

I. PHẦN CHUNG CHO TẤT CẢ THÍ SINH (7,0 điểm)

Câu 1: (2,0 điểm) Cho hàm số $y = 2x^3 - 3(2m+1)x^2 + 6m(m+1)x + 1$ (1) với m là tham số thực.

- Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số (1) khi $m = -1$
- Chứng tỏ rằng với mọi m , đồ thị của hàm số (1) luôn luôn có hai điểm cực trị và khoảng cách giữa hai điểm này là một hằng số.

Câu 2: (1,0 điểm) Giải phương trình: $4 + 3 \sin x + \sin^3 x = 3 \cos^2 x + \cos^6 x$

Câu 3: (1,0 điểm) Giải hệ phương trình:
$$\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \frac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases}$$

Câu 4: (1,0 điểm) Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos 2x - 7} dx$

Câu 5: (1,0 điểm) Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD. A'B'C'D'. Chiều cao bằng h , hai đường chéo của hai mặt bên xuất phát từ một đỉnh hợp nhau một góc 60° và O là tâm hình vuông ABCD. Tính thể tích hình lăng trụ theo h . Tính góc tạo bởi AB' và OC'.

Câu 6: (1,0 điểm) Cho x và y thuộc \mathbf{R} thỏa:
$$\begin{cases} 2y - 3 \geq x^2 \\ y \leq x^2 + 3x - 2 \end{cases}$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $P = y - x^3 + 5x$ với $x \geq 0$

II. PHẦN RIÊNG (3,0 điểm) Thí sinh chỉ được làm một trong hai phần (Phần A hoặc B)**A. Theo chương trình Chuẩn**

Câu 7a: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(0; 2\sqrt{3})$; $B(-2; 0)$ và $C(2; 0)$, đường cao BH. Tìm hai điểm M và N trên đường thẳng chứa đường cao BH sao cho ba tam giác MBC, NBC và ABC có chu vi bằng nhau.

Câu 8a: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, lập phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H(2; 1; 1) là trọng tâm của tam giác ABC.

Câu 9a: (1,0 điểm) Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.

B. Theo chương trình Nâng cao

Câu 7b: (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(-2; 0)$; $B(2; 0)$, góc giữa hai đường thẳng BC và AB bằng 60° . Tính diện tích tam giác ABC biết rằng $y_C > 2$.

Câu 8b: (1,0 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$ và mặt phẳng (P): $x + y + z - 6 = 0$. Chứng tỏ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đáy là đường tròn (C).

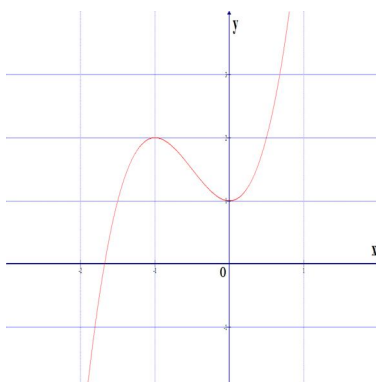
Câu 9b: (1,0 điểm) Cho số phức z thỏa mãn $(z+3-i)(\bar{z}+1+3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$

----- Hết -----

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Cảm ơn thầy Huỳnh Chí Hào chủ nhân của <http://www.boxmath.vn/> gửi tới www.laisac.page.tl

ĐÁP ÁN ĐỀ THI THỬ ĐẠI HỌC LẦN 2 KHỐI D NĂM HỌC 2013 – 2014

Câu	Nội dung	Điểm																					
Câu 1	a) Khảo sát $y = 2x^3 + 3x^2 + 1$ + TXĐ: $D = \mathbf{R}$ + $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ + $y' = 6x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = 1 \\ x = -1; y = 2 \end{cases}$ + BBT	(2 điểm)																					
	<table border="1"><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>2</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$		y	$-\infty$		2		1		$+\infty$	0.25
	x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$																		
	y'		$+$	0	$-$	0	$+$																
	y	$-\infty$		2		1		$+\infty$															
Hàm số ĐB trên các khoảng $(-\infty; -1), (0; +\infty)$, NB trên các khoảng $(-1; 0)$ Hàm số đạt cực đại : $y_{CD} = 2$ tại $x_{CD} = -1$. Hàm số đạt cực tiểu $y_{CT} = 1$ tại $x_{CT} = 0$.	0.25																						
+ Đồ thị		0.25																					
b) $y = 2x^2 - 3(2m + 1)x^2 + 6m(m + 1)x + 1$ + $y' = 6x^2 - 6(2m + 1)x + 6m(m + 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + m(m + 1) = 0$ + $\Delta' = 1 > 0 \forall m \rightarrow$ hs luôn luôn có 2 cực trị phương trình đường thẳng nối 2 điểm cực trị: $y = -x + 2m^3 + 3m^2 + m + 1$ $x_1 = m \rightarrow y_1 = 2m^3 + 3m^2 + 1$ $x_2 = m + 1 \rightarrow y_2 = 2m^3 + 3m^2$ Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số : $A(m; 2m^3 + 3m^2 + 1)$; $B(m+1; 2m^3 + 3m^2)$ $AB = \sqrt{2} \rightarrow$ đpcm	0.25 0.25 0.25 0.25																						
Câu 2	Giải phương trình: $4 + 3\sin x + \sin^3 x = 3\cos^2 x + \cos^6 x$	(1 điểm)																					
	$\Leftrightarrow 1 + 3(1 - \cos^2 x) + 3\sin x + \sin^3 x = \cos^6 x$ $\Leftrightarrow 1 + 3\sin^2 x + 3\sin x + \sin^3 x = \cos^6 x$ $\Leftrightarrow (1 + \sin x)^3 = (\cos^2 x)^3$ (*).	0.25																					
	Xét hàm số $f(t) = t^3$; $f'(t) = 3t^2 \geq 0 \rightarrow$ hàm số $f(t)$ luôn luôn đồng biến Từ (*) ta có $f(1 + \sin x) = f(\cos^2 x)$	0.25																					
	$\Leftrightarrow 1 + \sin x = \cos^2 x$ $\Leftrightarrow \sin^2 x + \sin x = 0$	0.25																					
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \end{cases}$	0.25																					
Câu 3	Giải hệ : $\begin{cases} 1 + xy + \sqrt{xy} = x \\ \frac{1}{x\sqrt{x}} + y\sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt{x}} + 3\sqrt{y} \end{cases}$	(1 điểm)																					

	<p>ĐK: $x > 0$; $y > 0$ Đặt : $u = \frac{1}{\sqrt{x}}$; $v = \sqrt{y}$ với $u > 0; v > 0$.</p> <p>Ta có hệ : $\begin{cases} u^2 + v^2 + uv = 1 \\ u^3 + v^3 = u + 3v \end{cases}$</p> <p>Giải hệ ta được : $\begin{cases} u = 1 \\ v = 0 \end{cases}$</p> <p>Nghiệm của hệ phương trình là : $(x; y) = (1; 0)$</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 4	<p>Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos 2x - 7} dx$</p> <p>$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - \sin^3 x}{\cos 2x - 7} dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x(1 - \sin^2 x)}{(2\cos^2 x - 1) - 7} dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^2 x \sin x}{\cos^2 x - 4} dx$</p> <p>Đặt $t = \cos x \Rightarrow dt = -\sin x dx$.</p> <p>Đổi cận : $x = 0 \Rightarrow t = 1$, $x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = 0$</p> <p>$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{t^2}{t^2 - 4} dt = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(1 + \frac{1}{t-2} - \frac{1}{t+2} \right) dt$</p> <p>$= \frac{1}{2} (t + \ln t-2 - \ln t+2) \Big _0^1 = \frac{1}{2} (1 - \ln 3)$</p>	<p>(1 điểm)</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 5	<p>Cho lăng trụ tứ giác đều ABCD. A'B'C'D'. Chiều cao bằng h, hai đường chéo của hai mặt bên xuất phát từ một đỉnh hợp nhau một góc 60° và O là tâm hình vuông ABCD. Tính thể tích hình lăng trụ theo h. Tính góc tạo bởi AB' và OC'.</p> <p>Gọi x là cạnh hình vuông ABCD và $O = AC \cap BD$ $\Delta AB'C$ đều (do $AB' = B'C$ và $\angle B'AC = 60^\circ$) $\Rightarrow AB' = B'C = AC = x\sqrt{2}$ Mà $AB' = h\sqrt{2} \Rightarrow x = h$. Do đó $V_{ABCD.A'B'C'D'} = h^3$ Gọi $O' = A'C' \cap B'D' \Rightarrow AO' \parallel OC'$. Ta có góc $(AB'; OC') = \text{góc}(AB'; AO')$ Xét góc $O'AB'$ = ? Thông qua $\Delta O'AB'$ $AB' = h\sqrt{2}$, $O'B' = O'A' = \frac{h\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, $O'A'^2 = AA'^2 + O'A'^2 = h^2 + \frac{2h^2}{4} = \frac{6h^2}{4}$ $\cos O'AB' = \frac{O'A'^2 + AB'^2 - O'B'^2}{2O'A'.AB'} = \frac{\frac{6h^2}{4} + 2h^2 - \frac{2a^2}{4}}{2 \cdot \frac{\sqrt{2}h}{2} \cdot \sqrt{2}h} = \frac{3h^2}{\sqrt{6}h^2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$</p>	<p>(1 điểm)</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 6	<p>Cho x và y thuộc \mathbf{R} thỏa: $\begin{cases} 2y - 3 \geq x^2 \\ y \leq x^2 + 3x - 2 \end{cases}$</p> <p>Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức : $P = y - x^3 + 5x$ với $x \geq 0$</p> <p>Từ gt ta có $\frac{x^2 + 3}{2} \leq y \leq x^2 + 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 7 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -7 \\ x \geq 1 \end{cases}$</p> <p>$P \leq -x^3 + 5x + x^2 + 3x - 2 = f(x) = -x^3 + x^2 + 8x - 2$</p>	<p>(1 điểm)</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

	$f'(x) = -3x^2 + 2x + 8$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{4}{3}$; $x = 2$ Với $x \geq 0$ ta có $f(x) \leq 10 \Rightarrow P \leq 10$ KQ : $P_{\max} = 10$ xảy ra khi $\begin{cases} x = 2 \\ y = -8 \end{cases}$	0.25 0.25
Câu 7a	<p>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A(0; 2\sqrt{3})$; $B(-2; 0)$ và $C(2; 0)$, đường cao BH. Tìm hai điểm M và N trên đường thẳng chứa đường cao BH sao cho ba tam giác MBC, NBC và ABC có chu vi bằng nhau.</p> <p>ΔABC đều cạnh bằng 4, M và N cần tìm thỏa điều kiện $MB + MC = NB + NC = 8$ Nên M, N nằm trên (E) có hai tiêu điểm $B(-2; 0)$ và $C(2; 0)$ Trục lớn $2a = 8 \Rightarrow a = 4$. Tiêu cự $2c = 4 \Rightarrow c = 2$. Trục bé $b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{12}$ (E) có phương trình $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ ΔABC đều $\Rightarrow H$ là trung điểm $AC \Rightarrow H(1; \sqrt{3})$ Phương trình BH: $x - \sqrt{3}y + 2 = 0$ Tọa độ M và N là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - \sqrt{3}y + 2 = 0 \\ 3x^2 + 4y^2 = 48 \end{cases}$ Kết quả $M\left(\frac{-8 + 24\sqrt{3}}{13}; \frac{6\sqrt{3} + 24}{13}\right)$; $N\left(\frac{-8 - 24\sqrt{3}}{13}; \frac{6\sqrt{3} - 24}{13}\right)$</p>	(1 điểm) 0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 8a	<p>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, lập phương trình mặt phẳng (P) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H (2; 1; 1) là trực tâm của tam giác ABC.</p> <ul style="list-style-type: none"> $A(a; 0; 0)$. $B(0; b; 0)$. $C(0; 0; c)$. $H(2; 1; 1)$ $\overrightarrow{AH} = (2 - a; 1; 1)$, $\overrightarrow{BC} = (0; -b; c)$; $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \rightarrow b = c$ $\overrightarrow{BH} = (2; 1 - b; 1)$, $\overrightarrow{AC} = (-a; 0; c)$; $\overrightarrow{BH} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \rightarrow 2a = c \rightarrow a = \frac{c}{2}$ Phương trình mp (P): $\frac{2x}{c} + \frac{y}{c} + \frac{z}{c} = 1$ (P) đi qua $H(2; 1; 1) \Leftrightarrow \frac{6}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 6$ & $a = 3$ Kq: phương trình của mp (P); $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{6} = 1 \Leftrightarrow 2x + y + z - 6 = 0$ 	(1 điểm) 0.25 0.25 0.25 0.25
Câu 9a	<p>Một nhóm học sinh gồm 9 em trong đó có 3 nữ, được chia thành 3 tổ đều nhau. Tính xác suất để mỗi tổ có 1 nữ.</p> <p>Gọi A là biến cố : “ chia 3 tổ học sinh đều nhau mỗi tổ có 1 nữ” Không gian mẫu Ω: “chia 3 tổ học sinh đều nhau” Ta có : $\Omega = C_9^3 \cdot C_6^3 \cdot C_3^3 = 1680$ $A = 3! \cdot C_6^2 \cdot C_4^2 \cdot C_2^2 = 540$ $P(A) = \frac{ A }{ \Omega } = \frac{540}{1680} = \frac{27}{84}$</p>	(1 điểm) 0.25 0.5 0.25
Câu 7b	<p>Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho ΔABC có $A(-2; 0)$; $B(2; 0)$, góc giữa hai đường thẳng BC và AB bằng 60°. Tính diện tích tam giác ABC biết rằng $y_C > 2$.</p>	(1 điểm)

	<p>$C(x; y)$ với $y > 2$; $\overrightarrow{AB} = (4; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (x + 2; y)$, $\overrightarrow{BC} = (x - 2; y)$</p> <p>Theo gt ta có $\begin{cases} \cos 30^\circ = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \\ \cos 30^\circ = \cos(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{ 4(x+2) }{4\sqrt{(x+2)^2 + y^2}} \\ \frac{1}{2} = \frac{ 4(x-2) }{4\sqrt{(x-2)^2 + y^2}} \end{cases}$</p> <p>$\Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2 = (x+2)^2 \\ y^2 = 3(x-2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \rightarrow y = \pm\sqrt{3} \\ x = 4 \rightarrow y = \pm 2\sqrt{3} \end{cases}$</p> <p>Từ đó suy ra $C(4; 2\sqrt{3})$</p> <p>AB thuộc trục $Ox \Rightarrow S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot d(C; Ox) = 4\sqrt{3}$ đvdt</p>	<p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 8b	<p>Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho mặt cầu (S) có phương trình : $x^2 + y^2 + z^2 - 3x - 3y - 3z = 0$ và mặt phẳng (P) : $x + y + z - 6 = 0$. Chứng tỏ mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn (C). Tính thể tích khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đáy là đường tròn (C).</p> <ul style="list-style-type: none"> Mặt cầu (S) tâm I $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ và bán kính $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ $d(I; (P)) = \frac{\sqrt{3}}{2} < R \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo đường tròn (C) Gọi r là bán kính đường tròn (C) ; $r = \sqrt{R^2 - d^2(I, P)} = \sqrt{6}$ Mặt cầu (S) có thể tích $V = \frac{1}{3} S(c) \cdot h = \sqrt{3}\pi$ 	<p>(1 điểm)</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>
Câu 9b	<p>Cho số phức z thỏa mãn $(z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là một số thực. Tìm giá trị nhỏ nhất của z</p> <p>Giả sử $z = x + yi$.</p> <p>Từ gt : $w = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i) = (x + 3 + (y - 1)i)(x + 1 - (y - 3)i)$</p> <p>$= x^2 + y^2 + 4x + 4y + 6 + 2(x - y - 4)i$</p> <p>Ta có $w \in \mathbf{R} \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$</p> <p>Tập hợp biểu diễn của z là đt (d) : $x - y - 4 = 0$. Gọi M là điểm biểu diễn của z.</p> <p>$z _{\min} \Leftrightarrow OM_{\min} \Leftrightarrow OM \perp (d)$</p> <p>Tìm được $M(-2; 2) \Leftrightarrow z = -2 + 2i$</p>	<p>(1 điểm)</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p> <p>0.25</p>

Cảm ơn thầy Huỳnh Chí Hào chủ nhân của <http://www.boxmath.vn/> gửi tới www.laisac.page.tl