إذا كانت $M(1, -3)$ منتصف \overline{AB} وكانت $A(-1, -2)$ جد إحداثي النقطة B.

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$(1, -3) = \left(\frac{-1 + x_2}{2}, \frac{-2 + y_2}{2} \right)$$

$$1 = \frac{-1 + x_2}{2} \Rightarrow -1 + x_2 = 2 \Rightarrow x_2 = 3$$

$$-3 = \frac{-2 + y_2}{2} \Rightarrow -2 + y_2 = -6 \Rightarrow y_2 = -4$$

احداثيات B هي: $B(3, -4)$

قانون نقطة المنتصف

نفرض $B(x_2, y_2)$ وبالتعويض بالنقاط

الضرب التبادلي والتبسيط

مثال (6)

بين باستعمال قانون المنتصف ان النقط $A(-2, 3), B(-1, 4), C(2, -1), D(1, -2)$ رؤوس متوازي اضلاع.

قانون نقطة المنتصف

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

منتصف القطر \overline{AC}

منتصف القطر \overline{BD}

$$M_1 = \left(\frac{-2 + 2}{2}, \frac{3 + (-1)}{2} \right)$$

$$M_2 = \left(\frac{-1 + 1}{2}, \frac{4 + (-2)}{2} \right)$$

$$M_1 = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2} \right)$$

$$M_2 = \left(\frac{0}{2}, \frac{2}{2} \right)$$

$$M_1 = (0, 1)$$

$$M_2 = (0, 1)$$

$\therefore M_1 = M_2$ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع قطراه احدهما ينصف الآخر)

مثال (7)

جد طول \overline{AM} حيث $A(3, 1), B(5, 3), C(5, -1)$ رؤوس مثلث حيث $AB = AC$ النقطة M منتصف \overline{BC}

$$M = \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right) = \left(\frac{5 + 5}{2}, \frac{3 + (-1)}{2} \right) = (5, 1)$$

قانون نقطة المنتصف، التبسيط

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

قانون المسافة بين نقطتين

$$= \sqrt{(5 - 3)^2 + (1 - 1)^2}$$

التعويض

$$= \sqrt{4} = 2$$

التبسيط

تأكّد من فهمك

السؤال 1 مشابه للمثال 1	أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:	1
السؤال 2 مشابه للمثال 4	i) (0, 0), (3, 8) ii) (-3, -1), (1, -4) iii) (-1, -2), (3, -4)	2
السؤال 3 مشابه للمثال 2	أوجد نقطة المنتصف للافرع (i), (ii), (iii) في سؤال 1.	3
السؤال 4 مشابه للمثال 3	باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(-2, -1), B(-1, 0), C(4, 5)$ على استقامة واحدة.	4
السؤال 5 مشابه للمثالين 4, 6	بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2, 4), B(-4, 2), C(-1, -2)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟	5
السؤال 6 مشابه للمثالين 5, 7	بين ان النقط الآتية: $A(4, 0), B(6, -6), C(-8, 0), D(-10, 6)$ رؤوس متوازي الاضلاع. i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.	6
	إذا كانت $M(-2, 0)$ منتصف \overline{AB} وكانت $A(4, 0)$ فجد إحداثي النقطة B.	

تدرب وحلّ التمرينات

i) (8, 1), (-4, 3) ii) (6, -9), (0, 2) iii) (-2, 4), (-6, -2)	أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:	7
	أوجد نقطة المنتصف للافرع (i), (ii), (iii) في السؤال 7.	8
	باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(1, -3), B(3, -4), C(-1, -2)$ على استقامة واحدة.	9
	بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2, -1), B(2, 1), C(-1, -1)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟	10
	بين ان النقط الآتية: $A(-3, 5), B(2, 7), C(1, 9), D(-4, 7)$ رؤوس متوازي الاضلاع. i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.	11
	إذا كانت $M(4, -2)$ منتصف \overline{AB} وكانت $B(5, 1)$ فجد إحداثي النقطة A.	12

تدرب وحلّ مسائل حياتية

هندسة: مثلث رؤوسه $A(6, 4), B(-2, 6), C(0, -4)$ ، تحقق من ان طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصف ضلعين فيه يساوي نصف طول الضلع الثالث.	13
تحديد موقع: موقع بيت محمود عند النقطة $(-4, 0)$ وموقع مدرسته عند النقطة $(0, -3)$ ما المسافة التي يقطعها محمود عند ذهابه الى المدرسة، علماً ان طول ضلع كل مربع في المستوي الاحداثي يمثل كيلومتراً واحداً؟	14

فكّر

تحدّ: دائرة طرفا احد اقطارها النقطتان $A(-1, 1), B(5, 1)$ جد: i) إحداثيات مركزها ii) مساحتها.	15
تبرير: فسر لماذا تكون هناك قيمتان ممكنتان عند البحث عن الإحداثي المجهول لأحد طرفي قطعة مستقيمة عند إعطاء إحداثيات الطرف الآخر ونقطة المنتصف؟	16
اكتشف الخطأ: وجدت شهد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي طرفيها $(8, 3), (6, 1)$ فكتبها $(1, 1) = (\frac{8-6}{2}, \frac{3-1}{2})$ اكتشف خطأ شهد وصححه.	17

علاقة قانون نقطة المنتصف بإيجاد الوسط الحسابي.

أكتب

تعلم

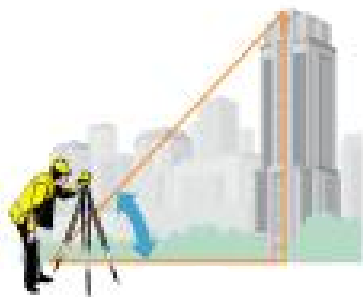
فكرة الدرس

- تعرف الى النسب المثلثية الاساسية.
- النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة.
- إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا الخاصة.

المفردات

- النسب المثلثية
- $\sin, \cos, \tan, \sec, \csc, \cot$
- الزوايا الخاصة

$60^\circ, 45^\circ, 30^\circ, 90^\circ, 0^\circ$



وقف مساح على بعد m من بناية،
ومن خلال جهازه نظر اعلى
البناية بزاوية معينة.
كيف تساعده النسب المثلثية في
ايجاد ارتفاع البناية؟

Trigonometric Ratios ($\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$)[4-6-1] النسب المثلثية ($\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$)

تعرفت سابقاً على عناصر المثلث حيث يتكون من ثلاث زوايا وثلاثة اضلاع. ويسمى المثلث بزواياه (حاد الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية) او بأضلاعه (متساوي الاضلاع، متساوي الساقين، مختلف الاضلاع).
حساب المثلثات: هي دراسة العلاقة بين زوايا المثلث واضلاعه
النسبة المثلثية: هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من اضلاع المثلث القائم الزاوية.
النسبة الاساسية هي: الجيب \sin ، الجيب تمام \cos ، الظل \tan .

جيب الزاوية θ (يرمز له $\sin\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ و الوتر:

جيب تمام الزاوية θ (يرمز له $\cos\theta$): هي النسبة بين الضلع المجاور للزاوية θ والوتر:

ظل الزاوية θ (يرمز له $\tan\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ والضلع المجاور لها:



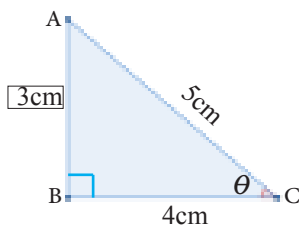
لإيجاد النسب المثلثية (\sin, \cos, \tan) نتبع ما يأتي:

(1) رسم تخطيطي لمثلث قائم الزاوية، وثبتت عليه المعطيات.

(2) نستعمل مبرهنة فيثاغورس لإيجاد الضلع المجهول.

(3) نستعمل النسب المثلثية لإيجاد المطلوب.

مثال (1) من الشكل المجاور، جد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية θ .



أستعمل مبرهنة فيثاغورس لأجد طول الضلع AB (المقابل)

$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(5)^2 = (AB)^2 + (4)^2$$

$$(AB)^2 = 25 - 16 = 9$$

$$AB = 3$$

مبرهنة فيثاغورس

بالتعويض والتبسيط

بجذر الطرفين (إشارة موجبة لأنه طول)

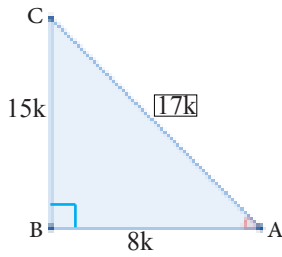
$$\sin\theta = \frac{\text{مقابل الزاوية } \theta}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$$

$$\cos\theta = \frac{\text{مجاور الزاوية } \theta}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$$

$$\tan\theta = \frac{\text{مقابل الزاوية } \theta}{\text{مجاور الزاوية } \theta} = \frac{3}{4}$$

استعمال النسب المثلثية ثم التعويض

مثال (2) المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت $\tan A = \frac{15}{8}$ جد: i) $\sin A$ ii) $\cos A$



$$\left. \begin{aligned} \tan A &= \frac{15k}{8k} \\ \tan A &= \frac{BC}{AB} \end{aligned} \right\}$$

بضرب البسط والمقام في الثابت k حيث k اكبر من 0

قانون الظل

بالمقارنة

مبرهنة فيثاغورس

بالتعويض

التبسيط

$$\therefore BC = 15k, AB = 8k$$

$$\begin{aligned} (AC)^2 &= (AB)^2 + (BC)^2 \\ &= (8k)^2 + (15k)^2 \\ &= 64k^2 + 225k^2 \end{aligned}$$

$$(AC)^2 = 289k^2 \Rightarrow \therefore AC = 17k$$

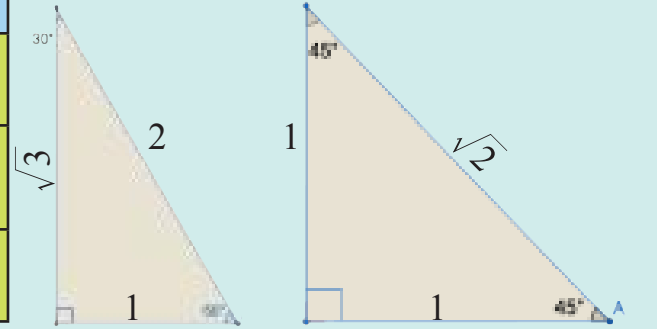
نجد الطرفين

$$\text{i) } \sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{15k}{17k} = \frac{15}{17} \quad \text{ii) } \cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{8k}{17k} = \frac{8}{17}$$

The Trigonometric Ratios for Special Angles [4-6-2] النسب المثلثية للزوايا الخاصة

النسبة المثلثية	30°	60°	45°	90°	0°
الجيب sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1	0
الجيب تمام cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	1
الظل tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{3}$	1	غير معرف	0

الجدول المجاور يبين قيم النسب المثلثية للزوايا الخاصة:



مثال (3)

أثبت ان: $\sin 60^\circ \cos 30^\circ + \cos 60^\circ \sin 30^\circ = \sin 90^\circ$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 90^\circ = 1$$

من الجدول نجد:

$$\begin{aligned} \text{L.H.S: } & \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right) \\ & \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 \end{aligned}$$

$$\text{R.H.S: } \sin 90^\circ = 1$$

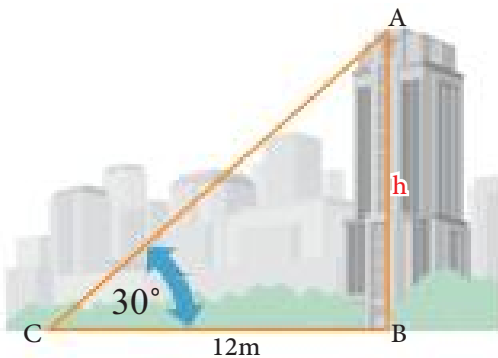
بالتعويض في الطرف الايمن R.H.S

والطرف الايسر L.H.S

$$\text{L.H.S} = \text{R.H.S} \quad \therefore$$

مثال (4)

وقف رجل امام بناية وعلى بعد 12m من قاعدتها ونظر الى قمة البناية بزاوية مقدارها 30°. جد ارتفاع البناية.



النسبة المثلثية التي تربط بين ارتفاع البناية h وبعد الرجل عن قاعدتها هي نسبة الظل.

قانون الظل

التعويض

الضرب التبادلي

التبسيط

$$\tan 30^\circ = \frac{h}{12}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{h}{12}$$

$$\sqrt{3} h = 12$$

$$h = \frac{12}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3} \text{ m}$$

ارتفاع البناية هو: $4\sqrt{3} \text{ m}$

سنقتصر في هذا البند على مقلوب النسب المثلثية \sin, \cos, \tan و كما ملاحظ في الجدول الآتي:

النسبة المثلثية	$\sin \theta$	$\cos \theta$	$\tan \theta$
مقلوبها	$\csc \theta = \frac{1}{\sin \theta}$ قاطع تمام	$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$ قاطع	$\cot \theta = \frac{1}{\tan \theta}$ ظل تمام

مثال (5)

مثلث قائم الزاوية في B، اذا كانت $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ فجد: i) $\sec A$ ii) $\csc A$ iii) $\cot A$

$$\cos A = \frac{\sqrt{3}k}{\sqrt{11}k} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow AB = \sqrt{3}k, AC = \sqrt{11}k$$

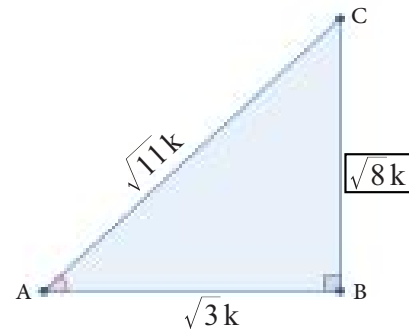
$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$(\sqrt{11}k)^2 = (\sqrt{3}k)^2 + (BC)^2$$

$$11k^2 = 3k^2 + (BC)^2$$

$$(BC)^2 = 8k^2$$

$$\therefore BC = \sqrt{8}k$$



$$i) \cos A = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \quad ii) \sin A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}} \Rightarrow \csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{8}}$$

$$iii) \tan A = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{8}}$$

مقلوب النسب المثلثية الاساسية

$$(\sin 45^\circ)(\sec 45^\circ) - (\tan 60^\circ)(\cot 30^\circ) + 2 \csc 90^\circ$$

مثال (6) جد القيمة العددية للمقدار:

$$\left. \begin{aligned} \sin 45^\circ &= \frac{1}{\sqrt{2}}, \sec 45^\circ = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} \\ \tan 60^\circ &= \sqrt{3}, \cot 30^\circ = \frac{1}{\tan 30^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = \sqrt{3} \\ \csc 90^\circ &= \frac{1}{\sin 90^\circ} = \frac{1}{1} = 1 \end{aligned} \right\}$$

من الجداول نجد قيم النسب المثلثية الخاصة ومقلوبات النسب المثلثية الاساسية

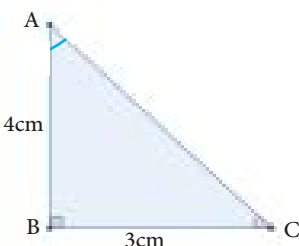
$$(\sin 45^\circ)(\sec 45^\circ) - (\tan 60^\circ)(\cot 30^\circ) + 2 \csc 90^\circ$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)(\sqrt{2}) - (\sqrt{3})(\sqrt{3}) + 2(1) \Rightarrow 1 - 3 + 2 = 0$$

المقدار المعطى بالتعويض والتبسيط

\therefore الناتج العددي للمقدار يساوي 0

تأكد من فهمك



1 من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:

$$i) \sin A \quad ii) \cos C \quad iii) \cot C \quad iv) \sec A$$

السؤال (1) مشابه للامثلة (1,2,5):

2 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، إذا كانت $\cot A = \sqrt{3}$ جد:

i) $\tan A$ ii) $\sin A$ iii) $\csc A$ iv) $\sec A$ v) $\cos A$

السؤال (2) مشابه

للمثالين 2,5

i) $(\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ + \sec 45^\circ) = -\frac{5}{4}$, ii) $2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

3 أثبت ما يأتي:

iii) $(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45^\circ)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ$, iv) $\sqrt{\frac{1 - \cos 60^\circ}{2}} = \sin 30^\circ$

السؤال (3) مشابه

للمثالين 6,3

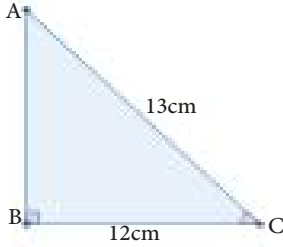
السؤال (4) مشابه
للمثال 4

4 طائرة ورقية ارتفاعها $3\sqrt{3}$ m عن سطح الأرض، إذا كان الخيط المتصل بها يصنع زاوية مقدارها 60° مع الأرض. جد طول الخيط.

تدرب وحل التمرينات

5 من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:

i) $\cot A$ ii) $\cot C$ iii) $\sec C$ iv) $\csc A$



6 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، إذا كانت $\sec A = \sqrt{2}$ جد:

i) $\sin A$ ii) $\cot C$ iii) $\csc A$ iv) $\cos C$

i) $\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ = \frac{4}{\sqrt{3}}$

7 أثبت ما يأتي:

ii) $\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ = 2$, iii) $\frac{\cot 45^\circ + \sin 90^\circ}{2\sec 30^\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

تدرب وحل مسائل حياتية

8 **رياضة:** عمل جهاز رياضي مائل لتمرين السير بزاوية قدرها 30° ، فإذا كان طرف الجهاز يرتفع 1.5m عن سطح الأرض. فما طول حزام الجهاز؟

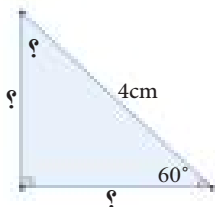
9 **تزلج على الجليد:** في موقع للتزلج على احد التلال، كان ارتفاع التلة الرئيسية 500m وزاوية ميلها عن مستوى الأرض 60° . ما طول سطح التزلج؟

10 **سلم اطفاء الحرائق:** سلم اطفاء حريق طوله 20m يرتكز احد طرفيه على بناية والطرف الآخر على ارض افقية بزاوية 45° ، جد ارتفاع نقطة ارتكاز طرف السلم على البناية.

11 **حديقة:** وقفت بنان على بعد 25m من قاعدة شجرة ارتفاعها 25m. فما قياس الزاوية التي تشكلها مع قمة الشجرة؟

فكر

12 **تحذ:** في الشكل المجاور، جد القيم المؤشرة (?) باستعمال النسب المثلثية.



13 **مسألة مفتوحة:** مثلث قائم الزاوية في B، $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ كيف تجد قيمة الزاوية C؟

14 **تبرير:** إذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين في مثلث قائم الزاوية. ما نوع المثلث من حيث اطوال اضلاعه؟

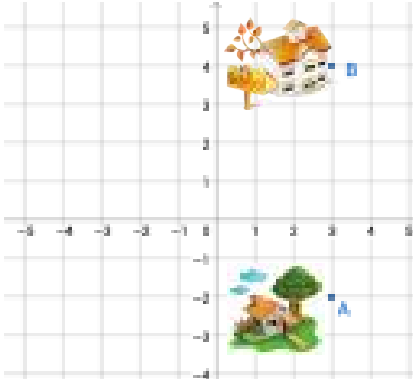
اكتب

مسألة تستعمل فيها نسبة الجيب لايجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية. ثم حلها.

خطة حل المسألة (تحديد معقولية الإجابة)

الدرس [4-7]

Problem Solving Plan (Determining Feasibility Answer)



تعلم

إذا كانت النقطة $A(3, -2)$ تمثل موقع بيت محمد على المستوي الإحداثي، والنقطة $B(3, 4)$ تمثل موقع مدرسته. قطع محمد ثلث المسافة بين البيت والمدرسة. أتمثل المسافة 1.2km تقريباً معقولاً أم المسافة 1.9km ؟ إذا كان طول كل مربع في المستوي الإحداثي يساوي 1km .

فكرة الدرس

- استعمال تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة.

إفهم

ما المعطيات في المسألة؟ النقطة $A(3, -2)$ تمثل موقع بيت محمد، النقطة $B(3, 4)$ تمثل موقع مدرسته، المسافة التي قطعها هي ثلث المسافة بين البيت والمدرسة.

ما المطلوب من المسألة؟ المسافة المعقولة التي قطعها محمد أهي 1.2km أم 1.9km .

خطّ

كيف تحل المسألة؟ جد المسافة بين البيت والمدرسة، محمد قطع $\frac{1}{3}$ المسافة، فيمكن تقسيم المسافة الى 3 مسافات متساوية.

حلّ

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3 - 3)^2 + (4 - (-2))^2} \\ &= \sqrt{0 + 36} = 6\text{km} \end{aligned}$$

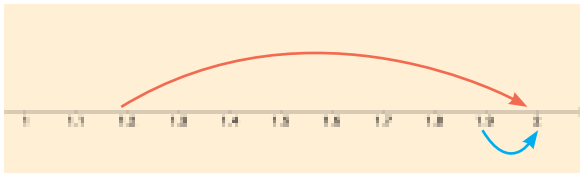
قانون المسافة بين نقطتين

التعويض بالنقطتين

التبسيط

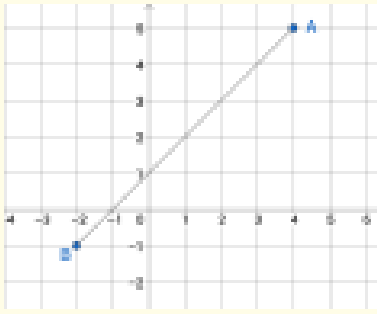
$$\text{اذن } \frac{1}{3} \times 6 = 2\text{km}$$

المسافة 1.9km أقرب الى 2km منه الى المسافة 1.2km ،
لذا فإن المسافة المعقولة التي قطعها محمد هي 1.9km .



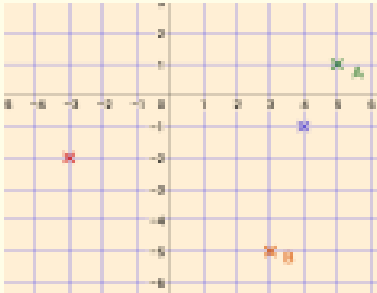
تحقق

جد $\frac{1}{3}$ المسافة 6km والتي تساوي 2km . لذا التقدير المعقول هو 1.9km .



حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولة الإجابة):

- 1 قالت جمانة ان $\frac{1}{3}$ المسافة بين النقطتين A,B كما في الشكل المجاور تساوي تقريباً 3cm وقالت أختها سالي ان $\frac{1}{2}$ المسافة بين النقطتين نفسيهما تساوي تقريباً 2cm. أيهما إجابتهما معقولة؟



- 2 هل إحداثيات النقطة (2, -3) هي الأقرب الى نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين A(5, 1)، B(3, -5) أم النقطة (4, -1) ؟



- 3 المسافة بين مدينتين 280km، أتمثل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريباً 69km أم 50km؟

- 4 الجدول في أدناه يمثل ما قطعه ثلاثة أشخاص لمسافة مقدارها 160km.

النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثالث	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثاني	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الاول
80%	70%	50%

ما التقدير المعقول لما قطعه الشخص الأول و الثالث؟
أهو 100km أم 129km.

English	عربي	English	عربي
Ordered Pair	الزوج المرتب	Distance between two Points Formula	قانون المسافة بين نقطتين
Coordinate Plane	المستوي الاحداثي	Midpoint	نقطة المنتصف
Linear Equation	المعادلة الخطية	The Midpoint Formula	قانون نقطة المنتصف
Quadratic Equation	المعادلة التربيعية	Parallel Lines	المستقيمات المتوازية
Vertical	العمودي	Perpendicular Lines	المستقيمات المتعامدة
Horizontal	الافقي	Trigonometric Ratios	النسب المثلثية
Slope	الميل	Special Angles	الزوايا الخاصة
X- Intercept	المقطع السيني	Y- Intercept	المقطع الصادي

التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

الدرس [4-1]

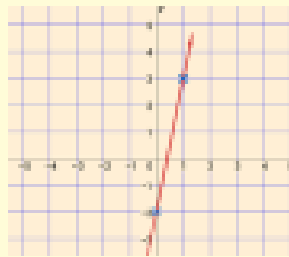
تدريب 1: مثل المعادلة $y = 2x + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 2: مثل المعادلة $y = 3x^2 + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 3: مثل المعادلة $y = 3$ في المستوي الاحداثي

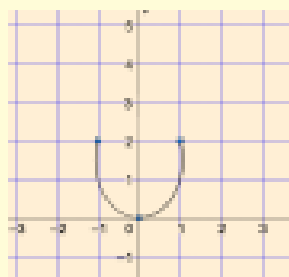
تدريب 4: مثل المعادلة $x = 3$ في المستوي الاحداثي

مثال 1: مثل المعادلة $y = 5x - 2$ في المستوي الاحداثي.



x	y = 5x - 2	(x, y)
0	y = 5(0) - 2	(0, -2)
1	y = 5(1) - 2	(1, 3)

مثال 2: مثل المعادلة $y = 2x^2$ في المستوي الاحداثي.



x	y = 2x^2	(x, y)
0	0	(0, 0)
1	2	(1, 2)
-1	2	(-1, 2)

ميل المستقيم

الدرس [4-2]

تدريب 1: جد ميل المستقيم المار بالنقطتين:

- i) (-2, 1), (6, 7)
- ii) (4, 2), (1, 2)
- iii) (4, 2), (4, -1)

مثال (1): جد ميل المستقيم المار بالنقطتين

- i) (5, -2), (3, -1)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - (-2)}{3 - 5} = \frac{1}{-2}$$

- ii) (7, -3), (5, -3)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3 - (-3)}{7 - 5} = \frac{0}{2} = 0$$

تدريب 2: جد المقطع السيني والصادي لكل معادلة مما

i) $2x - y = -4$

ii) $y = -5$

iii) $x = -5$

يأتي:

مثال (2): جد المقطع السيني والصادي للمعادلة

$$4x - 3y = 12$$

$$x = 0 \Rightarrow 4(0) - 3y = 12$$

$$y = -4 \Rightarrow (0, -4) \text{ المقطع الصادي}$$

$$y = 0 \Rightarrow 4x - 3(0) = 12$$

$$x = 3 \Rightarrow (3, 0) \text{ المقطع السيني}$$

معادلة المستقيم

الدرس [4-3]

تدريب 1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

$$(3, 4), (-2, 1)$$

تدريب 2: جد معادلة المستقيم الذي ميله $(-\frac{1}{3})$ ومقطعه السيني يساوي (7)

تدريب 3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $2x - 4y = 8$

مثال 1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين

$$(3, 1), (-3, 2)$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 2}{x + 3} = \frac{1 - 2}{3 + 3} \Rightarrow \frac{y - 2}{x + 3} = \frac{-1}{6}$$

$$6y - 12 = -x - 3 \Rightarrow x + 6y = 9$$

مثال 2: جد معادلة المستقيم الذي ميله (-3) ويمر بالنقطة $(-1, 1)$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -3(x + 1)$$

$$3x + y = -2$$

مثال 3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $5x - 3y = 15$

$$\frac{3y = 5x - 15}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - 5$$

ميله $\frac{5}{3}$ ومقطعه الصادي (-5)

المستقيمات المتوازية والمتعامدة

الدرس [4-4]

تدريب 1: برهن ان الشكل ABCD الذي رؤوسه:

$$A(3, 1), B(-1, 3), C(-3, -1), D(1, -3)$$

متوازي اضلاع

تدريب 2: بين ان النقط: $(1, -6), (4, 0), (6, 4)$ تقع على استقامة واحدة.

مثال: جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(2, 5)$.

i) الموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(1, 3), (3, -1)$.

ii) العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(1, 3), (3, -1)$

$$i) m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1 - 3}{3 - 1} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$y - y_1 = m_1(x - x_1), m_1 = -2 \text{ (توازي)}$$

$$y - 5 = -2(x - 2) \Rightarrow y = -2x + 9$$

تدريب 3: بين ان المثلث الذي رؤوسه:
A(0, -4), B(-1, 0), C(7, 2)
مثلث قائم الزاوية.

ii) $m_1 = -2, m_2 = \frac{1}{2}$ (تعامد)
 $y - y_1 = m_2(x - x_1)$
 $y - 5 = \frac{1}{2}(x - 2)$
 $2y - 10 = x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$

المسافة بين نقطتين

الدرس [4-5]

تدريب 1: جد نقطة منتصف للقطعة المستقيمة AB
A(-2, 0), B(4, 5)

تدريب 2: هل النقط A(0, 1), B(3, -1), C(-2, -2)
تمثل رؤوس مثلث قائم الزاوية؟

تدريب 3: باستعمال قانون المسافة بين هل النقط
A(-1, -3), B(-6, 1), C(-3, 3)
تقع على استقامة واحدة؟

مثال: اثبت ان النقاط: A(-3, 4), B(3, 2), C(0, 3)
على استقامة واحدة باستعمال قانون المسافة.

$$AB = \sqrt{(3+3)^2 + (2-4)^2}$$

$$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$AC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-4)^2}$$

$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2}$$

$$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$$

$$2\sqrt{10} = \sqrt{10} + \sqrt{10}$$

$$\therefore AB = AC + BC$$

اذن A, B, C على استقامة واحدة

النسب المثلثية

الدرس [4-6]

تدريب 1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت:
 $\tan C = 1$ جد:

- i) $\cot C$ ii) $\sin C$ iii) $\sec A$
iv) $\csc C$ v) $\cos A$

تدريب 2: جد القيمة العددية للمقدار:
 $(\tan 60^\circ)^2 + (\cot 45^\circ)^2 + (\sec 30^\circ)^2 + (\sin 45^\circ)^2$

تدريب 3: اثبت ان:

$$i) (\csc 30^\circ)^2 + (\cot 30^\circ)^2 = 7$$

$$ii) 2\sin 45^\circ \cos 45^\circ = \sin 90^\circ$$

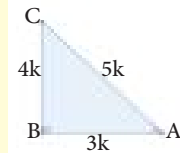
$$iii) (\cos 60^\circ)^2 - (\sin 60^\circ)^2 = -\frac{1}{2}$$

مثال 1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت:

i) $\sin A$ ii) $\tan C$ جد: $\cos A = \frac{3}{5}$

مجاور الزاوية A يساوي $3k$
 $\cos A = \frac{3k}{5k} \Rightarrow$

الوتر يساوي $5k$



$$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$$

$$25k^2 = 9k^2 + (BC)^2$$

$$\therefore BC = 4k \text{ مقابل الزاوية } A$$

$$\sin A = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}, \tan C = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$$

مثال 2: جد القيمة العددية للمقدار:

$$(\sin 60^\circ)^2 (\tan 45^\circ) + (\sin 30^\circ)^2$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 45^\circ = 1$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cot 45^\circ = 1$$

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 (1) + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$$

1 مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي

i) $2x - 4y = 8$ ii) $y = 2$ iii) $x = 2$ iv) $y = x^2 - 1$

2 جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $A(-2, -3), B(2, 3)$

3 جد المقطع السيني والصادي للمعادلة الآتية: $y - x = 4$

4 جد معادلة المستقيم لكل مما يأتي:

- (i) يمر بالنقطتين $(3, -2), (1, 5)$
 (ii) ميله $\frac{3}{2}$ ومقطعه الصادي يساوي -5.
 (iii) ميله $-\frac{1}{5}$ ومقطعه السيني يساوي 3.

5 استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد ميل المستقيم واحد نقطه $2y - 3x = 8$

6 باستعمال الميل بين ما يأتي:

- (i) النقاط: $A(3, 2), B(0, -1), D(1, 0)$ على استقامة واحدة.
 (ii) النقاط التالية رؤوس لمتوازي الاضلاع $A(4, -1), B(2, 2), C(-2, 4), D(0, 1)$
 (iii) المستقيم المار بالنقطتين $A(3, 1), B(4, -1)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $C(4, -1), D(0, -3)$

7 جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0, 3)$ والموازي للمستقيم الذي ميله $-\frac{2}{3}$.

8 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، اثبت (i), (ii) في السؤال 6.

9 باستعمال قانون نقطة المنتصف، اثبت الفرع (ii) في السؤال 6.

10 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\sin A = \frac{1}{2}$ جد:
 i) $\cos A$ ii) $\tan A$ iii) $\cot C$ iv) $\sec A$

الهندسة والقياس

Geometric and Measurement

الدرس 5-1 المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

الدرس 5-2 المثلثات

الدرس 5-3 التناسب والقياس في المثلثات

الدرس 5-4 الدائرة

الدرس 5-5 المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

الدرس 5-6 الزوايا والدائرة

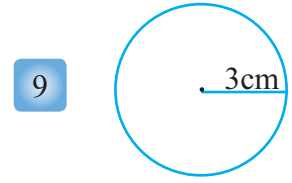
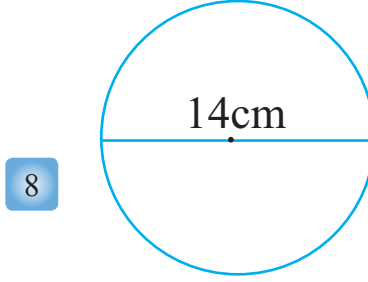
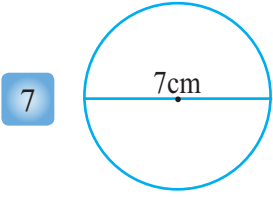
الدرس 5-7 خطة حل المسألة (الرسم)

الاشكال المثلثة تعطي البناء قوة ومتانة حيث تميزت الكثير من اعمال الراحلة المهندسة العراقية زها حديد باستعمالها الاشكال الهندسية المثلثة، ومنها جسر في ابو ظبي بلغ ارتفاع راس المثلث 60m فوق مستوى سطح البحر.

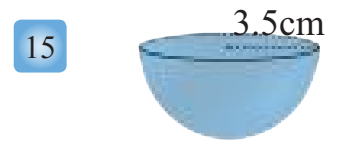
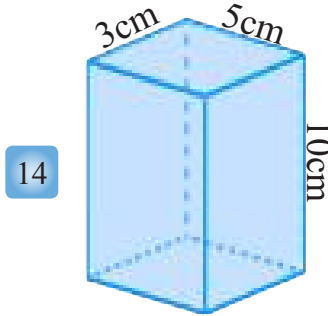
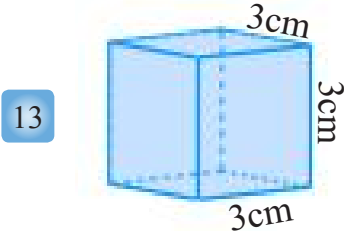
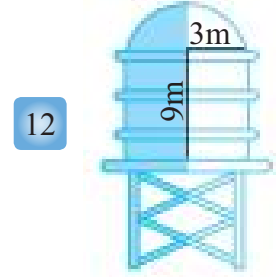
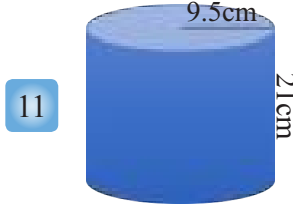
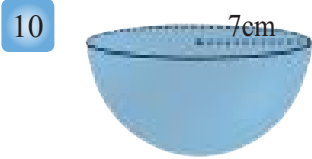
حدد ما اذا كان الشكل مضلعاً وإذا كان كذلك فهل هو مضلع منتظم او مضلع غير منتظم .



جد مساحة كل دائرة ومحيطها مما يأتي:



جد المساحة السطحية والحجم لكل مما يأتي:



جد قيمة x في كل مما يأتي :

16

$$\frac{7}{6} = \frac{x-3}{2}$$

17

$$\frac{7}{x} = \frac{1}{2}$$

18

$$\frac{3}{16} = \frac{x}{4}$$

جد قياس الزاوية المركزية ومجموع قياس الزوايا الداخلية والخارجية لكل مما يأتي:

21 سداسي منتظم

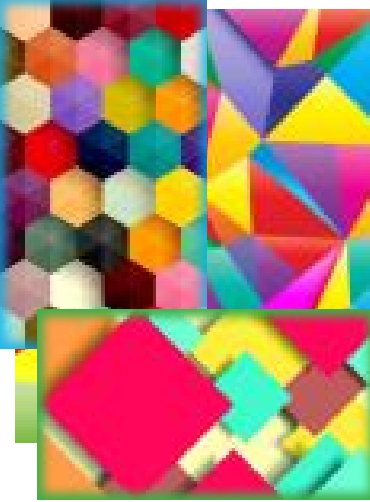
20 ثماني منتظم

19 خماسي منتظم

22 شركة تجارية تضم 20 موظفاً، وكانت نسبة الذكور الى الاناث $\frac{3}{2}$ ، كم عدد الموظفين من الاناث؟ وكم عددهم من الذكور؟

23 مثلث متساوي الاضلاع طول كل ضلع فيه يساوي $(2x - 1)$ cm ومحيط المثلث يساوي 57cm، جد قيمة x و جد طول كل ضلع فيه.

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)



تعلم

تعرفت سابقاً على المضلعات المنتظمة وغير المنتظمة وكيفية إيجاد الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع المنتظم وكذلك تعرفت على كيفية إيجاد الزاوية المركزية للمضلع. واستطعت التمييز بين المضلع المقعر والمضلع المحدب وسوف تتمكن في هذا الدرس من إيجاد مساحة ومحيط المضلعات المنتظمة.

فكرة الدرس

- اجد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة.
- اجد الحجم والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط.

المفردات

- العائد
- الارتفاع الجانبي
- المخروط
- الهرم

Regular Polygons

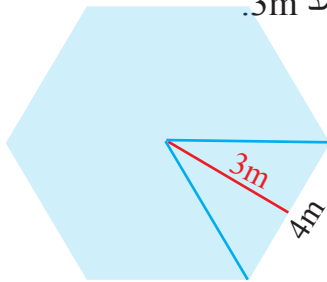
[5-1-1] المضلعات المنتظمة

	$P = n \times L$	<p>محيط المضلع المنتظم = عدد الاضلاع مضروباً في طول الضلع.</p>
	$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$	<p>مساحة المضلع المنتظم = مساحة المثلث الذي رأسه مركز المضلع وقاعدته ضلع المضلع \times عدد اضلاعه.</p>

إذا عرفت أن طول الضلع L و العائد H (هو العمود النازل من مركز المضلع على أحد اضلاع المضلع). يمكن حساب مساحة المثلث كما يأتي: مساحة المثلث $= \frac{1}{2} \times$ القاعدة \times الارتفاع (العائد)، $A = \frac{1}{2} L \times H$

مثال (1)

جد محيط ومساحة الشكل السداسي المنتظم، طول ضلعه 4m وطول العائد 3m.



$$P = n \times L$$

$$P = 6 \times 4 = 24m$$

$$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$$

$$= \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \times 6 = 36m^2$$

باستعمال قانون محيط المضلع

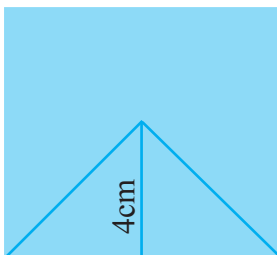
محيط المضلع

باستعمال قانون مساحة المضلع

بالتعويض والتبسيط

مثال (2)

جد مساحة المربع الذي طول العائد فيه 4cm.



$$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$$

$$L = 4 \times 2 = 8cm$$

$$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 4 = 64cm^2$$

$$A = L \times L$$

$$A = 8 \times 8 = 64cm^2$$

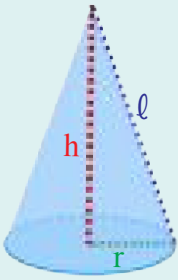
طريقة (1): باستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم

طول ضلع المربع

طريقة (2): باستعمال قانون مساحة المربع

(طول الضلع \times نفسه)

المخروط: هو مجسم له قاعدة واحدة فقط عبارة عن دائرة وله رأس واحد.



l = الارتفاع الجانبي (مولد المخروط)

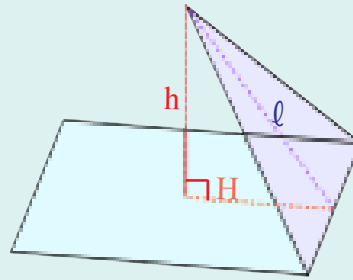
h = الارتفاع

r = نصف القطر

$$l^2 = h^2 + r^2$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة.

الهرم: هو مجسم له في الاقل ثلاثة اوجه مثلثة الشكل وله قاعدة واحدة تعبر عن شكل مضلع (شكل القاعدة يحدد اسم الهرم).



h = الارتفاع

H = العاقد

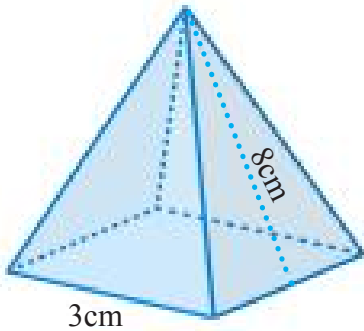
l = الارتفاع الجانبي

$$l^2 = h^2 + H^2$$

قانون الحجم في الهرم والمخروط		قانون المساحة للهرم المنتظم والمخروط الدائري القائم		
قانون الحجم في الهرم	قانون الحجم في المخروط	المخروط القائم	الهرم المنتظم	
$V = \frac{1}{3} b \times h$	$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$	$LA = 2\pi r \times l$	$LA = \frac{1}{2} p \times l$ محيط القاعدة p	المساحة الجانبية
		$TA = 2\pi r \times l + \pi r^2$	$TA = \frac{1}{2} p \times l + b$ مساحة القاعدة b	المساحة الكلية

مثال (3)

جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم منتظم ارتفاعه الجانبي 8cm وقاعدته مربعة طول ضلعها 3cm.



$$LA = \frac{1}{2} p \times l$$

$$LA = \frac{1}{2} \times 12 \times 8$$

$$LA = 48cm^2$$

$$TA = \frac{1}{2} p \times l + b$$

$$TA = 48 + 9 = 57cm^2$$

$$TA = 57cm^2$$

المساحة الجانبية

محيط القاعدة = محيط المربع = 4×3

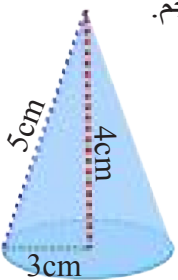
المساحة الكلية

مساحة القاعدة = مساحة المربع = 3×3

المساحة الكلية

مثال (4)

استخدم الشكل المجاور لإيجاد: (i) المساحة الجانبية (ii) المساحة الكلية (iii) الحجم.



$$i) LA = 2\pi r \times l$$

$$= 3.14 \times 6 \times 5 = 94.2cm^2$$

$$ii) TA = 2\pi r \times l + \pi r^2$$

$$= 94.2 + (3.14) \times 9 = 122.46cm^2$$

$$iii) V = \frac{1}{3} \pi r^2 \times h$$

$$= \frac{1}{3} \times 3.14 \times 9 \times 4 = 37.68cm^3$$

المساحة الجانبية للمخروط

بالتعويض والتبسيط

المساحة الكلية للمخروط

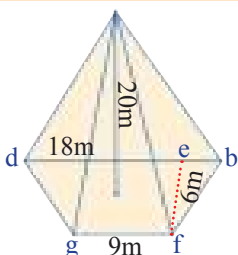
بالتعويض والتبسيط

حجم المخروط

بالتعويض والتبسيط

مثال (5)

جد حجم الهرم المجاور.



$$b = \frac{1}{2} (gf + bd) \times fe = \frac{1}{2} (9 + 18) \times 6 = 81m^2$$

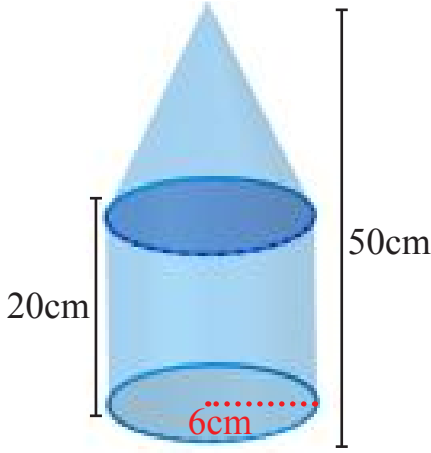
$$V = \frac{1}{3} b \times h = \frac{1}{3} \times 81 \times 20 = 540m^3$$

مساحة شبه المنحرف

حجم الهرم

مثال (6)

جد حجم المجسم المركب المجاور.



لايجاد حجم المجسم المركب نجد اولا حجم الاسطوانة وحجم المخروط وبعد ذلك نجمع الحجوم لنجد حجم المجسم المركب.

$$V_1 = \pi r^2 h \Rightarrow V_1 = 36\pi \times 20$$

$$V_1 = 720\pi \text{ cm}^3$$

$$V_2 = \frac{1}{3} r^2 \pi \times h$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 30 = 360\pi \text{ cm}^3$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = 720\pi + 360\pi = 1080\pi \text{ cm}^3$$

قانون حجم الاسطوانة

بالتعويض والتبسيط

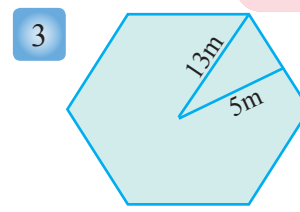
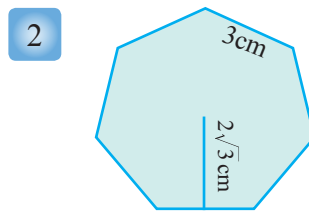
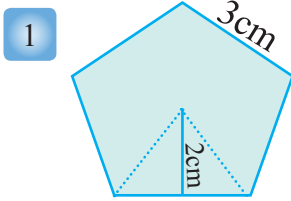
قانون حجم المخروط

بالتعويض والتبسيط

حجم المجسم المركب

جد محيط ومساحة كل مضلع منتظم:

تأكد من فهمك



الاسئلة 1-3 مشابهة
للمثال 1

4 جد الحجم والمساحة الجانبية والكلية لكل مما يأتي:

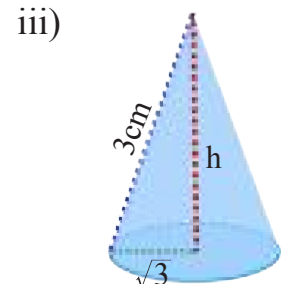
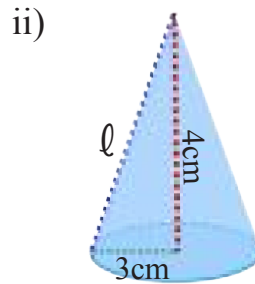
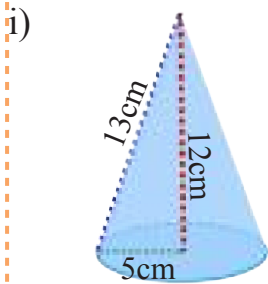
- (i) مخروط دائري قائم: مساحة قاعدته $225\pi \text{ cm}^2$ ، محيط قاعدته $30\pi \text{ cm}$ ، ارتفاعه 20 cm ، ارتفاعه الجانبي 25 cm .
(ii) هرم: مساحة قاعدته $54\sqrt{3} \text{ cm}^2$ ، محيط قاعدته 36 cm ، ارتفاعه $3\sqrt{6} \text{ cm}$ ، ارتفاعه الجانبي 9 cm .

الاسئلة 4,5 مشابهة
للمثالين 3,4

5 جد الحجم والمساحة الجانبية والكلية لكل مما يأتي:

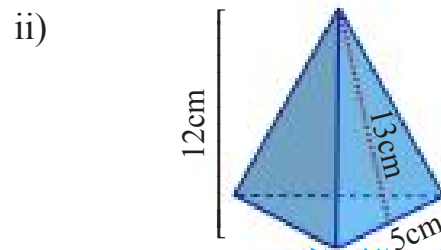
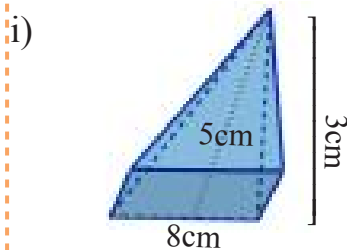
- (i) مخروط دائري قائم: نصف قطر قاعدته 7 cm وارتفاعه $\sqrt{45} \text{ cm}$ وارتفاعه الجانبي 10 cm .
(ii) هرم قاعدته مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 6 cm وارتفاعه 3 cm وارتفاعه الجانبي 6 cm .
(iii) هرم قاعدته مربعة طول ضلعها 12 cm وارتفاعه 8 cm وارتفاعه الجانبي 10 cm .

6 جد الحجم والمساحة الجانبية والكلية مستعملاً الاشكال ادناه.



السؤال 7 مشابه
للمثال 5

7 جد الحجم والمساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل مما يلي مستعملاً الاشكال ادناه.

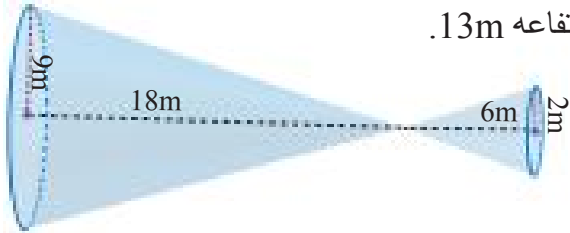


قاعدة مثلث متساوي الاضلاع:

ملاحظة: مساحة المثلث متساوي الاضلاع تساوي (مربع طول الضلع) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

تدرب وحل التمرينات

- 8 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 8cm وارتفاعه الجانبي 7.2cm .
- 9 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته المضلع الثماني المنتظم الذي قياس طول ضلعه 1.16cm وارتفاعه الجانبي 2cm.
- 10 جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لمخروط دائري قائم قطر قاعدته 35m وارتفاعه الجانبي 20m واكتب الجواب بدلالة π .
- 11 جد حجم هرم قاعدته مثلث منتظم وطول ضلعه 6m وارتفاعه 13m.
- 12 جد حجم الشكل المركب المجاور.



تدرب وحل مسائل حياتية

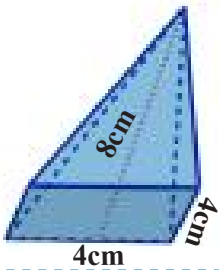
- 13 **علوم:** نموذج بركاني على شكل مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته 3cm، اذا كان حجم النموذج 203cm^3 تقريباً، ما ارتفاعه؟



- 14 **بناء:** يبلغ ارتفاع برج العرب 321m ويمثل هرمًا مقوساً، احسب المساحة التقريبية لقاعدته اذا كان حجم الهرم الذي يمثلها 1904000m^3 .

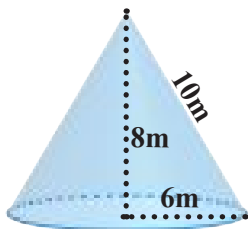


- 15 **هندسة:** جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل والمبين بالشكل المجاور.



فكّر

- 16 **تحذّر:** مخروط واسطوانة لهما نفس القاعدة والحجم، قطر الاسطوانة 40cm وارتفاعها 7cm، ما المساحة الجانبية للمخروط؟



- 17 **اكتشف الخطأ:** اي الحلين خطأ؟ وضح اجابتك .

الحل الثاني:

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times \pi \times 8 = 96\pi\text{m}^3$$

الحل الاول:

$$V = \frac{1}{3} \times b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 36\pi \times 10 = 120\pi\text{m}^3$$

مسألة عن مضلع منتظم تسمح المعطيات فيه بإيجاد محيط المضلع ومساحته.

أكتب

Triangles

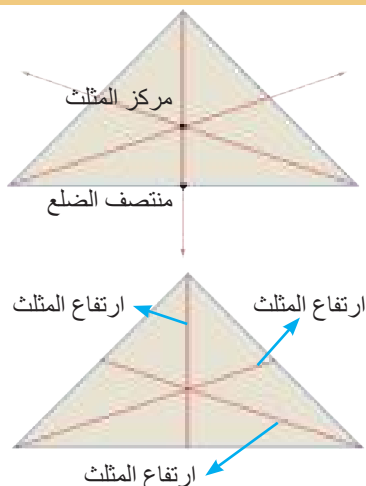
تعلم

فكرة الدرس

- التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث وكيفية تشابه مثلثين واستعمال التشابه في حل المسائل.

المفردات

- المثلثان المتشابهان.
- نسبة التشابه



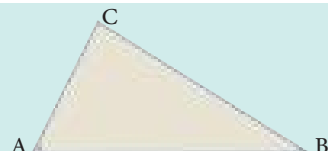
تعرفت سابقا الى خواص المثلث وسنتعرف في هذا الدرس الى القطعة المتوسطة في مثلث: هي قطعة مستقيمة طرفها احد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث (مركز المثلث). ارتفاع المثلث: هو العمود النازل من احد رؤوس المثلث على المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاثة ارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى (ملتقى الارتفاعات).

Sides and Angles in the Triangle

[5-2-1] الاضلاع والزوايا في المثلث

(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: اذا تباین ضلعا مثلث تباینت الزاويتان المقابلتان لهما، فأكبرهما تقابل الضلع الأكبر وبالعكس. $BC > AC \Leftrightarrow m\angle A > m\angle B$



ii - في المثلث ادناه رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول واحسب قياس $\angle C$.

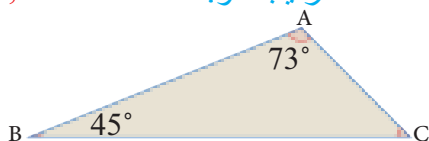
$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ \quad \text{مجموع زوايا المثلث}$$

$$m\angle C = 180^\circ - (73^\circ + 45^\circ) = 62^\circ$$

$$\therefore m\angle B < m\angle C < m\angle A$$

$\overline{AC}, \overline{BA}, \overline{BC}$

الترتيب هو:

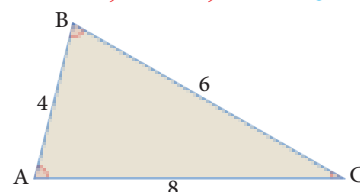


i - في المثلث ادناه رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

الضلع الاقصر \overline{AB} اذن الزاوية الصغرى $\angle C$

الضلع الاطول \overline{AC} اذن الزاوية الكبرى $\angle B$

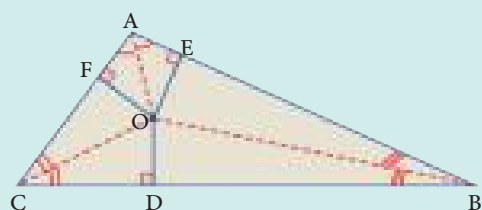
الترتيب هو $m\angle B, m\angle A, m\angle C$



(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: منصفات زوايا المثلث تتلاقى بنقطة واحدة تكون متساوية الابعاد عن اضلاعه.

اذا كان $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ منصفات الزوايا A, B, C على الترتيب، تلتقي في نقطة O، فان: $OD=OE=OF$



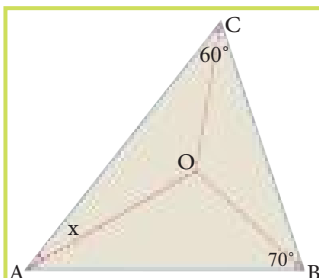
مثال (2) في المثلث المجاور جد قيمة x.

\overline{BO} تنصف $\angle B$, \overline{CO} تنصف $\angle C$, \therefore نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC

\overline{AO} تنصف $\angle A$ (مبرهنة $x = \frac{1}{2}m\angle A$)

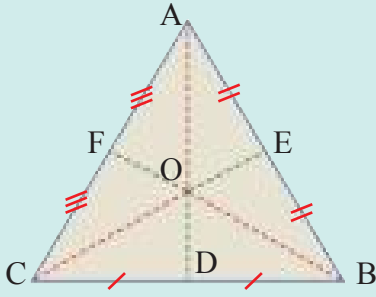
مجموع زوايا المثلث $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$

$$m\angle A = 180^\circ - (70^\circ + 60^\circ) = 50^\circ \Rightarrow \therefore x = 25^\circ$$



(مبرهنة بدون برهان) في كل مثلث:

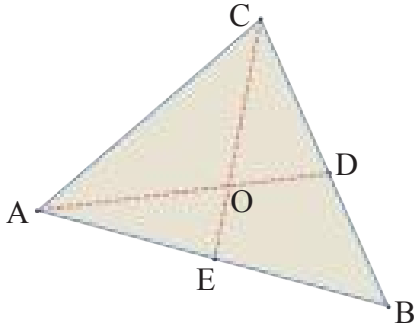
مبرهنة: القطع المستقيمة المتوسطة للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة تسمى مركز ثقل المثلث، تقسم كل منها بنسبة $\frac{2}{3}$ من جهة الرأس.



$$AO = \frac{2}{3}AD, BO = \frac{2}{3}BF, CO = \frac{2}{3}CE$$

$$OD = \frac{1}{3}AD, OF = \frac{1}{3}BF, OE = \frac{1}{3}CE$$

مثال (3) المثلث ABC فيه \overline{AD} , \overline{CE} قطعتان متوسطتان يلتقيان في نقطة O، $CE = 9\text{cm}$, $AD = 6\text{cm}$ ، جد طول \overline{AO} , \overline{OE} .



$$OE = \frac{1}{3}CE$$

\overline{CE} قطعة متوسطة

$$\therefore OE = \frac{1}{3} \times 9 = 3\text{cm}$$

$$\therefore OA = \frac{2}{3}AD$$

$$\therefore OA = \frac{2}{3} \times 6 = 4\text{cm}$$

كذلك \overline{AD} قطعة متوسطة

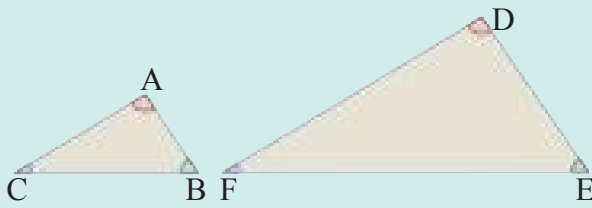
Similar Triangles

[5-2-2] تشابه المثلثات

المثلثان المتشابهان: هما مثلثان تتناسب اضلاعهما وتتطابق

زواياهما ويرمز للتشابه بالرمز (\sim). المبرهنات بدون برهان

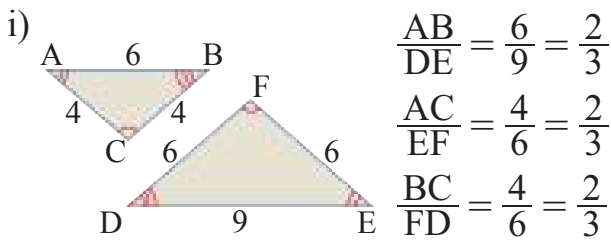
مبرهنة: اذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.



$$m\angle A = m\angle D, m\angle C = m\angle F, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

مبرهنة: اذا تناسب ثلاثة اضلاع من مثلث مع ثلاثة اضلاع من مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.

مثال (4) بين ما اذا كان المثلثان في الشكل المجاور متشابهان، واكتب نسبة التشابه.

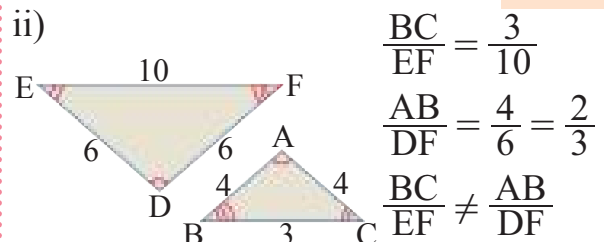


$$\frac{AB}{DE} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AC}{EF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{FD} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

اذن المثلثان متشابهان



$$\frac{BC}{EF} = \frac{3}{10}$$

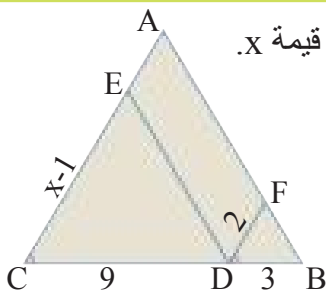
$$\frac{AB}{DF} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BC}{EF} \neq \frac{AB}{DF}$$

اذن المثلثان غير متشابهان

مبرهنة: اذا تناسب ضلعان في مثلث مع نظائريهما في مثلث آخر، وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما مع نظيرتها فان المثلثين يتشابهان.

مثال (5) في الشكل المجاور: اذا كان $\frac{EC}{CD} = \frac{DF}{DB}$, $m\angle C = m\angle FDB$ ، جد قيمة x.



بما ان المثلثين BFD, DEC متشابهان، اذن اضلاعهما المتناظرة متناسبة.

$$\frac{x-1}{3} = \frac{9}{3}$$

$$3x - 3 = 18$$

$$3x = 21 \Rightarrow x = 7$$

التناسب

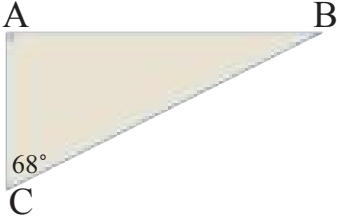
الضرب التبادلي

التبسيط

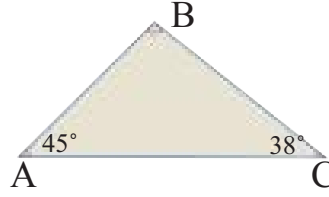
تأكّد من فهمك

رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول

1

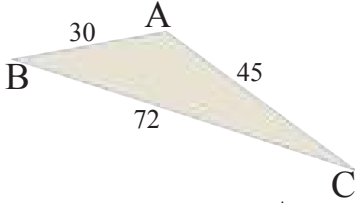


2

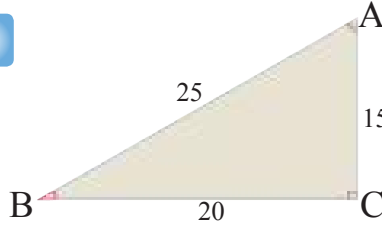


رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

3

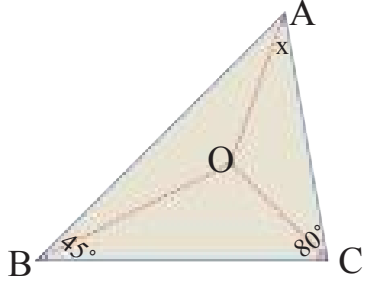


4



الاسئلة 4-1 مشابهة
للمثال 1

5



5 في المثلث المجاور اذا كان \overline{AO} , \overline{BO} , \overline{CO} منصفات الزوايا A,B,C
جد $m\angle x$.

السؤال 5 مشابه
للمثال 2

6

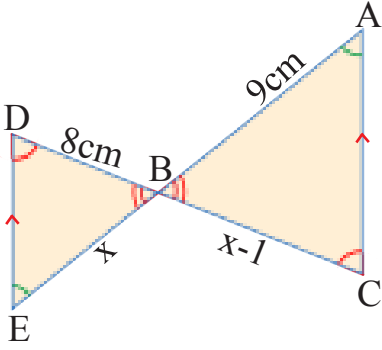
6 ABC مثلث، O نقطة تقاطع مستقيماته المتوسطة، اذا كان: $BO = 12\text{cm}$ جد طول القطعة المستقيمة التي احد طرفيها النقطة B.

7

7 في المثلث ABC، O نقطة التقاء القطع المتوسطة، جد طول \overline{AD} اذا علمت ان:
 $m\angle COB = 90^\circ$, $\overline{AO} \cap \overline{BC} = \{D\}$, $BC = 6\text{cm}$

الاسئلة 6-7
مشابهة للمثال 3

8



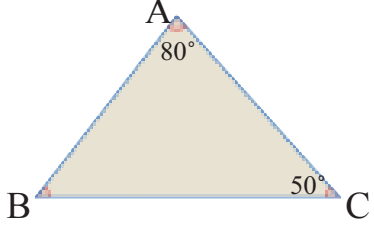
8 في الشكل المجاور:
(i) بين ان المثلثين ABC, BDE متشابهان.
(ii) جد نسبة التشابه.
(iii) جد قيمة x.

السؤال 8 مشابه
للمثالين 4,5

تدرب وحلّ التمرينات

رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول.

9

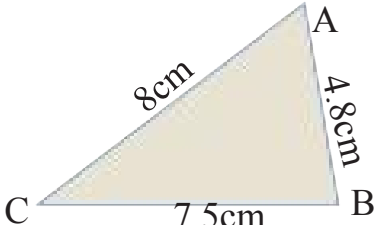


10

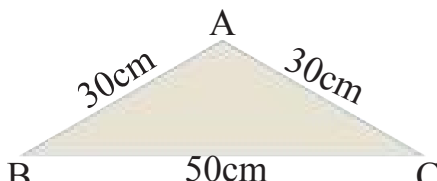


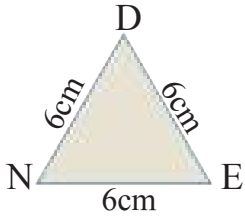
رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.

11

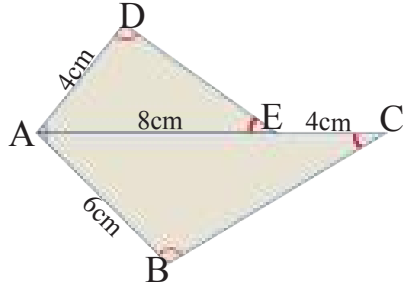


12





13 بين ان المثلثين DNE , ABC في الشكل المجاور متشابهان واكتب نسبة التشابه ثم سمّ ازواج الزوايا المتطابقة .



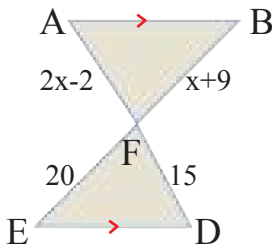
14 بين ان المثلثين ABC , ADE في الشكل المجاور متشابهان واكتب نسبة التشابه ثم بين ان: $\angle B \cong \angle D$.

15 $ABCD$ شبه منحرف فيه، $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC}$, $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$

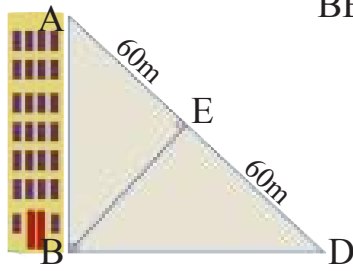
$$\overline{BA} \cap \overline{CD} = \{H\}, \overline{AC} \cap \overline{BD} = \{O\}$$

برهن ان: \overline{HO} ينصف الزاوية BHC .

تدرب وحلّ مسائل حياتية



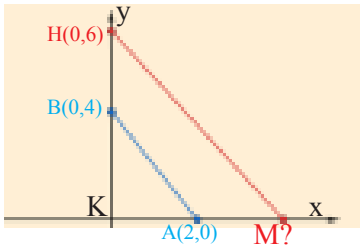
16 **هندسة:** اذا علمت ان $\triangle ABF \sim \triangle EDF$ استعمل المعلومات في الشكل المجاور لتجد قيمة x .



17 **بنائية:** بناء ارتفاعها يمثل بضلع مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور. و BE هو ارتفاع للمثلث ABC برهن ان:

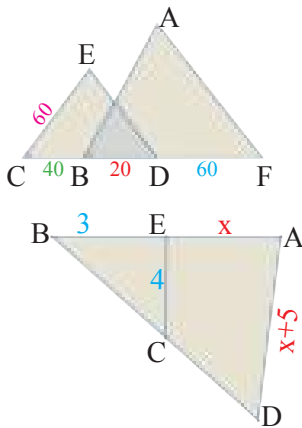
i. $\angle EBA \cong \angle D$

ii. $\triangle ABE \sim \triangle BED$



18 في الشكل المجاور المثلثان KBA , KMH متشابهان، جد احداثي M ونسبة التشابه.

فكّر



19 **اكتشف:** ما طول \overline{AB} في الرسم المجاور؟ علماً ان $\triangle CED \sim \triangle ABF$.

20 **تحديد:** $(2, 5, 10)$ و $(6, 15, x)$ هي اطوال اضلاع متناظرة

في مثلثين متشابهين، ما قيمة x ؟

21 **حس عددي:** جد قيمة x في الشكل المجاور. اذا كان المثلثان ABC , BEC متشابهان.

22 **مسألة مفتوحة:** اشرح لماذا تحتاج قياسات الزوايا للتأكد من تشابه المثلثات، اعط مثلاً على ذلك.

مسألة عن مثلثين متساويي الساقين تتطابق فيهما زاويتا الرأس وجد نسبة التشابه.

أكتب

Proportion and Measure in Triangles

تعلم



تتضمن مخططات المدن والشوارع في تطبيق الخرائط في الأجهزة الإلكترونية خطوطاً متوازية وأخرى متعامدة، فالمخطط الجانبي يمثل جزءاً من مدينة بغداد ونلاحظ فيه الشوارع متوازية ومتعامدة.

فكرة الدرس

- استعمل الأجزاء المتناسبة في المثلثات لنبرهن توازي مستقيمين أو أكثر.
- استعمل التناسب لإيجاد قياسات مجهولة.
- استعمل التناسب الهندسي في المستوي الإحداثي.

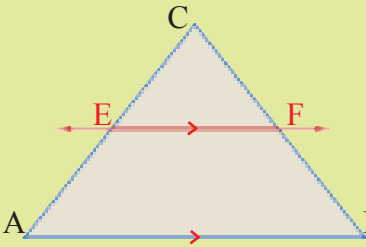
المفردات

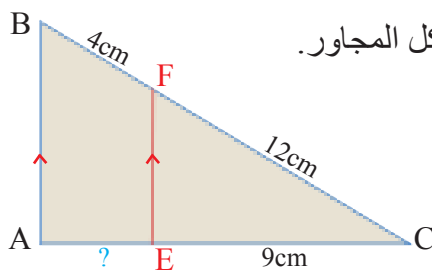
التناسب الهندسي

Proportions in Triangles

[5-3-1] التناسب في المثلثات

تعلمت سابقاً المثلثات المتشابهة وبعض مبرهنات التشابه للمثلثات، وسوف نتعلم في هذا البند التناسب في المثلثات مستعيناً بالمبرهنات السابقة.

مبرهنة التناسب المثلثي		
النتيجة	المعطى	المبرهنة
$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$	$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ 	إذا وازى مستقيم ضلعاً من أضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم الضلعين إلى قطع متناسبة الأطوال (بدون برهان)



مثال (1) جد طول قطعة المستقيم AE علماً أن: $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ في الشكل المجاور.

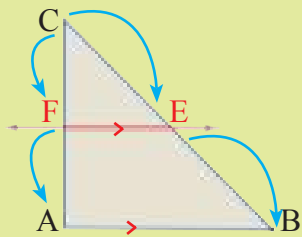
$$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$$

$$\frac{9}{AE} = \frac{12}{4} \Rightarrow AE = \frac{4 \times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3\text{cm}$$

مبرهنة التناسب المثلثي

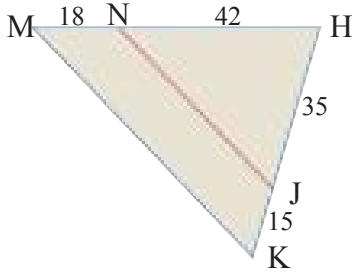
التعويض

والتبسيط

عكس مبرهنة التناسب المثلثي		
النتيجة	المعطى	المبرهنة
$\overline{EF} \parallel \overline{AB}$	$\frac{CE}{EB} = \frac{CF}{FA}$ 	إذا قسم مستقيم ضلعين في مثلث إلى قطع متناسبة فإنه يكون موازياً للضلع الثالث (بدون برهان)

مثال (2)

في الشكل المجاور برهن ان $\overline{MK} \parallel \overline{NJ}$.



$$\frac{HJ}{JK} = \frac{35}{15} = \frac{7}{3}, \frac{HN}{NM} = \frac{42}{18} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{HJ}{JK} = \frac{HN}{NM} = \frac{7}{3}$$

$$\therefore \overline{MK} \parallel \overline{NJ}$$

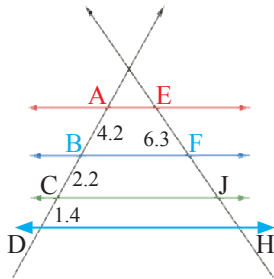
نجد نسبة الاجزاء المتناسبة

عكس مبرهنة التناسب المتثلي

مبرهنة طالس		
النتيجة	المعطى	المبرهنة
$\frac{AB}{BC} = \frac{DF}{FE}$		إذا قطعت ثلاثة مستقيمات متوازية أو أكثر بمستقيمين فإن القطع المحددة بالمستقيمات المتوازية تكون متناسبة.

مثال (3)

استعمل مهندس الرسم المنظوري (هو رسم الاجسام البعيدة بحيث تبدو اصغر والاجسام القريبة حيث تبدو اكبر، مع الحفاظ على هيئتها وتناسب مقاييسها لتبدو ثلاثية الابعاد) ليرسم خطوطاً اولية تساعد على رسم اعمدة اتصالات متوازية، تحقق من رسمه بقياس المسافات بين الاعمدة، كم طول \overline{FH} ؟



$$\overline{AE} \parallel \overline{BF} \parallel \overline{CE} \parallel \overline{DH}$$

$$\frac{AB}{BD} = \frac{EF}{FH}$$

$$BD = BC + CD = 2.2 + 1.4 = 3.6m$$

$$\frac{4.2}{3.6} = \frac{6.3}{FH} \Rightarrow FH = \frac{6.3 \times 3.6}{4.2} = 5.4m$$

مبرهنة طالس

بالتعويض والتبسيط

Proportion and Measure

[5-3-2] التناسب والقياس

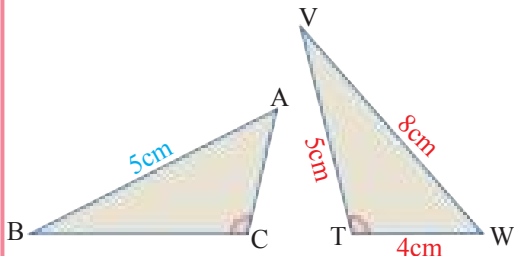
لايجاد نسبة المحيطين ونسبة المساحتين لمثلثان متشابهان، يمكنني استعمال المبرهنة التالية (بدون برهان).

مبرهنة: اذا تشابه مثلثان بنسبة تشابه $\frac{a}{b}$ فإن نسبة المحيطين للمثلثين تساوي $\frac{a}{b}$ ونسبة المساحتين للمثلثين $\frac{a^2}{b^2}$.

اذا كان المثلثان متشابهين، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين اطوال الاضلاع المتناظرة.

مثال (4)

ليكن $\triangle WVT \sim \triangle ABC$ جد محيط $\triangle ABC$.



$$P_1 = 8 + 5 + 4 = 17cm$$

نفرض P_1 محيط المثلث WVT

$$P_2$$

استعمل التناسب لاجد محيط المثلث ABC

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{AB}{WV} \Rightarrow \frac{P_2}{17} = \frac{5}{8}$$

نفرض P_2 محيط المثلث ABC

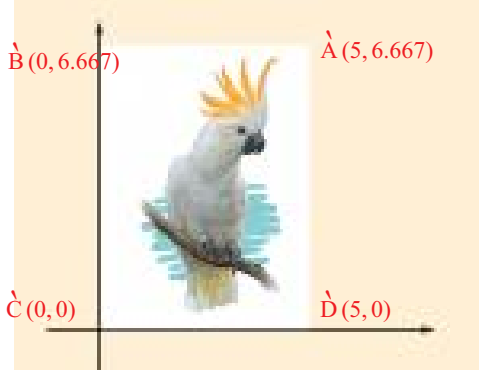
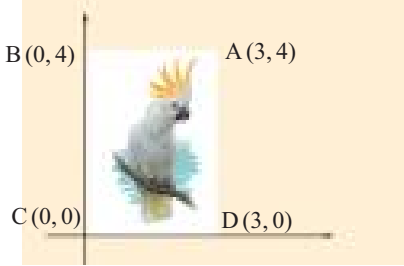
$$\therefore P_2 = 10.625cm$$

اذن محيط المثلث ABC يساوي

تعلمت سابقاً ثلاثة تحويلات هندسية: الانسحاب، الانعكاس، والدوران، وهذه التحويلات تحافظ على الهيئة والقياسات. سوف نتعلم في هذا الدرس تحويلاً جديداً يحافظ على الهيئة دون حفظ القياسات، انه التناسب الهندسي Dilation.

التناسب الهندسي: هو تحويل يغير مقاييس الاشكال الهندسية دون تغيير هيئتها فالشكل وصورته بالتناسب الهندسي يكونان دائماً متشابهين، مركز التناسب هو نقطة الاصل. سنقتصر دراسة التناسب الهندسي في هذا الدرس على المستوي الاحداثي، اذا تعاملت مع تناسب هندسي معاملته الهندسي M فسوف يكون بإمكانك ان تجد صورة النقطة بضرب احداثياتها في M. $(x, y) \rightarrow (Mx, My)$

مثال (5)



يبين الرسم المجاور موقع صورة على شبكة الانترنت، ارسم حدود الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبته $\frac{5}{3}$.

الخطوة (1): اضرب معامل التناسب الهندسي في احداثيات الرؤوس.

$$A(3, 4) \rightarrow \left(\frac{5}{3} \times 3, \frac{5}{3} \times 4\right) \rightarrow A'(5, 6.667)$$

$$B(0, 4) \rightarrow \left(\frac{5}{3} \times 0, \frac{5}{3} \times 4\right) \rightarrow B'(0, 6.667)$$

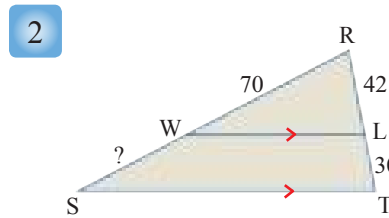
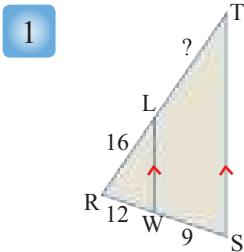
$$C(0, 0) \rightarrow \left(\frac{5}{3} \times 0, \frac{5}{3} \times 0\right) \rightarrow C'(0, 0)$$

$$D(3, 0) \rightarrow \left(\frac{5}{3} \times 3, \frac{5}{3} \times 0\right) \rightarrow D'(5, 0)$$

الخطوة (2): اضع النقاط A', B', C', D' على المستوي الاحداثي ثم اصل بينهم لاحصل على المستطيل $A'B'C'D'$.

جد طول القطعة المستقيمة المجهولة في الاشكال الاتية:

تأكّد من فهمك

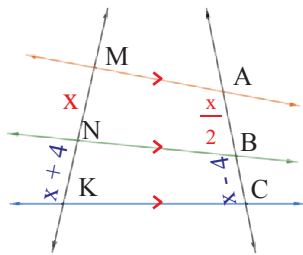


الاسئلة 1-2 مشابهة
للمثلة 1-3

الاسئلة 3-4 مشابهة
للمثال 2

3 في المثلث MQP ، $MN = 9$ ، $MP = 25$ ، $MR = 4.5$ ، $MQ = 12.5$ هل $\overline{QP} \parallel \overline{RN}$ او لا؟ برّر اجابتك.

4 في المثلث ACE ، $BC = 25$ ، $DC = 20$ ، $ED = 8$ ، $AB = 12$ حدد اذا كان $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ او لا؟ برّر اجابتك.

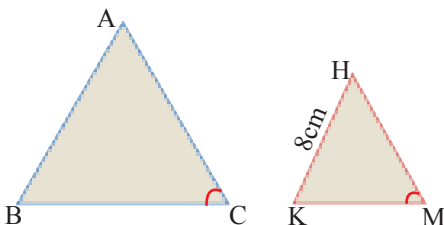


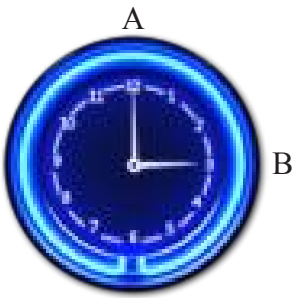
5 في الرسم المجاور جد طول \overline{MN} ، \overline{KN}

السؤال 5 مشابه
للمثال 3

6 المثلثان ABC ، KMH متشابهان، مساحة $\triangle ABC$ ضعف مساحة $\triangle KMH$ ، ما طول \overline{AB} ؟

السوالين 6,7 مشابهان
للمثالين 4,5



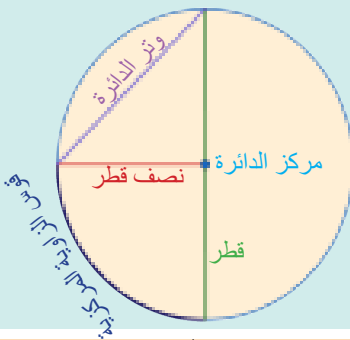


فكرةُ الدرس

كل زاوية بين عقربي ساعة هي زاوية مركزية والزاوية المركزية هي الزاوية التي تقطع الدائرة في نقطتين ورأسها هو مركز الدائرة وكل زاوية مركزية في دائرة يقابلها قوس على الدائرة يسمى قوس الزاوية، ما قياس \widehat{AB} المقابل $\angle AOB$ ؟ وهل هناك عدة انواع من الاقواس؟

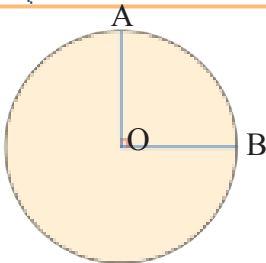
- اجد قياس الاقواس والزوايا المركزية للدوائر.
- أتعرف الى المماس والمماس المشترك.
- **المفردات**
- القوس، الوتر.
- المماس، المماس المشترك.
- الزوايا المركزية.

[5-4-1] القوس والوتر



تعرفت سابقاً مفهوم **الدائرة**: وهي مجموعة من النقاط المتصلة في المستوي والتي لها البعد نفسه عن نقطة ثابتة تسمى **مركز الدائرة**، ونصف قطر الدائرة r : هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة، وتر الدائرة: هو قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة، **قطر الدائرة**: هو وتر يمر بمركز الدائرة.

وسوف تزيد معلوماتك عن الدائرة في هذا الدرس لتتعرف الى القوس وقياسه بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له.



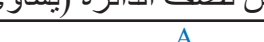

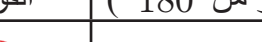
مثال (1) كيف اجد قياس القوس \widehat{AB} بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له؟

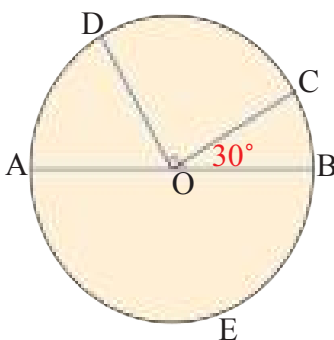
قياس الزاوية المركزية يكافئ قياس القوس المقابل لها ويرمز للقوس \widehat{AB}

المزاوية AOB قائمة $m\angle AOB = 90^\circ$

اذن قياس القوس المقابل للزاوية AOB يساوي $\widehat{AB} = 90$

هناك ثلاثة انواع من الاقواس في الدائرة وهي:

قياس نصف الدائرة (يساوي 180)	القوس الاكبر(اكبر من 180)	القوس الاصغر(اصغر من 180)
 <p>$m\widehat{AB} = 180$</p>	 <p>$m\widehat{ACB} = 360 - m\widehat{AB} > 180$</p>	 <p>$m\widehat{AB} = m\angle AOB < 180$</p>



جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور:

i) \widehat{BC} : $m\angle BOC = 30^\circ \Rightarrow m\widehat{BC} = 30$

ii) \widehat{DC} : $m\angle COD = 90^\circ \Rightarrow m\widehat{DC} = 90$

iii) \widehat{BCD} : $m\angle BOC + m\angle COD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$

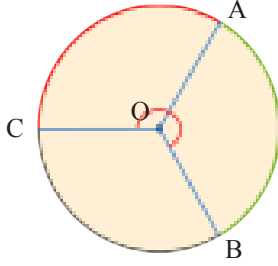
$$\overline{\text{mBCD}} = 120$$

iv) $\widehat{\text{BEA}}$: $m\angle\text{BOA} = 180^\circ \Rightarrow m\widehat{\text{BEA}} = 180$

iv) \widehat{AD} : $m\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow m\widehat{AD} = 60$

مثال (3)

الدائرة المقابلة مقسمة الى ثلاثة اجزاء متطابقة، جد قياس الاقواس الآتية: \widehat{ABC} ، \widehat{AB} .
هناك ثلاث زوايا مركزية متطابقة مجموعها 360°

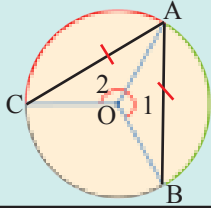


i) \widehat{AB} : $m\angle AOB = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{AB} = 120$

ii) \widehat{ABC} : $m\angle ABC = 120^\circ + 120^\circ = 240^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 240$

او بطريقة اخرى:

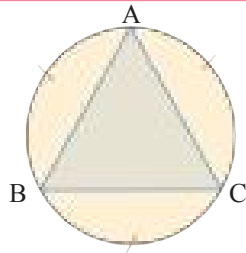
$\widehat{ABC} = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ \Rightarrow \widehat{ABC} = 240$



لاحظ المثلثين والزائتين المركزيتين 1,2 والقوسين \widehat{AB} , \widehat{CA} والوترين \overline{AB} , \overline{CA} اذا تطابقت الزائتان تطابق القوسان وتطابق المثلثان فيتطابق الوتران \overline{AB} , \overline{CA} ويمكنك ان تستعمل مثل هذه الطريقة للتوصل الى المبرهنة التالية (بدون برهان):

مبرهنة الاقواس والاقواس المركزية، في كل دائرة او في دائرتين متطابقتين

- اذا تطابقت زائتان مركزيتان تطابق وترهما وبالعكس.
 $\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \overline{AB} \cong \overline{AC}$
- اذا تطابقت زائتان مركزيتان تطابق قوساهما وبالعكس.
 $\angle 1 \cong \angle 2 \Leftrightarrow \widehat{AB} \cong \widehat{AC}$
- اذا تطابق قوسان تطابق وترهما وبالعكس.
 $\widehat{AB} \cong \widehat{AC} \Leftrightarrow \overline{AB} \cong \overline{AC}$



استعمل مبرهنة الاقواس والاقواس لتبرهن ان المثلث ABC متساوي

الاضلاع في الدائرة المقابلة علماً ان $\widehat{AB} \cong \widehat{AC} \cong \widehat{CB}$

$\therefore \widehat{AB} \cong \widehat{AC} \cong \widehat{CB}$

$\therefore \overline{AB} \cong \overline{AC} \cong \overline{CB}$

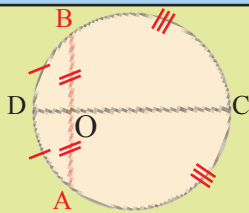
معطى في السؤال

مبرهنة الاقواس والاقواس

لذا فان المثلث ABC متساوي الاضلاع.

مثال (4)

مبرهنة القطر العمودي، في كل دائرة



مبرهنة: القطر العمودي على وتر في دائرة ينصف الوتر وينصف كلا قوسيه.

$\overline{CD} \perp \overline{AB} \Rightarrow AO = BO, \widehat{AD} \cong \widehat{DB}, \widehat{BC} \cong \widehat{AC}$

مثال (5)

استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر OD يساوي 5cm.

وان $DE = 2\text{cm}$

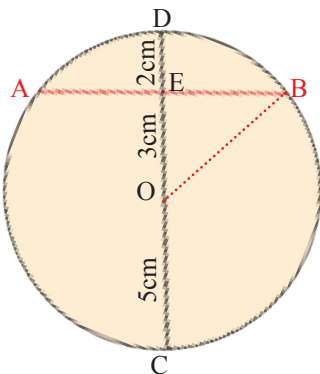
الخطوة (1): ارسم نصف القطر \overline{OC}

معطى

الخطوة (2): مبرهنة فيثاغورس

بالتعويض

بالتبسيط



$OC = OD = 5\text{cm}, DE = 2\text{cm}$

$OE = 5 - 2 = 3\text{cm}$

$(EB)^2 + (EO)^2 = (OB)^2$

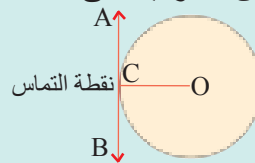
$25 - 9 = (EB)^2$

$(EB)^2 = 16 \Rightarrow EB = 4\text{cm}$

$\therefore AB = 2 \times EB = 2 \times 4 = 8\text{cm}$

E منتصف \overline{AB} مبرهنة القطر العمودي
القطر \overline{DC} عمودي على الوتر \overline{AB} وينصفه

مماس الدائرة: هو المستقيم الذي يلاقي الدائرة في نقطة واحدة تعرف بنقطة التماس ويكون عمودياً على نصف القطر في نقطة التماس.



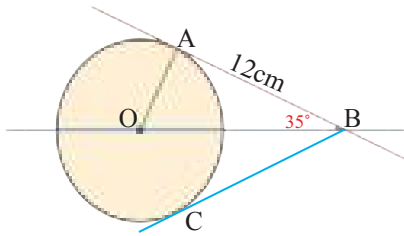
مبرهنة المماس

مبرهنة المماسين

مبرهنة: القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجة عنها متطابقتان. $\overline{CB}, \overline{CA}$ مماسان للدائرة من نقطة C.

$$\therefore \overline{CB} \cong \overline{CA}$$

مثال (6) دائرة مركزها O في الشكل المجاور، \overline{AB} هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 35° جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC.



$$\overline{AB} \perp \overline{AO}, m\angle OAB = 90^\circ$$

$$\therefore m\angle OBA = 35^\circ$$

$$\therefore m\angle AOB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$$

$$BC = 12\text{cm}$$

مماس الدائرة في النقطة A

مبرهنة المماس

معطى

مجموع زوايا المثلث 180° مبرهنة المماسين

في الدائرة ادناه، جد قياس الزوايا والاقواس فيما يأتي:

تأكّد من فهمك

1 $\angle AOD$

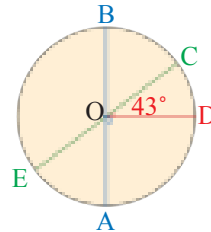
2 $\angle COB$

3 \widehat{CD}

4 \widehat{DBE}

5 \widehat{DAB}

6 $\angle BOE$



الاسئلة 1-6 مشابهة
للمثله 1,2

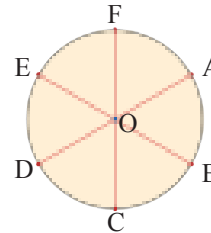
دائرة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يأتي:

7 \widehat{AB}

8 \widehat{ABC}

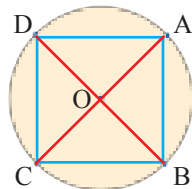
9 \widehat{DAC}

10 \widehat{ABD}

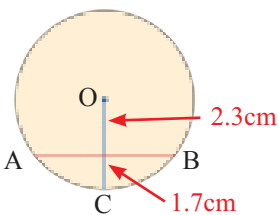


الاسئلة 7-10 مشابهة
للمثال 3

السؤال 11 مشابه
للمثال 4



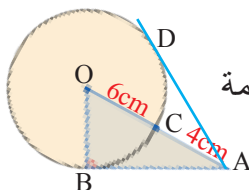
11 الدائرة المجاورة مقسمة الى 4 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCD مربع.



12 في الشكل المجاور استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول القطعة المستقيمة AB في الدائرة المجاورة مقرباً الناتج الى اقرب عُشر.

السؤال 12 مشابه
للمثال 5

السؤال 13 مشابه
للمثال 6



13 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB, AD في الشكل المجاور.

تدرب وحل التمرينات

جد قياس الزوايا والاقواس فيما يأتي:

14 $\angle COA$

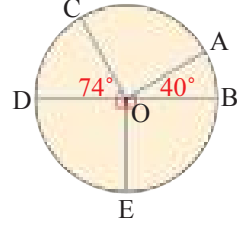
15 \widehat{DBE}

16 \widehat{CA}

17 \widehat{BAC}

18 \widehat{DCA}

19 $\angle AOE$

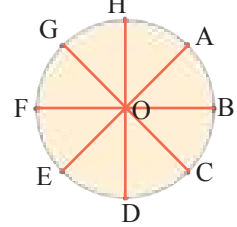


الدائرة مقسمة الى 8 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يأتي:

20 \widehat{AB}

21 \widehat{ABC}

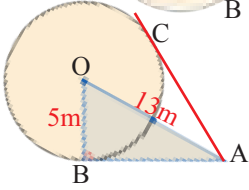
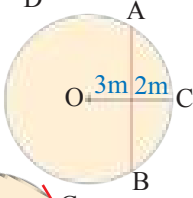
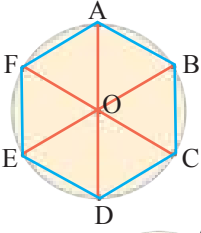
22 \widehat{GDB}



23 الدائرة المجاورة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCDEF سداسي منتظم.

24 في الدائرة المجاورة استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول القطعة المستقيمة AB.

25 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AC, AB في الدائرة المجاورة.



تدرب وحل مسائل حياتية

26 **جغرافية (براكين):** ترتفع فوهة بركان (هولالاي) عن مستوى سطح البحر 2.52km، احسب المسافة بين قمة البركان ومستوى الافق اذا علمت ان نصف قطر الارض 6437km تقريباً مقرباً الناتج لاقرب كيلومتر.



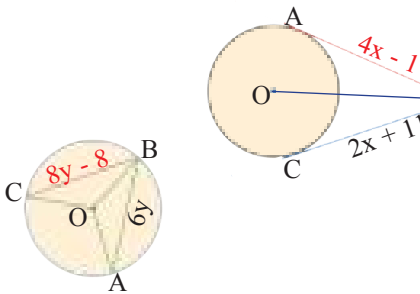
27 **محطة فضائية:** تبعد محطة مير الروسية عن مستوى سطح البحر مسافة 390km تقريباً، ما المسافة بين هذه المحطة والافق، مقرباً الناتج الى اقرب كيلومتر. علماً ان نصف قطر الارض 6437km تقريباً.



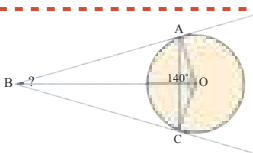
فكر

28 **تحذ:** استعمل مبرهنة المماسين وجد طول \widehat{AB} في الدائرة المجاورة.

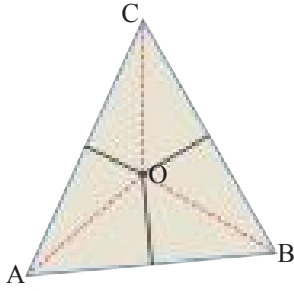
29 **حس عددي:** اذا كانت الزاويتان $\angle COB, \angle AOB$ متطابقتين، جد طول \widehat{CB} في الدائرة المجاورة.



الخطوات اللازمة لتجد قياس زاوية ABC في الرسم المجاور اذا علمت ان \widehat{BO} ينصف الزاوية AOC والتي قياسها يساوي 140° .



Triangle and Circle Line Segments and Circle



تعلم

في $\triangle ABC$ المجاور يتقاطع محور BC ومحور AB في O .
 $OB = OC$ لأن O تقع على محور BC
 $OA = OC$
 وبالتالي O تقع على محور AC أي أن محور AC يمر في O
 $\therefore OA = OB = OC$
 نستطيع أن نرسم دائرة مركزها O وتمر في رؤوس المثلث ABC .

فكرة الدرس

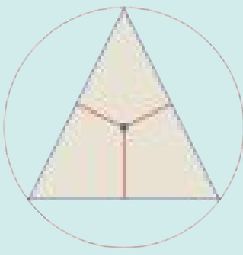
- استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة في مثلث.
- اجد أطوال القطع المستقيمة يحددها قاطعان على دائرة.

المفردات

- الدائرة المحيطة.
- الدائرة المحاطة.

Triangle and Circle

[5-5-1] المثلث والدائرة



تعرفنا سابقاً في الدرس (2) الى مبرهنة المحاور (القطعة المستقيمة المتوسطة للمثلث):

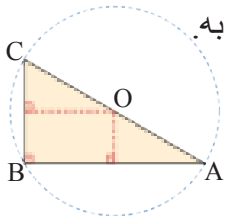
[تتقاطع محاور الاضلاع الثلاثة للمثلث في نقطة واحدة].

ومن هنا نستطيع أن نرسم الدائرة المحيطة بالمثلث.

الدائرة المحيطة: لكل مثلث دائرة واحدة تحيط به مركزها نقطة تقاطع المحاور الثلاثة. المحاور: هي الاعمدة المقامة على اضلاع مثلث من منتصفاتها تلتقي بنقطة واحدة (O) تكون متساوية البعد عن رؤوسه وهذه النقطة هي مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث.

مثال (1)

جد نقطة تقاطع محاور المثلث ABC كما في الشكل المجاور وارسم الدائرة المحيطة به.



محور AB يمر في منتصف AB ويوازي BC

محور BC يمر في منتصف BC ويوازي AB

\therefore المحاور الثلاثة تلتقي في منتصف AC والتي تمثل مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.

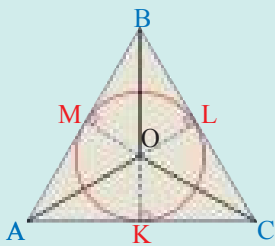
بالامكان الاستفادة من مبرهنة منصفات زوايا المثلث لرسم الدائرة المحاطة بمثلث

- تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة.

- نقطة تقاطع منصفات الزوايا تقع على المسافة نفسها من الاضلاع الثلاثة.

في كل مثلث توجد دائرة داخل المثلث مماسة لاضلاعه الثلاثة وتسمى الدائرة المحاطة.

$$OL = OK = OM$$



مثال (2)

الدائرة التي مركزها O محاطة بالمثلث ABC برهن ان \overline{BO} منصف

$\angle LOK$ والمحور \overline{KL} .

$$BK = BL$$

$$OK = OL$$

مبرهنة المماسين

نصفا قطري الدائرة

\therefore المثلثان BOK, BOL متطابقان (مبرهنة التطابق ض.ض.ض.)

$$m\angle 1 = m\angle 2$$

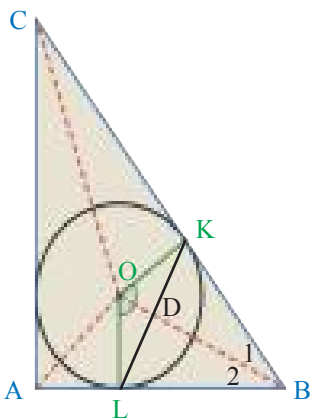
\overline{BO} ينصف الزاوية LOK

من التطابق

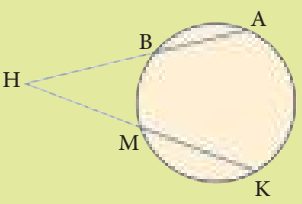
المثلثان KDB, LDB متطابقان (ض.ز.ض.).

$$\overline{KL} \perp \overline{BO}$$

$\therefore \overline{BO}$ محور \overline{KL}



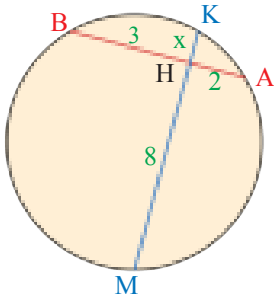
تعلمت في الدرس (5-4) كيف اجد اطوال اجزاء وتر يتقاطع مع قطر عمودي عليه، ولكن كيف اجد اطوال اوتار متقاطعة اخرى؟

مبرهنة القاطعين للدائرة	
	المبرهنة
	<p>إذا قطع مستقيمان متقاطعان دائرة تشكل على كل منهما قطعتان مستقيمتان ناتجا ضرب طوليهما متساويان.</p> $HM \times HK = HB \times HA$

مثال (3) جد قيمة x وطول كل وتر.

مبرهنة القاطعين في الدائرة

بالتعويض



$$HM \times HK = HB \times HA$$

$$3 \times 2 = 8 \times x$$

$$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

$$AB = AH + HB = 2 + 3 = 5$$

$$MK = MH + HK = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$$

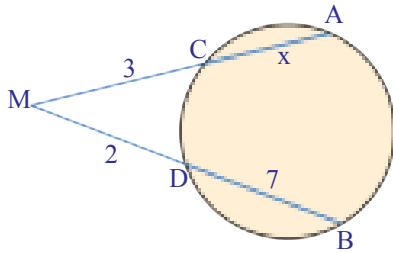
طول الوتر AB

طول الوتر MK

مثال (4) جد قيمة x وطول كل من \overline{AM} , \overline{BM} .

مبرهنة القاطعين في الدائرة

بالتعويض



$$MD \times MB = MC \times MA$$

$$2 \times 9 = 3 \times (3 + x)$$

$$18 = 9 + 3x$$

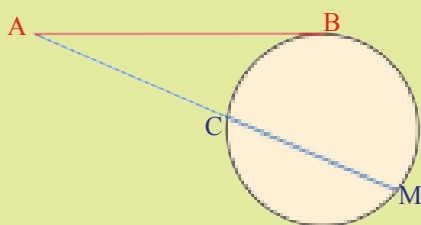
$$3x = 18 - 9 = 9$$

$$x = \frac{9}{3} = 3$$

طول $\overline{AM} = 6$

طول $\overline{BM} = 9$

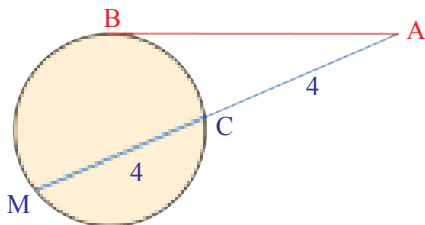
يمكن استعمال حاصل ضرب جزئي القاطع مع نظرية القاطع والمماس وفي هذه الحالة يكون المماس هو الجزء الخارجي والكل للقطعة نفسها.

مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة	
	المبرهنة
	<p>إذا تماس مستقيم مع دائرة وقطعها مستقيم آخر، تشكلت على القاطع قطعتان مستقيمتان ناتجا ضرب طوليهما يساوي مربع طول قطعة المماس.</p> $AC \times AM = (AB)^2$

مثال (5) جد طول قطعة المماس AB.

مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة

بالتعويض



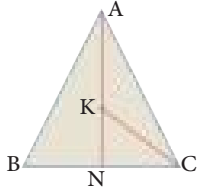
$$AC \times AM = (AB)^2$$

$$4 \times 8 = 32$$

$$\therefore AB = 4\sqrt{2}$$

طول قطعة المماس AB

تأكّد من فهمك

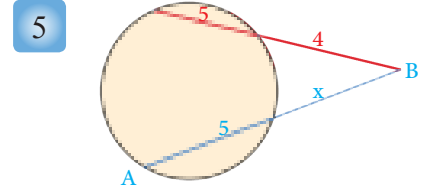
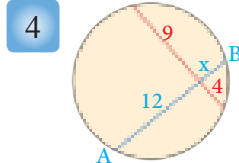
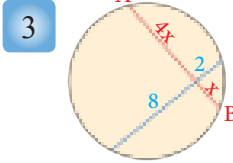


1 المثلث ABC متساوي الساقين $AB = AC$ ، N منتصف BC ، $\overline{KA} \cong \overline{KC}$ برهن ان K هي نقطة تقاطع محاور المثلث ABC . ثم ارسم الدائرة المحيطة به.

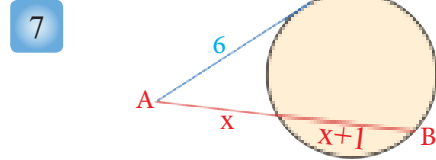
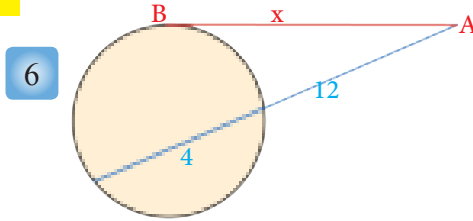
الاسئلة 1-2 مشابهة
للمثال 1

الاسئلة 3-5 مشابهة
للمثالين 3,4

2 ABC مثلث منتظم، طول ضلعه 12cm حدد نقطة تقاطع محاوره ثم ارسم الدائرة المحيطة به وجد طول قطرها.
جد قيمة x وطول كل قطعة مجهولة



الاسئلة 6,7 مشابهة
للمثال 5

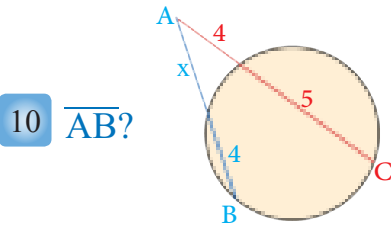


جد قيمة x وطول \overline{AB} .

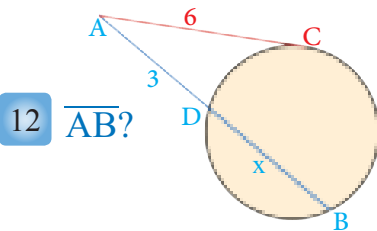
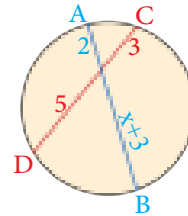
تدرب وحلّ التمرينات

8 ABC مثلث قائم متساوي الساقين وطول كل من ساقيه 6cm ، ارسم الدائرة التي يحيط بها المثلث ABC وجد مساحة الدائرة.

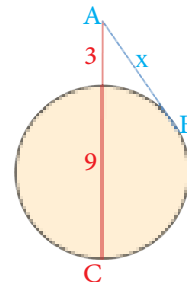
9 ABC مثلث قائم متساوي الساقين وتره \overline{BC} حدد نقطة تقاطع محاور هذا المثلث وارسم الدائرة المحيطة به.
جد قيمة x وطول القطع المستقيمة المجهولة.



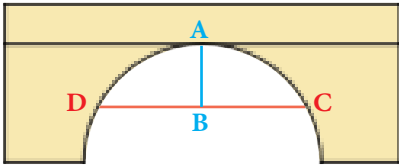
11 \overline{AB} ?



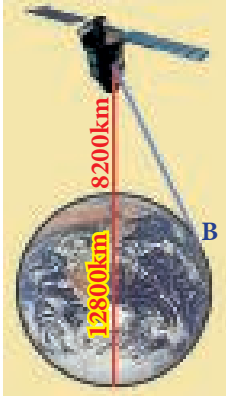
13 \overline{AB} ?



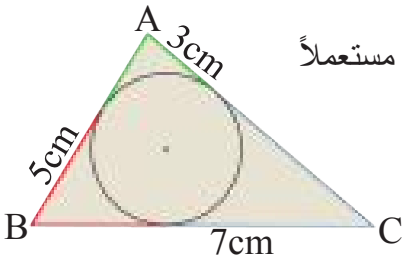
تدرب وحل مسائل حياتية



- 14 **بناء:** يرتكز جسر على قوس دائرة كما مبين في الشكل المقابل،
محور \overline{AB} $DC=150m$, $AB=60m$ ما قطر الدائرة؟

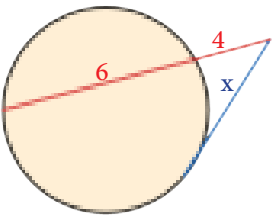


- 15 **فضاء:** قمر صناعي يدور حول الارض على ارتفاع 8200km اذا كان قطر الارض 12800km تقريباً، ما المسافة التي تفصل القمر الصناعي عن النقطة B في الشكل المجاور.



- 16 **هندسة:** O نقطة تقاطع محاور المثلث ABC، جد محيط المثلث ABC مستعملاً الشكل المجاور.

فكّر



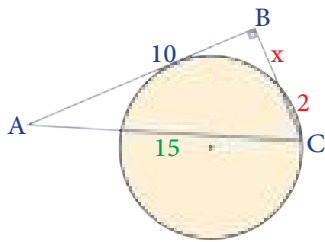
- 17 **اكتشف الخطأ:** فيما يلي حلان لاجاد قيمة x في الشكل المقابل، ايهما الحل الخطأ؟
برر اجابتك.

$$i) 4 \times 6 = x^2$$

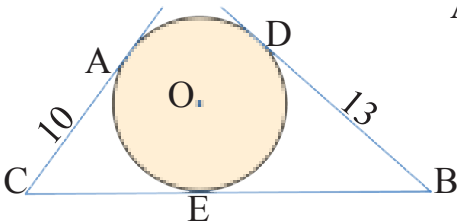
$$24 = x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$$

$$ii) x^2 = 40 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$$

مبرهنة المماس والقاطع



- 18 **تحدي:** في الشكل المقابل $AB = 10$ وهو مماس للدائرة، جد قيمة x.



- 19 **مسألة مفتوحة:** في الشكل المجاور دائرة مركزها O \overline{AC} , \overline{BC} , \overline{BD} مماسات للدائرة، جد طول القطعة BC.

أكتب

مسألة تستعمل فيها المحاور ومنصفات الزوايا لمثلث في رسم دائرة محيطة به.

Angles and Circle



يستعمل المفك كأداة لتثبيت البراغي او فتحها
والفجوة في هذه الاداة تأخذ شكلاً سداسياً داخل
اسطوانة معدنية.
وكل زاوية في الشكل السداسي تكون زاوية
محيطية داخل الدائرة.

فكرة الدرس

- ايجاد قياس الزوايا المحيطية والمماسية.
- ايجاد قياسات زوايا تقاطع اضلاعها مع دائرة.

المفردات

- الزاوية المحيطية.
- الزاوية المماسية.

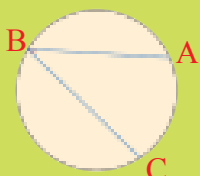
Inscribed Angle

[5-6-1] الزاوية المحيطية

درست سابقاً تعريف القوس بدلالة الزاوية المركزية وكيفية قياس القوس وفي هذا الدرس سنتعرف الى:
الزاوية المحيطية: وهي الزاوية التي رأسها نقطة من نقاط الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة .
وكذلك سنتعرف الى كيفية قياسها باستعمال القوس المواجه لها بواسطة المبرهنات الاتية وهي بدون برهان.

مبرهنة الزوايا المحيطية

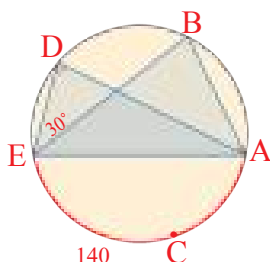
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المواجه لها.



$$m\angle B = \frac{1}{2} m \widehat{AC}$$

مثال (1)

جد قياس الزوايا المحيطية التالية في الشكل المجاور.



i) $\angle D$

$$m\angle D = \frac{1}{2} m \widehat{ECA}$$

$$= \frac{140}{2} = 70$$

$$m\angle D = 70^\circ$$

ii) $\angle BAD$

$$m\angle BAD = \frac{1}{2} m \widehat{BD}$$

$$m\angle BED = \frac{1}{2} m \widehat{BD}$$

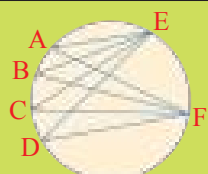
$$\therefore m\angle BED = m\angle BAD = 30^\circ$$

مبرهنة الزوايا المحيطية

بالتعويض

مبرهنة الزوايا المحيطية المواجهة للقوس نفسه

كل الزوايا المحيطية التي تواجه قوساً مشتركاً على الدائرة تتطابق.

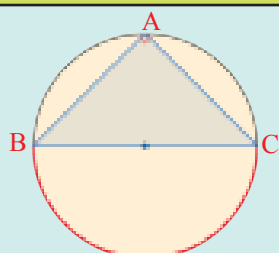


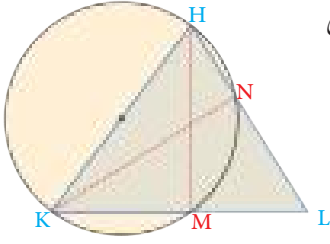
$$m\angle A \cong m\angle B \cong m\angle C \cong m\angle D = m \widehat{EF}$$

هناك حالة خاصة للزاوية المحيطية عندما تكون زاوية قائمة:

- كل زاوية محيطية تواجه نصف دائرة تكون قائمة.
- كل زاوية محيطية تواجه قطراً تكون قائمة.
- كل زاوية محيطية قائمة تواجه قطراً.

$$m\angle A = m \widehat{BC} = 90$$





مثال (2) دائرة قطرها \overline{KH} تقطع \overline{HL} في N وتقطع \overline{KL} في M ، كما في الشكل

المجاور، برهن ان \overline{KN} و \overline{HM} ارتفاعات في المثلث HKL .

$$\therefore m\angle HNK$$

$$\therefore m\angle HNK = 90^\circ$$

$$\therefore m\angle HMK$$

$$\therefore m\angle HMK = 90^\circ$$

زاوية محيطية تواجه القطر \overline{KH}

قائمة

\overline{KN} ارتفاع في المثلث HKL

زاوية محيطية تواجه القطر \overline{KH}

قائمة

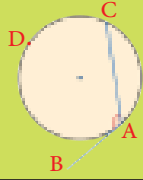
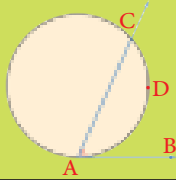
\overline{HM} ارتفاع في المثلث HKL

Tangential Angle

[5-6-2] الزاوية المماسية

الزاوية المماسية: هي الزاوية التي يشكلها مماس الدائرة مع مستقيم اخر يمر في نقطة التماس.

مبرهنة الزوايا المماسية



اذا تقاطع مماس الدائرة مع مستقيم يمر في نقطة التماس يكون قياس الزاوية بينهما نصف قياس القوس المقطوع.

$$m\angle A = \frac{1}{2} m \widehat{ADC}$$

مثال (3)

باستعمال مبرهنة الزوايا المماسية والشكل المجاور جد قياس كل مما يأتي:

$$i) \angle BAC$$

$$m\angle BAC = \frac{1}{2} m \widehat{CA}$$

$$= \frac{144}{2} = 72$$

$$\therefore m\angle A = 72^\circ$$

$$ii) \widehat{NC}$$

$$m\angle CNM = \frac{1}{2} m \widehat{CN}$$

$$82^\circ = \frac{1}{2} m \widehat{CN}$$

$$\therefore m \widehat{CN} = 164$$

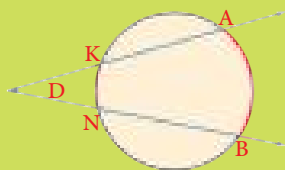
مبرهنة الزوايا المماسية

بالتعويض

Internal and External Angles in the Circle

[5-6-3] الزوايا الداخلية والخارجية في الدائرة

مبرهنة الزوايا الخارجية في دائرة



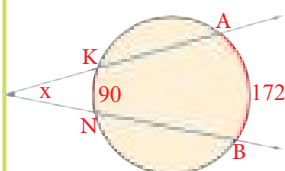
اذا تقاطع مستقيمان خارج دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف الفرق بين قياس القوسين المقطوعين.

$$m\angle D = \frac{1}{2} (m \widehat{AB} - m \widehat{KN})$$

مثال (4)

جد قياس الزاوية الخارجية x في كل مما يأتي:

i) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة الاقواس في الرسم نجد قياس زاوية x .

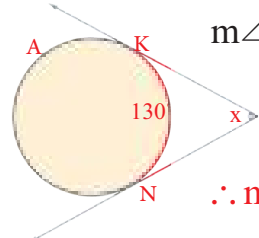


$$m\angle x = \frac{1}{2} (m \widehat{AB} - m \widehat{KN})$$

$$= \frac{1}{2} (172 - 90)$$

$$\therefore m\angle x = \frac{82^\circ}{2} = 41^\circ$$

ii) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة وبالتعويض عن قيمة \widehat{KAN} بـ 360 نجد قياس زاوية x .

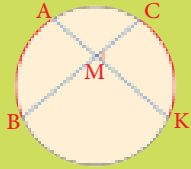


$$m\angle x = \frac{1}{2} (m \widehat{KAN} - m \widehat{KN})$$

$$= \frac{1}{2} (360 - 130)$$

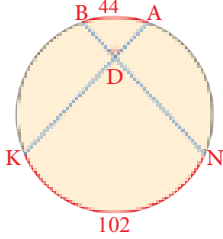
$$\therefore m\angle x = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة



إذا تقاطع مستقيمان داخل دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف مجموع قياس القوسين المقطعين.

$$m\angle CMK = \frac{1}{2}(m\widehat{CK} + m\widehat{AB})$$



مثال (5) جد قياس $\angle ADB$ مستعملاً مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة.

$$m\angle ADB = \frac{1}{2}(m\widehat{KN} + m\widehat{AB})$$

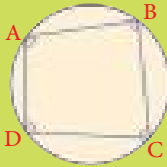
$$= \frac{1}{2}(102 + 44)$$

بالتعويض

$$\therefore m\angle ADB = \frac{146^\circ}{2} = 73^\circ$$

يمكن إيجاد دائرة تمر في الرؤوس الأربعة لرباعي ويسمى هذا الرباعي بالرباعي الدائري.

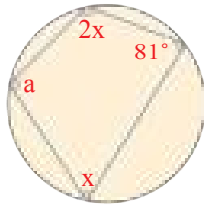
مبرهنة الرباعي الدائري



في كل رباعي دائري مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي 180°

$$m\angle A + m\angle C = 180^\circ$$

$$m\angle B + m\angle D = 180^\circ$$



$$\therefore a + 81^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore a = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$$

$$\therefore x + 2x = 180^\circ \Rightarrow 3x = 180^\circ$$

$$\therefore x = 60^\circ$$

مثال (6) جد قيمة a, x في الشكل المجاور:

مبرهنة الرباعي الدائري

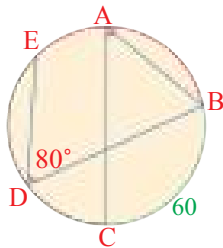
مبرهنة الرباعي الدائري

جد قياس كل مما يأتي:

تأكد من فهمك

1 $m\widehat{BE}$

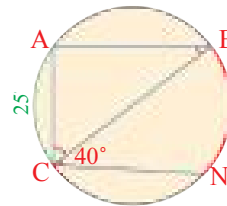
3 $m\angle CAB$



2 $m\angle ABC$

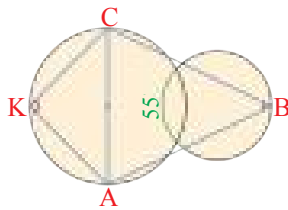
4 $m\angle ACB$

5 $m\widehat{BN}$



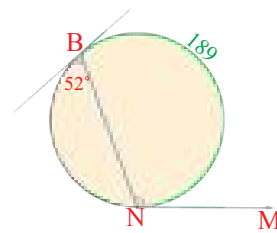
6 $m\angle CKA$

8 $m\angle CBA$



7 $m\angle MNB$

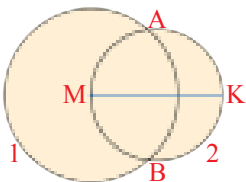
9 $m\widehat{BN}$



الاستئلة 1-5 مشابهة
للمثال 1

الاستئلة 6,7,10
مشابهة للمثال 2

الاستئلة 8,9 مشابهة
للمثال 3

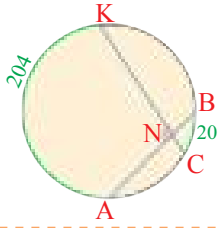


10 إذا علمت أن M مركز الدائرة 1 و \overline{MK} هو قطر الدائرة 2، برهن أن \overline{KB} و \overline{KA}

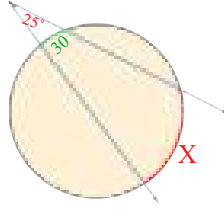
مماسان للدائرة 1.

جد قياس كل مما يأتي:

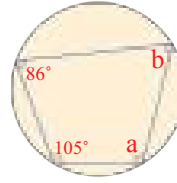
11 $m\angle KNA$



12 $m\widehat{X}$

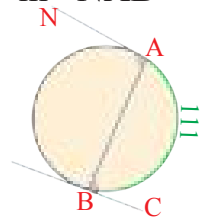


13 $m\angle b, m\angle a$

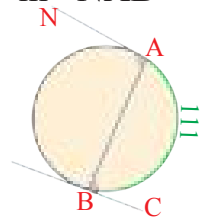


الاسئلة 11, 12, 13
مشابهة للامثلة 4, 5, 6
على الترتيب

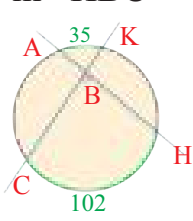
14 $m\angle ABC$



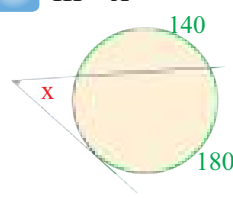
15 $m\angle NAB$



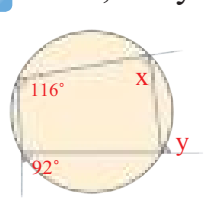
16 $m\angle HBC$



17 $m\angle x$



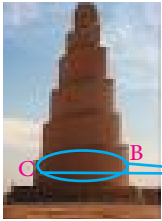
18 $m\angle x, m\angle y$



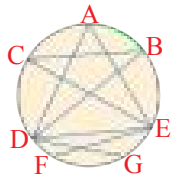
جد قياس كل مما يأتي:

تدرب وحل التمرينات

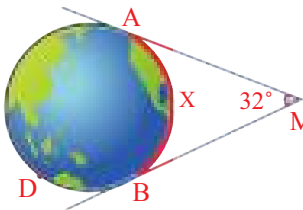
تدرب وحل مسائل حياتية



19 **أثار:** تمثل الصورة المجاورة بناية الملوية في سامراء يقف زائر عند النقطة A وينظر الى الموقع B, C بحيث يستقيم خط النظر عبر هذين النقطتين، مع نقطتين تشكلان قطراً للدائرة التي تمثلها قاعدة الملوية اذا كان $\widehat{BC} = 57$ فما قياس $\angle BAC$ ؟



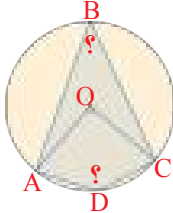
20 **زجاج:** رسم احد الفنانين الرسم المجاور على زجاج، جد قياس $\angle ADE$ اذا علمت ان $\angle BCE = 30^\circ$ وقياس $\widehat{AB} = 42$.



21 **فضاء:** قمر صناعي يدور حول الارض عندما يصل النقطة M يكون على ارتفاع 14000km فوق الارض، ما قياس القوس الذي يمكن رؤيته من كاميرا القمر الصناعي على الارض؟

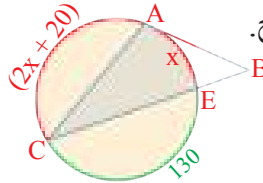
فكر

23 **حس عددي:** جد قيمة الزوايا المجهولة:



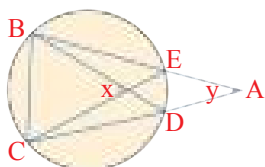
22 **اكتشف الخطأ:** كتب سعيد $m\angle CAB = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$

بين الخطا وجد الجواب الصحيح.



اكتب

مبرهنات الزوايا الداخلية والخارجية لتقارن بين الزاويتين x, y.



Problem Solving Plan (Drawing)



تعلم

لكل شعبة من شعب الصف الثالث المتوسط مقاعد دراسية متساوية وكان في الشعبة (أ) الطالب ياسر يجلس في المقعد الرابع من الامام وفي المقعد الثاني من الخلف والمقعد الخامس من اليسار والثاني من اليمين، ارسم شكلاً لايجاد عدد المقاعد في الشعبة (أ) التي يجلس فيها ياسر.

فكرة الدرس

• استعمال استراتيجية الرسم

افهم

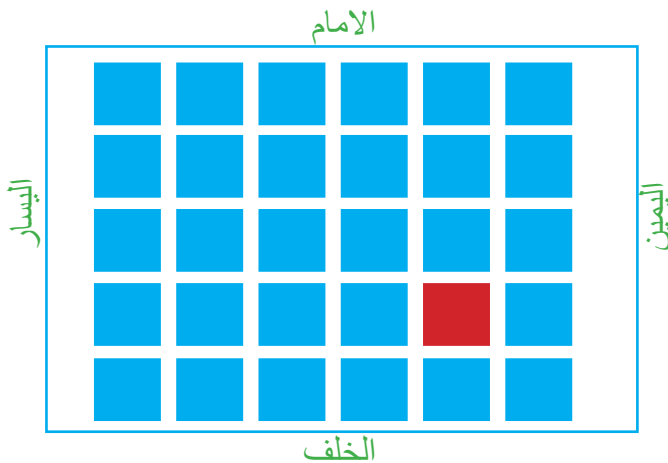
ما المعطيات في المسألة؟ مقعد ياسر هو الرابع من الامام والثاني من الخلف والخامس من اليسار والثاني من اليمين.

ما المطلوب من المسألة؟ ايجاد عدد المقاعد في الشعبة (أ).

خطّ

كيف تحل المسألة؟ ارسم شكلاً يبين الصفوف والاعمدة اعتماداً على موقع جلوس ياسر.

حل



هناك 6 اعمدة من المقاعد في الشعبة (أ) و 5 مقاعد في كل عمود.

عدد المقاعد في الشعبة (أ)

$$6 \times 5 =$$

$$\therefore 6 \times 5 = 30$$

تحقق

عدد المقاعد في الشكل المرسوم اعلاه تساوي 30 مقعداً، اذن الحل صحيح.

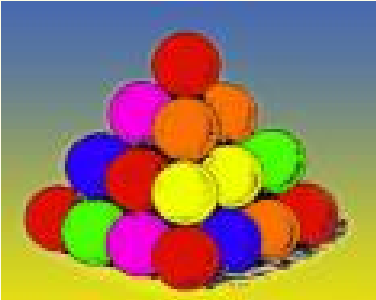


حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الإجابة):

1 مسرح قسّم على عدة أقسام، جلس انمار في الصف الرابع من الامام وفي الصف السادس من الخلف وكان مقعده الثاني من جهة اليسار والسادس من جهة اليمين، فما عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح؟



2 خزان ماء سعته 500 لتراً يُصب فيه ماء بمقدار 80 لتراً كل 6 دقائق، ما عدد الدقائق اللازمة لملء الخزان؟



3 تم تشكيل هرم رباعي القاعدة باستعمال كرات صغيرة كما في الشكل المجاور، اذا كان الهرم مكوناً من اربع طبقات، ماعدد كرات الهرم؟



4 يستغرق قص قطعة من الخشب الى 5 قطع متساوية 20 دقيقة، ما الزمن اللازم لقص قطعة اخرى مشابهة الى 3 قطع متساوية؟

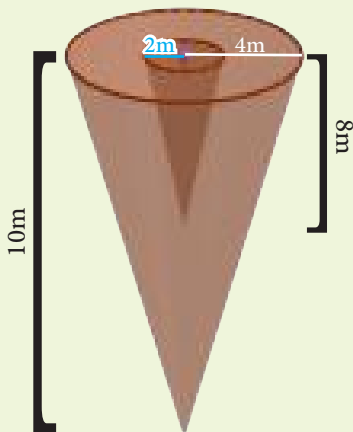
English	عربي	English	عربي
Perimeter	محيط	Central Angel	الزاوية المركزية
Cone	مخروط	Surface Area	المساحة السطحية
Area	مساحة	Total Area	المساحة الكلية
Perpendicular lines	مستقيمان متعامدان	Proportion	التناسب
Intersect Lines	مستقيمان متقاطعان	Similarity	التشابه
Polygon	مضلع	Volume	حجم
Tangent	مماس	Axial	المحاور
Pyramid	الهرم	Bisects	المنصفات
Circumscribed Circle	الدائرة المحيطة	Circle	دائرة
Tangency Point	نقطة التماس	Vertex of Triangle	رأس المثلث
Inscribed Circle	الدائرة المحاطة	Tangential Angle	الزاوية المماسية
Cord	وتر	Side	ضلع
Arch	القوس	Perpendicular	عمود
Dilation	التناسب الهندسي	Diameter	قطر
Inscribed Angle	الزاوية المحيطة	Theorem	مبرهنة

المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

الدرس [5-1]

تدريب 1: جد مساحة ومحيط عشاري منتظم طول ضلعه 2.5cm وطول العاقد فيه 1.5cm .

تدريب 2: جد حجم المجسم المركب في الشكل ادناه.



مثال 1: جد مساحة ومحيط تساعي منتظم طول ضلعه 3cm وطول العاقد فيه 0.8cm .

$$P = n \times L$$

$$P = 9 \times 3 = 27\text{cm}^2$$

$$A = \frac{1}{2} \times L \times H \times n$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 0.8 \times 9 = 10.8\text{cm}^2$$

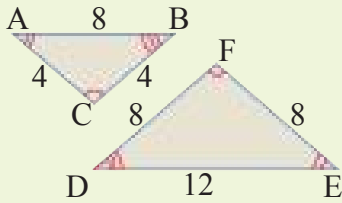
مثال 2: جد حجم هرم ارتفاعه 8cm وقاعدته خماسي منتظم مساحته 24m².

$$V = \frac{1}{3} \times B \times h$$

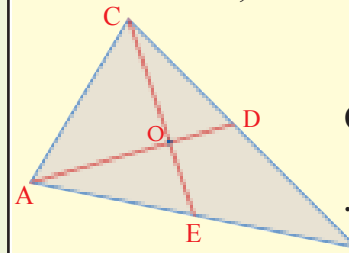
$$= \frac{1}{3} \times (24) \times 8 = 64\text{m}^3$$

تدريب 1: المثلث ABC , \overline{AD} , \overline{CE} قطعتان متوسطتان
تلتقيان في نقطة O , $CE = 24\text{cm}$, $AD = 12\text{cm}$,
جد طول \overline{AO} , \overline{OE} .

تدريب 2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان
واكتب نسبة التشابه.



مثال 1: المثلث ABC , \overline{AD} , \overline{CE} قطعتان متوسطتان
تلتقيان في نقطة O , $CE = 12\text{cm}$, $AD = 9\text{cm}$,
جد طول \overline{AO} , \overline{OE} .



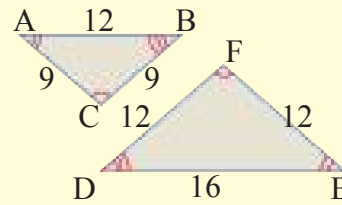
$$OE = \frac{1}{3}CE$$

$$\therefore OE = \frac{1}{3} \times 12 = 4\text{cm}$$

$$\therefore OA = \frac{2}{3}AD$$

$$\therefore OA = \frac{2}{3} \times 9 = 6\text{cm}$$

مثال 2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان
واكتب نسبة التشابه.



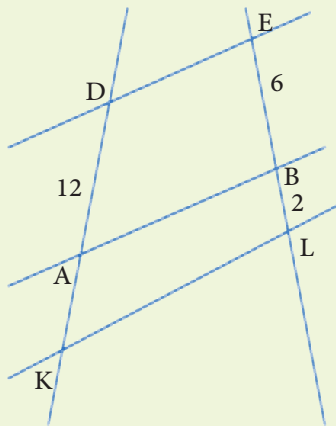
$$\frac{AB}{DE} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AC}{EF} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{BC}{FD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

تدريب: جد طول القطعة AK في الشكل ادناه اذا علمت
ان: $\overline{DE} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{KL}$



مثال: استعمل الشكل ادناه وبين ما اذا كان:

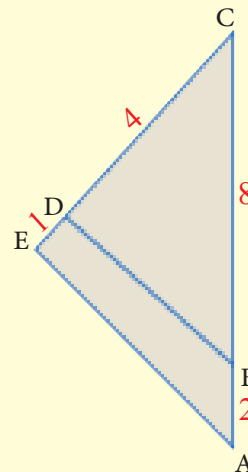
$$\overline{BD} \parallel \overline{AE}$$

$$\frac{CB}{BA} \stackrel{?}{=} \frac{CD}{DE}$$

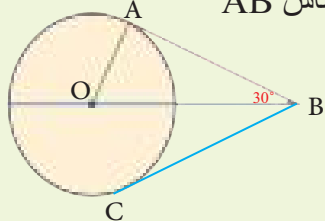
$$= \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$$

حسب عكس مبرهنة التناسب
المثلثي فأن:

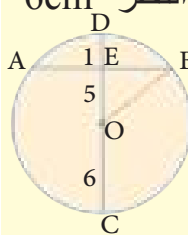
$$\therefore \overline{BD} \parallel \overline{AE}$$



تدريب: دائرة مركزها O في الشكل ادناه، \overline{AB} هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 30° ، جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC. علماً أن طول المماس AB يساوي 4cm.



مثال: استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر 6cm وOE=5cm



$$DE = OD - OE$$

$$DE = 6 - 5 = 1\text{cm}$$

$$(EB)^2 = (OB)^2 - (OE)^2$$

$$= 36 - 25 = 9$$

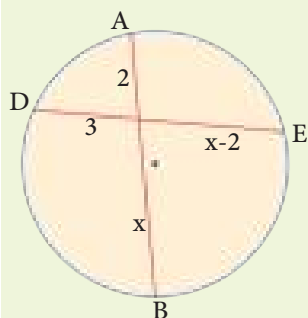
$$EB = 3$$

القطر DC عمودي على الوتر وينصفه (مبرهنة القطر العمودي).

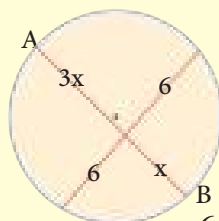
$$\therefore AB = 2 \times EB = 2 \times 3 = 6\text{cm}$$

المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

تدريب: جد قيمة x وطول القاطع AB, DE في الشكل ادناه.



مثال: جد قيمة x وطول القاطع AB في الشكل ادناه.



$$6 \times 6 = 3x^2$$

$$36 = 3x^2$$

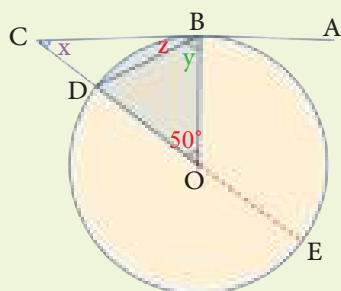
$$x^2 = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$$

$$AB = x + 3x$$

$$\therefore AB = 2\sqrt{3} + 3(2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$$

الزوايا والدائرة

تدريب: جد قيمة الزوايا المجهولة (x,y,z) في الشكل ادناه.



مثال: جد قيمة الزوايا المجهولة في الشكل ادناه.

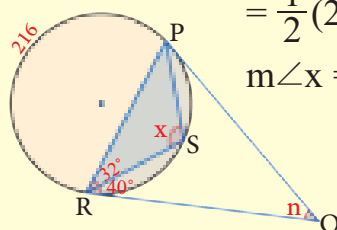
$$m\widehat{SR} = 80$$

$$m\widehat{PS} = 64$$

$$m\angle n = \frac{1}{2}m(360^\circ - 144^\circ)$$

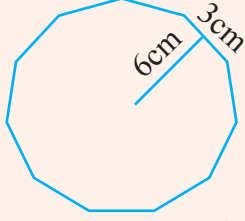
$$= \frac{1}{2}(216^\circ) = 108^\circ$$

$$m\angle x = 216^\circ$$



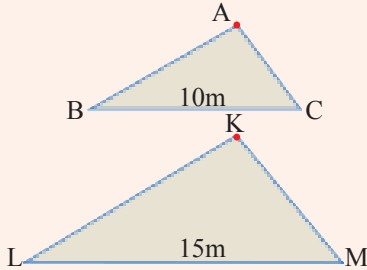
Chapter Test

اختبار الفصل

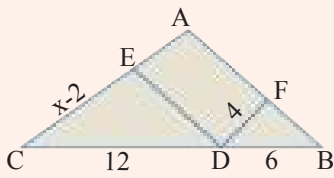


1 جد مساحة ومحيط مضلع منتظم اذا اعطيت المعلومات في الشكل المجاور.

2 جد المساحة السطحية والحجم للمخروط اذا علمت ان مساحة قاعدته $9\pi \text{ cm}^2$ وارتفاعه الجانبي 5cm.



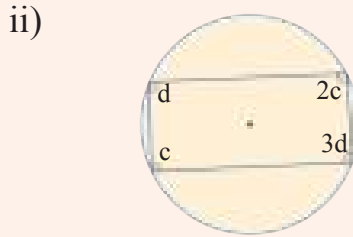
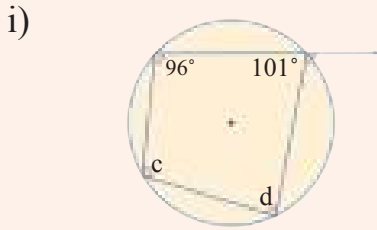
3 المثلثان ABC, KLM متشابهان، مساحة المثلث $ABC = 24\text{m}^2$ ما مساحة المثلث KLM؟



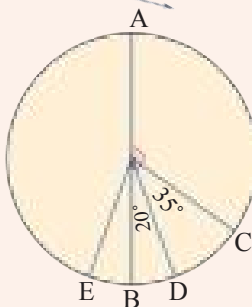
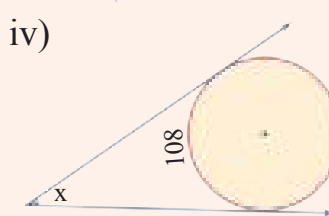
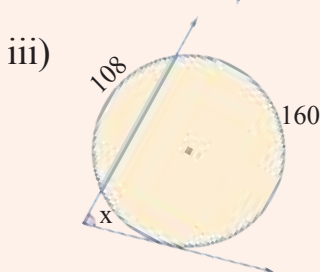
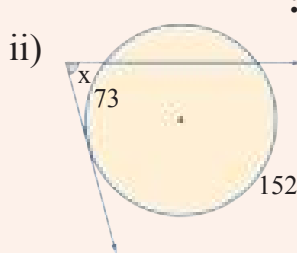
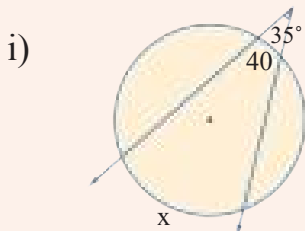
4 بين ان المثلثين ABC, FBD في الشكل المجاور متشابهان، واكتب نسبة التشابه اذا كان:

$$\frac{AC}{CB} = \frac{DF}{DB}, m\angle C = m\angle FDB, \text{ وجد قيمة } x.$$

5 جد قياس الزوايا المجهولة في الاشكال الآتية:



6 جد قيمة x في كل مما يأتي:



7 جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور.

- | | |
|----------------------|---------------------|
| i) $m\angle AOC$ | ii) $m\widehat{DC}$ |
| iii) $m\widehat{DB}$ | iv) $m\angle DOA$ |
| v) $m\widehat{EB}$ | iiiv) $m\angle AOE$ |

الاحصاء والاحتمالات

Statistics and Probabilities

- الدرس 6-1 تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها
- الدرس 6-2 البيانات والاحصاءات المضللة
- الدرس 6-3 التباديل و التوافيق
- الدرس 6-4 الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
- الدرس 6-5 الاحداث المركبة
- الدرس 6-6 خطة حل المسألة (انشئ انموذجاً)

مصانع السيارات عادة قبل طرح انتاجها في الاسواق تتحقق من عدة أمور لضمان الجودة، منها متانة محرك السيارة، جودة كهربائيات السيارة، الالوان والامور التصميمية كمصابيح السيارة وغير ذلك.

الاختبار القبلي

جد الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال والمدى لكل مما يأتي :

1 9,6,8,5,5,8,7,6,9,7

2 20,17,42,26,27,12,13

3 8,7,5,8,2,8,9,1,4,3,3,5

4 مثل البيانات التالية بالنقاط ثم جد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى

$$0,2,5,3,1,4,5,3,4,3$$

اكتب كل كسر كنسبة مئوية

5 $\frac{1}{4}$

6 $\frac{13}{20}$

7 $\frac{27}{100}$

8 $\frac{3}{25}$

9 صندوق فيه 5 كرات حمراء، 3 كرات بيضاء، جد احتمال سحب.

(i) كرة حمراء واحدة.

(ii) كرة بيضاء بعد إعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

(iii) كرة بيضاء في حالة عدم إعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

10 a, b حدثان متتامان، جد:

(i) $P(a)$ اذا كان $P(b) = \frac{2}{7}$

(ii) $P(a), P(b)$ اذا كان $P(a)$ ثلاثة امثال $P(b)$.

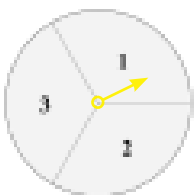
حدد ان كان الحدثان مستقلين او مترابطين .

11 ظهور كتابة بعد رمي قطعة نقود و ظهور الصورة بعد الرمية الثانية.

12 سحب كرة صفراء، ثم كرة الحمراء من دون اعادة، من كيس فيه 3 كرات صفراء، 5 كرات حمراء.

13 ظهور العدد 5 بعد رمي حجر النرد وظهور العدد 6 بعد رمية النرد الثانية.

14 سحب بطاقة عليها اسم جمانة من كيس دون اعادتها، ثم سحب بطاقة عليها اسم سالي من الكيس نفسه.



15 وقوف مؤشر القرص على العدد 3، وظهور العدد 3 عند رمي حجر النرد مرة واحدة.

16 ثلاث بطاقات تحمل الاحرف A B C بكم طريقة يمكن ترتيب البطاقات على خط مستقيم.

Design a Survey Study and Analysis its Results

تعلم



يعد معمل النجف لصناعة البدلات الرجالية من الصروح المهمة في الصناعة الوطنية حيث يحرص المعنيون على تحقيق امور لضمان جودة المنتج. وذلك من خلال فحص نوع القماش، والالوان والتصاميم الحديثة و غيرها. ان فحص كل المنتج ستكون عملية غير منطقية لذا يفحص عدد محدود من تلك البدلات بدلاً من ذلك. ليستنتج ان المنتج قد يحتاج الى تطوير.

فكرة الدرس

- تصميم دراسة مسحية
- تحليل النتائج

المفردات

- دراسة مسحية
- المجتمع
- العينة

Design a Survey Study

[6-1-1] تصميم دراسة مسحية

العينة: هي مجموعة جزئية من المجتمع . ومن خلال تحليل نتائج العينة يمكن التوصل الى استنتاجات حول المجتمع كاملاً . تكون الاستنتاجات اكثر تمثيلاً للمجتمع في اي من الحالتين:

- حجم العينة اكبر.
- استعمال عينات اكثر.

ولنوع العينة تأثير في الاستنتاجات التي يتوصل اليها وهي على نوعين:

- العينة المتحيزة: اذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار.
- العينة غير المتحيزة: اذا كان لافرادها احتمالات مختلفة في الاختيار.

مثال (1) وزع مدير مدرسة 100 ورقة استبانة على طلاب مدرسته للتعرف الى جودة المواد الغذائية في حانوت المدرسة.

(i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

(ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله المدير.

(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

(i) العينة: الطلاب الذين تسلموا الاستبيانات وعددهم 100 طالب

المجتمع : جميع طلاب المدرسة

(ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ توخذ البيانات من اجابات افراد العينة نحو الاستبانة

(iii) العينة غير متحيزة: لان هذه العينة تتكون من طلاب اختيروا عشوائياً

مثال (2) يريد صاحب متجر ان يقدم هدية لكل زبون يتسوق من متجره. فوقف عند باب المتجر وسأل 20 متسوقاً عن نوع الهدية التي يود ان تُقدم له.

- (i) حدد العينة و المجتمع الذي اختاره صاحب المتجر .
 - (ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المتجر.
 - (iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.
- (i) العينة: المتسوقون الذين سألوا وعددهم 20 متسوقاً.
المجتمع: المتسوقون الذين دخلوا المتجر.
- (ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة .
- (iii) العينة غير متحيزة، لان الاشخاص الذين دخلوا المتجر اختيروا عشوائياً.

مثال (3) سئل 10 اشخاص دخلوا مطعم كباب عن الاكلات التي يفضلونها.

- (i) حدد العينة والمجتمع الذي اختاره صاحب المطعم.
 - (ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المطعم.
 - (iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.
- (i) العينة : الاشخاص العشرة الذين دخلوا المطعم.
المجتمع: جميع الاشخاص الذين دخلوا المطعم.
- (ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة.
- (iii) العينة متحيزة، لان الاكلة المفضلة للاشخاص الموجودين في مطعم الكباب هي الكباب.

Analysis Results

[2-1-6] تحليل النتائج

بعد جمع البيانات من خلال الدراسة المسحية تلخص البيانات كي تكون ذات معنى وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) والتي دُرست سابقاً، بطرائق مختلفة واختيار المقياس الانسب لتمثيل البيانات.

النوع	متى يفضل استعماله
الوسط الحسابي	عندما لا توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات.
الوسيط	عندما توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات، ولكن لا توجد فجوات كبيرة في وسط البيانات.
المنوال	عندما يوجد اعداد متكررة في مجموعة البيانات.

مثال (4) اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لوصف البيانات في كل مما يأتي:

- i) البيانات المجاورة تبين اوزان 9 صناديق بالكيلو غرام : 3, 2, 3, 6, 5, 5, 21, 4, 3, 5
الوسط الحسابي: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود قيمة كبيرة متطرفة هي: 21 تؤثر في قيمة الوسط الحسابي.
المنوال: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود اكثر من منوال هما : 3, 5
الوسيط: هو المقياس الانسب لتمثيل هذه البيانات لعدم وجود فجوة كبيرة في وسط البيانات 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, 6, 21
ii) حصل محمد على الدرجات التالية في خمسة اختيارات في مادة الرياضيات : 90, 93, 85, 86, 91
الوسط الحسابي
$$\frac{90+93+85+86+91}{5} = \frac{445}{5} = 89$$

الوسط الحسابي: 89 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لعدم وجود قيمة متطرفة.
الوسيط: 90 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لانه يتوسط البيانات ولا يوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات
لذا كلاهما مقياس مناسب لتمثيل البيانات. المنوال: لا يوجد لعدم وجود تكرار في البيانات.

تأكّد من فهمك

حدد العينة و المجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة عن

العينة غير متحيزة في كل مما يلي فسر اجابتك:

- 1 دخل 30 شخص مكتبة عامة وسئل كل سادس شخص يدخل المكتبة عن هوايته المفضلة.
 - 2 وزعت 100 استبانة على مجموعة من عمال احد المصانع تتضمن سؤالاً حول ظروف العمل في المعمل.
 - 3 وزعت الحيوانات في احدى حدائق الحيوانات، ثم اختير حيوان من كل مجموعة بصورة عشوائية لاجراء فحوصات عليّة.
- اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لوصف البيانات التالية ؟ فسر اجابتك .
- 4 8 , 10 , 14 , 8 , 13 , 6
 - 5 8 , 10 , 8 , 9 , 11 , 4 , 6 , 54
 - 6 8 , 9 , 8 , 6 , 10 , 9 , 11 , 13 , 14 , 8 , 6 , 7 , 19
 - 7 ترغب ادارة مطبعة في اعادة تدوير الورق التالف، فأحصى العامل المكلف بذلك ان عدد الرزم في نهاية كل شهر ولمدة ستة اشهر فكانت: 13, 15, 12, 13, 18, 14.

تدرب وحلّ التمرينات

حدد العينة والمجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة من

العينة غير متحيزة في كل مما يلي، فسر اجابتك.

- 8 وزعت جمعية خيرية 200 استبانة على سكان احد الاحياء، تتضمن سؤال حول طريقة جمع التبرعات للجمعية.
- 9 يريد صاحب معمل التحقق من ان العمال يعملون بشكل جيد، فراقب احد العمال مدة ساعتين.
- 10 يقف عدد من الطالبات عند مدخل المدرسة ويسألن كل عاشر طالبة تدخل المدرسة عن هوايتها المفضلة.

اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الانسب لتمثيل البيانات التالية ؟ فسر اجابتك.

- 11 34, 47, 41, 49, 39, 26, 40
- 12 6, 2, 4, 4, 3, 2, 6, 2, 4, 4, 20
- 13 5, 3, 5, 8, 5, 3, 6, 7, 4, 5

تدرب وحل مسائل حياتية



مستشفى: يعد مستشفى مدينة الطب مجمعاً طبياً متكاملاً، يقدم خدمات للمواطنين في بغداد والمحافظات، في ندوة تعريفية يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائياً ليقدم نبذة عن خدمات قسمه في المستشفى.

14 صف العينة و المجتمع.

15 هل العينة متحيزة ام لا ؟ فسر ذلك.

16 **تسويق:** يبين الجدول في ادناه عدد الزبائن الذين يرتادون محل لبيع الاجهزة الكهربائية في كل ساعة في احد الايام . أي مقاييس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات.



عدد الزبائن			
79	71	86	86
88	32	79	86
71	69	82	70
85	81	86	86

17 **تغذية:** يبين الجدول في ادناه السرعات الحرارية لبعض الخضروات في طبق لكل نوع، أي مقاييس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات.



الخضروات	السرعات	الخضروات	السرعات
بصل	16	خيار	13
فلفل	20	ذره	66
ملفوف	17	سبانخ	9
جزر	28	كوسا	17

فكر

18 **تحذ:** اوجد مجموعة من الاعداد يكون وسيطها اصغر من وسطها الحسابي.

19 **أصح الخطأ:** تقول سناريا ان الوسط الحسابي هو انسب مقاييس النزعة المركزية لتمثيل البيانات 20,8,4,5,3 حدد خطأ سناريا وصححه .

20 **حس عددي:** في دراسة مسحية حول الدوام في مدرسة ثانوية، وزعت استبانة على 50 طالباً، فكانت نسبة 74% من الطلاب يفضلون الدوام الصباحي. هل هذه الدراسة موثوق بها؟ بين ذلك.

اكتب

سؤالاً عن معنى تريد اجابته من خلال دراسة مسحية.



تعلم

غالباً ما نلاحظ على واجهات المحال التجارية اعلانات تنزيلات نهاية الموسم لسلع معينة تُرغب الناظر من دخول المحل والتبضع منه.

فكرة الدرس

- تميز البيانات المضللة
- تميز الاحصاءات المضللة

المفردات

- البيانات المضللة
- الاحصاءات المضللة

Discrimination Misleading Graphs

[6-2-1] تمييز البيانات المضللة

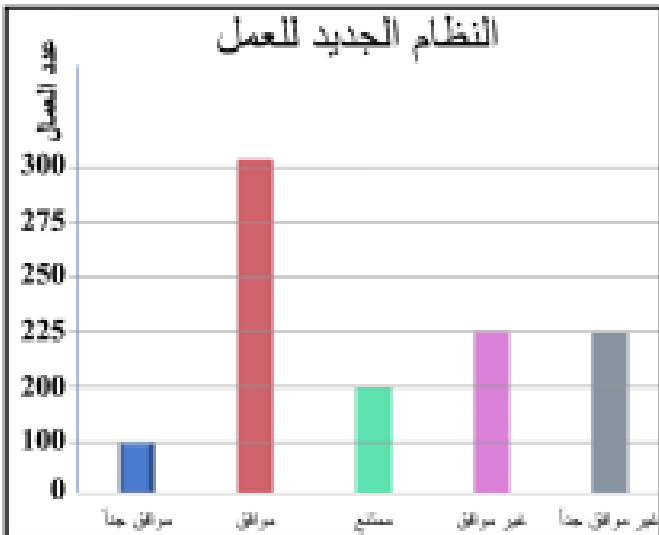
البيانات المضللة: هي البيانات التي تبرز صفة معينة لسلعة على نحو مبالغ فيه وعرض الحقائق بشكل يولد لدى الناظر انطباعاً يروق لصاحب الاعلان وتضلل المستهلك.

مثال (1)

يفكر صاحب مصنع تطبيق نظام جديد

في العمل، فوزع استبانة على العمال يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد.

هل التمثيل بالاعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الاستبانة؟

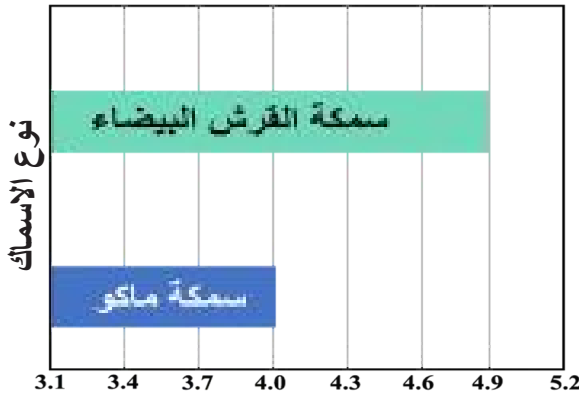


يبدو للوهلة الاولى ان معظم العمال موافقون على تطبيق النظام الجديد، مع العلم ان اطوال المدة الزمنية للتدريج.

لاحظ ان: 450 عامل غير موافقين او غير موافقين جداً على هذا النظام الجديد، في حين ان عدد الموافقين يزيد قليلاً على 300 عامل فقط، وعليه فإن التمثيل البياني المعروض مضلل، والاستنتاج غير صادق. ملاحظة: (الرسم البياني قد يكون مضللاً، بأطالة او تقصير الفترات بين قيم البيانات، وذلك لاعطاء انطباع معين).

مثال (2)

الرسم البياني المجاور يوضح العلاقة بين طولي القرش البيضاء الكبيرة وطول سمكة القرش مأكو. بين هل الرسم البياني مضلل؟ وضح ذلك.



من الشكل المجاور، نلاحظ ان طول العمود العلوي ضعف طول العمود السفلي.

ولكن القيمة المناظرة لطول العمود العلوي هي 4.9 والقيمة المناظرة لطول العمود السفلي هي 4 وبالتأكيد قيمة 4.9 ليست ضعف 4، وعليه الرسم البياني المجاور مضلل.

ملاحظة: (عندما يبدأ الرسم البياني من الصفر، يصبح الرسم غير مضلل).

Discrimination Misleading Statistics

[6-2-2] تمييز الاحصاءات المضلّة

الاحصاءات المضلّة: بالاضافة الى الرسوم المضلّة تستعمل الاحصاءات المضلّة بهدف الترويج لشركة او بضاعة معينة، بانعام النظر جيداً في معطيات الاعلان يمكن تمييز الاحصاءات المضلّة.

مثال (3)

وضع صاحب محل للملابس الرجالية الاعلان الآتي:
(بدلات رجالية جديدة متوسط السعر 45 الف دينار)



في المحل 5 نماذج من البدلات اسعارها بالالاف:

54, 50, 20, 48, 53

$$\frac{54 + 50 + 20 + 48 + 53}{5} = 45$$

لاحظ ان متوسط اسعار البدلات الخمس 45 الف دينار، الا ان بدلة واحدة فقط سعرها 20 الف دينار. حيث يقل سعرها عن هذا المتوسط. وهذا يجعل الزبون سوف يدفع اكثر من هذا السعر ثمناً للبدلة.

مثال (4)

في استطلاع على 800 طالب اعدادية، افاد 70 منهم انهم

يرغبون دخول كلية الهندسة فيما قال 50 منهم، بانهم يرغبون في دخول كلية الطب، جاء في نتائج الاستطلاع ان الطلاب يفضلون الهندسة على الطب.



ان مجموع الطلاب الذين شملهم الاستطلاع فعلاً هو $120 = (50 + 70)$ طالباً

من اصل 800 طالب، اي ان العينة العشوائية كانت صغيرة جداً

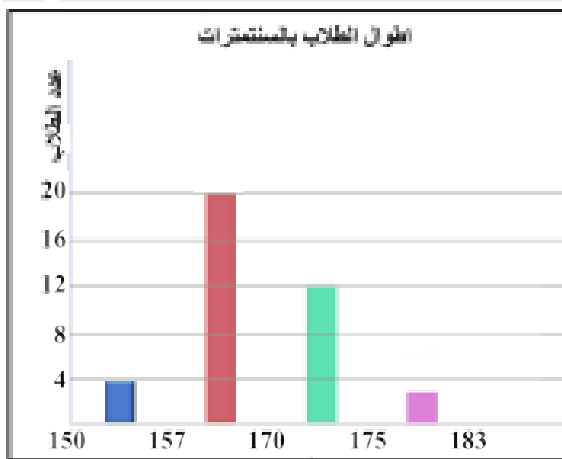
النسبة المئوية للطلاب الذين شملهم الاستطلاع تساوي $100 \times \frac{120}{800}$

وتساوي 15%.

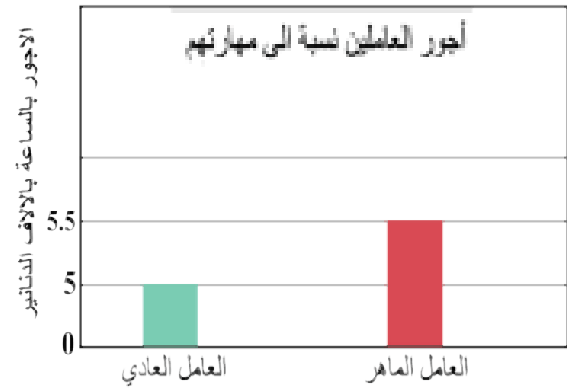
تأكّد من فهمك

وضح كيف يمكن ان يُؤد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضللاً :

1



2



فسر لماذا الإحصاءات التالية مضلّة:

3 عُرِض مقال على 20 شخصاً لتقويمه، أبدى 13 منهم إعجابهم بالمقال، بناءً على ذلك صرح صاحب المقال:

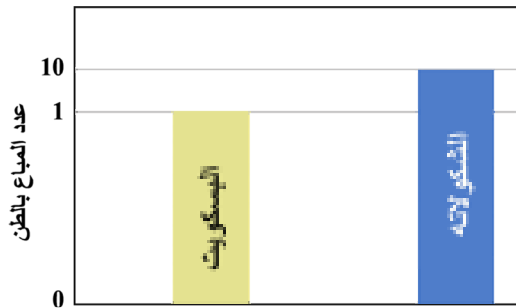
بأن المقال صالح للنشر لأن نسبة الذين فضلوه كانت 13 الى 7.

4 باع مخزن ملابس رياضية مدة زمنية معينة 320 بدلة رياضية، في حين باع مخزن لبيع الالعاب والملابس الرياضية ولمدة نفسها 90 بدلة رياضية.

وضح كيف يمكن ان يولد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضللاً.

تدرب وحلّ التمرينات

5



6



7 في استطلاع شمل 6 اشخاص حول مطالعة جريدة يومية، افاد 4 منهم انهم يفضلون الجريدة (X) في نهاية

الاستطلاع وردت الجملة الآتية:

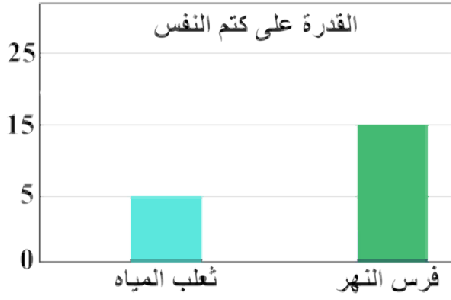
يفضل 2 من كل 3 اشخاص مطالعة الجريدة (X) لماذا يُعد هذا الاعلان مضللاً؟

8 سئل 100 طالب عن الطريقة التي يفضلونها في القدوم الى المدرسة، فكانت أجابات 60 طالباً منهم على النحو

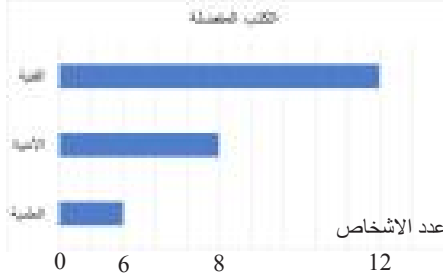
الآتي: 32 منهم يفضلون القدوم بواسطة سيارة الاجرة و 18 يفضلون المشي و 10 طلاب يفضلون القدوم

بسياراتهم الخاصة. أستنّج ان نصف الطلاب يفضلون سيارة الاجرة. فسر لماذا الإحصاءات مضلّة؟

تدرب وحل مسائل حياتية



9 **الاحياء :** الرسم البياني المجاور يمثل القدرة على كتم النفس لفرس النهر وثعلب المياه.
لماذا البيانات في الرسم مضللة؟ وضح ذلك.



10 **مطالعة :** الرسم المجاور يمثل اشخاص يفضلون مطالعة الكتب الادبية، العلمية، الفنية.
فسر لماذا البيانات في الرسم مضللة؟



11 **مواصلات :** بلغت ارباح شركة الطيران A في شهري تموز وآب 5500 مليون دينار، في حين كانت ارباح شركة الطيران B في شهري نيسان ومايس 7500 مليون دينار.
فسر لماذا الاحصاءات مضللة؟



12 **تغذية :** تحتوي قسبة البروكلي على 477mg من البوتاسيوم والجزرة الكبيرة 230mg من البوتاسيوم في حين يحتوي رأس القرنبيط على 803mg من البوتاسيوم. فسر لماذا الاحصاءات هذه مضللة.

فكر

13 **اكتشف الخطأ :** يقول محمد ان الرسم يكون غير مضلل اذا بدأ رسم الاعمدة من الصفر بصرف النظر عن ثبوت طول الفترات. اكتشف خطأ محمد.

14 **حس عددي :** حصل احد الباعة على العمولات التالية بالالاف الدنانير:
شباط 965، اذار 170، نيسان 120، تموز 125، مايس 100.
اخبار اصدقائه ان متوسط عمولته الشهرية 265 الف دينار. فسر لماذا هذا الاحصاء مضلل؟

15 مالذي يجب ان تتأكد منه لتقرر ما اذا كان الرسم البياني مضللاً ام لا؟

أكتب

سؤال من الحياة اليومية تحتاج اليه لعمل رسوم مضللة.

تعلم



دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي على
4 كرسي في صف واحد وطلب منهم
الجلوس على تلك الكرسي.
فكم طريقة يمكن ان يجلسون؟

فكرة الدرس

- تعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب.
- تعرف مفهوم التباديل.
- تعرف مفهوم التوافيق.

المفردات

- مضروب العدد.
- التباديل.
- التوافيق.
- فضاء العينة.

Factorial

[6-3-1] المضروب

إذا كان n عدداً صحيحاً غير سالب فإن: مضروب العدد n يرمز له $n!$ ويعرف بالعلاقة الآتية:

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots(3)(2)(1), \quad n \in \mathbb{Z}^+$$

وان: $1! = 1, 0! = 1$

مثال (1) دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي صفاً من 4 كرسي وطلب اليهم الجلوس على تلك الكرسي. كم طريقة يمكن ان يجلسون؟



* الشخص الاول الذي دخل الى الغرفة يمكن ان يجلس على اي كرسي، اي له: 4 اختيارات.

* الشخص الثاني يحق له ان يجلس على اي كرسي من الثلاثة الباقية، اي له: 3 اختيارات.

* الشخص الثالث يحق له ان يجلس على اي كرسي من الكرسيين الباقيين، اي له: 2 اختيار.

* اما الشخص الرابع فانه حتماً سيجلس على الكرسي الاخير، اي له: 1 اختيار.

اذن عدد طرق الجلوس الممكنة تساوي: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

لاحظ انك حصلت على النتيجة السابقة بضرب اعداد متتالية تبدأ من العدد (4) وتتناقص حتى تصل الى العدد (1).

تسمى مثل هذه الصورة مضروب العدد (4) ويرمز لها بالرمز $4!$

جد قيمة كل مما يأتي:

مثال (2)

$$\text{i) } 5! \quad \text{ii) } 4! - 2! \quad \text{iii) } \frac{7!}{5!} \quad \text{iv) } 3! \times 2! \quad \text{v) } \frac{(6-2)!}{0!} \quad \text{vi) } \frac{6!}{3 \times 6}$$

$$\text{i) } 5! = (5)(4)(3)(2)(1) \quad \text{ii) } 4! - 2! = (4)(3)(2)(1) - (2)(1)$$

$$= 120$$

$$= 24 - 2 = 22$$

$$\text{iii) } \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)}$$

$$= (7)(6) = 42$$

$$\text{iv) } 3! \times 2! = ((3)(2)(1))((2)(1))$$

$$= (6)(2) = 12$$

$$\text{v) } \frac{(6-2)!}{0!} = \frac{(4)!}{0!} = \frac{(4)(3)(2)(1)}{1} = 24 \quad \text{vi) } \frac{6!}{3 \times 6} = \frac{(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{3 \times 6} = 40$$

كم زوج مرتب يمكن تكوينه من الاحرف a, b, c باستخدام قاعدة الشجرة

$$a < \begin{matrix} b \\ c \end{matrix} \quad b < \begin{matrix} a \\ c \end{matrix} \quad c < \begin{matrix} a \\ b \end{matrix} \Rightarrow (a, b), (a, c), (b, a), (b, c), (c, a), (c, b)$$

هناك ستة ازواج مرتبة وهذا يعطي فكرة مبسطة عن التباديل التي سندرسها لاحقاً.
عدد التباديل لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة هو ناتج قسمة n! على (n-r)!, يرمز للتباديل بالرمز P_r^n او $P(n, r)$ حيث

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}; \quad 0 \leq r \leq n \quad P_0^n = 1, P_1^n = n, P_n^n = n! \quad \text{لاحظ ان}$$

مثال (3)

جد قيمة كل مما يأتي:

i) P_2^7 ii) P_3^3 iii) P_1^9 iv) P_0^{10}

$$i) P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)} = 42$$

او بطريقة ابسط بجعل $7! = (7)(6)(5!)$

$$P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(\cancel{5!})}{\cancel{5!}} = (7)(6) = 42$$

ii) $P_3^3 = 3! = (3)(2)(1) = 6$ iii) $P_1^9 = 9$ iv) $P_0^{10} = 1$ من تطبيق الملاحظة مباشرة

مثال (4)

لوحة ارقام: لعمل لوحات ارقام مكونة من خمسة ارقام من بين الارقام 1 الى 9. ماعدد الترتيبات المختلفة الممكنة؟

بما ان ترتيب الارقام مهم فهذه الحالة تمثل **تباديل**.

كتابة قانون التباديل

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!}$$

$$r = 5, n = 10$$

$$P_5^9 = \frac{9!}{4!}$$

$$= \frac{(10)(9)(8)(7)(6)(5)(4!)}{4!}$$

$$= 151200$$

بالتعويض من

نبسط

قسمة العوامل المشتركة

بسط

اذن هناك 151200 ترتيباً

كم مجموعة يمكن تكوينها من الاحرف a, b, c ؟

بما ان المجموعات غير خاضعة للترتيب اذن هناك ثلاث مجموعات هي:

$$\{a, b\}, \{b, c\}, \{a, c\}$$

وهذا يعطي فكرة مبسطة على التوافيق والتي سندرسها لاحقاً.

عدد التوافيق لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة يساوي ناتج قسمة n! على (n-r)!r! ، يرمز للتوافيق بالرمز

$$\binom{n}{r} = C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}, \quad 0 \leq r \leq n$$

$$C_r^n \text{ او } \binom{n}{r}$$

$$\text{ملاحظة: لاحظ ان: } C_0^n = 1, C_1^n = n, C_n^n = 1$$

في التوافيق لايهم الترتيب

مثال (5) جد قيمة كل مما يأتي:

i) C_2^8 ii) C_{12}^{12} iii) C_1^9 iv) C_0^{50}

كتابة قانون التوافيق

i) $C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

التعويض من $n=8$, $r=2$

$$C_2^8 = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8!}{6!2!}$$

فك المضروب والتبسيط

$$= \frac{(8)(7)(6!)}{6!(2)(1)} = 28$$

ii) $C_{17}^{17} = 1$

iii) $C_1^9 = 9$

iv) $C_0^{50} = 1$

حسب الملاحظة:

مثال (6) وظائف: أعلنت شركة عن 4 وظائف شاغرة، فتقدم 10 اشخاص، بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الاربع؟

بما ان ترتيب الوظائف غير مهم فهذه الحالة تمثل توافق.

كتابة قانون التوافيق

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

التعويض من $n=10$, $r=4$

$$C_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!4!}$$

فك المضروب والتبسيط

$$C_4^{10} = \frac{10!}{6!4!} = \frac{(10)(9)(8)(7)(6!)}{(6!)(4)(3)(2)(1)} = 210$$

اذن هناك 210 طريقة لشغل الوظائف الاربع.

تأكّد من فهمك

جد قيمة كل مما يأتي:

1 $4! \times 2!$

2 $(3+2)!$

3 $\frac{9!}{6!}$

4 $(7-5)!$

5 $3! + 2!$

6 $\frac{10!}{4! \times 5!}$

7 P_8^8

8 P_4^{10}

9 P_0^{20}

10 C_3^8

11 $\binom{9}{0}$

12 C_8^8

تدرب وحلّ التمرينات

جد قيمة كل مما يأتي:

13 $2! \times 6!$

14 $4! \times 3!$

15 $0! \times 1!$

16 $\frac{3! \times 0!}{1!}$

17 $\frac{10!}{(9-2)!}$

18 $\frac{(7-2)!}{(3+2)!}$

19 P_0^{10}

20 $\binom{10}{1}$

21 C_3^9

22 P_3^7

23 P_1^{15}

24 C_{100}^{100}

تدرب وحل مسائل حياتية



25 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟



26 **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية مكونة من رئيس ونائب الرئيس وامين الصندوق من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟



27 **شطرنج:** في التصفيات النهائية لبطولة الشطرنج في إحدى المدارس بين أربعة طلاب. كم عدد المباريات التي يمكن إجراؤها للتصفيات؟



28 **لوحات:** رسم فنان 7 لوحات فنية، فبكم طريقة يمكنه اختيار 5 لوحات منها لعرضها في معرض فني؟



29 **اختبار:** ورقة اسئلة تحتوي على 12 سؤالاً والمطلوب الاجابة عن 10 اسئلة. بكم طريقة يمكن اختبار الاسئلة؟

30 **رياضة:** أراد مدرس الرياضة اختيار فريق لكرة السلة من أصل 9 لاعباً، بكم طريقة يمكنه تشكيل الفريق؟

31 **عصائر:** كم خيار لدى تمارة لاختيار 3 أقذاح من أقذاح تحتوي على عصير الفواكه الآتية: ليمون، تفاح، عنب، موز؟

فكر

32 **تحد:** جد قيمة:

i) $\frac{15! \cdot 9!}{14! \cdot 10!}$

ii) $\frac{5!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{5! \times 4!}$

33 **أيهما صحيح:** اختيار لجنة من 4 طلاب من مجموعة 7 طلاب، فإن عدد الاختيارات إما P_4^7 أم C_4^7 فسر اجابتك.

34 **تبرير:** متى تكون العبارة $C_r^n = P_r^m$ ؟

35 **تفكير ناقد:** ما العلاقة بين تراتيب 3 من اصل 5، وتوافيق 3 من اصل 5؟ اكتب هذه العلاقة. من خلال حسابك لكل منهما.

36 **مسألة عددية:** جد قيمة n التي تجعل $\frac{n!}{(n-1)!} = 9$

أكتب

مسألة لاختيار 2 من بين 5 اشياء على ان يكون الترتيب فيها مهماً.

Experimental Probability and Theoretical Probability

تعلم

التكرار	النتائج
7	H,H
3	H,T
1	T,H
2	T,T

رمى مهند قطعتي نقود 13 مرة وسجل النتائج كما مبين

$$\begin{aligned} \text{في الجدول المجاور} \\ \text{أوجد النسبة} &= \frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} \\ \text{أوجد النسبة} &= \frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد مرات التجربة}} \end{aligned}$$

هل النسبة في السؤال الاول تساوي النسبة في السؤال الثاني ؟ وضح ذلك.

فكرة الدرس

- حساب الاحتمال التجريبي.
- حساب الاحتمال النظري.
- المفردات
- الاحتمال التجريبي.
- الاحتمال النظري.
- فضاء العينة .

[6-4-1] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

سبق ان درست حساب الاحتمال التجريبي والنظري حيث تحديد الاحتمال في الفقرة (تعلم) عن طريق اجراء التجربة والنواتج بهذه الطريقة تسمى الاحتمالات التجريبية .
اما الاحتمالات المبنية على حقائق وخصائص معروفة فتسمى الاحتمالات النظرية

مثال (1) فضاء العينة لتجربة رمي قطعتي نقود هي :

$$\Omega = \{(H,H), (H,T), (T,H), (T,T)\}$$

اذن عدد عناصر فضاء العينة يساوي 4

من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
الاحتمال نظري

$$\therefore P(H, T) = \frac{3}{4}$$

النسبة في السؤال الثاني $\frac{3}{13}$ في الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3
عدد مرات التجربة يساوي 13

$$\therefore P(H, T) = \frac{3}{13}$$

الاحتمال تجريبي

الاحتمالات النظرية تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى اجرائها (تعتمد على فضاء العينة للتجربة).

الاحتمالات التجريبية تزودنا بنتائج التجربة بتكرارها عدة مرات (تعتمد على تكرار التجربة).

مثال (2)

وجد باحث في مصنع بطاريات السيارات ان احتمال كون البطارية غير صالحة هو $\frac{3}{10}$ انظري هذا الاحتمال ام تجريبي؟ واذا اراد المصنع الحصول على 240 بطارية غير صالحة. فكم بطارية كان على المصنع انتاجه ؟

هذا الاحتمال تجريبي، لانه يعتمد على ما حدث فعلاً. استعمل التناسب لحل الجزء الثاني من المثال

كل 3 بطاريات من اصل 10 غير صالحة

اذن 240 بطارية غير صالحة من اصل X بطارية ينتجها المصنع.

$$\frac{3}{20} = \frac{240}{X}$$

$$3X = 4800$$

$$X = \frac{4800}{3}$$

$$X = 1600$$

اكتب النسبة

الضرب التبادلي

اقسم المعادلة على 3

∴ يجب ان ينتج المصنع 1600 بطارية



مثال (3) عند رمي حجر النرد مرة واحدة جد احتمال :

- i) الحدث: الحصول على المجموع 5 على وجهي الحجرين
ii) الحدث : الرقم على وجه الحجر الاول ضعف الرقم على وجه الحجر الثاني

هذا الاحتمال نظري : لان الحجرين رميا مرة واحدة.

عدد ارقام الحجر الاول = 6 ، عدد ارقام الحجر الثاني = 6

اذن حسب قانون العد الاساسي : عدد عناصر فضاء العينة تساوي 6×6 وتساوي 36

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} (1,1) \dots\dots (1,6) \\ (2,1) \dots\dots (2,6) \\ \vdots \\ (6,1) \dots\dots (6,6) \end{array} \right\} \quad n = 36$$

i) $E_1 = \{ (1,4), (4,1), (2,3), (3,2) \}, m = 4$

$$P(E_1) = \frac{m}{n}$$

$$P(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

ii) $E_2 = \{ (2,1), (4,2), (6,3) \}, m = 3, n = 36$

$$\therefore P(E_2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

الحدث: مجموع ٥ على وجهي الحجر

قانون الاحتمال

التعويض والتبسيط

الحدث: رقم الحجر الاول ضعف رقم

الحجر الثاني

Nutually Exclusive Events

[6-4-2] الاحداث المتنافية

الحدثان المتنافيان: هما حدثان لا يمكن ان يتحققا معاً في تجربة واحدة.

مثلاً: عند رمي حجر النرد مرة واحدة، فان الحصول على عدد فردي و عدد زوجي معاً مستحيل اذن هما حدثان متنافيان.

حساب احتمال الحدثين المتنافيين:

اذا كان E_1, E_2 حدثين متنافيين فان احتمال وقوع E_1 او وقوع E_2 يساوي مجموع احتمالي الحدثين اي :

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

مثال (4)

عند رمي حجر النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على العدد 3 او على عدد زوجي.

بما انه لا يمكن ان يظهر على وجه الحجر العدد 3 في الوقت نفسه مع عدد زوجي فان هذين الحدثين متنافيان

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$

فضاء العينة

$$P(E_1) = \frac{1}{6}$$

احتمال الحصول على العدد 3 هو

$$P(E_2) = \frac{3}{6}$$

احتمال الحصول على العدد زوجي

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

احتمال الحوادث المتنافية

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

بالتعويض والتبسيط

اذن احتمال ظهور العدد 3 او عدد زوجي في رمي حجر النرد يساوي $\frac{2}{3}$

مثال (5)

عند رمي حجرى النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على عددين متساويين او مجموع

عدد عناصر فضاء العينة عند رمي حجرى النرد يساوي 36

عددين يساوي 3.

$$E_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$$

$$P(E_1) = \frac{\text{عدد عناصر } E_1}{\text{فضاء العينة}} = \frac{6}{36}$$

$$E_2 = \{(1,2), (2,1)\}$$

$$P(E_2) = \frac{\text{عدد عناصر } E_2}{\text{فضاء العينة}} = \frac{2}{36}$$

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

$$= \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

E_1, E_2 حدثان متنافيان لا توجد عناصر مشتركة بينهما.

احتمال الاحداث المتنافية

بالتعويض والتبسيط

تأكّد من فهمك

في تجربة رمي حجرى النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية :

- 1 العددان على وجهي الحجرين متساويان.
- 2 العدد على وجه الحجر الاول نصف العدد على وجه الحجر الثاني.
- 3 مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 10.
- 4 مجموع العددين على وجهي الحجرين اقل من 5.
- 5 اتجريبية الاحتمالات السابقة ام نظرية؟
- 6 كيس فيه 4 كرات حمراء، كرة خضراء، كم كرة زرقاء يجب ان تضاف الى الكيس كي يكون احتمال سحب كرة حمراء $\frac{2}{3}$ ؟ انظري الاحتمال ام تجربي ؟
- 7 وقف شخص في احدى تقاطعات مدينة بغداد فأحصى 25 سيارة شاهدها، منها 13 سيارة صفراء اللون، 7 سيارات بيضاء اللون، 5 سيارات رصاصية اللون . قدر احتمال ان تكون السيارة الثالثة التي تجتاز التقاطع صفراء اللون . وما نوع الاحتمال انظري ام تجربي ؟ اكتب النسبة بشكل كسر عشري ونسبة مئوية .
- 8 عند رمي حجرى نرد، جد احتمال حصول على عددين مجموعهما 5 او مجموعهما 11. هل الحدثان متنافيان بين ذلك.

تدرب وحلّ التمرينات

في تجربة رمي حجرى النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية

- 9 العدد على وجهي احد الحجرين ثلث العدد على وجه الحجر الآخر.
- 10 مجموع العددين على وجهي الحجرين اكبر من 8.
- 11 مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 12.
- 12 اجريت دراسة على 100 شخص، فاجاب 15 منهم انهم يستعملون اليد اليسرى فاذا اجريت الدراسة على 400 شخص، فكم تتوقع عدد الاشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى ؟

13 الجدول المجاور يبين نتائج دراسة احصائية عن الكتب المفضلة لدى اشخاص

الاشخاص	الكتب
25	دينية
30	علمية
45	رياضية

- (i) ما احتمال ان يفضل الشخص التالي الكتب العلمية ؟
(ii) ما احتمال ان يكون الشخص التالي لايفضل الكتب العلمية؟

14 جد احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً فردياً او تحمل عدداً من مضاعفات العدد 2 من بطاقات مرقمة من 1 الى 9

تدرب وحل مسائل حياتية



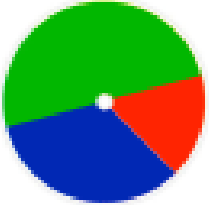
15 **تسلية:** بأي لون يجب تلوين الفراغ بحيث يكون احتمال ان يأتي المؤشر عند هذا اللون $\frac{1}{4}$ ؟

16 **طوابع:** يهوى مهند جمع الطوابع البريدية، فمن بين 60 طابعاً جمع 25 طابعاً للدول العربية، 15 طابعاً لدول افريقية و 20 طابعاً لدول اوربية. قدر احتمال ان يكون الطابع الذي سيجمعه أوربياً.

17 **رياضية:** في التدريب على كرة السلة، اصاب لاعب السلة 15 كرة من 25 رمية، ما احتمال التجربي لان يصيب لاعب السلة في الرمية التالية ؟ اكتب الجواب على صورة كسر و عدد عشري و نسبة مئوية .

18 **دراسة:** احصى رجل في عائلة 3 افراد عيونهم زرق من كل 22 فرداً، اذا رزق الرجل بمولود جديد، ما احتمال ان تكون عيناه ليست زرقاء ؟

فكر



19 **تحذ:** قرص ذو مؤشر، مقسم الى ثلاثة اجزاء على الشكل المجاور : نصف القرص اخضر ثلثه احمر و سدسه ازرق . ما احتمال ان يدل مؤشر القرص على الاخضر او الاحمر بعد اطلاقه؟

20 **أكتشف الخطأ:** يريد كل من سارة و مهند تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 4 كرات حمراء، 6 كرات صفراء ايهما كانت اجابته صحيحة ؟ فسر اجابتك.



مهند	سارة
$P(R \text{ or } B) = P(R) \times P(B) = \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{4}{45}$	$P(R \text{ or } B) = P(R) + P(B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$

أكتب

توضيحاً لما يمثله كل عدد في الكسر $\frac{2}{9}$ الذي يمثل احتمال وقوع حدث نظري او تجريبي.

تعلم



تعلم: تشير تقارير شركة الخطوط الجوية العراقية الى وصول طائراتها في موعدها المحدد بنسبة $\frac{19}{20}$ ، كما تشير النسبة 2% الى فقدان الامتعة من الحالات. فما احتمال وصول طائرة في موعدها وبدون فقدان امتعة؟

فكرة الدرس

- حساب احتمال الاحداث المستقلة.
- حساب احتمال الاحداث المترابطة.
- المفردات
- الاحداث المستقلة.
- الاحداث المترابطة.

Independent Events

[6-5-1] الاحداث المستقلة

سبق وان تعلمت مفهوم الاحداث المستقلة (نتيجة احدهما لا تؤثر في نتيجة الآخر) في هذا الدرس سوف نتعلم حساب احتمال الحوادث المستقلة، اذا كان: E_1, E_2 حدثين مستقلين فان احتمال وقوعهما معاً يساوي حاصل ضرب احتمال E_1 في احتمال الحدث E_2 ، أي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

مثال (1) في فقرة تعلم:

$$P(E_1) = \frac{19}{20}$$

$$P(E_2) = \frac{1}{50}$$

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو

ان احتمال فقدان الامتعة هو

ان وصول الطائرة في موعدها لا يؤثر في فقدان الامتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلان.

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

احتمال الاحداث المستقلة

$$= \frac{19}{20} \times \frac{1}{50}$$

بالتعويض

$$= \frac{19}{1000} = 0.019 = 1.9\%$$

مثال (2)

كيس يحتوي على 3 كرات حمراء، 4 كرات خضراء، 5 كرات زرقاء، سحبت منه كرة عشوائياً ثم اعيدت وسحبت كرة ثانية. جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء.

$$P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

سحب الكرة الحمراء

$$P(G) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

سحب الكرة الخضراء

الحدثان مستقلان.

$$P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G)$$

احتمال الاحداث المستقلة (لان الكرة الاولى اعيدت الى الكيس)

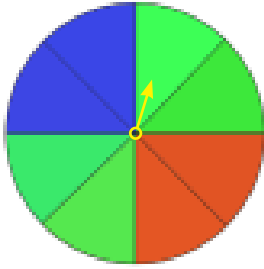
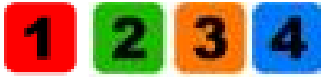
$$= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

بالتعويض

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{12}$

مثال (3)

إذا اختيرت احدى البطاقات المرقمة وتدوير مؤشر القرص الدوار كما مبين في الشكل المجاور.



ما احتمال ان يكون الناتج عدداً زوجياً واللون ازرق؟

نفرض ان $P(E_1)$ احتمال العدد الزوجي.

$$P(E_1) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

نفرض ان $P(E_2)$ احتمال وقوف المؤشر على اللون الازرق.

$$P(E_2) = \frac{1}{4}$$

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$$

احتمال الحوادث المستقلة

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

بالتعويض والتبسيط

اذن احتمال (عدد زوجي ولون ازرق) هو $\frac{1}{8} = 12.5\%$

Dependent Events

[6-5-2] الاحداث المترابطة

الاحداث المترابطة (نتيجة احدهما تؤثر في نتيجة الآخر)

إذا كان E_1 و E_2 حدثين مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحدث الاول E_1 في ضرب (احتمال الحدث E_2 بعد حصول الحدث E_1) ، اي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

مثال (4)

في مثال (2)، لو لم نعيد الكرة الحمراء الى الكيس. ما احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء؟

$$P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

سحب الكرة الحمراء

عدم اعادة الكرة الحمراء للكيس يعني ان عدد الكرات الحمر اصبح 2 كرة، والعدد الكلي لكرات في هذه الحالة هو 11 كرة بدل 12.

$$P(G \text{ after } R) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي الجديد للكرات}} = \frac{4}{11}$$

سحب الكرة الخضراء

الحدثان مترابطان

$$P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G \text{ after } R)$$

احتمال الحوادث المترابطة

$$= \frac{1}{4} \times \frac{4}{11} = \frac{1}{11}$$

بالتعويض والتبسيط

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم خضراء دون اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{11}$

مثال (5)

صندوق فيه 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 8 صفراء، سحبت كرة من الصندوق دون اعادتها ثم سحبت

ثانيةً، جد (صفراء ثم حمراء) $P(Y)$

$$P(Y) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} \text{ سحبت صفراء، افترض } P(Y)$$

عدم اعادة الكرة الصفراء، اصبح في الصندوق 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 7 صفراء، اي مجموعهما 15 كرة. سحبت كرة حمراء من الصندوق.

$$P(R \text{ after } Y) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

الحدثان مترابطان

$$P(Y \text{ and } R) = P(Y) \times P(R \text{ after } Y)$$

احتمال الحوادث المترابطة

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

بالتعويض والتبسيط

اذن احتمال سحب كرة صفراء ثم كرة حمراء دون اعادة الكرة الصفراء هو $\frac{1}{6}$

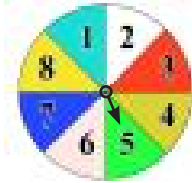
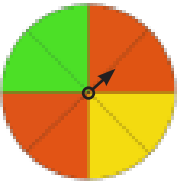
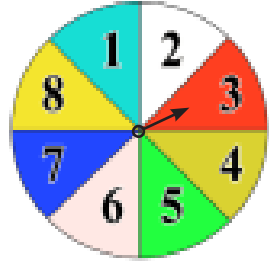
الخلاصة:

1. نجد $P(E_2), P(E_1)$

2. اذا كان E_1, E_2 مستقلين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

3. اذا E_1, E_2 مترابطين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

تأكّد من فهمك



1 اطلق أحمد مؤشر القرص المقابل مرتين، ما احتمال ان يأتي المؤشر عند العدد 3 في المرتين؟

2 صندوق فيه 3 كرات حمراء، 3 كرات خضراء، ما احتمال سحب كرتين خضراء من دون اعادة الكرة الاولى؟

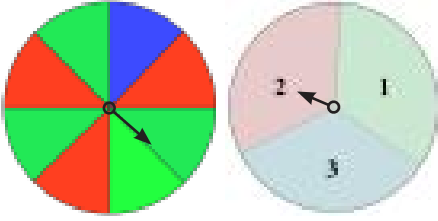
3 اطلق مؤشر في القرصين المقابلين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الاحمر ومؤشر الثاني على العدد 5؟

4 رمي قطعتي نقود مرة واحدة، ما احتمال ظهور صورة على القطعة الاولى، وكتابة على القطعة الثانية.

تدرب وحلّ التمرينات

5 صندوق فيه 5 بطاقات حمراء، 4 بطاقات سوداء، 6 بطاقات خضراء. سحبت بطاقة دون اعادتها للصندوق وسحبت بطاقة ثانية، ما احتمال ان تكون البطاقة الاولى حمراء والثانية سوداء؟

6 رمي قطعتي نقود مرة واحدة، ما احتمال ظهور الرسم على القطعتين؟



7 اطلق مؤشر في القرصين المجاورين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الاخضر ومؤشر الثاني على العدد 3؟

8 رمي حجر النرد مرة واحدة، ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على الحجر الاول، وعدد يقبل القسمة على 5 على الحجر الثاني؟

تدرب وحلّ مسائل حياتية

9 **حلولي:** تحتوي علبة على 10 قطع حلوى بطعم الفراولة، 15 قطعة بطعم الشكولاته، 5 قطع بطعم الليمون. ما احتمال اختيار قطعتين عشوائياً الواحدة تلو الاخرى دون ارجاع على ان تكون الاولى بطعم الشكولاته والثانية بطعم الليمون؟

10 **كتب:** اختارت سها كتاباً من رف في غرفتها واعادته ثم اختارت كتاباً آخر، ما احتمال ان يكون اختيار الكتاب من كتب الرياضيات؟ علماً ان الرف يحتوي على 5 كتب رياضيات، 2 كتاب لغة انكليزية، 3 كتب علوم.

فكّر

11 **اكتشف الخطأ:** يريد كل من جمانة واختها سالي تحديد احتمال اختيار كرة حمراء واخرى صفراء عشوائياً من كيس يحتوي 4 كرات حمراء، 5 كرات صفراء دون ارجاع الكرة بعد السحب.

سالي	جمانة
$P(\text{حمراء و صفراء})$	$P(\text{حمراء و صفراء})$
$P(\text{صفراء}) \times P(\text{حمراء})$	$P(\text{صفراء}) \times P(\text{حمراء})$
$\frac{4}{9} \times \frac{5}{8}$	$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9}$

ايهما كان حلها صحيحاً؟

12 **تحّد:** عند رمي حجر النرد وقطعة نقود، ما احتمال ظهور رقم اكبر من 2 واصغر من 6 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود؟

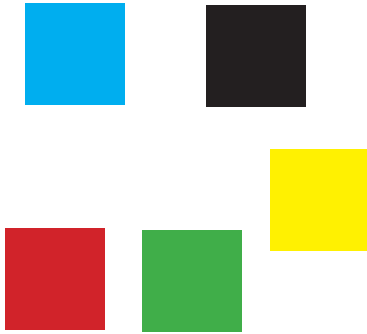
مسألة مفتوحة

13 10 بطاقات بثلاثة اشكال مختلفة، اكتب مسألة تتعلق بسحب بطاقتين عشوائياً دون ارجاعهما على ان يكون الاحتمال $\frac{1}{15}$

أكتب مثلاً على حدثين مستقلين ومثلاً آخر على حدثين مترابطين.

Problem Solving Plan (Make a Model)

تعلم



حاول محمد ترتيب 5 قطع ملونة مربعة الشكل (أسود، أحمر، أزرق، أصفر، أخضر) بطرائق مختلفة، كم طريقة يمكن أن يرتبها بشرط أن أول مربع أسود اللون وآخر مربع أصفر اللون؟

فكرة الدرس

• أحل مسألة باستعمال خطة (انشاء نموذج).

افهم

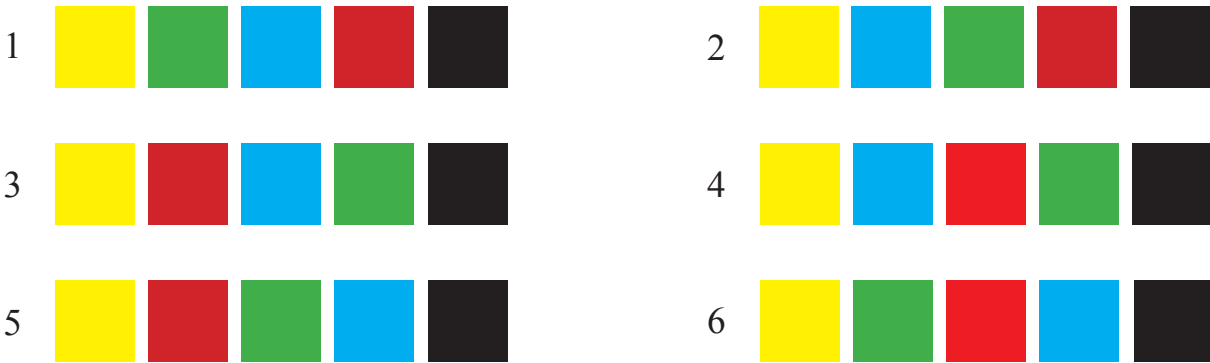
ما المعطيات في المسألة؟ 5 مربعات ملونة.

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد عدد بطرائق الممكنة لترتيبها.

خطّ

كيف تحل المسألة؟ أنشئ نموذجاً لتوضيح تلك الطرائق المختلفة.

حلّ



اذن هناك ستة طرائق لترتيبها.

تحقق

الرسم في اعلاه يتضمن جميع طرق الترتيب بعمل النماذج (بطريقة التباديل)

ويمكن ان نجد عدد الطرائق باستعمال مضروب العدد.

$$3! = (3) \times (2) \times (1)$$

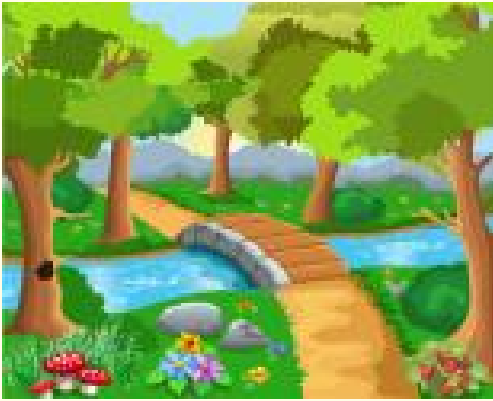
$$= 6 \text{ طرق}$$

1234

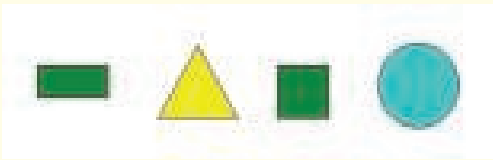
1 لديك الارقام 1، 2، 3، 4، كم عدد يمكن تكوينه من 4 ارقام
شرط عدم تكرار الرقم في العدد والعدد اكبر من 4000؟



2 في بستان فلاح 28 شتلة برتقال وتفاح، فاذا كان مقابل كل
4 شتلات برتقال 3 شتلات تفاح. ماعدد شتلات البرتقال؟



3 مزارع يسقي بستانه مرة في كل اسبوعين، كم مرة يسقي
البستان في 6 اشهر.



4 قسمت 20 قطعة على شكل مثلثات ومربعات ودوائر الى
اربع مجموعات، فاذا كان عدد المربعات يزيد بمقدار 1
على عدد الدوائر ويقل بمقدار 1 عن عدد المثلثات، فما عدد
القطع لكل نوع؟

English	عربي	English	عربي
Survey Study	دراسة مسحية	Experimental Probability	الاحتمال التجريبي
Population	المجتمع	Theoretical Probability	الاحتمال النظري
Sample	العينة	Nutually Exclusive Events	الاحداث المتنافية
Permutation	التباديل	Independent Events	الاحداث المستقلة
Compilation	التوافيق	Dependent Events	الاحداث المترابطة
Sample Space	فضاء العينة	Compound Events	الاحداث المركبة
Factorial	المضروب	Misleading Statistics	الاحصاءات المضللة
Misleading Graphs	البيانات المضللة		

تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

الدرس [6-1]

تدريب 1: في سباقات العدو التي تنظمها وزارة الشباب والرياضة حقق احد المتسابقين خلال عشر سنوات المراكز الآتية:

2,1,1,1,2,1,1,3,4,2,10

اي مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) هو الانسب لتمثيل هذه البيانات.

تدريب 2: اختار مدير مدرسة 20 طالباً لتمثيل المدرسة في مسابقة علمية.

(i) حدد العينة.

(ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

مثال: طلب من كل عاشر زائر من بين 3000 زائر لحديقة الزوراء في احد الايام ان يجيب عن سؤال معين.

(i) حدد العينة.

(ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

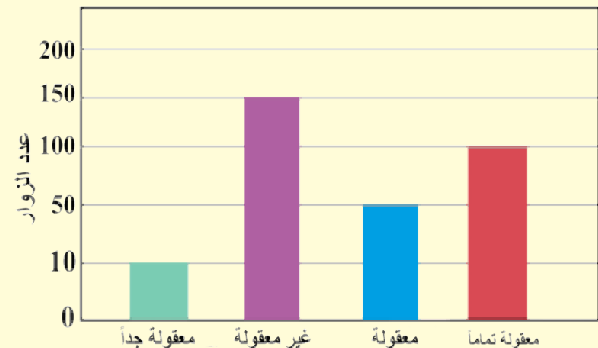
(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

(i) العينة: الزوار الذين وجه لهم السؤال وعددهم 300 زائر.

(ii) المجتمع: جميع زوار الحديقة وعددهم 3000.

(iii) العينة غير متحيزة، لانهم اختيروا عشوائياً.

مثال: سنل 200 زائر حول اسعار بطاقات الدخول للمسرح. ومثلت الاجابات بالاعمدة، هل التمثيل يعطي الصورة الصحيحة للاجابات.



يبدو للوهلة الاولى ان معظم الزوار غير راضين عن اسعار البطاقات، ومع ذلك فان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير ثابتة. فنجد ان 150 زائراً غير راضين عن الاسعار، في حين أن عدد الراضين على الاسعار 160 زائراً، وعليه فان التمثيل البياني يعد مضللاً.

تدريب 1: يكون الرسم البياني مضللاً اذا تحققت على الاقل احدى الحالات الآتية:

- * عندما لا يبدأ الرسم البياني بالاعمدة من
- * عندما تكون اطوال الفترات
- * عدم الاشارة الى بعض الاعداد التي تم

تدريب 2: كيف تميز بين الرسم البياني المضلل وغير المضلل؟

تدريب 3: لأي هدف تستعمل الاحصاءات المضللة؟

مثال 1: تريد جمانة اختيار 3 اقداح من 5 اقداح تحتوي على عصير الفواكه: تفاح، ليمون، عنب، موز، اناناس. بكم طريقة يمكنها الاختيار؟

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{(5)(4)3!}{(2)(1)3!} = 10$$

يمكنها اختيار 10 طرائق.

مثال 2: يراد تكوين عدد من اربع مراتب من مجموعة الارقام 1,2,3,4,5 دون تكرار الرقم في العدد؟

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_4^5 = \frac{5!}{(5-4)!} = \frac{5!}{1!} = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$$

تدريب 1: تريد سالي ترتيب 4 كتب في خزانها التي تحتوي على 8 رفوف، شرط الا تضع اكثر من كتاب واحد على كل رف. كم خياراً لديها؟

تدريب 2: بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من 4 طالبات من مجموع 8 طالبات؟

تدريب 3: اعلنت شركة عن 5 وظائف شاغرة فيها، فتقدم للاعلان 10 اشخاص. بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الخمس؟

تدريب 1: سحبت كرة بشكل عشوائي من صندوق ثم أعيدت إليه.

يبين الجدول التالي النتائج بعد 50 سحبة.

النتيجة	أحمر	أزرق	أصفر	أبيض	أخضر
السحوبات	8	10	15	11	6

(i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

(ii) جد احتمال سحب كرة صفراء.

(iii) اكتب الاحتمال بصورة عدد عشري ونسبة مئوية.

تدريب 2: في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة.

(i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

(ii) جد احتمال ظهور عدد زوجي.

(iii) جد نسبة الاحتمال بالصورة العشرية والنسبة المئوية.

مثال: كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 8 كرات خضر، 7 كرات صفر.

(i) مانوع الاحتمال نظري ام تجريبي؟

(ii) جد احتمال سحب كرة زرقاء واحدة.

(i) الاحتمال نظري

(ii) عدد الكرات $5 + 8 + 7 = 20$

$$P(E) = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$$

$$= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

تدريب 1: أعد حل المثال المجاور، شرط اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

تدريب 2: اختيرت احدى بطاقات الارقام وتدوير مؤشر القرص الدوار. في الشكل ادناه، جد احتمال ان يكون الناتج على كل منها عدد زوجي.



مثال: صندوق فيه 4 كرات حمراء، 9 كرات صفراء، 3 كرات سود.

سحبت كرتان عشوائياً الواحدة بعد الاخرى دون اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

(i) مانوع الحدثين؟

(ii) جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة سوداء.

(iii) اكتب نسبة الاحتمال بالصورة المئوية.

(i) الحدثان مترابطان.

$$P(R \text{ and } B) = P(R) \times P(B \text{ after } R) \quad (ii)$$

$$P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore P(R \text{ and } B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

$$\frac{1 \times 3}{20 \times 5} = \frac{3}{100} = 3\% \quad (iii)$$

1 وزع استبيان على 30 طالب من بين 100 طالب، اجب عما يأتي:

(i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

(ii) صف اسلوب توزيع الاستبيان.

(iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

2 كيف تميز بين الرسوم البيانية المضللة والرسوم البيانية غير المضللة؟

3 جد ناتج ما يأتي:

i) C_0^5

ii) P_0^5

iii) C_{10}^{10}

iv) P_{10}^{10}

v) C_5^7

vii) P_5^7

4 بكم طريقة يمكن اختبار لجنة مكونة من 3 طلاب من بين 8 طلاب؟

5 رمي حجر النرد 25 مرة وكانت النتائج كما موضح في الجدول التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
عدد المرات	2	6	3	5	2	7

(i) ما نوع الاحتمال؟

(ii) جد احتمال ظهور العدد 4.

6 في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، جد:

(i) نوع الاحتمال نظري ام تجريبي.

(ii) احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4.

7 وقف مهندس في احدى تقاطعات مدينة بغداد، واحصى انواع السيارات عند التقاطع، من بين 20 سيارة شاهدها،

احصى 10 سيارات صالون، 7 سيارات نقل صغيرة لنقل الركاب، 3 سيارات حمل.

قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع سيارة صالون.

تمريّنات الفصول

Multiple choice

الاختيارات متعدّد

الهندسة الاحداثيّة
Coordinate Geometric

الفصل الرابع

الهندسة والقياس
Geometric and Measurement

الفصل الخامس

الاحصاء والاحتمالات
Statistics and Probabilities

الفصل السادس

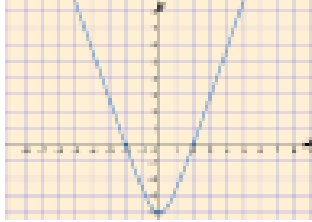
الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي

Graphical Representation of the Equation in the Coordinate Plane

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

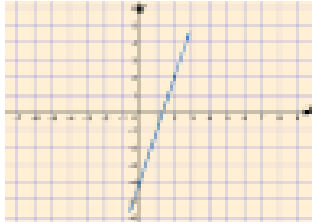
1 المستقيم الذي معادلته $y = \frac{3}{2}$.

- a) لا يقطع اي من المحورين b) يوازي محور السينات c) يوازي محور الصادات d) يقطع المحورين



2 اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة المتمثلة بيانياً جانباً ؟

- a) $y = -3x^2$ b) $y = 2x^2 + 4$
c) $y = x^2 - 4$ d) $y = 3x^2 - 4$



3 اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة المتمثلة بيانياً جانباً ؟

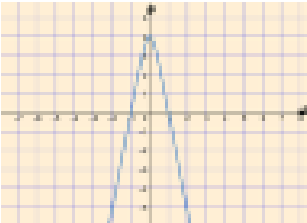
- a) $y = 3x + 4$ b) $y = 4x + 3$
c) $y = -3 + 4$ d) $y = 3x - 4$

4 اي المعادلات الآتية تعبر عن معادلة خطية ؟

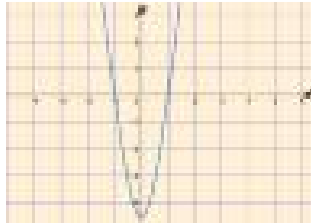
- a) $y = x^2 + 1$ b) $y^2 = x + 1$ c) $y^2 = x^2 + 1$ d) $y = x + 1$

5 اي التمثيلات البيانية تعبر عن المعادلة: $y = -x^2 + 4$ ؟

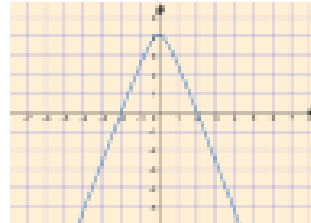
a)



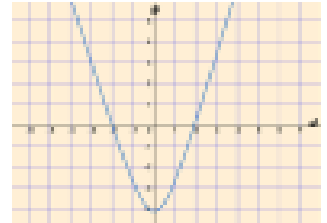
b)



c)

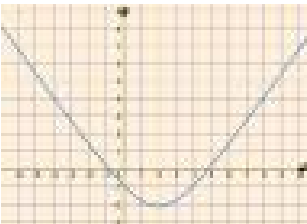


d)



6 لتمثيل المعادلة غير الخطية نحتاج الى :

- a) نقطة واحدة على الاقل b) نقطتان على الاكثر c) نقطتان فقط d) ثلاث نقاط على الاقل



7 ما احداثيا رأس المنحني الممثل جانباً ؟

- a) (2, -1) b) (1, 2) c) (2, -2) d) (0, 2)

Slop of a Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي ميل يعبر عن ميل المستقيم المار بالنقطتين: $(-1, 3), (5, -2)$

- a) $\frac{5}{6}$ b) $-\frac{6}{5}$ c) $-\frac{5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

2 المستقيم الموازي لمحور الصادات يكون ميله:

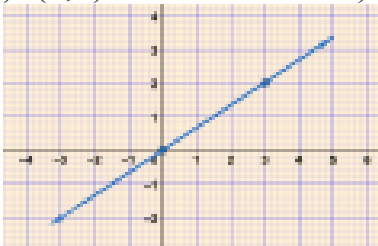
- a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

3 المقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $3x - 5y = 15$ هو:

- a) -5 b) 3 c) 5 d) -3

4 نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته $x + y = 6$ مع محور السينات هي:

- a) (0,6) b) (-6,0) c) (6,0) d) (0,0)



5 أي المستقيمات الآتية تعبر عن المستقيم الممثل جانباً؟

- a) $2x - 3y = 0$ b) $3y + 2x = 0$ c) $3y - 2x = 0$ d) $2x + 3y = 0$

6 المستقيم الموازي لمحور السينات يكون ميله:

- a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

7 ما ميل المستقيم $3x - 2y = -6$ ؟

- a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) 3 d) $\frac{3}{2}$

8 ميل المستقيم المار بالنقطتين $(8, -3), (5, -3)$ ؟

- a) موجب b) سالب c) صفر d) غير معرف

The Equation of the Line

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-2, -3)$, $(-1, -7)$ هي:

- a) $y - 4x = -11$ b) $y - 4x = 11$ c) $4y + x = -11$ d) $y + 4x = -11$

2 المستقيم الذي معادلته $y + x = 0$ ، ميله واحد نقطاه هما:

- a) $m = -1, (4,4)$ b) $m = 1, (4,4)$ c) $m = -1, (4,-4)$ d) $m = 1, (-4,-4)$

3 معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{3}{5}$ ، ومقطعه السيني يساوي 2 هو:

- a) $5y + 3x = -6$ b) $5y - 3x = 6$ c) $3y - 5x = -6$ d) $3y + 5x = -6$

4 استعمل معادلة المستقيم $y = mx + k$ وجد قيمة k, m للمستقيم $7y - 3x = 21$:

- a) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ b) $m = \frac{7}{3}, k = 3$ c) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ d) $m = \frac{3}{7}, k = 3$

5 أي النقط التالية تقع على المستقيم الذي معادلته: $y + 4x = 0$

- a) $(1,4)$ b) $(4,-1)$ c) $(4,1)$ d) $(1,-4)$

6 معادلة المستقيم الذي ميله (-1) ومقطعه الصادي يساوي (-2) هو:

- a) $y + x - 2 = 0$ b) $y + x + 2 = 0$ c) $y + x - 2 = 0$ d) $y - x - 2 = 0$

7 ما هي على صورة الميل - التقاطع معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-1, -2)$, $(1,6)$

- a) $y = -3x + 6$ b) $y = 4x - 2$ c) $y = 4x + 2$ d) $y = 2x + 4$

8 ثمن وجبة طعام في احد المطاعم 25 الف دينار، مضافاً إليها 3 الاف دينار لكل نوع اضافي من المقبلات، أي

المعادلات تمثيل ثمن وجبة طعام مع (x) من المقبلات؟

- a) $y = 25x + 3$ b) $y = 25x - 3$ c) $y = 3x + 25$ d) $y = 3x - 25$

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

Parallel and Perpendicular Lines

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المستقيم المار بالنقطتين (1, 9), (7, 1) يوازي المستقيم الذي ميله:

- a) $-\frac{3}{4}$ b) $-\frac{4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

2 إذا كان m_1, m_2 يمثلان ميلي مستقيمين متعامدين فإن:

- a) $m_1 + m_2 = -1$ b) $\frac{m_1}{m_2} = -1$ c) $m_1 \times m_2 = -1$ d) $m_1 - m_2 = -1$

3 قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين $(a, -1), (-1, 4)$ تساوي $-\frac{5}{3}$ هي:

- a) 4 b) -2 c) -4 d) 2

4 معادلة المستقيم المار بالنقطة (0, 3) والعمودي على المستقيم الذي ميله $\frac{4}{3}$ هي:

- a) $3y + 4x = 12$ b) $3y + 4x = -12$ c) $4y - 3x = 12$ d) $4y + 3x = 12$

5 إذا كان $m_1 = m_2$ يمثلان ميلي المستقيمين L_1, L_2 فإن:

- a) $\vec{L}_1 \perp \vec{L}_2$ b) $\vec{L}_1 \parallel \vec{L}_2$ c) \vec{L}_2, \vec{L}_1 متقاطعان d) ليس بينهما اي علاقة

6 اي المستقيمات الآتية توازي المستقيم الذي معادلته $6y - 5x = 30$

- a) $6y + 5x = 30$ b) $5y - 6x = 30$ c) $6y - 5x = 25$ d) $6y + 5x = 25$

7 اي المستقيمات الآتية عمودية على المستقيم الذي معادلته $3y + 2x = 6$

- a) $3y + 2x = -6$ b) $3y - 2x = -6$ c) $2y + 3x = 6$ d) $2y - 3x = 6$

Distance between two Points

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المسافة بين نقطتين: $(2, -5)$, $(0, 3)$ تساوي:

- a) $-2\sqrt{17}$ b) $\sqrt{10}$ c) $17\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{17}$

2 نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(3, -1)$, $(7, -3)$:

- a) $(5, 2)$ b) $(-2, 5)$ c) $(5, -2)$ d) $(-5, -2)$

3 إذا كانت نقطة منتصف قطعة مستقيم \overline{AB} هي $(2, 1)$ حيث $A(a, b)$, $B(3, 2)$ فإن قيمة b, a هي:

- a) $a = 1, b = 1$ b) $a = 1, b = -1$ c) $a = -1, b = 0$ d) $a = 1, b = 0$

4 قانون المسافة بين النقطتين (x_2, y_2) , (x_1, y_1) هو:

- a) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$ b) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 - (y_2 - y_1)^2}$
c) $\sqrt{(x_2 + x_1)^2 + (y_2 + y_1)^2}$ d) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

5 قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين (x_2, y_2) , (x_1, y_1) هو:

- a) $(\frac{x_2 - x_1}{2}, \frac{y_2 - y_1}{2})$ b) $(\frac{x_1 + x_2}{3}, \frac{y_1 + y_2}{3})$
c) $(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2})$ d) $(\frac{y_1 + y_2}{2}, \frac{x_1 + x_2}{2})$

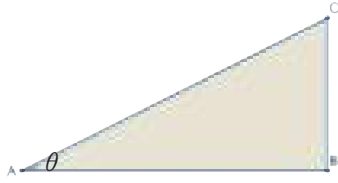
6 النقطة $(2, -2)$ هي منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين:

- a) $(-8, -1)$, $(4, -3)$ b) $(8, 1)$, $(1, -3)$
c) $(8, 1)$, $(4, -3)$ d) $(8, -1)$, $(-4, -3)$

7 باستعمال قانون المسافة: المثلث الذي رؤوسه $A(3, -1)$, $B(-3, 3)$, $C(-3, -1)$:

- a) متساوي الساقين b) متساوي الاضلاع
c) مختلف الاضلاع حاد الزوايا d) مختلف الاضلاع قائم الزاوية

Triangles



اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 من الشكل المجاور النسبة المثلثية $\sin \theta$ تكتب:

- a) $\frac{AB}{AC}$ b) $\frac{BC}{AB}$ c) $\frac{BC}{AC}$ d) $\frac{AB}{AC}$

2 ABC مثلث قائم الزاوية في B، إذا كانت $\cos A = \frac{3}{5}$ فإن $\tan C$ يساوي:

- a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

3 إذا كانت $\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ فإن قيمة الزاوية θ يساوي:

- a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

4 القيمة العددية للمقدار: $\sin 30^\circ \cos 30^\circ$ تساوي:

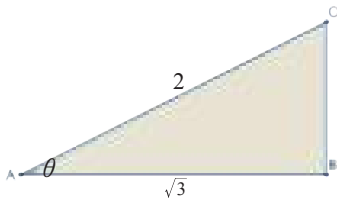
- a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

5 مقلوب النسبة $\cos \theta$ هي:

- a) $\sin \theta$ b) $\sec \theta$ c) $\csc \theta$ d) $\cot \theta$

6 القيمة العددية للمقدار $(\sec 60^\circ)^2 - (\tan 60^\circ)^2$ تساوي:

- a) -1 b) 0 c) 2 d) 1



7 ABC مثلث قائم الزاوية في B كما في الشكل المجاور:

القيمة العددية للمقدار $(\sin \theta)^2 + (\cos \theta)^2$ يساوي:

- a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

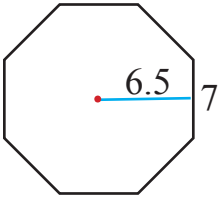
8 إذا كانت $\csc \theta = 2$ فإن قيمة الزاوية θ هي:

- a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

الدرس [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



1 محيط الثماني المنتظم المجاور؟

- a) 45.5 cm b) 48 cm c) 38.3 cm d) 56 cm

2 مساحة الثماني المنتظم في السؤال (1) هو:

- a) 130 cm^2 b) 54 cm^2 c) 182 cm^2 d) 120 cm^2

3 محيط مربع مساحته 225 m^2 هو:

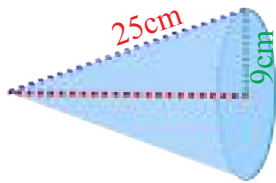
- a) 25m b) 20 m c) 15 m d) 60 m

4 محيط خماسي منتظم طول عامده 3m ونصف قطر دائرته 5m هو:

- a) 16.2 m b) 40 m c) 16 m d) 10.49 m

5 مساحة سباعي منتظم طول عامده 6cm وطول ضلعه 7.5cm هو:

- a) 57.5 cm^2 b) 28.5 cm^2 c) 28 m^2 d) 9975 m^2



6 المساحة الجانبية للمخروط في الشكل المجاور هو:

- a) $360\pi \text{ cm}^2$ b) $450\pi \text{ cm}^2$ c) $369\pi \text{ cm}^2$ d) $1640\pi \text{ cm}^2$

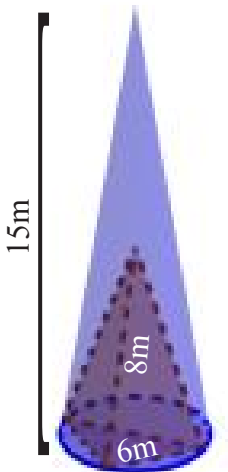
7 حجم هرم قاعدته مربعة طول كل ضلع 18cm وارتفاعه 20cm .

- a) 2160 cm^3 b) 120 cm^3 c) 260 cm^3 d) 134 cm^3

8 المساحة الكلية لمخروط مساحته قاعدته $25\pi \text{ cm}^2$ وارتفاعه 12cm هو:

- a) $108\pi \text{ cm}^2$ b) $27\pi \text{ cm}^2$ c) $208\pi \text{ cm}^2$ d) $155\pi \text{ cm}^2$

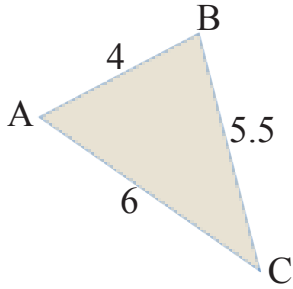
9 حجم الشكل المركب المجاور هو:



- a) $27\pi \text{ cm}^3$ b) $75\pi \text{ cm}^3$ c) $48\pi \text{ cm}^3$ d) $180\pi \text{ cm}^3$

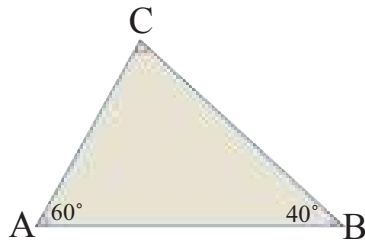
Triangles

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



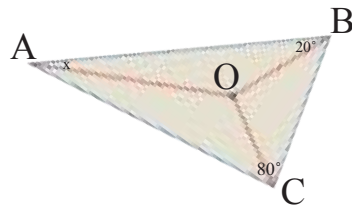
1 رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر في المثلث المجاور:

- a. $m\angle C, m\angle A, m\angle B$
- b. $m\angle A, m\angle B, m\angle C$
- c. $m\angle B, m\angle C, m\angle A$
- d. $m\angle C, m\angle B, m\angle A$



2 رتب الاضلاع من الاطول الى الاقصر في المثلث المجاور:

- a. $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$
- b. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$
- c. $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$
- d. $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$



3 اذا كانت O هي نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC في الشكل المجاور فان قيمة x هي:

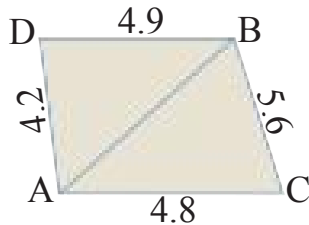
- a) 20°
- b) 40°
- c) 30°
- d) 50°

4 المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، $AD=36\text{cm}$, $CE=24\text{cm}$ ، فان قيمة OE ، علماً ان رأس المثلث هو النقطة B هي:

- a) 8 cm
- b) 24 cm
- c) 16 cm
- d) 12 cm

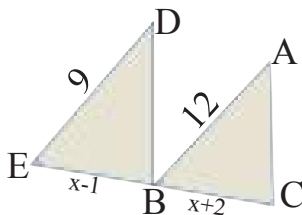
5 في السؤال (4) قيمة \overline{AO} هي:

- a) 6 cm
- b) 12 cm
- c) 24 cm
- d) 14 cm



6 نسبة التشابه بين المثلثين ADB, ABC هي:

- a. $\frac{8}{7}$
- b. $\frac{7}{8}$
- c. 7
- d. 8



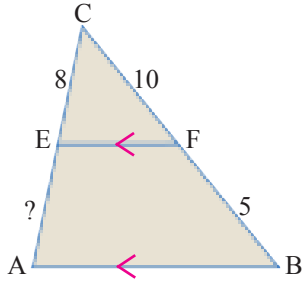
7 اذا كانت المثلثان DBE, ABC متشابهان وكانت الزاويتان $m\angle ABC \cong m\angle DEB$

فان قيمة x هي:

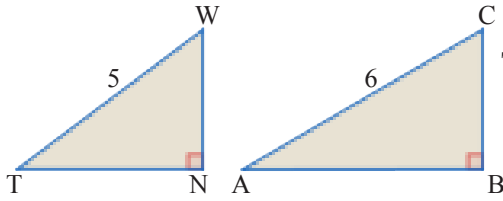
- a) 8
- b) 12
- c) 10
- d) 6

Proportion and Measure in Triangles

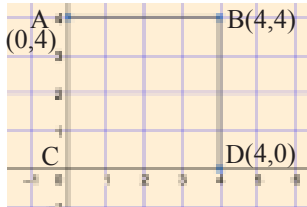
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 إذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ فإن طول القطعة المستقيمة AE هو:

- a) 4 b) 5 c) 2 d) 10

2 إذا كان $\triangle TWN \sim \triangle ABC$ ، إذا علمت أن ارتفاع المثلث TWN هو (3)، فإن مساحة المثلث ABC هي:

- a) 6.57 b) 6 c) 7 d) 8

تم رسم الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبته $\frac{4}{3}$ فتكون كما في الرسم المجاور:

اختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (4-7):

3 إحداثيات النقطة A قبل التحويل هي:

- a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

4 إحداثيات النقطة B قبل التحويل هي:

- a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

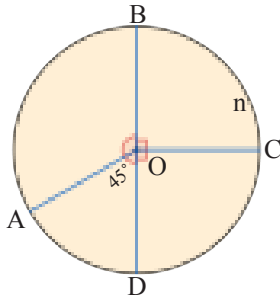
5 إحداثيات النقطة C قبل التحويل هي:

- a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

6 إحداثيات النقطة D قبل التحويل هي:

- a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

The Circle



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للسئلة (1-4):

1 قياس الزاوية $\angle AOB$ هو:

- a) 180° b) 135° c) 90° d) 45°

2 قياس القوس \widehat{AB} هو:

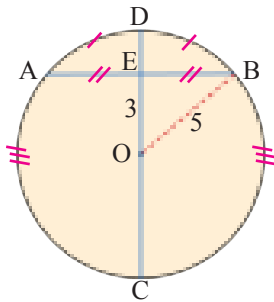
- a) 180 b) 90 c) 135 d) 45

3 قياس القوس \widehat{ABC} هو:

- a) 180 b) 90 c) 225 d) 135

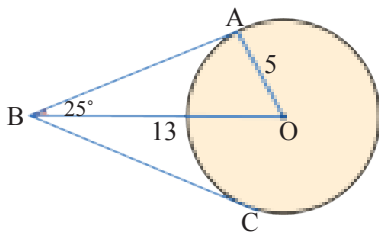
4 قياس القوس \widehat{BC} هو:

- a) 90 b) 42 c) 45 d) 135



5 طول الوتر AB في الشكل المجاور هو:

- a) 12 b) 10 c) 6 d) 8



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للسئلة (6-7):

6 قياس $\angle AOB$ هو:

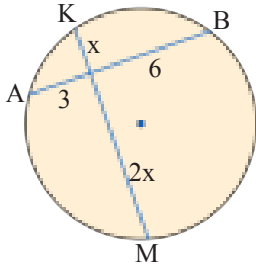
- a) 115° b) 120° c) 65° d) 90°

7 طول القطعة المستقيمة BC هو:

- a) 10 b) 14 c) 12 d) 5

Triangle and Circle Line Segments and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (1-2):

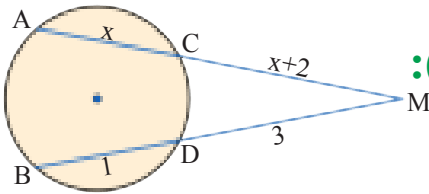


1 قيمة x هي:

- a) 2 b) 6 c) 9 d) 3

2 طول الوتر \overline{MK} هو:

- a) 12 b) 9 c) 5 d) 4



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (3-5):

3 قيمة x هي:

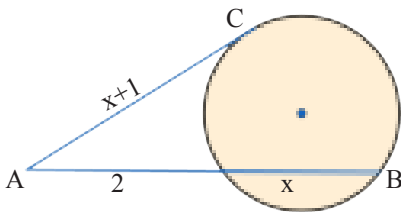
- a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

4 طول \overline{BM} هو:

- a) 4 b) 6 c) 5 d) 2

5 طول \overline{AM} هو:

- a) 4 b) 2 c) 6 d) 3



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (6-8):

6 قيمة x هي:

- a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 0

7 طول المماس هو:

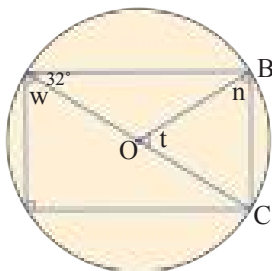
- a) $\sqrt{2} + 1$ b) $\sqrt{3} + 1$ c) 4 d) $\sqrt{5} + 1$

8 طول \overline{AB} هو:

- a) $\sqrt{3} + 6$ b) $\sqrt{3} + 2$ c) $\sqrt{3} + 5$ d) $\sqrt{3} + 4$

Angles and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (1-3):



1 قياس الزاوية W هو:

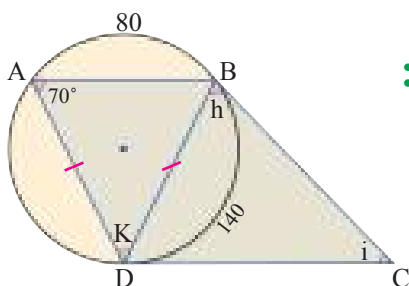
- a) 45° b) 30° c) 90° d) 32°

2 قياس الزاوية t هو:

- a) 45° b) 64° c) 32° d) 48°

3 قياس الزاوية n هو:

- a) 45° b) 64° c) 32° d) 84°



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (4-6):

4 قياس الزاوية h هو:

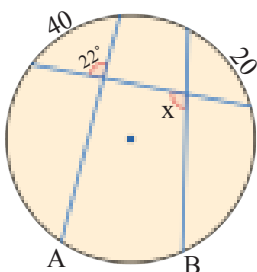
- a) 70° b) 72° c) 90° d) 80°

5 قياس الزاوية i هو:

- a) 39° b) 70° c) 40° d) 45°

6 قياس الزاوية k هو:

- a) 70° b) 30° c) 40° d) 78°



انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للأسئلة (7-8):

7 قياس الزاوية x هو:

- a) 70° b) 80° c) 140° d) 20°

8 قياس القوس \overline{ABC} هو:

- a) 40 b) 120 c) 144 d) 140

الدرس [1-6] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

Design a Survey Study and Analysis its Results

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

8, 8, 12, 11, 15, 15, 16, 21, 23, 27, 31, 70.

- a) المدى b) المنوال c) الوسيط d) الوسط الحسابي

2 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

2, 3, 4, 5, 6, 7.

- a) المدى b) المنوال c) الوسيط d) الوسط الحسابي

3 أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

18, 1, 3, 16, 23, 3, 2.

- a) المدى b) المنوال c) الوسيط d) الوسط الحسابي

4 المدى للبيانات الآتية: 24, 18, 32, 24, 22, 18 هو:

- a) 18 b) 32 c) 14 d) 50

5 أي المقياس ليس من مقاييس النزعة المركزية؟

- a) المدى b) المنوال c) الوسيط d) الوسط الحسابي

6 القيمة المتطرفة لهذه البيانات: 4, 30, 3, 5, 5, 6, 5, 3

- a) 3 b) 5 c) 5 d) 30

7 يكون الوسيط هو انسب مقاييس النزعة المركزية للبيانات التي:

- a) توجد قيم متطرفة b) لا توجد قيم متطرفة c) توجد قيم متطرفة d) لا توجد قيم متطرفة
توجد فجوات كبيرة وسطها لا توجد فجوات كبيرة وسطها لا توجد فجوات كبيرة وسطها لا توجد فجوات كبيرة وسطها

8 انسب مقاييس النزعة المركزية لبيانات تحتوي على قيم متطرفة هي:

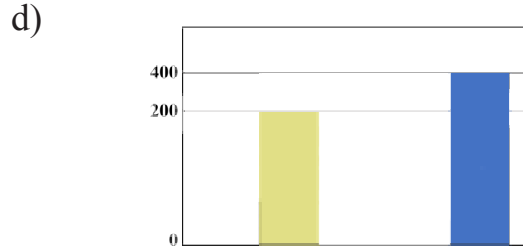
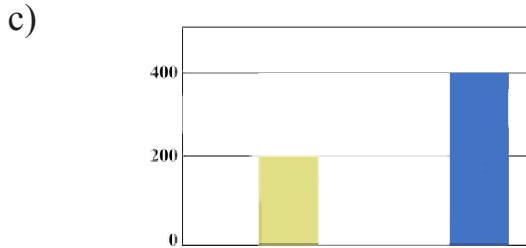
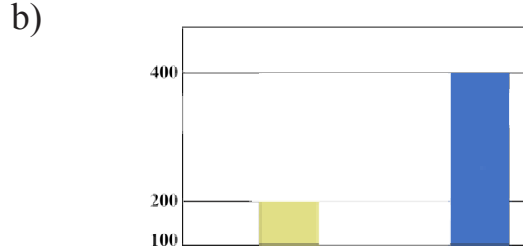
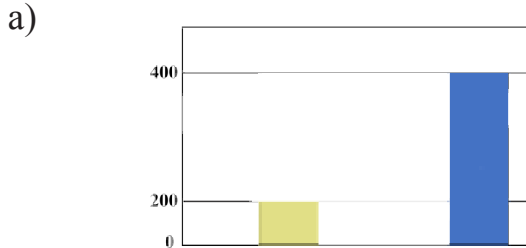
- a) المدى b) المنوال c) الوسيط d) الوسط الحسابي

الدرس [6-2] البيانات والاحصاءات المضللة

Graphs and Misleading Statics

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 اي رسم بياني هو الافضل في تمثيل بيانات معينة:



2 الرسم البياني يكون مضلل:

- a) يبدأ من الصفر والفترات غير متساوية
b) لا يبدأ من الصفر والفترات غير متساوية
c) لا يبدأ من الصفر والفترات متساوية
d) يبدأ من الصفر والفترات متساوية

3 في استطلاع شمل 6 مدرسين حول الدوام، افاد 4 منهم انهم يفضلون الدوام الصباحي. كتب المستطلع ان: (يفضل 2 مدرس من كل 3 مدرسين الدوام الصباحي) لماذا يعد هذا الاعلان مضللاً؟

- a) العينة كبيرة جداً
b) العينة تشمل ان يجب ان تشمل العينة
c) العينة صغيرة جداً
d) العينة الجملية (يفضل به) يفضل به
مدرس من كل مدرسين

4 في محل تجاري عرض نوع من الاجبان على 12 شخص لتقويمه قبل عرضه، ابدى 6 منهم اعجابهم بالمنتج، بناءً على ذلك صرح المنتج «ان المنتج جيد لان نسبة الذين فضلوه كانت 6 الى 3».

- a) البيانات غير مضللة لان نسبة 6 الى 3 نسبة كبيرة
b) البيانات غير مضللة لان نسبة الذين اعجبوا بالجينة ضعف عدد الباقيين
c) البيانات مضللة لان رغم ان عدد الذين اعجبوا بالجينة ضعف عدد الباقيين
d) البيانات مضللة لان العينة التي اختيرت متوسطة الحجم

Permutation and Compilation

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 القيمة العددية للمقدار $(0!)(3! - 5!)$ تساوي:

- a) 2 b) 0 c) 114 d) ليس ايها منها

2 قيمة C_1^{51} تساوي:

- a) 1 b) 51 c) 50 d) ليس ايها منها

3 قيمة P_0^{100} تساوي:

- a) 100 b) 100! c) 0 d) 1

18, 1, 3, 16, 23, 3, 2.

4 عدد طرق تشكيل لجنة رباعية من 5 اشخاص لكل منهم وظيفة خاصة:

- a) P_4^5 b) $5!$ c) $4!$ d) C_4^5

5 قيمة المقدار $\frac{n!}{(n-2)!}$ تساوي:

- a) $n!$ b) $(n-2)!$ c) $n(n-1)!$ d) $n(n-1)$

6 عدد طرق اختيار 5 اسئلة من ورقة امتحان تحتوي على 7 امثلة هو:

- a) 7 b) 5 c) $2!$ d) 21

7 القيمة العددية للمقدار $\frac{(8-3)!}{(3+2)!}$ هي:

- a) $4!$ b) $3!$ c) $2!$ d) $1!$

8 قيمة المقدار $C_0^n + P_0^n$ تساوي:

- a) 1 b) 2 c) 0 d) 0

الدرس [4-6] الاحتمال والتجربي والاحتمال والنظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 إذا كان E_1, E_2 حدثان متنافيان فإن $P(E_1 \text{ or } E_2)$ تساوي:

- a) $P(E_1) - P(E_2)$ b) $P(E_1) \times P(E_2)$ c) $P(E_1) + P(E_2)$ d) $\frac{P(E_1)}{P(E_2)}$

2 سجل احمد 20 اصابة للهدف من 25 محاولة، أي نسبة مئوية للاحتمال التجريبي ان يسجل احمد الهدف في المحاولة التالية؟

- a) 50% b) 60% c) 70% d) 80%



3 اطلقت تمارة مؤشر القرص المقابل مرة واحدة، أي نسبة مئوية للاحتمال النظري ان يدل المؤشر على الرقم 2.

- a) 35% b) 30% c) 25% d) 20%

4 عند رمي حجر النرد مرة واحدة، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 3 او حاصل ضربهما 3 هو:

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1

5 E_1, E_2 حدثان متنافيان، اذا كان $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{5}{6}$ وان $P(E_2) = \frac{2}{3}$ فإن $P(E_1)$ يساوي:

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$

6 عند رمي حجر النرد، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 13 هو:

- a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

Compound Events

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 E_1, E_2 حدثان مستقلان، حيث $P(E_1) = 0.3$ وان $P(E_2) = 0.9$ فان احتمال حدوث E_1, E_2 معاً هو:

- a) 1.2 b) 0.6 c) 0.27 d) 0.3

2 رمى مصطفى حجر نرد وقطعة نقود، احتمال ظهور رقم اكبر من 5 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود هو:

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) 3

3 صندوق فيه 5 كرات حمراء، 4 كرات خضراء.

E_1 : سحب كرة حمراء، E_2 : سحب كرة خضراء دون اعادة الحمراء. فان احتمال حدوثهما معاً هو:

- a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{19}{18}$ d) $\frac{1}{18}$

4 E_1, E_2 حدثان مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو:

- a) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ after } E_1)$ b) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) + P(E_2 \text{ before } E_1)$
c) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$ d) $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_1 \text{ after } E_2)$

5 العلاقة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$ بين الحدثان E_1, E_2 حيث هما:

- a) لا توجد علاقة بينهما b) مستقلان c) مترابطان d) غير ذلك

6 E_1, E_2 حدثان متنافيان حيث: $P(E_1) = 0.15$, $P(E_2) = 0.45$ ، فان احتمال حدوث E_1 او E_2 هو:

- a) 0.0675 b) 3 c) 0.6 d) 0.3

المحتوى

الفصل الرابع : الهندسة الاحداثية

الاختبار القبلي	5
الدرس الأول: التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي	6
الدرس الثاني: ميل المستقيم	10
الدرس الثالث: معادلة المستقيم	14
الدرس الرابع: المستقيمات المتوازية والمتعامدة	18
الدرس الخامس: المسافة بين نقطتين	22
الدرس السادس: النسب المثلثية	26
الدرس السابع: خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)	30
اختبار الفصل	35

الفصل الخامس : الهندسة والقياس

الاختبار القبلي	37
الدرس الأول: المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)	38
الدرس الثاني: المثلثات	42
الدرس الثالث: التناسب والقياس في المثلثات	46
الدرس الرابع: الدائرة	50
الدرس الخامس: المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة	54
الدرس السادس: الزوايا والدائرة	58
الدرس السابع: خطة حل المسألة (الرسم)	62
اختبار الفصل	67

الفصل السادس : الاحصاء والاحتمالات

69	الاختبار القبلي
70	الدرس الأول: تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها
74	الدرس الثاني: البيانات والاحصاءات المضللة
78	الدرس الثالث: التباديل و التوافيق
82	الدرس الرابع: الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
86	الدرس الخامس: الاحداث المركبة
90	الدرس السادس: خطة حل المسألة (انشيء انموذجاً)
95	اختبار الفصل
96	تمريعات الفصول - الاختبار من متعدد

الخطة الدراسية لتوزيع الحصص

عدد الحصص	الفصل السادس	عدد الحصص	الفصل الرابع
1	الاختبار القبلي	1	الاختبار القبلي
3	الدرس [6-1]	3	الدرس [4-1]
3	الدرس [6-2]	3	الدرس [4-2]
3	الدرس [6-3]	3	الدرس [4-3]
3	الدرس [6-4]	3	الدرس [4-4]
3	الدرس [6-5]	3	الدرس [4-5]
2	الدرس [6-6]	3	الدرس [4-6]
1	مراجعة الفصل	2	الدرس [4-7]
1	اختبار الفصل	1	مراجعة الفصل
20	المجموع	1	اختبار الفصل
		23	المجموع
		عدد الحصص	الفصل الخامس
		1	الاختبار القبلي
		3	الدرس [5-1]
		3	الدرس [5-2]
		3	الدرس [5-3]
		3	الدرس [5-4]
		3	الدرس [5-5]
		3	الدرس [5-6]
		2	الدرس [5-7]
		1	مراجعة الفصل
		1	اختبار الفصل
		23	المجموع