

——— Traité de Génie Civil ———
de l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne

Volume 10

CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

Notions fondamentales et méthodes de dimensionnement

Manfred A. Hirt
Rolf Bez



PRESSES POLYTECHNIQUES ET UNIVERSITAIRES ROMANDES

Avant-propos

«Quels que soient leurs goûts, quels que soient leurs intérêts, les futurs ingénieurs civils doivent apprendre à construire. La plupart d'entre eux bâtiront un jour des bâtiments ou des ponts. Il est donc essentiel que tous se forment dans le domaine des structures. Pour gagner leur enthousiasme, il est indispensable que l'art de l'ingénieur leur soit présenté de manière rationnelle et analytique; c'est ainsi qu'ils pourront acquérir l'esprit de synthèse inhérent à leur formation.» (Extrait de la préface, signée en novembre 1977 par le Professeur Jean-Claude Badoux, de la partie A des polycopiés de l'ICOM.)

Ce volume du Traité de Génie Civil s'inscrit dans la ligne des polycopiés de l'ICOM élaborés jadis sous la direction du Professeur Jean-Claude Badoux, qui a su créer l'infrastructure et transmettre la motivation nécessaires pour rédiger et publier nos connaissances. Cet ouvrage traite des notions fondamentales et des méthodes de dimensionnement relatives à la construction métallique. Il constitue par ailleurs la base des deux autres volumes consacrés à la construction métallique, dans lesquels le contenu de cet ouvrage est appliqué à la conception et au dimensionnement des halles et bâtiments (vol. 11) et des ponts métalliques et mixtes acier-béton (vol. 12). L'ensemble des volumes 10 à 12 s'adresse à la fois aux étudiants en tant que support aux cours qui leurs sont donnés, et aux ingénieurs désireux d'avoir un aperçu aussi complet que possible de la conception et du dimensionnement des structures métalliques en général, et plus particulièrement des halles, des bâtiments et des ponts.

Le but de ce volume est de donner au lecteur les éléments nécessaires à une bonne compréhension du comportement physique des éléments de charpente métallique ainsi que de leurs assemblages, afin de permettre leur dimensionnement à l'aide de modèles de calcul réalistes. Son contenu est fortement influencé par les notes de cours et l'expérience acquise lors de l'enseignement de cette matière. Cet ouvrage ne constitue pas un lexique exhaustif, mais représente un ensemble de connaissances, enrichies notamment par des résultats de travaux de recherche internationaux, nécessaires à la conception et au dimensionnement des structures métalliques.

La structuration de ce volume permet de distinguer les parties relatives aux principes de base des vérifications de la sécurité structurale et de l'aptitude au service (chap. 1 à 3), au dimensionnement élastique et plastique d'éléments métalliques et mixtes (chap. 4 à 6), au dimensionnement d'assemblages (chap. 7 à 9), à la théorie de la stabilité (chap. 10 à 12) et aux notions fondamentales de la fatigue des détails de construction en acier (chap. 13). De nombreux exemples numériques complètent la matière traitée, afin d'illustrer au mieux son application pratique. Si les normes SIA ont servi de base aux principes de dimensionnement utilisés dans cet ouvrage, des compléments d'information relatifs aux Eurocodes ont été inclus dans le texte, afin d'aider le lecteur à faire un pas en direction de la prochaine génération de normes qui sera utilisée dans l'ensemble de l'Europe, y compris en Suisse. Les exemples numériques ont été adaptés aux Eurocodes par le Professeur Jacques Brozzetti, du Centre technique industriel de la construction métallique (CTICM), à St Rémy lès Chevreuse (France); ils sont, pour cette première édition, regroupés dans une brochure annexe à cet ouvrage.

Ce volume est le fruit d'un important travail effectué par un grand nombre de personnes, membres ou non de l'ICOM-Construction métallique. Les auteurs tiennent à remercier chaleureusement l'ensemble de ces personnes de leur précieux apport lors de la préparation de ce volume, en particulier MM. Jean-François Ricci et Pascal Damon pour la mise au point des exemples numériques, MM. Vincent Haesler, Bertrand Voutaz et Michel Crisinel pour la rédaction de certaines parties, ainsi que M. le Professeur Jacques Brozzetti pour le contrôle des compléments relatifs aux Eurocodes et pour l'adaptation des exemples numériques. Les remerciements s'adressent également aux nombreux ingénieurs, dont M. Pierre-Alain

Dumusque, qui ont relu une version préliminaire d'un ou de plusieurs chapitres, ainsi qu'aux étudiants qui contribuent, année après année, à améliorer notre enseignement. Les auteurs tiennent également à exprimer leur reconnaissance à MM. Maurice Fiaux et Christian Müller pour l'excellente présentation graphique des figures illustrant cet ouvrage, aux personnes, dont M^{me} Marianne Cachin, qui ont contribué à la saisie du texte, ainsi qu'à M. Olivier Babel, des Presses polytechniques et universitaires romandes, pour la lecture finale du texte.

Lausanne, avril 1994

Manfred A. Hirt et Rolf Bez

Membres de l'ICOM ayant contribué à l'élaboration de ce volume

MM. Graham Couchman, Michel Crisinel, Pascal Damon, Guy Decorges, M^{lle} Véronique Dubois, M. Jean-Marc Ducret, M^{me} Isabelle Duflon, M^{lle} Sandra Ferreira, MM. Maurice Fiaux, Vincent Haesler, André Jaccard, Alain Jaunin, Kim Jent, Andreas Keller, Jean-Paul Lebet, M^{me} Jacqueline Lécureux, M. Christoph Meister, M^{lle} Carola Minelli, MM. Christian Müller, Eerik Peekker, Jean-François Ricci, Peter Tanner, M^{me} Esther von Arx, M. Bertrand Voutaz.

Personnes extérieures à l'ICOM ayant relu une version préliminaire d'un ou de plusieurs chapitres

MM. Dominique Andrey, Eugen Brühwiler, Norbert Clément, Jérémy Daglish, Pierre-Alain Dumusque, André Flückiger, Philippe Pavid, Jean-Bernard Pfander, Gérald Pilet, Eric Pointet, Jean-Luc Rochat, Ernest Steinhauer.

Table des matières

AVANT-PROPOS	V
TABLE DES MATIÈRES	VII

PRINCIPES DE BASE

1. Introduction.....	1
1.1 Objectifs de l'ouvrage	3
1.2 Structuration et contenu.....	3
1.3 Documents de référence	4
1.4 Conventions	5
1.4.1 Terminologie et typographie.....	5
1.4.2 Axes.....	6
1.4.3 Notations et signes	6
1.4.4 Unités	7
1.5 Historique de la construction métallique	7
1.6 Concept de dimensionnement.....	8
1.6.1 Principes.....	8
1.6.2 Sécurité structurale.....	9
1.6.3 Aptitude au service	9
 2. Principes de dimensionnement.....	 11
2.1 Introduction.....	13
2.2 Buts et moyens	14
2.2.1 Buts à atteindre	14
2.2.2 Aptitude au service et plan d'utilisation.....	15
2.2.3 Sécurité structurale et plan de sécurité	16
2.2.4 Documentation pour le maître de l'ouvrage.....	16
2.3 Aptitude au service	17
2.3.1 Exigences	17
2.3.2 Etats d'utilisation	17
2.3.3 Plan d'utilisation	18
2.3.4 Vérification par le calcul	20
2.4 Sécurité structurale	24
2.4.1 Exigences	24
2.4.2 Situations de risque.....	25
2.4.3 Plan de sécurité	27
2.4.4 Vérification par le calcul	29
2.4.5 Approche probabiliste.....	30
2.4.6 Approche avec des facteurs partiels	34
2.5 Charges et actions.....	41
2.5.1 Poids propre de la structure porteuse	41

2.5.2	Poids propre des éléments non porteurs	41
2.5.3	Charges utiles dans les bâtiments	42
2.5.4	Neige	43
2.5.5	Vent	44
2.5.6	Température	45
2.5.7	Actions accidentelles	46
2.6	Analyse d'une structure	47
2.6.1	Modélisation de la structure	47
2.6.2	Calcul des efforts intérieurs	49
2.6.3	Calcul de la résistance	50
3.	Matériaux	55
3.1	Introduction	57
3.2	Elaboration de l'acier et produits des aciéries	58
3.2.1	Elaboration de l'acier	58
3.2.2	Traitements thermiques et mécaniques	60
3.2.3	Produits laminés à chaud	62
3.2.4	Produits façonnés à froid	66
3.2.5	Profilés tubulaires	66
3.2.6	Imperfections des produits laminés	67
3.2.7	Contraintes résiduelles	68
3.3	Caractéristiques des matériaux de construction	70
3.3.1	Acier de construction	70
3.3.2	Aluminium	74
3.3.3	Aciers d'armature et de précontrainte	76
3.3.4	Béton	77
3.4	Caractéristiques du matériau des moyens d'assemblage	80
3.4.1	Rivets	81
3.4.2	Boulons	81
3.4.3	Soudures	82
3.4.4	Éléments de connexion acier-béton	83
3.4.5	Autres moyens d'assemblage	84

DIMENSIONNEMENT D'ÉLÉMENTS

4.	Résistance en section	87
4.1	Introduction	89
4.2	Résistance à un effort normal	90
4.3	Résistance à un moment de flexion	93
4.3.1	Flexion simple	93
4.3.2	Flexion d'une section monosymétrique	97
4.3.3	Flexion d'une section hybride	99
4.3.4	Flexion gauche	100
4.4	Résistance à un effort tranchant	106
4.5	Résistance à un moment de torsion	108
4.5.1	Modes de résistance à la torsion	108

4.5.2	Torsion uniforme.....	109
4.5.3	Torsion non uniforme	118
4.5.4	Torsion mixte	124
4.6	Résistance sous interaction d'efforts.....	126
4.6.1	Principes.....	126
4.6.2	Moment de flexion et effort normal.....	127
4.6.3	Moment de flexion et effort tranchant.....	133
4.6.4	Effort normal et effort tranchant.....	137
4.6.5	Moment de flexion, effort normal et effort tranchant.....	139
4.6.6	Interaction avec un moment de torsion	139
4.7	Section mixte acier-béton	144
4.7.1	Définitions.....	144
4.7.2	Principes.....	145
4.7.3	Résistance à un effort normal.....	149
4.7.4	Résistance à un moment de flexion.....	154
4.7.5	Résistance à un effort tranchant	167
4.7.6	Résistance sous interaction d'efforts	167
5.	Éléments fléchis.....	169
5.1	Introduction.....	171
5.2	Principes de dimensionnement.....	172
5.2.1	Aptitude au service	172
5.2.2	Sécurité structurale.....	175
5.2.3	Sécurité à la fatigue	179
5.3	Profilés laminés	179
5.3.1	Domaine d'application.....	179
5.3.2	Dimensionnement.....	180
5.4	Profilés avec semelles de renfort	183
5.4.1	Domaine d'application.....	183
5.4.2	Dimensionnement de la semelle de renfort.....	183
5.4.3	Longueur de la semelle de renfort.....	184
5.5	Poutres composées à âme pleine.....	186
5.5.1	Domaines d'application et fabrication.....	186
5.5.2	Principes de dimensionnement	188
5.5.3	Dimensionnement de la liaison entre l'âme et les semelles	189
5.6	Poutres ajourées	192
5.6.1	Domaines d'application et fabrication.....	192
5.6.2	Calcul des efforts intérieurs.....	193
5.6.3	Dimensionnement d'une poutre ajourée alvéolaire.....	195
5.6.4	Dimensionnement d'une poutre ajourée cellulaire.....	198
5.7	Poutres à treillis	202
5.7.1	Domaines d'application et fabrication.....	202
5.7.2	Hypothèses de calcul	203
5.7.3	Prédimensionnement.....	204
5.7.4	Longueur de flambage des barres comprimées	205
5.8	Poutres mixtes acier-béton	208
5.8.1	Introduction	208
5.8.2	Largeur participante du béton.....	209

5.8.3	Situations à considérer	211
5.8.4	Dimensionnement d'une poutre mixte.....	212
5.8.5	Effet du retrait.....	215
5.8.6	Calcul de la connexion.....	217
5.9	Eléments à parois minces.....	225
5.9.1	Domaines d'application et fabrication.....	225
5.9.2	Dimensionnement.....	227
6.	Eléments comprimés.....	229
6.1	Introduction.....	231
6.2	Principes de dimensionnement.....	231
6.2.1	Rappel de la théorie du flambage.....	231
6.2.2	Sécurité structurale.....	236
6.2.3	Aptitude au service	237
6.3	Profilés laminés	237
6.3.1	Effort normal.....	238
6.3.2	Effort normal et moment de flexion selon l'axe fort.....	240
6.3.3	Effort normal et moment de flexion selon l'axe faible.....	251
6.3.4	Effort normal et flexion gauche.....	252
6.3.5	Flambage par flexion et torsion.....	253
6.4	Barres étrésoinnées.....	256
6.4.1	Principes de dimensionnement	256
6.4.2	Ensemble de la barre.....	258
6.4.3	Membrures	259
6.4.4	Etrésillons.....	262
6.5	Poteaux mixtes.....	265
6.5.1	Hypothèses de base.....	265
6.5.2	Effort normal.....	267
6.5.3	Effort normal et flexion uniaxiale	270
6.5.4	Effort normal et flexion gauche.....	275
6.6	Eléments à parois minces.....	276
6.6.1	Introduction	276
6.6.2	Voilement local.....	276
6.6.3	Effort normal	277
6.6.4	Effort normal et flexion uniaxiale	278

DIMENSIONNEMENT D'ASSEMBLAGES

7.	Soudures	281
7.1	Introduction.....	283
7.2	Principes de dimensionnement.....	284
7.2.1	Sécurité structurale.....	284
7.2.2	Résistance à la fatigue	284
7.2.3	Rupture fragile	285
7.2.4	Assurance de qualité	285

7.3	Jointes soudés.....	286
7.3.1	Procédés de soudage.....	287
7.3.2	Types de joints et symboles.....	288
7.3.3	Déformations et contraintes résiduelles.....	290
7.3.4	Anomalies.....	291
7.3.5	Contrôle de qualité.....	291
7.3.6	Dispositions pratiques de construction.....	293
7.4	Résistance des joints soudés.....	294
7.4.1	Soudures complètement pénétrées.....	294
7.4.2	Cordons d'angle.....	295
7.4.3	Sollicitations composées.....	300
8.	Boulons.....	303
8.1	Introduction.....	305
8.2	Principes de dimensionnement.....	306
8.2.1	Sécurité structurale.....	306
8.2.2	Aptitude au service.....	306
8.2.3	Résistance à la fatigue.....	307
8.2.4	Assurance de qualité.....	307
8.3	Boulons et rivets.....	307
8.3.1	Types et symboles.....	307
8.3.2	Mise en place.....	311
8.3.3	Dispositions pratiques de construction.....	313
8.4	Résistance des boulons.....	315
8.4.1	Mode de transmission des forces.....	315
8.4.2	Résistance à un effort de cisaillement.....	316
8.4.3	Résistance à un effort de traction.....	318
8.4.4	Résistance à une interaction entre cisaillement et traction.....	319
8.5	Résistance des pièces assemblées.....	320
8.5.1	Pression latérale.....	321
8.5.2	Sections brutes et nettes.....	323
8.6	Vérification d'un assemblage boulonné.....	324
8.6.1	Principes.....	324
8.6.2	Effet de la longueur de l'assemblage.....	326
8.6.3	Effet de la dimension des trous.....	327
8.7	Vérification d'un assemblage précontraint.....	328
8.7.1	Principes.....	328
8.7.2	Résistance au glissement.....	331
8.7.3	Force de précontrainte.....	332
8.7.4	Comportement sous un effort de traction.....	333
8.7.5	Effet de la fatigue.....	336
8.7.6	Force de levier.....	337
8.7.7	Interaction entre cisaillement et traction.....	338
9.	Assemblages.....	343
9.1	Introduction.....	345

9.2 Principes de dimensionnement..... 346

9.2.1 Rigidité..... 346

9.2.2 Résistance..... 347

9.2.3 Capacité de rotation 347

9.3 Transmission d'un effort tranchant 348

9.3.1 Conception et modélisation 348

9.3.2 Couvre-joint d'âme boulonné 349

9.3.3 Couvre-joint d'âme soudé et boulonné..... 351

9.3.4 Attache par cornières 352

9.4 Transmission d'un moment de flexion..... 353

9.4.1 Conception et modélisation 353

9.4.2 Couvre-joints boulonnés 354

9.4.3 Plaques frontales 356

9.4.4 Liaison entièrement soudée 356

9.5 Interaction d'efforts 357

9.5.1 Joint de poutre..... 357

9.5.2 Liaison poutre-colonne 358

9.6 Exemples numériques..... 359

THÉORIE DE LA STABILITÉ

10. Flambage..... 369

10.1 Introduction..... 371

10.2 Théorie linéaire du flambage élastique 372

10.2.1 Principes..... 372

10.2.2 Cas particulier du flambage par flexion et torsion..... 375

10.2.3 Cas particulier de la barre étré sillonnée 377

10.3 Résistance ultime au flambage..... 380

10.3.1 Principe du flambage par divergence 380

10.3.2 Imperfections des barres industrielles 381

10.3.3 Courbes de flambage européennes 384

11. Déversement 389

11.1 Introduction..... 391

11.2 Théorie linéaire du déversement élastique..... 391

11.2.1 Principe du déversement..... 391

11.2.2 Déversement d'une poutre simple en flexion pure 392

11.2.3 Moment critique de déversement élastique 394

11.2.4 Influence des conditions d'appui 396

11.2.5 Influence du type de chargement..... 398

11.2.6 Influence du point d'application de la charge..... 400

11.2.7 Influence des appuis intermédiaires..... 402

11.3 Résistance ultime au déversement..... 403

11.3.1 Principe de calcul du moment de déversement..... 403

11.3.2 Calcul simplifié du moment critique de déversement élastique 403

11.3.3 Calcul du moment de déversement..... 408

12.	Voilement	415
12.1	Introduction	417
12.2	Théorie linéaire du voilement élastique	418
12.2.1	Contrainte critique de voilement élastique	418
12.2.2	Coefficient de voilement	420
12.2.3	Plaques munies de raidisseurs	424
12.3	Résistance ultime au voilement	430
12.3.1	Principes	430
12.3.2	Largeur efficace et élancement limite	432
FATIGUE		
13.	Fatigue	439
13.1	Introduction	441
13.2	Résistance à la fatigue	442
13.2.1	Paramètres influençant la durée de vie	442
13.2.2	Essais de fatigue	445
13.3	Théorie de la mécanique de la rupture	446
13.3.1	Théorie élastique	446
13.3.2	Propagation de la fissure	453
13.3.3	Calcul de la durée de vie	455
13.3.4	Paramètres influençant la durée de vie	458
13.3.5	Dimension critique d'une fissure	461
13.4	Sollicitations de fatigue	464
13.4.1	Structures soumises à des charges de fatigue	464
13.4.2	Contraintes dues aux charges	466
13.4.3	Histogramme des différences de contraintes	467
13.5	Effet des contraintes aléatoires	468
13.5.1	Cumul des dommages individuels	468
13.5.2	Cumul des dommages pour un histogramme de différences de contraintes	470
13.6	Courbes de résistance à la fatigue normalisées	473
13.6.1	Principes des courbes de résistance	473
13.6.2	Classement des détails de construction	476
13.6.3	Choix des détails de construction	478
13.6.4	Assurance de qualité	479
13.6.5	Traitements d'amélioration	479
13.7	Vérification de la sécurité à la fatigue	480
13.7.1	Principes	480
13.7.2	Vérification avec la limite de fatigue	481
13.7.3	Vérification avec le cumul des dommages	482
13.7.4	Vérification avec des facteurs de correction	483
INDEX		489
NOTATIONS		493
BIOGRAPHIE DES AUTEURS		498

1 Introduction



1.1 Objectifs de l'ouvrage

Le présent ouvrage constitue, dans la collection du *Traité de Génie Civil*, le premier volume des trois ouvrages consacrés à la construction métallique, à savoir :

- Volume 10 : Construction métallique / Notions fondamentales et méthodes de dimensionnement.
- Volume 11 : Charpentes métalliques / Conception et dimensionnement des halles et bâtiments.
- Volume 12 : Ponts en acier / Conception et dimensionnement des ponts métalliques et mixtes acier-béton.

Ces trois volumes s'adressent à la fois aux étudiants en tant que support des cours qui leur sont donnés, et aux praticiens désireux d'avoir un aperçu aussi complet que possible des domaines de la construction métallique relatifs aux structures de halles, de bâtiments et de ponts. Ils ont été constitués sur la base des cours polycopiés de l'ICOM [1.1] [1.2] [1.3] [1.4].

Le but de ce volume 10 est de présenter les notions fondamentales et les méthodes de dimensionnement relatives à la construction métallique. Les principes de dimensionnement exposés dans cet ouvrage se basent sur la pratique courante suisse (utilisation des normes SIA). Ils sont cependant complétés par ceux exposés dans les Eurocodes, afin de tenir compte de l'état actuel (1994) des travaux de normalisation européens dans le domaine de la construction métallique. Des exemples numériques sont intégrés dans la plupart des chapitres afin d'illustrer de façon aussi concrète que possible les divers sujets abordés. L'ensemble de la matière de ce volume 10 représente les connaissances de base nécessaires à la compréhension des volumes 11 et 12.

1.2 Structuration et contenu

Cet ouvrage comporte un total de treize chapitres, qui peuvent être regroupés en cinq parties (tab. 1.1), dont le contenu est présenté ci-après :

- La partie relative aux *principes de base* contient les notions fondamentales nécessaires au dimensionnement d'éléments métalliques ou d'assemblages. Outre l'introduction à cet ouvrage (chap. 1), elle comprend les principes de dimensionnement et les charges à considérer (chap. 2), ainsi que les caractéristiques et les particularités des matériaux et des produits utilisés couramment en construction métallique (chap. 3).
- La partie concernant le *dimensionnement d'éléments* métalliques et mixtes acier-béton présente d'abord les principes de base nécessaires à la détermination de la résistance de sections soumises à un effort normal, à un moment de flexion, à un effort tranchant, à un moment de torsion ou à une interaction d'efforts (chap. 4). Cette matière est ensuite utilisée pour effectuer le dimensionnement des éléments fléchis (chap. 5) et comprimés (chap. 6).
- La partie traitant du *dimensionnement d'assemblages* est constituée de deux chapitres relatifs aux principaux moyens d'assemblage utilisés en construction métallique, à savoir les soudures (chap. 7) et les boulons (chap. 8), et d'un chapitre dans lequel la modélisation et le dimensionnement des assemblages sont abordés (chap. 9).
- La partie relative à la *théorie de la stabilité* présente les bases théoriques du flambage (chap. 10), du déversement (chap. 11) et du voilement (chap. 12). Le contenu de cette partie a été établi d'une part pour alléger les chapitres où ces notions sont utilisées, et d'autre part pour regrouper les théories à la base des phénomènes d'instabilité.

- La dernière partie aborde finalement la question de la *fatigue* des détails de construction en acier (chap. 13). La théorie relative à ce phénomène est donnée dans ce volume car il peut influencer des éléments de structure aussi bien dans le domaine des halles et bâtiments que dans celui des ponts.

Enfin, une brochure séparée regroupe la quasi-intégralité des exemples numériques, présentés dans chaque chapitre, adaptés aux Eurocodes.

Tableau 1.1 Structuration du volume 10 du Traité de Génie Civil.

Parties	Chapitres
Principes de base	1. Introduction 2. Principes de dimensionnement 3. Matériaux
Dimensionnement d'éléments	4. Résistance en section 5. Éléments fléchis 6. Éléments comprimés
Dimensionnement d'assemblages	7. Soudures 8. Boulons 9. Assemblages
Théorie de la stabilité	10. Flambage 11. Déversement 12. Voilement
Fatigue	13. Fatigue

1.3 Documents de référence

Les notions fondamentales de résistance des matériaux et de statique présentées dans les volumes 1 à 6 du Traité de Génie Civil servent de base à la théorie exposée dans cet ouvrage. Si les considérations théoriques abordées dans les différents chapitres de ce livre sont indépendantes des normes, ces dernières, qui sont encore propres à chaque pays, influencent cependant directement le principe de dimensionnement. Dans cet ouvrage, nous avons repris les *principes de dimensionnement* définis dans les *normes suisses* publiées par la Société suisse des ingénieurs et architectes (SIA) à Zurich. Les normes suivantes ont ainsi été utilisées comme référence :

- SIA 160 «Actions sur les structures porteuses» (1989),
- SIA 161 «Constructions métalliques» (1990),
- SIA 162 «Ouvrages en béton» (1993).

Dans les parties de texte traitant du dimensionnement, nous avons ajouté (en italique de façon à les mettre en évidence) des informations concernant les méthodes de calcul prescrites par les Eurocodes, si celles-ci se différencient de celles des normes SIA. Le but de ces compléments d'informations est double : d'une part montrer au lecteur que le concept de dimensionnement utilisé dans les Eurocodes est

souvent très proche de celui utilisé dans les normes SIA, et d'autre part le familiariser avec l'utilisation des Eurocodes. Nous avons utilisé comme référence les documents suivants, publiés par le Comité Européen de Normalisation à Bruxelles :

- Eurocode 1 «Bases de calcul et actions sur les structures» (version de 1993),
- Eurocode 2 «Calcul des structures en béton» (1991),
- Eurocode 3 «Calcul des structures en acier» (1992),
- Eurocode 4 «Calcul des structures mixtes acier-béton» (1992).

A côté des normes citées ci-dessus, nous nous référerons également souvent à certaines publications du Centre Suisse de la Construction Métallique (SZS) à Zurich. Elles constituent en effet une référence indispensable pour les valeurs numériques des caractéristiques des sections ainsi que pour la résistance des moyens d'assemblages (soudures, boulons et goujons), et fournissent par ailleurs également une aide de calcul utile pour la détermination de la résistance au flambage et au déversement. Il s'agit des *tables* SZS suivantes :

- SZS C5 «Tables pour la construction métallique» (1992),
- SZS C4.1 «Tables de dimensionnement pour la construction métallique» (1991).

Les documents mentionnés ci-dessus (normes SIA 160 à 162, Eurocodes 1 à 4 et tables SZS C5 et C4.1) ne sont plus cités dans la liste des références bibliographiques située à la fin de chaque chapitre, étant donné qu'il s'agit d'ouvrages constituant une référence de base pour l'ensemble de ce volume. La liste des références située à la fin de chaque chapitre contient toutes les publications référencées entre crochets dans le texte, selon leur ordre d'apparition.

1.4 Conventions

1.4.1 Terminologie et typographie

Conformément à la convention utilisée dans l'ensemble de la collection du Traité de Génie Civil, la terminologie et les conventions typographiques suivantes ont été adoptées :

- Cet ouvrage se subdivise en chapitres (chap.) repérés par un titre à un chiffre, en sections (sect.) repérées par un titre à deux chiffres, et en paragraphes (§) repérés par un titre à trois chiffres.
- Les équations hors texte sont numérotées continûment par chapitre et repérées par deux chiffres placés entre parenthèses (exception : les équations tirées des Eurocodes ne sont pas numérotées). Dans le texte, une numérotation entre parenthèses, par exemple (1.4), fera toujours référence à une équation.
- La numérotation des figures (fig.) et des tableaux (tab.) est continue à l'intérieur de chaque chapitre. C'est ainsi que la figure 1.2 vient après le tableau 1.1, ou que le tableau 2.7 vient après la figure 2.6.
- L'*italique maigre* a été utilisé dans le texte pour mettre en évidence certains termes ainsi que pour les mots ou expressions étrangers.

Comme cela a déjà été dit à la section 1.3, un paragraphe entier en italique maigre correspond à des informations relatives aux Eurocodes.

- L'*italique gras* a quant à lui été utilisé lorsque qu'un nouveau terme est cité pour la première fois : cela permet d'identifier l'endroit où il est défini. Tous les termes en italique gras sont repris dans l'index figurant à la fin de cet ouvrage.

1.4.2 Axes

Le système d'axes utilisé dans cet ouvrage est identique à celui qui a été adopté dans les normes SIA et les tables SZS. La convention générale pour les axes des éléments structuraux est la suivante (fig. 1.2(a)) :

- axe x : axe longitudinal de l'élément,
- axe y : axe de la section transversale,
- axe z : axe de la section transversale.

Les déformations dans la directions des axes x , y et z sont désignées respectivement par u , v et w .

Pour les sections transversales, on utilise d'une manière générale la convention suivante (fig. 1.2(b)) :

- axe y : axe parallèle aux ailes (ou au petit côté pour les profilés creux rectangulaires),
- axe z : axe perpendiculaire aux ailes (ou au petit côté pour les profilés creux rectangulaires),

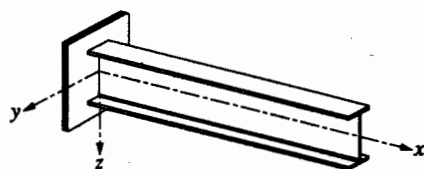
pour les cornières :

- axe y : axe parallèle à la plus petite aile,
- axe z : axe parallèle à la plus grande aile,

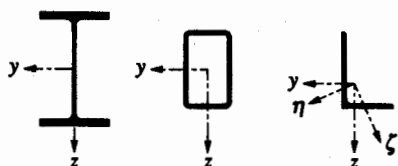
et si nécessaire (pour les cornières et autres sections non symétriques) :

- axe η : axe principal de forte inertie, s'il ne correspond pas avec l'axe y ,
- axe ζ : axe principal de faible inertie, s'il ne correspond pas avec l'axe z .

La convention d'axes utilisée dans les Eurocodes est identique à celle citée ci-dessus, à l'exception des axes principaux η et ζ , qui sont désignés respectivement par u et v .



(a) Élément structural.



(b) Sections transversales.

Fig. 1.2 Conventions d'axes pour les éléments structuraux.

1.4.3 Notations et signes

Une liste détaillée des notations utilisées est donnée à la fin de cet ouvrage. Elles sont en général conformes à celles utilisées dans les normes SIA et les tables SZS; les éventuelles exceptions sont signalées lors de leur emploi.

Les notations utilisées dans les compléments d'informations relatifs aux Eurocodes sont conformes à ces derniers, même si elles diffèrent parfois de celles utilisées dans le reste de cet ouvrage. Cette façon de faire a été choisie afin de rendre la consultation des Eurocodes plus facile.

En ce qui concerne les signes, un effort de traction est admis positif et un effort de compression négatif. Le signe des moments est fixé de façon conforme aux règles habituelles de la statique (règle du tire-bouchon et moment dessiné du côté de la fibre tendue). Ces conventions de signes ne doivent

cependant pas être appliquées aveuglément dans tous les cas, car certaines formules d'interaction s'appliquent avec la valeur absolue des efforts. De telles exceptions sont cependant signalées dans le texte.

1.4.4 Unités

Cet ouvrage est basé sur le système international d'unités (SI), dont les unités de base sont le mètre, le kilogramme et la seconde. Le newton [N] est l'unité de force correspondant à une accélération de 1 m/s^2 appliquée à une masse de 1 kg. C'est ainsi que les unités suivantes sont utilisées de façon systématique :

- dimension : millimètre (mm) ou mètre (m),
- charge ponctuelle : kilonewton (kN) ou newton (N),
- charge répartie : kilonewton par m^2 (kN/m^2) ou kilonewton par mètre courant (kN/m),
- contrainte : newton par millimètre carré (N/mm^2).

Pour éviter une éventuelle confusion dans le domaine des unités, ces dernières sont rappelées dans les exemples numériques. Cela a également pour avantage d'encourager à une certaine rigueur, ce qui permet souvent d'éviter des erreurs pour l'ordre de grandeur des résultats de calcul.

1.5 Historique de la construction métallique

Un historique détaillé de la construction métallique est fait dans les volumes 11 et 12 pour les domaines des halles, des bâtiments et des ponts. Les ouvrages [1.5] [1.6] [1.7] donnent quelques indications sur des réalisations marquantes dans le domaine de la construction métallique. Nous nous contenterons de relever ici certains faits qui ont marqué le développement de la construction métallique :

- 1750 : Industrialisation de l'acier fondu.
- 1779 : Premier pont métallique conçu par Abraham Darby : pont arc de Coalbrookdale sur la Severn (Angleterre) en fonte coulée, de 31 m de portée.
- 1801 : Première véritable ossature métallique de bâtiment (poutres et colonnes) en Angleterre.
- 1881 : Découverte et développement de la soudure à l'arc électrique.
- 1889 : Réalisation, à Paris, de la tour Eiffel (structure rivetée de 300 m de hauteur) à l'occasion de l'Exposition universelle.
- 1931 : Construction de l'Empire State Building à New York : ossature en acier de 380 m de hauteur.
- 1931 : Utilisation de fils étirés à froid (résistance à la traction de 1520 N/mm^2) dans la construction à New York, par l'ingénieur suisse O.H. Ammann, du George Washington Bridge de 1067 m de portée.
- 1973 : Construction du World Trade Center à New York : deux bâtiments de 110 étages hauts de 410 m chacun.
- 1974 : Construction de la Sears Tower à Chicago : bâtiment de 109 étages d'une hauteur totale de 442 m.
- 1981 : Réalisation du Humber Bridge à Hull (Grande-Bretagne) : pont suspendu de 1410 m de portée centrale.
- 1998 (?) : Fin prévue de la construction du Akashi Kaikyo Bridge au Japon : pont suspendu de 1990 m de portée centrale.

1.6 Concept de dimensionnement

S'il ne nous a pas semblé indispensable de donner dans ce volume un historique détaillé de la construction métallique, il nous apparaît utile d'examiner ici l'évolution du concept de dimensionnement utilisé en construction métallique, afin de permettre de mieux comprendre celui qui est utilisé actuellement. Cette section constitue par ailleurs également une introduction au chapitre 2, où les principes de dimensionnement sont abordés plus en détail.

1.6.1 Principes

Lors de chaque projet de construction, les buts à atteindre peuvent de façon générale se définir ainsi :

- fournir au maître de l'ouvrage une construction qui réponde à ses attentes relatives à l'utilisation qu'il veut en faire,
- garantir aux utilisateurs de cette construction un niveau de sécurité adéquat.

Pour atteindre ces deux buts, il est nécessaire de procéder par étapes. Les normes en définissent les grandes lignes suivantes, développées plus en détail à la section 2.2 :

- Un dialogue entre le maître de l'ouvrage, l'architecte et l'ingénieur doit avoir lieu afin de préciser l'utilisation souhaitée de la construction projetée. Les résultats de ce dialogue sont à consigner dans le *plan d'utilisation*. Ce document servira de base à l'application de mesures permettant d'atteindre le premier but cité ci-dessus (aptitude au service).
- L'ingénieur est alors responsable, avec l'architecte, de définir un *plan de sécurité*, qui contiendra toutes les mesures prises ainsi que les bases des calculs à effectuer pour atteindre le deuxième but (sécurité structurale).
- Lors de la réception de la construction par le maître de l'ouvrage, un *programme de surveillance et d'entretien* lui sera remis, afin qu'il soit conscient des règles d'utilisation nécessaires pour respecter les plans d'utilisation et de sécurité préalablement définis.

La figure 1.3 met en évidence qu'il est donc particulièrement important de distinguer, lors du dimensionnement d'une structure sur la base des plans d'utilisation et de sécurité, entre les vérifications :

- de la sécurité structurale,
- de l'aptitude au service.

Ces deux aspects du dimensionnement sont considérés plus en détail dans les paragraphes suivants, en commençant d'abord par la sécurité structurale, qui a été durant longtemps le seul critère examiné.

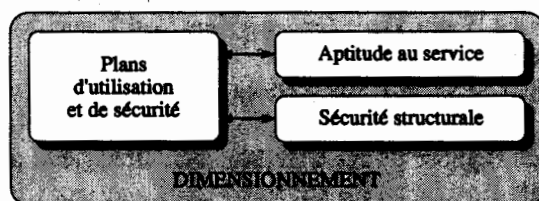


Fig. 1.3 Bases du concept de dimensionnement.

1.6.2 Sécurité structurale

Jusqu'à l'apparition de la norme de construction métallique SIA 161 de 1979, la méthode de calcul utilisée alors était celle des *contraintes admissibles*. On se basait sur un comportement parfaitement élastique du matériau. Les contraintes résultant des sollicitations dues à des charges «effectives» étaient comparées à des fractions de la résistance des matériaux, qui différaient d'ailleurs selon les «combinaisons de charges» utilisées :

$$\sigma_{eff} \leq \sigma_{adm} \quad (1.1)$$

σ_{eff} : contrainte due à des charges effectives

σ_{adm} : contrainte admissible du matériau

A partir de 1979, cette méthode de calcul a été abandonnée au profit du concept selon lequel il existait, pour toute structure, une certaine probabilité de ruine. Le problème résidait alors dans le choix de la valeur pouvant être raisonnablement admise. On s'est alors borné à garder la même «marge de sécurité» qu'avant, en adoptant un facteur de sécurité γ unique. La modification du concept des normes a également entraîné une modification du concept de calcul : la méthode des contraintes admissibles a été remplacée par celle des *états limites* (ce qui a permis l'introduction du calcul plastique), et la vérification ne s'est plus faite avec des contraintes, mais en comparant les sollicitations avec une résistance :

$$\gamma S \leq R \quad (1.2)$$

γ : facteur de sécurité unique

S : sollicitation

R : résistance

Avec ce nouveau concept de dimensionnement, la vérification de l'aptitude au service énoncée au paragraphe 1.6.1 est devenue nécessaire, car la vérification de la sécurité structurale avec (1.2) ne garantissait pas forcément un bon comportement en service de la structure.

C'est l'édition 1989 de la norme SIA 160, concernant les actions sur les structures porteuses, qui a introduit des facteurs de charge variant selon le type de charges et selon la *situation de risque* examinée. L'édition de 1990 de la norme de construction métallique SIA 161 s'est alors basée sur ce concept, identique à celui des Eurocodes, où l'on compare les valeurs de dimensionnement des sollicitations et de la résistance :

$$S_d \leq R_d \quad (1.3)$$

S_d : valeur de dimensionnement des sollicitations établies avec des facteurs de charge

R_d : valeur de dimensionnement de la résistance établie avec un facteur de résistance

Le détail du concept de dimensionnement exprimé par (1.3) est donné à la section 2.4.

1.6.3 Aptitude au service

La vérification de l'aptitude au service, complément indispensable à la vérification de la sécurité structurale, doit principalement permettre de garantir l'aptitude au fonctionnement, la durabilité et un bon

aspect de la structure. Il s'agit en quelque sorte de prouver l'aptitude de l'ouvrage et de ses éléments à remplir leurs fonctions en service de façon adéquate.

Les conséquences d'un non-respect de ces exigences sont nettement moins importantes que celles provoquées en cas de ruine, où il s'agit de protéger des vies humaines : cela devrait en principe n'occasionner que des dommages matériels. La structure et ses éléments peuvent donc être contrôlés avec un concept de vérification différent de celui utilisé pour la vérification de la sécurité structurale : il s'agit de comparer l'effet d'une sollicitation de service avec une valeur limite sans faire intervenir de facteurs de charge ou de résistance :

$$f(S_{ser}) \leq f_{lim} \tag{1.4}$$

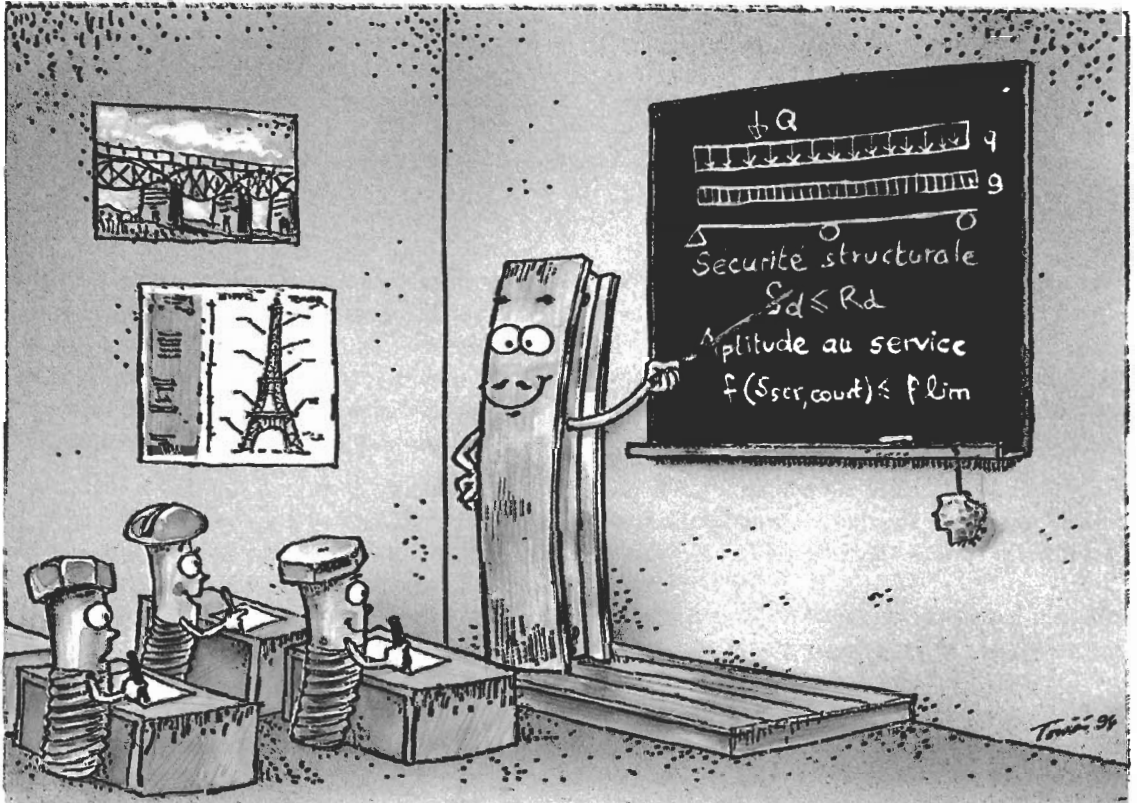
- $f(S_{ser})$: valeur calculée avec la sollicitation de service S_{ser}
- f_{lim} : valeur limite convenue avec le maître de l'ouvrage ou définie dans une norme

Le détail du concept de vérification exprimé par (1.4) est donné à la section 2.3.

Références

- [1.1] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie A : Notions fondamentales et dimensionnement des éléments en construction métallique*, EPFL, ICOM Construction métallique, Lausanne, 1987 (2^e édition).
- [1.2] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie C : Dimensionnement des halles et bâtiments*, EPFL, ICOM Construction métallique, Lausanne, 1987 (2^e édition).
- [1.3] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie D : Dimensionnement des ponts*, EPFL, ICOM Construction métallique, Lausanne, 1982 (2^e édition).
- [1.4] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie E Dimensionnement plastique des ossatures*, EPFL, ICOM Construction métallique, Lausanne, 1978.
- [1.5] STÜSSI, F., *Entwurf und Berechnung von Stahlbauten*, Springer-Verlag, Berlin, 1958.
- [1.6] HART, F., HENN, W., SONTAG, H., *Structure acier / Bâtiments à étages*, Verlag Architektur + Baudetail GmbH, Munich, 1974.
- [1.7] BROWN, D.J., *Bridges / Three Thousand Years of Defying Nature*, Reed International Books Ltd, Londres, 1993.

2 Principes de dimensionnement



2.1 Introduction

Le dimensionnement de toute structure doit reposer sur un concept clair, définissant les types de vérifications à effectuer pour garantir son aptitude au service et sa sécurité structurale (fig. 2.1). Ces bases de dimensionnement n'ont pendant longtemps pas été très explicites. Elles ont, de plus, été développées de manière distincte selon le type de matériau de construction (béton, acier, bois, ...). Un concept général, indépendant du type de matériau, n'a été établi que très récemment, ce qui permet d'utiliser pour l'ensemble du domaine de la construction des bases de dimensionnement cohérentes. En Suisse, ces bases de dimensionnement sont contenues dans la norme SIA 160 « Actions sur les structures porteuses », qui sert de référence aux normes de construction propres à chaque type de matériau [2.1]. Dans les Eurocodes, les bases de construction (*basis of design*) sont définies dans l'Eurocode 1.

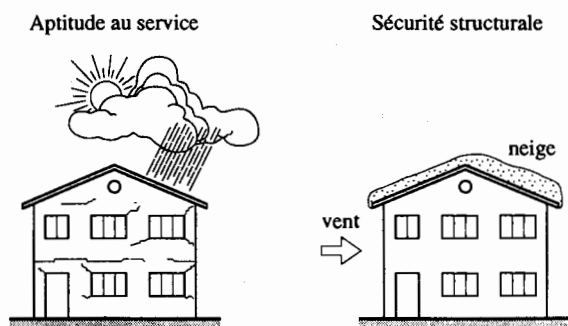


Fig. 2.1 Eléments intervenant sur l'aptitude au service et sur la sécurité structurale d'une construction.

Le but de ce chapitre est de définir les principes des différentes vérifications à faire pour assurer l'aptitude au service et la sécurité structurale des structures métalliques. La référence aux normes citées ci-dessus est forcément nécessaire, car elles seront utilisées pour effectuer ces vérifications. Il est cependant encore plus important de connaître les principes qui sont derrière ces vérifications, car l'ingénieur doit rester celui qui comprend la signification des méthodes utilisées pour le dimensionnement d'une structure. C'est pour atteindre cet objectif que les points suivants sont abordés dans ce chapitre :

- Section 2.2. Les notions d'aptitude au service et de sécurité structurale sont d'abord définies de façon générale. Ceci permet de mettre en évidence l'importance du dialogue nécessaire entre le maître de l'ouvrage, l'architecte et l'ingénieur pour que les buts à atteindre lors de la réalisation de l'ouvrage le soient effectivement.
- Sections 2.3 et 2.4. Les réflexions à faire et les documents qui doivent être élaborés pour permettre une bonne exécution des ouvrages sont définis tant pour l'aptitude au service que pour la sécurité structurale.
- Section 2.5. Les principales charges et actions à considérer sont brièvement présentées, pour définir les éléments de base nécessaires à la compréhension des exemples numériques. Les charges plus spécifiques aux halles et aux bâtiments sont détaillées dans le volume 11, tandis que celles relatives aux ponts le sont dans le volume 12.

- Section 2.6. Le principe de l'analyse d'une structure est abordé pour montrer l'importance des hypothèses faites concernant la modélisation de ses éléments. L'influence de la démarche appliquée pour déterminer les efforts intérieurs et la résistance de la structure sur les différentes méthodes de calcul utilisables y est également examinée.

Pour permettre une bonne compréhension du contenu de ce chapitre et de la suite de ce volume, il est important de définir d'emblée les termes d'action et de sollicitation :

- Une **action** correspond d'une façon générale à une force ou à un couple dû à une charge (permanente, d'exploitation, climatique, etc.), ou bien à une déformation (effet thermique, déplacement d'appui, etc.) imposée à une structure.
- Une **sollicitation** est déterminée à partir de la connaissance des actions par des méthodes appropriées d'analyses effectuées sur une modélisation aussi correcte que possible de la structure. Elle correspond à l'effet d'une action dans un élément structurel, et s'exprime par un effort normal, un effort tranchant ou par un moment de flexion.

Il est important de préciser que l'application des notions abordées ici ne se limite pas aux structures métalliques. Ce chapitre devrait donc aider de façon générale dans les réflexions et les choix qui doivent être faits lors de l'étude et du dimensionnement d'une structure quelconque.

2.2 Buts et moyens

2.2.1 Buts à atteindre

Lors de chaque projet de construction, les buts à atteindre peuvent de façon générale se définir ainsi :

- fournir au maître de l'ouvrage une construction qui réponde à ses attentes concernant l'utilisation qu'il veut en faire,
- garantir aux utilisateurs de cette construction un niveau de sécurité adéquat.

Ces deux buts généraux ne pourront être atteints que s'il y a une bonne définition des tâches et une bonne transmission des informations entre les différents intervenants. Ceci peut être mis en évidence en examinant les étapes suivantes du processus de construction :

- Au début de la phase de planification de l'ouvrage, un dialogue entre le maître de l'ouvrage d'une part, et l'architecte et/ou l'ingénieur d'autre part doit avoir lieu pour préciser l'utilisation souhaitée de la construction projetée. D'entente avec l'ingénieur, un **plan d'utilisation** est alors établi (le paragraphe 2.3.3 traite en détail du contenu de ce document).
- L'ingénieur est ensuite responsable, avec l'architecte, de définir le **plan de sécurité** (§ 2.4.3), ainsi que les plans qui serviront de base à l'exécution de l'ouvrage. Un **programme de contrôle** pour l'exécution sera également établi, afin d'avoir les moyens pour s'assurer que l'exécution est conforme à ce qui a été exigé.
- Lors de la réception de la construction par le maître de l'ouvrage, un **programme de surveillance et d'entretien** lui est remis, afin qu'il soit conscient des règles d'utilisation nécessaires pour respecter les plans d'utilisation et de sécurité préalablement définis.

Une représentation schématique du processus de construction et des documents d'organisation évoqués ci-dessus est donnée à la figure 2.2. Elle met en évidence que les réflexions nécessaires pour garantir l'aptitude au service et la sécurité structurale d'une structure concernent :

- différentes personnes, à savoir le maître de l'ouvrage, l'architecte, l'ingénieur, d'éventuels spécialistes ainsi que certaines administrations,
- différents actes : la planification, le calcul, l'exécution, le contrôle et l'utilisation,
- divers documents dans lesquels les éléments de décision sont consignés : plan d'utilisation, plan de sécurité, programme de contrôle, programme de surveillance et d'entretien.

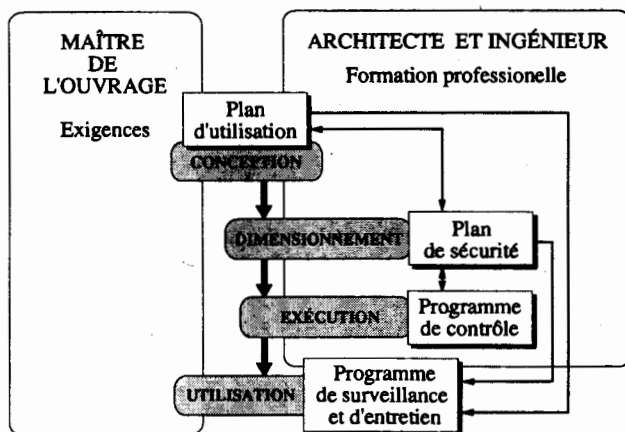


Fig. 2.2 Représentation schématique du processus de construction et des documents d'organisation.

Le contenu des plans d'utilisation et de sécurité est abordé plus en détail dans les paragraphes 2.3.3 et 2.4.3. La suite de cette section contient quelques compléments d'explications sur les différentes étapes du processus de construction. On y insiste notamment sur l'importance de certains documents devant aider à satisfaire les exigences de l'aptitude au service et à atteindre le niveau de sécurité structurale nécessaire.

Les Eurocodes utilisent la notion d'état limite pour caractériser les états au-delà desquels la structure ne satisfait plus aux performances exigées. L'Eurocode 3 (EC3) sur les structures en acier définit ainsi l'état limite ultime (ELU) correspondant à la sécurité structurale et l'état limite de service (ELS) correspondant à l'aptitude au service. Les chapitres 4 et 5 de l'Eurocode 3 donnent plus de précisions sur les exigences à respecter. Terminologie mise à part, les principes énoncés sont semblables. Les combinaisons d'actions données dans les Eurocodes sont censées correspondre aux différentes situations à prévoir pour la structure, qui doivent être examinées successivement et qui nécessitent des justifications séparées. Par conséquent, les combinaisons d'actions à prendre en compte ainsi que les valeurs représentatives des actions peuvent être différentes selon la situation, la combinaison et l'état limite considérés.

2.2.2 Aptitude au service et plan d'utilisation

Le maître de l'ouvrage joue un rôle primordial dans une construction : c'est lui qui définit les exigences et fixe les conditions auxquelles doit répondre l'ouvrage pour l'usage qui en sera fait. Les buts du maître de l'ouvrage devraient donc être clairs et il lui faut faire appel à des spécialistes pour les réaliser. La discussion et l'échange d'informations entre les différentes personnes impliquées dans le projet doit commencer dès cet instant. Cette communication doit être facilitée par une attribution claire des tâches et des compétences, comme cela est mis en évidence dans la figure 2.2.

Le dialogue entre le maître de l'ouvrage et l'architecte ou l'ingénieur permet la constitution du plan d'utilisation. Une fois que l'affectation prévue de l'ouvrage et les exigences du maître de l'ouvrage sont connues, les différents états d'utilisation peuvent être inventoriés. Le dialogue entre le maître de l'ouvrage et les architectes et les ingénieurs est un élément fondamental dans le processus de réalisation d'une construction. C'est en effet à ce moment-là que doivent être faits les choix relatifs à son utilisation.

Muni des connaissances techniques nécessaires et en se basant sur les normes et les recommandations, l'ingénieur est à même d'arrêter les mesures qui vont garantir l'aptitude au service désirée. L'établissement du plan d'utilisation suppose cependant que les personnes qualifiées examinent de très près les intentions du maître de l'ouvrage. Il est souvent indispensable d'interpréter, dans le langage du spécialiste de la construction, les buts et les exigences que le maître de l'ouvrage aurait vaguement ou peu clairement formulés.

Cela implique que la communication ne s'établisse pas à sens unique. Le maître de l'ouvrage devrait être confronté aux préoccupations des spécialistes et capable de comprendre et d'approuver les mesures visant à garantir l'aptitude au service et la sécurité. Les premières questions sont d'ailleurs souvent les plus importantes, à savoir : quels sont les désirs exacts du maître de l'ouvrage; ses exigences correspondent-elles réellement à ses objectifs ? Il est d'autre part nécessaire que l'architecte, l'ingénieur et le maître de l'ouvrage jugent en commun si les exigences et les mesures envisagées sont raisonnables et appropriées, et si les coûts qui en découlent ne sont pas disproportionnés.

Les décisions prises lors de ces premiers contacts entre le maître de l'ouvrage et ses mandataires influenceront donc directement la réalisation ainsi que l'exploitation de la construction. Elles seront de plus utiles non seulement durant son utilisation telle qu'elle a été définie, mais aussi lors d'un éventuel changement d'affectation.

2.2.3 Sécurité structurale et plan de sécurité

L'étape suivante dans le processus de construction est l'établissement du plan de sécurité. Ce plan contient en particulier les réflexions concernant les *situations de risque* résultant de l'utilisation prévue. La méthode d'établissement des situations de risque consiste à déterminer toutes les menaces pesant sur la structure porteuse. Il s'agit en l'occurrence de déterminer les dangers générés par l'utilisation, les menaces dues à l'environnement humain et naturel ainsi que les événements normaux ou extraordinaires qu'il faut prendre en compte.

Un dialogue entre l'architecte et l'ingénieur aidera à identifier les situations de risque à considérer. Mais l'ingénieur se doit également d'y inclure les autres risques, tels que ceux ayant trait aux actions climatiques (vent, neige, ...) et aux actions accidentelles (chocs, incendie, séisme, ...).

Lorsqu'on imagine l'exécution des travaux et l'exploitation de l'ouvrage, les risques qui viennent à l'esprit pour la structure (et qui sont inventoriés) sont naturellement accompagnés de mesures adéquates à leur encontre. Tous les risques reconnus ne sont cependant pas significatifs pour chaque situation. On tentera donc toujours de se limiter à l'essentiel pour le cas concerné, grâce à une évaluation des risques.

Il est important de préciser que si les indications des normes ne sont en fait que des valeurs indicatives en ce qui concerne l'aptitude au service, elles doivent être respectées pour ce qui est relatif à la sécurité structurale. De même, les mesures de sécurité définies par l'ingénieur ne peuvent être remises en cause ni qualitativement, ni quantitativement.

2.2.4 Documentation pour le maître de l'ouvrage

Lorsque l'ouvrage terminé est remis au maître de l'ouvrage, il est important de lui transmettre une directive (sorte d'un mode d'emploi) relative à son exploitation. Il s'agit là d'une occasion avantageuse

de faire prendre conscience au maître de l'ouvrage du service et du travail fournis par le concepteur ! Les règles d'utilisation associées aux plans d'utilisation et de sécurité serviront également à répondre aux questions qui surviendront lors de changements d'utilisation ou de propriétaire. Les programmes consacrés à la surveillance et à l'entretien constituent la base du financement des coûts courants et sont indispensables si l'on entend atteindre la durée de service planifiée.

2.3 Aptitude au service

2.3.1 Exigences

Pour la vérification de l'aptitude au service, la réflexion doit prendre en compte aussi bien le comportement effectif de l'ouvrage que les actions qui le sollicitent à un niveau auquel on peut s'attendre durant sa durée d'exploitation. Il s'agit d'une analyse de situations de tous les jours, pour lesquelles il faut assurer essentiellement la protection et une bonne utilisation des biens matériels.

C'est lors des premières séances d'un maître de l'ouvrage avec ses mandataires (architectes et ingénieurs) que les conditions pour l'aptitude au service de l'ouvrage en général et des structures porteuses en particulier sont discutées. Il est en particulier nécessaire de définir les exigences relatives aux questions suivantes :

- *Affectation des locaux* : qu'est-il prévu ? Des changements sont-ils à envisager ?
- *Durée de service* : quel est le nombre d'années de service prévues ?
- *Aptitude au fonctionnement* : quelles sont les exigences à respecter, en particulier en rapport avec la physique des constructions ? Dans quelle mesure les éléments du second œuvre, les installations techniques, l'équipement ou les utilisateurs eux-mêmes sont-ils sensibles à des déformations ou à des vibrations ?
- *Durabilité* : quel degré d'étanchéité s'agit-il d'assurer pour que l'ouvrage ne s'altère pas trop vite avec le temps ? Quelles exigences faut-il satisfaire, dans ce même sens, concernant les phénomènes tels que la corrosion, l'abrasion ou les actions chimiques ?
- *Aspect de la structure* : quelles sont les exigences à respecter pour éviter que des déformations excessives, des infiltrations d'eau ou une fissuration visible n'altère l'esthétique de la structure ?

Les réflexions à faire à ce stade du projet sont absolument distinctes de celles qui devront être faites pour le contrôle de la sécurité structurale, qui concerne la capacité portante de la structure. La vérification de l'aptitude au service a pour but, comme nous l'avons vu ci-dessus, de garantir un bon fonctionnement, une bonne durabilité ou un bel aspect de l'ouvrage.

2.3.2 Etats d'utilisation

Le terme d'*état d'utilisation* est employé pour parler des situations à considérer pour garantir une bonne aptitude au service. Pour pouvoir établir les différents états d'utilisation à prendre en compte, une analyse des actions auxquelles la structure porteuse peut être soumise doit être effectuée, ainsi que la recherche de leurs effets possibles sur cette même structure. Il est donc important de savoir en premier lieu quel est l'objectif des vérifications à effectuer pour garantir une bonne aptitude au service; il sera alors relativement aisé de savoir sur quoi l'attention doit se porter et quelles sont les actions à prendre en considération.

L'établissement et l'examen approfondi des états d'utilisation constituent la base de la réflexion pour la définition des mesures à prendre pour assurer une bonne aptitude au service. Précisons toutefois que

les états d'utilisation présentant un risque de ruine pour la structure porteuse (phénomènes de résonance, perte de résistance due à la corrosion ou à la fatigue, ...) doivent être considérés lors de la vérification de la sécurité structurale.

2.3.3 Plan d'utilisation

Les états d'utilisation à prendre en compte pour la structure porteuse sont à réunir dans un document appelé **plan d'utilisation**. Toutes les personnes concernées devraient y souscrire, car il s'agit du document le plus important pour la planification et l'utilisation de l'ouvrage; il sert notamment de référence pour :

- la conception des dispositions de construction,
- le calcul et le dimensionnement,
- le programme de contrôle et pour l'exécution,
- la surveillance et l'entretien,
- tout changement d'affectation de l'ouvrage ou de l'une de ses parties.

C'est ainsi que le plan d'utilisation peut par exemple contenir (fig. 2.3) :

- la durée de service prévue,
- les états d'utilisation à considérer,
- les exigences relatives à l'aptitude au fonctionnement, à la durabilité et à l'aspect de la structure,
- les mesures prévues,
- les hypothèses de calcul les plus importantes.

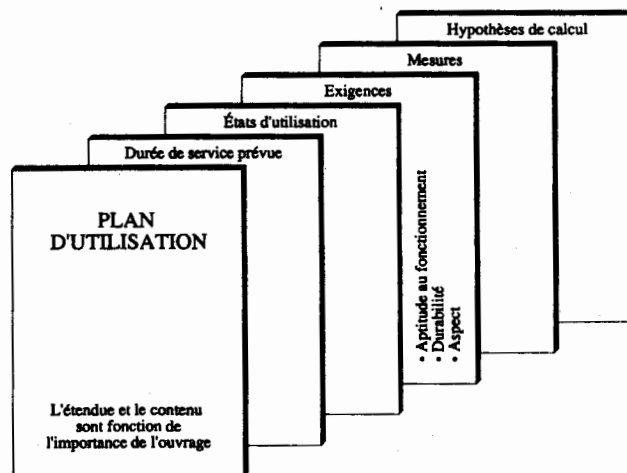


Fig. 2.3 Contenu du plan d'utilisation.

Dans certains pays, la durée de service prévue est mise en corrélation avec le temps nécessaire pour l'amortissement des coûts de la construction. Dans le cas des ponts, elle est indispensable pour calculer le volume de trafic utilisé, duquel découlent les conditions pour la vérification de la sécurité à la fatigue.

Précisons encore que la durée de service n'a aucune relation avec la durée de garantie, qui est réglée juridiquement. Son importance demeure cependant capitale, puisqu'elle sert de base à la planification de mesures telles que par exemple des contrôles périodiques, l'entretien et éventuellement le renouvellement de parties d'ouvrage.

L'étendue, le contenu et la nature du texte du plan d'utilisation sont fonction de l'importance de l'ouvrage. Dans le cas de bâtiments et de halles, la détermination de la durée de service prévue permet avant tout d'introduire des réflexions concernant les modifications qui peuvent être apportées à l'affectation. L'étendue et l'envergure des mesures à prendre pour respecter certaines exigences peuvent avoir une grande influence sur le procédé de construction et les coûts, par exemple lorsque des travaux d'agrandissement ou de surélévation sont prévus ultérieurement, ou si l'on exige de la structure qu'elle puisse s'adapter de façon satisfaisante à n'importe quelle charge utile. Une réflexion portant sur la relation qui existe entre les avantages et leurs coûts est également primordiale pour juger si les objectifs sont susceptibles d'être atteints rationnellement.

Le plan d'utilisation est en fait une synthèse des états d'utilisation à considérer, des exigences convenues et des mesures à prendre pour satisfaire les désirs du maître de l'ouvrage. On pense notamment à l'étanchéité, à la résistance au gel et à la corrosion, à la résistance à l'usure, etc., dans des conditions d'utilisation normales, ainsi qu'aux déformations, à l'ouverture des fissures et aux vibrations de la structure porteuse. Les mesures à prendre peuvent être de diverses natures, telles que par exemple :

- le choix d'un matériau approprié,
- le choix judicieux des dispositions de construction,
- la vérification par le calcul (§ 2.3.4),
- une exécution soignée et conforme aux plans,
- une surveillance et un entretien appropriés.

Il est important de préciser que des dispositions de construction judicieuses ainsi que le choix d'un matériau approprié sont des mesures suffisantes, dans beaucoup de cas, pour assurer une bonne aptitude au service de l'ouvrage. Au cas où rien n'a été convenu avec le maître de l'ouvrage, ce sont tacitement les mesures et les limites prévues par les normes qui doivent être appliquées.

Exemple 2.1 Plan d'utilisation

Soit la halle définie à la figure 2.4. Un exemple d'une partie du contenu possible d'un plan d'utilisation pour cet ouvrage, résultat d'une discussion entre le maître de l'ouvrage et ses mandataires (architecte et ingénieur), est donné ci-après.

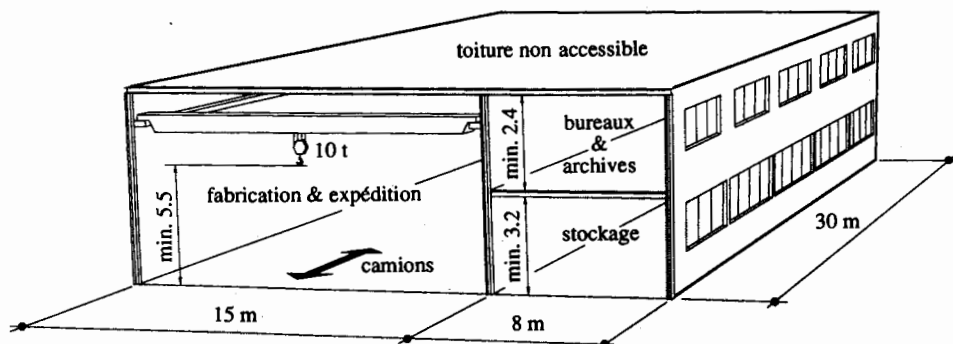


Fig. 2.4 Halle industrielle à usages multiples.

Durée de service

Le maître de l'ouvrage prévoit une durée d'utilisation de son ouvrage de 30 ans au moins.

Utilisation prévue

Le maître de l'ouvrage souhaite une halle avec les différentes affectations suivantes :

- La toiture est considérée comme non accessible, excepté pour des travaux d'entretien.
- Mise en place, dans la partie fabrication & expédition, d'un pont roulant d'une capacité Q_{nom} de 10 tonnes, avec une hauteur libre sous le crochet d'au minimum 5.5 m.
- Le plancher intermédiaire est destiné à des bureaux et à un local d'archivage, avec une hauteur libre de 2.4 m. La charge à considérer pour la partie bureau sera conforme à la norme SIA 160, tandis que celle pour les archives sera de 8 kN/m^2 . Les déformations verticales de ce plancher intermédiaire sous charges de service ne doivent pas provoquer un sentiment d'insécurité pour les utilisateurs.
- Le volume sous le plancher intermédiaire est utilisé comme stockage de matériel, avec une hauteur libre de 3.2 m. Charge à considérer : $q_r = 12 \text{ kN/m}^2$. La pose de colonnes intermédiaires n'est pas envisageable, car un élévateur à fourche doit pouvoir y circuler librement.
- Une surface de 64 m^2 sera prévue sous le plancher intermédiaire pour stocker des matériaux inflammables.
- Des camions de 16 tonnes pourront pénétrer à l'intérieur de la halle, dans la partie haute, pour des chargements et déchargements.

Pour être complet, le plan d'utilisation devrait également contenir des précisions relatives aux exigences requises, aux états d'utilisation et aux mesures prévues. Ces indications ne sont pas données ici, car elles sont trop spécifiques à chaque ouvrage considéré pour qu'on les généralise.

2.3.4 Vérification par le calcul

Principe

Lorsque l'aptitude au service doit être contrôlée au moyen d'un calcul, il s'agit de vérifier si la structure porteuse présente un comportement qui se situe dans les limites convenues entre le maître de l'ouvrage et ses mandataires ou fixées par des normes. Ces limites peuvent notamment se rapporter :

- à la fissuration,
- aux déformations,
- au glissement des assemblages,
- aux vibrations.

La vérification par le calcul de l'aptitude au service consiste alors, de façon générale, à vérifier que la condition suivante soit satisfaite :

$$f(S_{ser}) \leq f_{lim} \quad (2.1)$$

$f(S_{ser})$: valeur calculée avec la sollicitation de service S_{ser}

f_{lim} : valeur limite convenue dans le plan d'utilisation ou définie dans une norme

Les différents termes de (2.1) sont détaillés ci-après. Précisons que la norme SIA 160 propose des valeurs limites pour les déformations et les vibrations. Il ne s'agit cependant que de valeurs limites indicatives, qui ne sont à utiliser que si d'autres limites n'ont pas été convenues et mentionnées dans le plan d'utilisation.

Sollicitations

La sollicitation de service S_{ser} peut s'exprimer de façon générale par la formulation suivante :

$$S_{ser} = S(G_m, Q_{ser,court}, \Sigma Q_{ser,long}) \quad (2.2)$$

- G_m : valeur moyenne du poids propre de la structure porteuse
 $Q_{ser,court}$: valeur de courte durée d'une action variable (il s'agit de la part de l'action pouvant être présente pendant une période restreinte)
 $\Sigma Q_{ser,long}$: somme des valeurs de longue durée des actions (il s'agit soit d'actions permanentes ou de la part des actions variables agissant pendant une longue période)

Dans la formulation ci-dessus, on tient compte d'une part de la valeur de courte durée ou de longue durée d'une action variable et/ou des actions permanentes, et d'autre part éventuellement du poids propre de la structure porteuse. La définition précise des charges dont il faut tenir compte dans chaque cas particulier dépend de ce que l'on veut vérifier. S'il s'agit par exemple d'assurer le confort des utilisateurs d'un ouvrage, c'est une charge variable de courte durée qui est en général déterminante; s'il s'agit d'un problème d'aspect lié à une déformation de longue durée, ce sont les charges de longue durée et le poids propre qui interviennent. Une réflexion propre à chaque cas examiné est donc à effectuer, afin de définir les actions à considérer pour vérifier l'aptitude au service.

Nous avons déjà vu au paragraphe 2.3.1 que les réflexions à faire pour garantir l'aptitude au service d'une structure sont absolument distinctes de celles nécessaires pour vérifier sa sécurité structurale. On tient compte de cette différence fondamentale en ne reliant d'aucune façon les charges de service Q_{ser} aux charges à considérer pour le contrôle de la sécurité structurale (sect. 2.4). En Suisse, on se référera à la norme SIA 160 pour la définition des charges de service de courte et de longue durée des différentes actions à prendre en compte.

L'Eurocode 3 (§ 2.3.4) définit les trois types suivants de combinaison d'actions pour les états limites de service :

- La combinaison rare comprend les actions permanentes, une action variable de base avec sa valeur caractéristique et, s'il y a lieu, une ou plusieurs actions variables d'accompagnement avec leurs valeurs de combinaison obtenues avec le coefficient ψ_0 :

$$S_{ser} = \sum_j G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

- La combinaison fréquente comprend les actions permanentes, une action variable de base avec sa valeur fréquente obtenue avec le coefficient ψ_1 et, s'il y a lieu, des actions variables d'accompagnement avec leurs valeurs quasi permanentes obtenues avec le coefficient ψ_2 :

$$S_{ser} = \sum_j G_{k,j} + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

- La combinaison quasi permanente comprend les actions permanentes et une ou plusieurs actions variables avec leurs valeurs quasi permanentes (les valeurs quasi permanentes sont généralement déterminées comme la valeur moyenne de l'action au cours du temps) obtenues avec le coefficient ψ_2 :

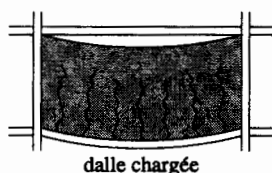
$$S_{ser} = \sum_j G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Ces combinaisons d'actions remplacent malheureusement les réflexions à faire pour garantir l'aptitude au service d'une structure. Les Eurocodes proposent ainsi une démarche qui ne nous paraît pas conforme aux principes de vérification de normes dites modernes.

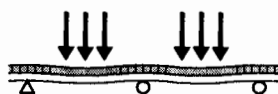
Déformations

Lors de la vérification des déformations, il faut prendre en considération toutes les possibilités de déformation pouvant causer des dégâts aux éléments secondaires de la structure, entraver son utilisation, créer des effets physiologiques indésirables ou porter préjudice à l'aspect architectural de la construction. Citons par exemple :

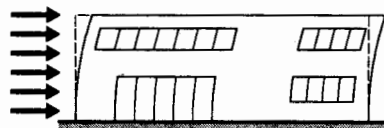
- les dégâts sur des éléments de plafond ou de plancher causés par les déformations des poutres porteuses,
- la fissuration de cloisons (galandages, murs secondaires) appuyés sur des poutres ou des dalles chargées (fig. 2.5(a)),
- la fissuration sur appui d'une poutre mixte continue (fig. 2.5(b)),
- les dégâts aux éléments de façade suite à une trop grande déformation de la structure soumise au vent (fig. 2.5(c)),
- le bris de vitrages en façade dus à une flèche excessive des filières.



(a) Fissuration d'une cloison due à la déformation de la dalle.



(b) Fissuration sur appuis due au moment négatif.



(c) Déformation horizontale due au vent.

Fig. 2.5 Effet de déformations exagérées sur des éléments secondaires.

Les déformations doivent être calculées en tenant compte des caractéristiques des matériaux et du type de charge. La figure 2.6(a) illustre l'évolution de la déformation verticale w d'une poutre ou d'une dalle en fonction du temps. On peut notamment y distinguer les types de déformations (ou de flèches) suivantes :

- w_2 : flèche sous l'effet du poids propre de la structure porteuse et des actions permanentes,
- w_3 : flèche sous l'effet d'une action variable de longue durée,
- w_4 : flèche sous l'effet d'une action variable de courte durée.

Il faut relever ici que les déformations des structures métalliques ne varient pas en fonction de la durée d'application des charges; les actions permanentes ou de longue durée ne produisent donc qu'une déformation instantanée, qui reste constante avec le temps. Etant donné que la valeur de l'action variable de longue durée est toujours plus faible que celle de courte durée, la flèche w_3 ne peut être déterminante que dans les constructions en béton, en bois ou mixtes acier-béton.

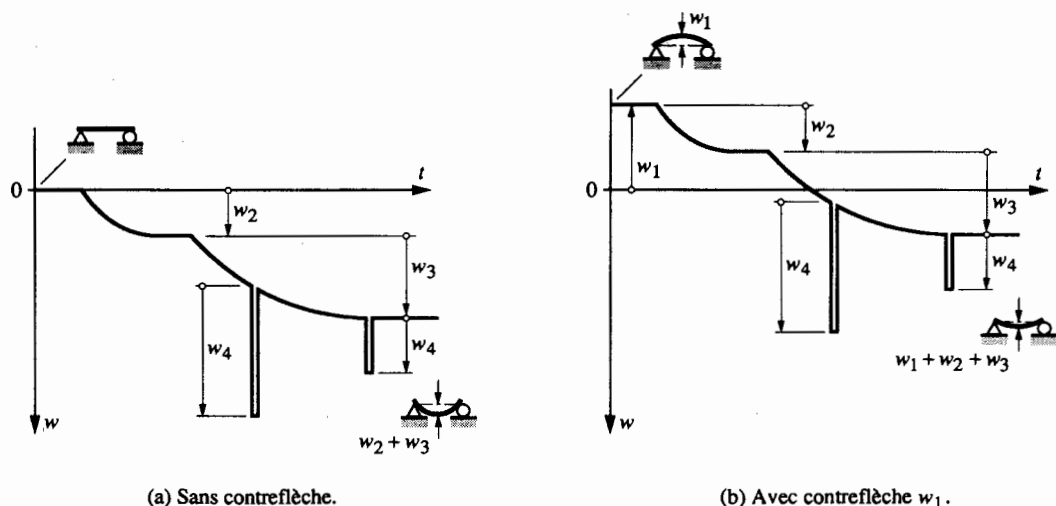


Fig. 2.6 Définition des flèches.

On se référera aux normes de construction pour la définition des valeurs limites indicatives des déformations citées ci-dessus, qui dépendent du type de construction et d'éléments structuraux. A titre d'exemple, les valeurs indicatives des flèches indiquées dans les normes SIA sont regroupées dans le tableau 2.7, où l désigne la portée ou le double porte-à-faux.

Tableau 2.7 Valeurs indicatives des flèches selon les normes SIA.

Exigences	Rigidité Confort	Aspect Aptitude au fonctionnement	
Type de structure et de flèche	Toutes les constructions w_4	Constructions métalliques et bois $w_1 + w_2 + w_4$	Constructions en béton $w_2 + w_3$
Eléments porteurs principaux de bâtiment, sans cloisons fragiles	$l/350$	$l/250$	$l/300$
Eléments porteurs secondaires de bâtiment (pannes, filières, ...)	$l/200$	$l/150$	$l/200$
Eléments porteurs de passerelles	$l/200$		
Ouvrages pour piétons ou cyclistes	$l/500$		
Ponts routiers	$l/600$		$l/700$
Ponts ferroviaires	$l/800$		$l/1000$
Voies de roulement des ponts roulants	$l/700$		

Afin de faciliter la procédure de montage ou de diminuer l'effet inesthétique des déformations, on peut donner une **contreflèche** w_1 (fig. 2.6(b)). Cette contreflèche est réalisée en atelier, soit en donnant au profilé une déformation plastique au moyen de vérins, soit en chauffant l'une des faces du profilé. On peut de cette manière compenser les déformations dues au poids propre, aux charges permanentes et

éventuellement à une partie des charges variables. Il est à relever que la contreflèche prévue doit être supérieure à une valeur minimale correspondant à la limite physique inférieure réalisable en atelier.

Dans une construction mixte acier-béton, comme par ailleurs dans une construction en béton, il faudra inclure dans w_2 et w_3 les déformations de longue durée, dues au retrait et au fluage du béton.

Quant à la déformation horizontale due au vent (fig. 2.5 (c)), elle est à calculer en tenant compte de la charge de service de courte durée, et à limiter selon les indications des normes de construction, ou selon des critères imposés par des éléments secondaires.

L'Eurocode 3 (§ 4.2.2) définit quatre types de flèches pour la vérification de l'état limite de service :

$$\delta_{max} = \delta_1 + \delta_2 - \delta_0$$

δ_{max} : flèche dans l'état final, par rapport à la droite reliant les appuis

δ_0 : précintrage (contreflèche) de la poutre non chargée (état 0)

δ_1 : variation de la flèche de la poutre due aux charges permanentes immédiatement après la mise en charge (état 1)

δ_2 : variation de la flèche de la poutre due aux charges variables augmentée de toute déformation dans le temps due aux charges permanentes (état 2)

Vibrations

Certains éléments de construction tels que des poutres ou des dalles soumises à des charges dynamiques à caractère périodique peuvent vibrer et nuire ainsi aux éléments secondaires de la structure ainsi qu'à leurs utilisateurs. Les sollicitations dynamiques peuvent provenir d'une action climatique telle que le vent, de vibrations dues à une machine ou induite par le trafic ou des personnes [2.2]. Les types de structures touchées par cette dernière cause sont par exemple :

- les passerelles pour piétons,
- les immeubles administratifs,
- les salles de gymnastique,
- les dancings et les salles de concert,
- les plongeurs.

S'il n'est pas possible d'éviter que des actions dynamiques ne transmettent à la structure certaines vibrations, il faudra éviter la mise en résonance de la structure en prévoyant des dispositions constructives adéquates (vol. 11). La norme SIA 160 propose pour cela des valeurs de fréquences propres (fréquence fondamentale et d'ordre supérieur) à éviter pour quelques ouvrages susceptibles d'être mis en vibration sous l'effet de mouvements rythmiques. Si ces recommandations ne peuvent pas être respectées ou si des exigences plus élevées quant au confort sont convenues, un calcul sera alors effectué pour connaître les caractéristiques vibratoires (déplacement, vitesse, accélération) de la structure.

2.4 Sécurité structurale

2.4.1 Exigences

Pour la vérification de la sécurité structurale, la réflexion de l'ingénieur se base, du côté de la résistance, sur une capacité portante minimale des éléments. Du côté des actions, la réflexion doit se porter sur la détermination des actions avec leur intensité maximale et avec leur effet défavorable sur les structures. Il s'agit d'une analyse de situations extrêmes, pour lesquelles il faut assurer essentiellement la protection de vies humaines.

Contrairement à l'aptitude au service, la sécurité structurale n'est pas du ressort de discussions et de conventions avec le maître de l'ouvrage. C'est donc à l'ingénieur auteur du projet seul qu'il revient d'effectuer le dimensionnement de la structure. Pour ceci, il va analyser les diverses situations extrêmes qui sont susceptibles de se produire en cours de montage et durant l'exploitation de l'ouvrage, en tenant compte de l'emplacement de la construction projetée et de son environnement. Les informations nécessaires lui seront fournies en général par les normes, qui prescrivent la grandeur des charges et de la résistance à considérer, de même que le principe et le type de vérifications à effectuer.

2.4.2 Situations de risque

Les diverses situations extrêmes relatives à une structure porteuse peuvent se présenter sous différentes formes et font appel à l'un ou à l'autre des éléments suivants :

- *actions* : écarts par rapport aux valeurs considérées, conditions exceptionnelles, comportement du sol de fondation,
- *résistance* : écart par rapport aux valeurs admises, effets de fatigue et de corrosion,
- *stabilité d'ensemble* : renversement, soulèvement, glissement.

L'appréciation des risques correspondant à chacun de ces éléments, leurs possibilités de simultanéité ainsi que leur analyse sont à la base des réflexions relatives à la sécurité et devant permettre de planifier les mesures. Cette analyse est illustrée par la notion de situation de risque (il serait en fait plus correct de parler de situation de *dangers*, mais la norme SIA 160 utilise cette terminologie), qui est caractérisée par une action dite prépondérante, et le cas échéant, par une ou plusieurs actions concomitantes.

Le principe pour la détermination des actions concomitantes est le suivant: lorsqu'une action est considérée comme prépondérante, c'est-à-dire qu'elle agit avec une intensité extrême sur la structure, quelles sont, raisonnablement, les autres actions qui peuvent agir à cet instant précis ? Si d'autres actions sont présentes, elles auront sans aucun doute une intensité bien inférieure à leur valeur extrême.

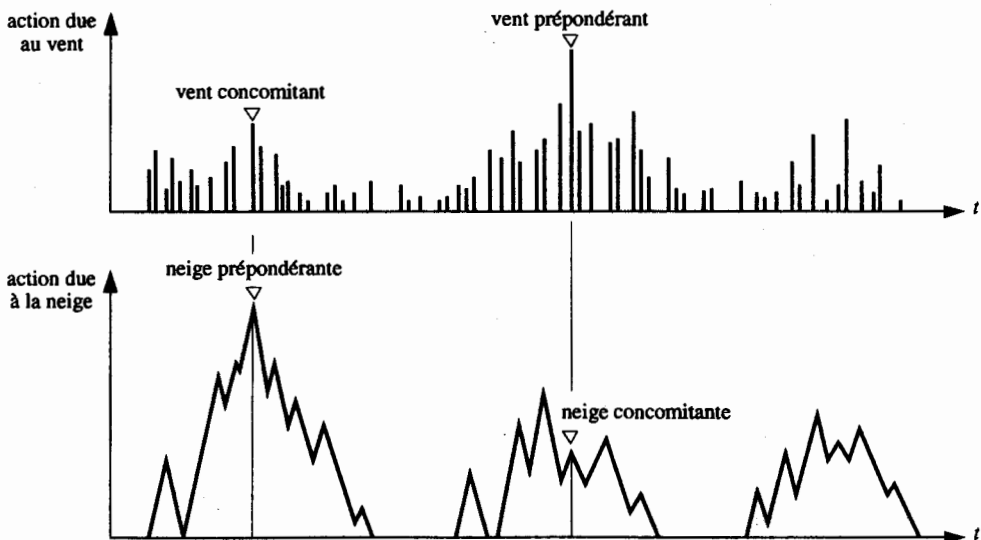


Fig. 2.8 Exemple de variation dans le temps de l'intensité des actions dues au vent et à la neige.

Ce principe est illustré à la figure 2.8, où l'on montre un exemple de variation possible dans le temps des actions dues au vent et à la neige. Ceci met en évidence que si le vent agit avec une intensité extrême sur une structure, il est très peu probable qu'au même moment la neige soit présente avec également une intensité extrême. Il est par contre pensable qu'à cet instant, la neige soit présente sur la structure avec une intensité plus faible. La réflexion inverse est également valable. Le choix d'un ou de plusieurs actions concomitantes est donc fonction de la probabilité de simultanéité avec l'action prépondérante. De plus, la situation de risque déterminante peut être très différente d'un élément de structure à un autre (charge utile pour une dalle, action du vent pour un contreventement, neige pour une poutre de toiture). Précisons encore qu'il est bien évident que, quelle que soit la nature de l'action extrême, toutes les charges à caractère permanent doivent être considérées dans la situation de risque en plus du poids propre de la structure porteuse.

Exemple 2.2 Situations de risque

Soit la halle de l'exemple 2.1. La figure 2.9 montre les différentes actions variables à considérer, en plus du poids propre de la structure porteuse et des éléments non porteurs, pour l'évaluation de la sécurité structurale de la halle. Le tableau 2.10 définit quelques exemples de situations de risque qu'il s'agirait d'analyser, en identifiant à chaque fois l'action prépondérante et la ou les éventuelles actions concomitantes correspondantes.

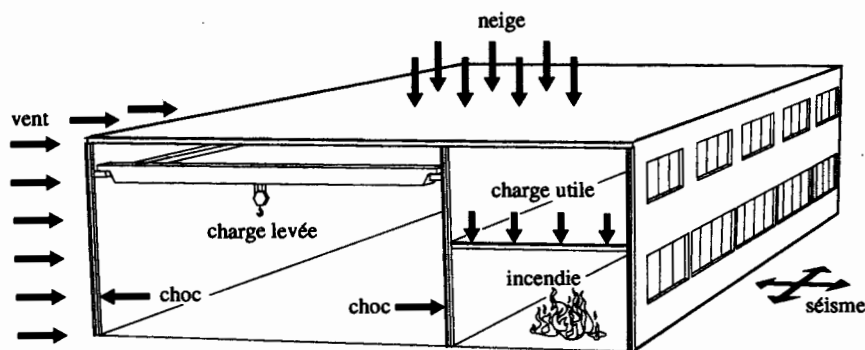


Fig. 2.9 Actions variables à considérer.

Dans ce cas, on constate qu'à côté du poids propre, dont il s'agit de tenir compte dans tous les cas, les actions variables qui peuvent être considérées comme prépondérantes sont nombreuses. Elles ont de plus une influence différente pour chaque élément de structure (toiture, plancher, colonnes de rive, colonnes centrales, ...) et leur importance varie en fonction des rapports entre la charge de neige, la capacité du pont roulant et la charge utile. Des réflexions sont donc nécessaires pour définir pour chaque élément les situations de risque et, en particulier, pour fixer l'action (éventuellement les actions) concomitante(s) à considérer.

Précisons également que la neige serait également à considérer comme action concomitante accidentelle si l'ouvrage étudié était situé à une altitude suffisamment élevée où un enneigement en cas d'accident ne serait pas exclu.

Il faut par ailleurs relever que le nombre de situations de risque à examiner n'est pas toujours aussi élevé que ce que le tableau 2.10 pourrait laisser penser. Dans le cas d'une halle industrielle plus simple (sans plancher intermédiaire, ni pont roulant), les deux seules actions variables à considérer seraient la neige et le vent, ce qui limite le nombre de situations de risque à considérer.

Tableau 2.10 Exemples de situations de risque à analyser.

Situation de risque	Actions variables à considérer						
	Actions climatiques		Charges d'exploitation		Actions accidentelles		
	Neige	Vent	Charge utile	Pont roulant	Incendie	Choc	Séisme
Neige		Concom.	Concom.	Concom.			
Vent	Concom.		Concom.	Concom.			
Charges utiles	Concom.	Concom.		Concom.			
Pont roulant		Concom.	Concom.				
Incendie			Concom.				
Choc			Concom.				
Séisme			Concom.				

2.4.3 Plan de sécurité

Le plan de sécurité découle de la réflexion concernant les situations de risque et en exprime textuellement les résultats principaux. C'est, avec le plan d'utilisation, un des documents les plus importants pour la planification et l'utilisation de l'ouvrage, et en particulier pour son calcul et son dimensionnement.

Ce plan, établi lors de la phase d'avant projet, sera complété ou modifié lors de l'élaboration et de l'exécution. Si son étendue et son contenu sont fonction de l'importance de l'ouvrage et des risques encourus, il doit contenir des informations sur (fig. 2.11) :

- les situations de risque,
- les mesures prévues,
- les qualités du sol de fondation considérées,
- les principales hypothèses de calcul (système de stabilisation, conditions d'appui),
- les risques acceptés.

Le plan de sécurité est une synthèse des situations de risque déterminantes et des mesures respectives à prendre pour assurer la sécurité exigée, de façon similaire au plan d'utilisation qui définit les mesures à prendre pour assurer l'aptitude au service :

- agir à l'origine du risque (par exemple l'éliminer, le réduire, limiter ses effets),
- prévoir des surveillances, des contrôles, des systèmes d'alarme,
- calculer et dimensionner afin d'avoir une capacité portante suffisante,
- accepter un risque (chute d'un avion, par exemple).

Le calcul et le dimensionnement peuvent conduire à reconsidérer certaines mesures envisagées ou montrer la nécessité de compléter les mesures initialement prévues.

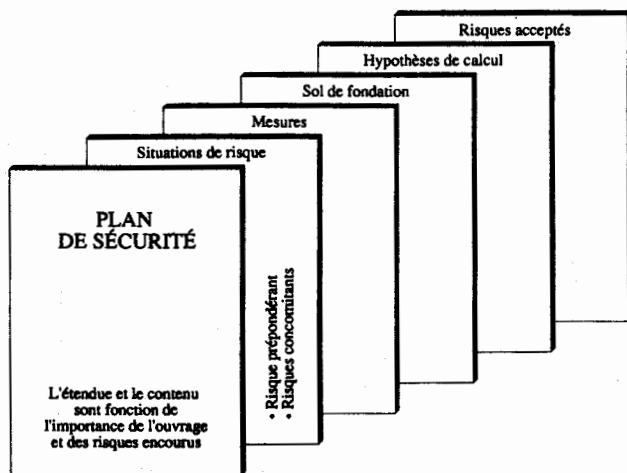


Fig. 2.11 Contenu du plan de sécurité.

En plus des situations de risque et des mesures, les indications suivantes devraient y figurer :

- les actions considérées ou fixées (par exemple les charges utiles dans un bâtiment),
- les propriétés des matériaux prises en compte ou prescrites,
- certaines valeurs essentielles du dimensionnement (par exemple les réactions d'appui sur les fondations),
- le programme de contrôle pour l'exécution.

Le plan de sécurité sert de base non seulement au calcul et au dimensionnement, à la réalisation et au choix des matériaux de construction adéquats, mais influence également le contenu du programme de contrôle pour l'exécution ainsi que les règles d'utilisation (fig. 2.2).

Exemple 2.3 Plan de sécurité et mesures à prendre

Soit la halle déjà examinée dans les exemples 2.1 et 2.2. Les situations de risque identifiées dans l'exemple 2.2 font partie intégrante du plan de sécurité. C'est également le cas des mesures et des limitations décidées, suite aux souhaits du maître de l'ouvrage et à la nécessité de garantir la sécurité structurale de la construction. La figure 2.12 illustre ces différentes mesures, qui pourraient par exemple être les suivantes :

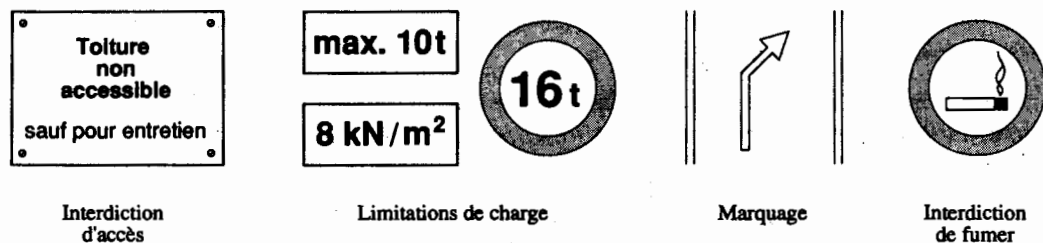


Fig. 2.12 Exemples de mesures à prendre.

- On apposera un panneau interdisant l'accès de la toiture excepté pour des travaux d'entretien.
- On affichera sur le pont roulant la charge maximale qu'il peut soulever, et l'on prévoira un système de déclenchement automatique au cas où l'on tenterait de soulever une charge plus élevée.
- La valeur maximale des charges utiles devra être clairement affichée dans le local d'archives, ainsi que dans les zones de stockage, celles-ci ne devant en aucun cas être dépassées.
- On mettra en place une signalisation indiquant que la vitesse des camions à l'intérieur de la halle ne doit pas dépasser celle d'un homme au pas (ceci pour éviter des conséquences importantes lors d'un choc contre un élément de la structure) et que le poids des véhicules ne devra pas dépasser 16 tonnes.
- On essaiera d'éviter les chocs de véhicules contre la structure en limitant strictement leur zone d'accès à une place de chargement - déchargement, ceci en balisant leur trajet.
- Une interdiction totale de fumer sera décrétée dans et à proximité de la zone où seront entreposées les matériaux inflammables. Des dispositifs d'extinction d'incendie automatiques seront installés dans cette partie de la halle. Un soin tout particulier sera accordé aux dispositifs électriques qui devront être minimaux à l'intérieur de l'enceinte réservée aux matières explosives.

2.4.4 Vérification par le calcul

La vérification par le calcul représente une des mesures possibles pour garantir la sécurité structurale. Elle est à effectuer pour chacune des situations de risque à laquelle s'applique cette mesure, qui consiste à comparer les valeurs de dimensionnement de la sollicitation et de la résistance :

$$S_d \leq R_d \quad (2.3)$$

S_d : valeur de dimensionnement de la sollicitation

R_d : valeur de dimensionnement de la résistance

Dans sa forme générale, la valeur de dimensionnement de la sollicitation peut être définie pour chaque situation de risque examinée par l'expression suivante :

$$S_d = S(G_d, Q_d, \Sigma Q_a) \quad (2.4)$$

$S(\dots)$: sollicitation due à un ensemble d'actions

G_d : valeur de dimensionnement du poids propre de la structure porteuse

Q_d : valeur de dimensionnement de l'action prépondérante

ΣQ_a : somme des actions concomitantes

La valeur de dimensionnement de la sollicitation tient compte, comme nous le verrons plus loin :

- des écarts statistiques des valeurs des actions,
- de la représentation simplifiée des actions,
- des simplifications du modèle d'actions obtenues en négligeant d'une part les actions de faible importance et d'autre part une éventuelle petite influence réciproque résultant de la simultanéité des actions.

Pour l'analyse des situations de risque, on distingue quatre types d'actions en fonction de leur nature :

- Le **poids propre de la structure porteuse** G qui provient exclusivement de la masse de la structure et qui agit normalement durant toute l'existence de l'ouvrage. Il s'agit d'une charge qui est relativement bien connue (aux variations dimensionnelles et de la charge volumique près).

- Les **actions permanentes** Q (éléments non porteurs, installations, charge de terre, ...) qui agissent pendant de très longues périodes, mais qui peuvent être enlevées, et dont les écarts par rapport à la valeur moyenne ou dimensionnelle peuvent être importants (épaisseur du revêtement, types de galandages, nature et hauteur de terre).
- Les **actions variables** Q (charges utiles, charges dues au trafic et actions climatiques) dont l'intensité peut varier fortement au cours du temps.
- Les **actions accidentelles** Q_{acc} (séisme, choc, explosion, incendie ou déraillement) dont l'intensité est très grande, mais qui agissent sur une très courte durée et avec une probabilité d'apparition très faible.

La figure 2.13 illustre les différentes actions variables à considérer pour un exemple de bâtiment à un étage. Il y est mis en évidence que selon l'élément structurel examiné, les situations de risque à considérer peuvent être différentes. Précisons que selon le système statique de la structure, le vent pourrait également intervenir, dans certaines situations de risque, en tant qu'action concomitante.

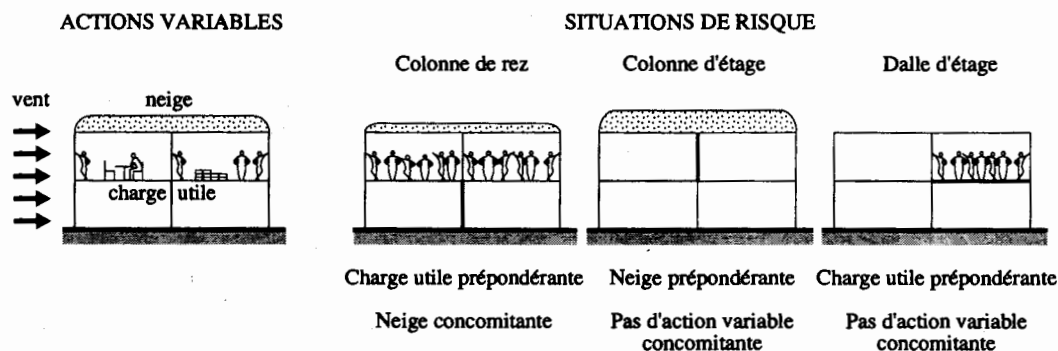


Fig. 2.13 Actions variables et situations de risque à considérer.

Soulignons que la vérification de la sécurité structurale est nécessaire non seulement pour la structure achevée, mais également pour tous les stades de montage par lesquels elle va passer. Les risques sont en effet plus élevés pendant l'exécution, car certains cas de charge très défavorables peuvent se présenter et le système statique est souvent différent de celui de l'état final.

2.4.5 Approche probabiliste

La vérification de la sécurité structurale fait intervenir différents facteurs relatifs aux charges, à la résistance de la structure et aux méthodes de calcul utilisées, qui introduisent dans le calcul des imprécisions ayant un caractère aléatoire. L'origine et la nature des principales imperfections sont les suivantes :

- **Imprécisions relatives aux actions.** Parmi les actions agissant sur une structure, certaines d'entre elles sont relativement bien connues (poids propre, charges permanentes). Par contre, les actions variables telles que celles dues par exemple au vent ou à la neige ne peuvent pas être évaluées

précisément pour chaque endroit; leur valeur est fixée en procédant à des mesures et en s'appuyant sur l'expérience et l'observation. Il y a donc une certaine probabilité que, sur toute la durée de service de l'ouvrage, les charges effectives soient, à un moment donné, supérieures à celles admises dans le calcul. La figure 2.14 illustre, à titre d'exemple, la variation statistique de la hauteur de neige mesurée sur un site bien précis. On y montre qu'il est possible, à partir d'un relevé journalier de la hauteur de neige (fig. 2.14(a)), de déterminer pour chaque année la hauteur maximale de neige mesurée (fig. 2.14(b)). La représentation sous forme d'un histogramme des valeurs maximales mesurées chaque année (fig. 2.14(c)) permet alors de mettre en évidence le caractère variable de la hauteur de neige, et par conséquent de la charge correspondante.

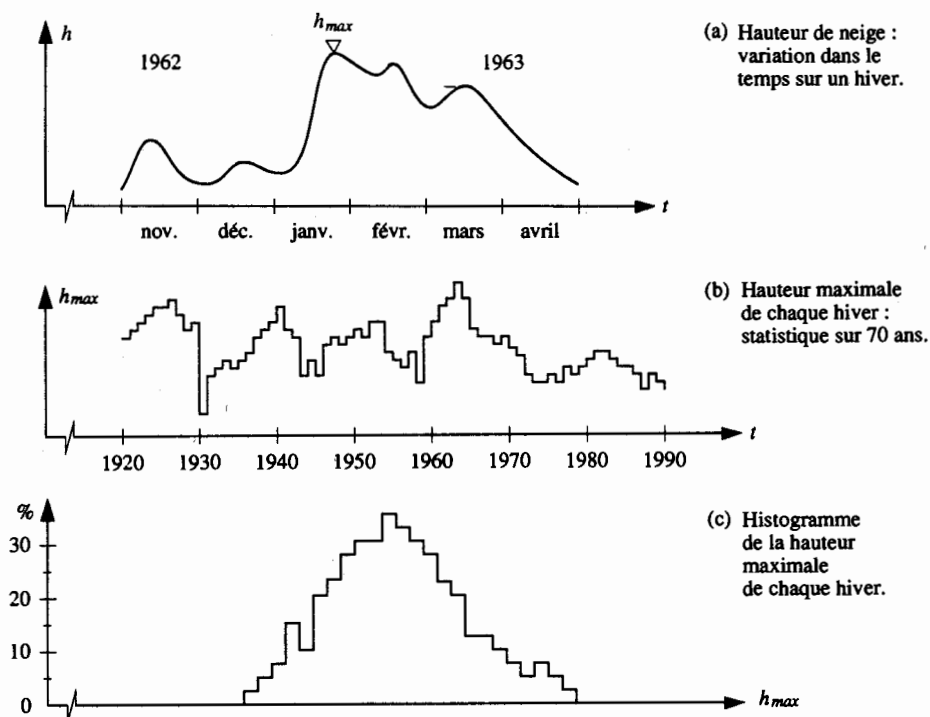


Fig. 2.14 Exemple de variation statistique de la hauteur de neige.

Imprécisions relatives à la résistance de la structure. Les propriétés des matériaux, déterminés par des essais, varient d'un élément à l'autre, ou même d'un point à un autre du même élément. La composition chimique et les caractéristiques mécaniques d'un acier sont donc des valeurs comportant une certaine dispersion (§ 3.2.6).

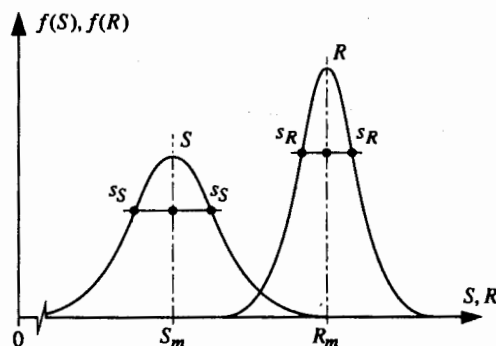
De plus, les dimensions réelles des éléments ne correspondent pas aux dimensions théoriques, du fait des tolérances de laminage. Finalement, il faut également compter avec les imprécisions inhérentes aux procédés de fabrication et de montage (tolérances d'exécution, différence entre les plans et l'exécution).

- *Imprécisions relatives aux méthodes de calcul utilisées.* Les calculs sont en effet basés sur des modèles analytiques et mathématiques traduisant de manière approchée le comportement réel d'une structure. Les résultats, fondés sur ces modèles imparfaits, sont donc entachés d'imprécisions inévitables (sect. 2.6).

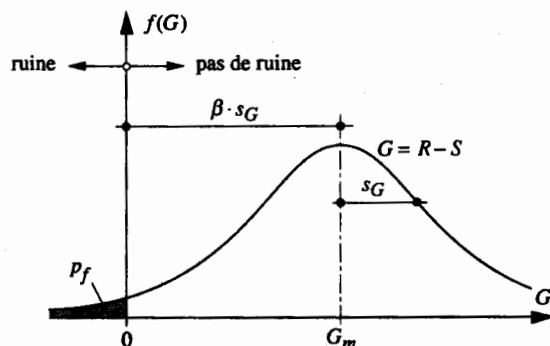
Examinons de façon très simplifiée de quelle manière il faudrait tenir compte de la nature aléatoire de la résistance de la structure et des sollicitations. En utilisant les notations R et S pour désigner respectivement la résistance et la sollicitation, il est possible de représenter graphiquement ces deux grandeurs en tenant compte de leur dispersion statistique; on peut employer la loi normale (courbe de Gauss) pour définir mathématiquement la distribution probabiliste d'une variable (fig. 2.15 (a)), avec :

- S_m : valeur moyenne de la sollicitation,
- R_m : valeur moyenne de la résistance,
- s_S : écart type de la sollicitation,
- s_R : écart type de la résistance.

Cette représentation peut être considérée comme bonne pour certaines variables, mais peut être beaucoup trop grossière pour d'autres. D'un usage relativement aisé par rapport à d'autres distributions probabilistes, la loi normale devra être utilisée avec beaucoup de circonspection, ceci à l'instar de tous les autres types de distributions. Rappelons que la courbe de Gauss est symétrique et que la valeur moyenne correspond à la valeur ayant la probabilité maximale d'apparaître, soit S_m et R_m pour les courbes de la figure 2.15 (a). On constate que les courbes S et R se recoupent; il existe donc une certaine probabilité que la sollicitation soit plus grande que la résistance de la structure.



(a) Densité de probabilité de S et R .



(b) Densité de probabilité de G .

Fig. 2.15 Schéma de distribution probabiliste de la sollicitation et de la résistance ultime d'une structure.

Le dimensionnement d'une structure se fera toujours en comparant la valeur S de la sollicitation à la valeur R de la résistance, autrement dit en vérifiant la relation générale suivante :

$$S \leq R$$

(2.5)

qui peut aussi s'écrire sous une autre forme :

$$G = R - S \geq 0 \quad (2.6)$$

G : fonction limite

La distribution de la nouvelle variable $G = R - S$ est représentée à la figure 2.15(b). Cette courbe met bien en évidence qu'il existe une certaine probabilité de ruine p_f de la structure, due au fait qu'il est possible que la résistance R soit inférieure à la sollicitation S . Cette probabilité de ruine correspond à la surface de la zone hachurée de la figure 2.15(b); elle s'exprime de la façon suivante :

$$p_f = 1 - p((R - S) \geq 0) = p((R - S) \leq 0) \quad (2.7)$$

$p(\dots)$: probabilité de réalisation d'un événement

En définissant l'**indice de fiabilité** β par le nombre d'écarts types s_G séparant la valeur moyenne G_m de l'origine :

$$\beta = \frac{G_m}{s_G} \quad (2.8)$$

G_m : valeur moyenne de la fonction limite

s_G : écart type de la fonction limite

la probabilité de ruine p_f peut s'exprimer ainsi :

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (2.9)$$

Φ : fonction de répartition normale centrée réduite

Une probabilité de ruine est donc inhérente à chaque structure, dans la mesure où il n'existe pas de sécurité absolue; ceci est un état de fait qu'il s'agit d'accepter. Le problème réside cependant dans le choix que l'on peut raisonnablement admettre pour cette probabilité de ruine. Ceci relève de considérations qui dépassent le cadre de ce cours et est traité au moyen du calcul des probabilités et de la statistique [2.3] [2.4]. Nous nous contenterons de mentionner qu'un ordre de grandeur de $p_f = 10^{-5}$ à 10^{-6} est couramment admis comme probabilité de ruine des structures de génie civil, ce qui correspond à peu près à une valeur de l'indice de fiabilité $\beta = 4.0$ à 4.7 .

Une analyse probabiliste de la sécurité structurale [2.5] permettrait d'obtenir, en se fixant une valeur de l'indice de fiabilité β supérieure ou égale à une valeur souhaitée β_0 , des valeurs dites de dimensionnement de la sollicitation S^* et de la résistance R^* (on utilise une notation pour ces valeurs de dimensionnement différente de celle employée en général dans les normes, comme en (2.3), pour bien mettre en évidence qu'elles ont été obtenues à l'aide d'une analyse probabiliste). Dans le cas où les variables S et R correspondent à des distributions normales, on a :

$$G_m = R_m - S_m \quad (2.10a)$$

$$s_G = \sqrt{s_S^2 + s_R^2} \quad (2.10b)$$

ce qui permet, en exigeant que l'indice de fiabilité β donné par (2.8) soit supérieur ou égale à β_0 , de définir les valeurs de dimensionnement de la sollicitation S^* et de la résistance R^* de la façon suivante :

$$S^* = S_m (1 + \beta_0 \alpha_S v_S) \quad (2.11 a)$$

$$R^* = R_m (1 - \beta_0 \alpha_R v_R) \quad (2.11 b)$$

α_S : facteur d'influence de S ($\alpha_S = s_S / \sqrt{s_S^2 + s_R^2}$)

α_R : facteur d'influence de R ($\alpha_R = s_R / \sqrt{s_S^2 + s_R^2}$)

v_S : coefficient de variation de S ($v_S = s_S / S_m$)

v_R : coefficient de variation de R ($v_R = s_R / R_m$)

Pour d'autres formes de distribution de variables ainsi que pour davantage de variables, des théories ont été développées dans la littérature spécialisée; on consultera pour cela les références [2.6] et [2.7]. D'une façon générale, la vérification de la sécurité structurale formulée par (2.5) peut s'exprimer, avec les résultats d'une approche probabiliste, par la relation suivante :

$$S^* \leq R^* \quad (2.12)$$

2.4.6 Approche avec des facteurs partiels

La réalité est bien plus complexe que ce qui est illustré ci-dessus, car le nombre de variables intervenant tant du côté des sollicitations que de la résistance est souvent important. L'utilisation de méthodes d'analyse probabiliste devient donc rapidement très fastidieuse et inadéquate pour la pratique courante de l'ingénieur. C'est la raison pour laquelle la plupart des normes et des recommandations internationales proposent actuellement, pour la vérification de la sécurité structurale, des méthodes semi-probabilistes utilisant des facteurs de charge et de résistance. La figure 2.16 permet d'en comprendre le principe, en montrant que les facteurs de charge et de résistance sont respectivement un multiplicateur (pour les sollicitations) ou un diviseur (pour la résistance). La valeur de dimensionnement (S_d ou R_d) d'une variable est ainsi établie à partir d'une valeur représentative (S_r ou R_r) (certaines normes parlent de valeurs caractéristiques ou nominales), en général différente de la valeur moyenne (S_m ou R_m), qui contient déjà une partie de la dispersion statistique de la variable.

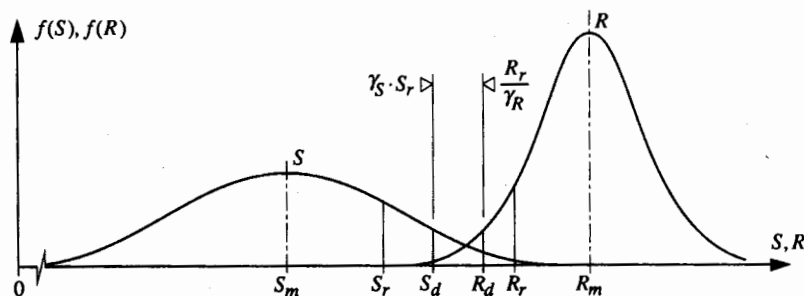


Fig. 2.16 Principe des facteurs de charge et de résistance.

Les facteurs de charge et de résistance, de même que les valeurs représentatives, sont établis sur la base de méthodes d'analyse probabiliste de façon à garantir, pour un nombre maximum de cas, que la probabilité de ruine correspondante soit raisonnable. L'avantage des méthodes semi-probabilistes est double : elles permettent de tenir compte du caractère aléatoire des variables de sollicitation et de résistance à considérer, tout en offrant à l'ingénieur une méthodologie claire et facile à appliquer.

C'est ainsi que l'utilisation de facteurs partiels pour la vérification par le calcul de la sécurité structurale va quelque peu modifier la forme de la relation générale donnée par (2.3), à savoir $S_d \leq R_d$, mais pas son principe de base, qui reste une comparaison des valeurs de dimensionnement de la sollicitation et de la résistance. C'est ainsi que les normes SIA ont adopté la formulation suivante :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (2.13)$$

S_d : valeur de dimensionnement de la sollicitation

R : résistance ultime (valeur représentative)

γ_R : facteur de résistance

Il faut préciser que s'il n'apparaît que le facteur de résistance γ_R dans (2.13), c'est que les facteurs de charge sont intégrés dans la définition de la valeur de dimensionnement de la sollicitation S_d (2.4), dont les différents termes sont détaillés à partir de (2.16).

L'Eurocode 3 n'utilise pas le principe de vérification énoncé par (2.13), mais se base directement sur la relation générale (2.3), à savoir $S_d \leq R_d$.

Même si nous ne détaillons pas ici la théorie relative à la vérification de la *sécurité à la fatigue*, nous donnons la relation à vérifier dans ce cas-ci pour mettre en évidence que sa forme est similaire à (2.13) (son application est traitée en détail dans le chapitre 13) :

$$S_{fat} \leq \frac{R_{fat}}{\gamma_{fat}} \quad (2.14)$$

S_{fat} : sollicitation de fatigue

R_{fat} : résistance à la fatigue

γ_{fat} : facteur de résistance relatif à la sécurité à la fatigue

Résistance

En comparant (2.3) et (2.13), on constate que les normes SIA définissent la valeur de dimensionnement de la résistance de la façon suivante :

$$R_d = \frac{R}{\gamma_R} \quad (2.15)$$

La résistance ultime R utilisée dans (2.13) et (2.15) sera déterminée conformément aux règles contenues dans les chapitres 4 et suivants de ce volume ainsi que dans les différentes normes de construction. Ces dernières définissent également les valeurs du facteur de résistance γ_R . Ce facteur tient notamment compte des divergences entre le système porteur réel et celui considéré dans le calcul, des simplifications et

imprécisions du modèle de résistance ainsi que des imprécisions relatives aux dimensions des sections. Dans les normes SIA, il vaut :

- pour les structures métalliques et mixtes acier-béton : $\gamma_R = 1.1$
- pour les structures en béton : $\gamma_R = 1.2$

L'Eurocode 3 (§ 2.2.3) définit la valeur de dimensionnement (appelée valeur de calcul) de la résistance R_d de la façon suivante :

$$R_d = \frac{R(X_k, a_k, \dots)}{\gamma_M}$$

X_k : valeur caractéristique des propriétés des matériaux

a_k : valeur caractéristique des données géométriques

γ_M : facteur de résistance

avec les facteurs de résistance (§ 0.5.5) suivants :

- pour les vérifications de résistance en section : $\gamma_{M0} = 1.1$,
- pour les vérifications aux instabilités des barres : $\gamma_{M1} = 1.1$,
- pour les vérifications des éléments de fixation et des assemblages : $\gamma_{M2} = 1.25$.

L'Eurocode 2 (§ 2.2.3) définit quant à lui R_d directement à partir des valeurs de dimensionnement des propriétés des matériaux ou des données géométriques :

$$R_d = R(X_d, a_d, \dots)$$

Le facteur de résistance γ_M , égal à 1.5 pour les caractéristiques du béton et à 1.15 pour celles de l'acier d'armature passif ou de précontrainte, intervient alors dans la définition des valeurs de dimensionnement des propriétés des matériaux :

$$X_d = \frac{X_k}{\gamma_M}$$

tandis que la valeur de dimensionnement des données géométriques est en général égale à sa valeur nominale.

Poids propre de la structure porteuse

La valeur de dimensionnement du poids propre de la structure porteuse est définie par :

$$G_d = \gamma_G G_m \quad (2.16)$$

γ_G : facteur de charge applicable au poids propre de la structure porteuse

G_m : valeur moyenne du poids propre de la structure porteuse

La valeur moyenne du poids propre de la structure porteuse est obtenue en multipliant les charges volumiques moyennes (§ 2.5.1) par les dimensions figurant sur les plans.

Le facteur de charge pour le poids propre de la structure porteuse vaut, dans le cas général :

$$\gamma_G = 1.3 \quad (2.17)$$

Si le poids propre influence favorablement la sécurité structurale (par exemple lors du montage d'une structure par encorbellement, en cas de soulèvement dû au vent ou pour déterminer les charges à balancer lors de la mise en précontrainte), celle-ci doit être vérifiée avec une valeur minimale de ce poids propre en considérant pour l'ensemble de la structure une valeur de $\gamma_G \leq 1.0$.

L'Eurocode 3 (§ 2.2.2) utilise la même formulation de la valeur de dimensionnement du poids propre que (2.16), en remplaçant toutefois la valeur moyenne G_m du poids propre par une valeur caractéristique G_k . Pour le facteur de charge applicable au poids propre, il y est proposé (§ 2.3.3) une valeur de $\gamma_G = 1.35$ pour les actions permanentes défavorables et de $\gamma_G = 1.0$ dans le cas d'actions permanentes favorables. Dans le cas où la charge permanente est composée d'une partie favorable et d'une partie défavorable, il est proposé $\gamma_G = 1.1$ pour la partie favorable et $\gamma_G = 1.35$ pour la partie défavorable (pour autant que l'application globale de $\gamma_G = 1.0$ ne conduise à des effets plus défavorables).

Action prépondérante

L'action prépondérante est introduite dans le calcul avec des valeurs et des dispositions extrêmes. Si l'action prépondérante est une *action permanente* ou *variable*, sa valeur de dimensionnement est définie par :

$$Q_d = \gamma_Q Q_r \quad (2.18)$$

γ_Q : facteur de charge applicable à l'action prépondérante

Q_r : valeur représentative de l'action (définie dans la norme SIA 160)

Le facteur de charge applicable à l'action prépondérante vaut, dans le cas général (on consultera la norme SIA 160 pour les quelques exceptions à cette valeur) :

$$\gamma_Q = 1.5 \quad (2.19)$$

Le poids propre de la structure porteuse n'est qu'exceptionnellement une action prépondérante. Dans ce cas, par exemple lors du montage en encorbellement, on prendra des mesures adéquates (§ 2.4.3) et les facteurs de charge seront déterminés en conséquence.

Dans le cas d'une *action accidentelle* telle qu'un choc, un déraillement, un incendie, une explosion ou un séisme, la valeur de dimensionnement de l'action prépondérante est directement définie par :

$$Q_d = Q_{acc} \quad (2.20)$$

Q_{acc} : valeur représentative de l'action accidentelle (définie dans la norme SIA 160)

L'Eurocode 3 (§ 2.2.2) utilise la même formulation de la valeur de dimensionnement de l'action prépondérante (appelée *action variable de base*) que (2.18), en remplaçant toutefois la valeur représentative Q_r par une valeur caractéristique Q_k . Le facteur de charge γ_Q vaut également 1.5.

Action concomitante

La valeur et la disposition de l'action concomitante sont déterminées en tenant compte de sa probabilité d'apparition simultanée avec l'action prépondérante.

Si l'action concomitante est une *action permanente* ou *variable*, elle est définie par :

$$Q_a = \psi Q_r \quad (2.21)$$

ψ : facteur de charge applicable à l'action concomitante

Q_r : valeur représentative de l'action, identique à celle utilisée dans (2.18)

On se référera à la norme SIA 160 pour la définition de la valeur du facteur de charge ψ . Nous nous contenterons de préciser ici que ce facteur de charge vaut :

- pour le poids propre des éléments non porteurs : $\psi = 1.3$
- pour les charges utiles dans le bâtiment : $\psi = 0.5$ à 1.0 selon la catégorie
- pour des actions dues à la neige, au vent et à la température : $\psi = 0.8$

Lorsqu'une *action accidentelle* est considérée comme action prépondérante, l'action concomitante se définit par :

$$Q_{a,acc} = \psi_{acc} Q_r \quad (2.22)$$

ψ_{acc} : facteur de charge applicable à l'action accidentelle

Tout comme pour le facteur de charge ψ , on se référera également à la norme SIA 160 pour la définition de la valeur du facteur de charge ψ_{acc} . Nous nous contenterons de relever quelques valeurs particulières :

- pour le poids propre des éléments non porteurs : $\psi_{acc} = 1.0$
- pour les charges utiles dans le bâtiment : $\psi_{acc} = 0.3$ à 1.0 selon la catégorie
- pour l'action due à la neige : ψ_{acc} dépend de l'altitude du lieu
- pour des actions dues au vent et à la température : $\psi_{acc} = 0$

L'Eurocode 3 (§ 2.2.2) utilise la notion de valeur de dimensionnement d'une action concomitante (appelée *action variable d'accompagnement*), qui est définie par la relation suivante :

$$Q_d = \gamma_Q \psi_i Q_k$$

ψ_i : coefficient de combinaison égal à ψ_0 , ψ_1 ou ψ_2 selon le type de combinaison d'action

Il faut relever ici qu'une modification de la valeur de γ_Q (possible par exemple entre différents pays ou pour certaines actions) entraîne malheureusement une modification de la grandeur de l'action concomitante.

Valeur de dimensionnement de la sollicitation

La valeur de dimensionnement de la sollicitation est donnée, dans sa forme générale, par (2.4). Comme la nature de l'action prépondérante influence la détermination de la valeur de dimensionnement de la sollicitation, on distingue deux cas :

- L'action prépondérante est une *action permanente* ou une *action variable*. La valeur de dimensionnement de la sollicitation s'exprime alors par la relation suivante :

$$S_d = S(\gamma_G G_m, \gamma_Q Q_r, \Sigma \psi Q_r) \quad (2.23)$$

- L'action prépondérante est une *action accidentelle*. La valeur de dimensionnement de la sollicitation s'exprime alors par la relation suivante :

$$S_d = S(G_m, Q_{acc}, \Sigma \psi_{acc} Q_r) \quad (2.24)$$

La somme des actions concomitantes comprend, dans les deux cas, toutes les actions permanentes et, en règle générale, une seule action variable.

La valeur de dimensionnement (appelée valeur de calcul) de la sollicitation est définie (§ 2.3.2.2) dans l'Eurocode 3 par des combinaisons d'actions très rigides. La combinaison fondamentale, valable dans les situations durables et transitoires autres que celles concernant la fatigue, est de la forme suivante :

$$S_d = \sum_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i}$$

$G_{k,j}$: valeur caractéristique des actions permanentes

$Q_{k,1}$: valeur caractéristique de l'action variable de base

$Q_{k,i}$: valeur caractéristique des autres actions variables

$\gamma_{G,j}$: coefficient partiel de sécurité pour l'action permanente j

$\gamma_{Q,i}$: coefficient partiel de sécurité pour l'action variable i

$\psi_{0,i}$: coefficient de combinaison de l'action variable i

tandis que celle valable pour les situations accidentelles s'exprime en général ainsi :

$$S_d = \sum_j \gamma_{GA,j} G_{k,j} + A_d + \psi_{1,1} Q_{k,1} + \sum_{i \geq 2} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

A_d : valeur de calcul (valeur spécifiée) de l'action accidentelle

$\gamma_{GA,j}$: coefficient partiel de sécurité pour l'action permanente j dans le cas de situations accidentelles (en général $\gamma_{GA,j} = 1.0$)

ψ_1 : coefficients de combinaison permettant d'obtenir la valeur fréquente des actions variables de base

ψ_2 : coefficients de combinaison permettant d'obtenir la valeur quasi-permanente des actions variables d'accompagnement

Exemple 2.4 Vérification de la sécurité structurale

Soit une panne de toiture de la série IPE en acier Fe E 235 faisant partie de la halle examinée dans les exemples 2.1 à 2.3 (fig. 2.4 et 2.9). L'espacement entre les pannes est de 3 m, leur système statique est une poutre simple de 6 m de portée.

Vérifier la sécurité structurale de cette panne pour la situation de risque « neige », en tenant notamment compte des charges suivantes (valeurs représentatives) :

- poids propre de la toiture, formée de dalles de 100 mm d'épaisseur : 2.5 kN/m^2 ,
- neige : 3.2 kN/m^2 (correspondant à une altitude d'environ 800 m).

Prédimensionnement

Sur la base d'un rapport $l/h = 1/20$, un prédimensionnement de cette panne donne un profilé IPE 300. Ceci permet d'établir les caractéristiques suivantes de la panne :

- poids propre : 0.422 kN/m (selon les tables SZS C5),
- résistance ultime à la flexion (calcul plastique) : $M_R = M_{pl} = 148 \text{ kNm}$ (selon les tables SZS C5).

Sollicitations

Les charges agissant sur cet élément de structure pour la situation de risque « neige » sont les suivantes (fig. 2.17) :

- poids propre : $g_m = 0.422 \text{ kN/m}$
- neige (charge utile variable) : $q_r = 3.2 \text{ kN/m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 9.6 \text{ kN/m}$
- toiture (poids propre des éléments non porteurs) : $g_0 = 2.5 \text{ kN/m}^2 \cdot 3 \text{ m} = 7.5 \text{ kN/m}$

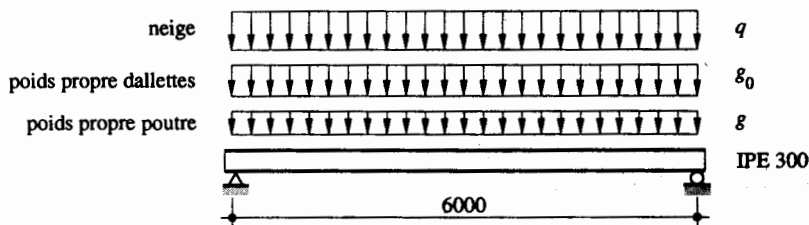


Fig. 2.17 Charges à considérer pour la vérification de la sécurité structurale.

La vérification de la sécurité structurale de la panne se fera en considérant le moment de flexion à mi-travée correspondant à la situation de risque examinée. Le terme général S utilisé dans la section 2.4 pour désigner une sollicitation peut être remplacé dans le cas particulier par M (moment de flexion). La valeur de dimensionnement de ce moment de flexion est donnée par la relation suivante, similaire à (2.4) :

$$M_d = [\gamma_G g_m + \gamma_Q q_r + \psi g_0] l^2 / 8$$

En utilisant les valeurs des facteurs de charge suivants : $\gamma_G = 1.3$, $\gamma_Q = 1.5$ et $\psi = 1.3$, on obtient alors :

$$M_d = [1.3 \cdot 0.422 \text{ kN/m} + 1.5 \cdot 9.6 \text{ kN/m} + 1.3 \cdot 7.5 \text{ kN/m}] (6 \text{ m})^2 / 8 = 111 \text{ kNm}$$

Vérification

D'une façon analogue à (2.13), la vérification de la sécurité structurale de la panne s'effectue avec la relation suivante :

$$M_d \leq M_R / \gamma_R$$

qui permet de s'assurer que le profilé IPE 300 en acier Fe E 235 obtenu par le prédimensionnement est suffisant :

$$111 \text{ kNm} \leq 148 \text{ kNm} / 1.1 = 134 \text{ kNm}$$

Un contrôle rapide permet de vérifier que le profilé plus léger, un IPE 270, n'est pas suffisant.

2.5 Charges et actions

Les trois sections précédentes ont montré qu'une bonne connaissance des charges et de la résistance était nécessaire pour effectuer l'analyse d'une structure. Comme les prochains chapitres de ce volume traitent essentiellement de la résistance des constructions métalliques ou mixtes, il est nécessaire de donner quelques détails sur les charges et les actions à considérer. Ceci est d'ailleurs le but de cette section, où il est également montré de quelle façon les charges sont définies, en Suisse dans la norme SIA 160, et en Europe dans l'Eurocode 1. Il ne s'agit ni de copier ces normes, ni de les commenter, mais plutôt de donner les informations sur les charges nécessaires pour comprendre et effectuer les exemples numériques qui sont présentés dans ce volume. Les charges par trop spécifiques à un type bien précis d'ouvrage (telles que les charges dues aux ponts roulants pour les halles ou les charges de trafic pour les ponts) sont présentées dans les volumes 11 et 12; elles ne sont donc pas abordées dans ce volume. Cette section contient donc quelques détails sur le principe, la forme et la grandeur des charges et des actions suivantes :

- poids propre (structure porteuse et éléments non porteurs),
- charges utiles dans les bâtiments,
- actions climatiques et indirectes (neige, vent et température),
- actions accidentelles.

2.5.1 Poids propre de la structure porteuse

Le poids propre de la structure porteuse à considérer tant pour la vérification de l'aptitude au service que de la sécurité structurale se base sur la valeur moyenne G_m obtenue à partir des dimensions théoriques de la structure. Les *charges volumiques* moyennes des principaux matériaux de construction sont contenues dans le tableau 2.18.

Tableau 2.18 Charges volumiques moyennes des principaux matériaux de construction.

Matériau	Charge volumique [kN/m ³]
Aluminium	27
Acier	78.5
Béton – armé	25
– non armé	24
– léger	≤ 20
Bois	≤ 8

2.5.2 Poids propre des éléments non porteurs

Pour la sécurité structurale, la valeur représentative Q_r du poids propre des éléments non porteurs est égale à la valeur moyenne. Tout comme pour le poids propre de la structure porteuse, celle-ci est obtenue en multipliant les dimensions théoriques par la charge volumique moyenne de l'élément considéré. Les normes de charge contiennent des tableaux de charges volumiques des éléments non porteurs tels que les galandages, les revêtements, les toitures et les façades, l'isolation, etc.

Pour la vérification de l'aptitude au service, la charge de service de longue durée est égale à la valeur représentative définie ci-dessus. Ceci se justifie dans la mesure où il s'agit de charges permanentes qui seront très probablement présentes durant toute la durée de service de l'ouvrage.

2.5.3 Charges utiles dans les bâtiments

Selon la fonction et l'affectation des bâtiments, on peut distinguer entre les trois groupes de surfaces utilisables suivants (fig. 2.19) :

- les surfaces des locaux habitables, commerciaux ou administratifs,
- les surfaces des entrepôts, des locaux de fabrication, des archives et des silos,
- les surfaces des parkings et les surfaces accessibles au trafic.

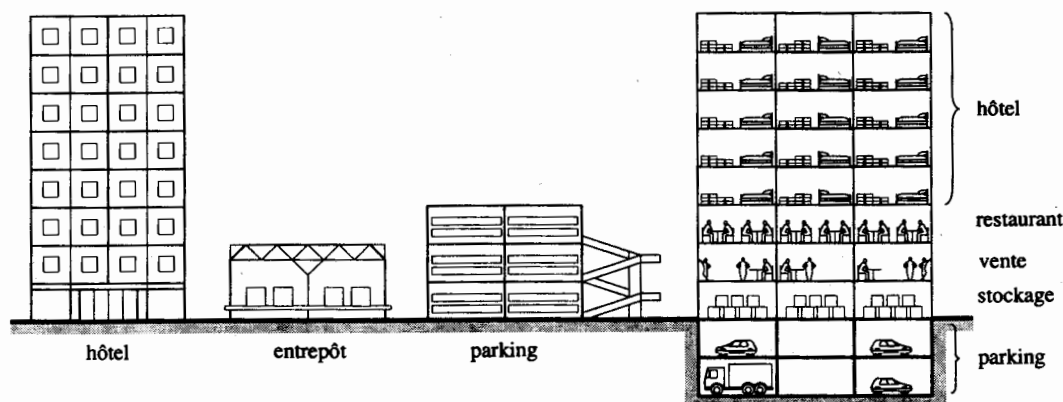


Fig. 2.19 Charges utiles dans les bâtiments.

Locaux habitables, commerciaux ou administratifs

Les surfaces de ce groupe de locaux sont encore classées en quatre catégories correspondant à leur utilisation, à savoir :

- Les locaux d'habitation et les chambres d'hôtel
- Les locaux publics
- Les locaux accessibles au public permettant de grands rassemblements
- Les locaux de vente

Il est particulièrement nécessaire de bien connaître l'affectation des différentes surfaces, car les charges réparties à considérer peuvent grandement varier d'une catégorie à l'autre : leur valeur représentative vaut en effet respectivement 2.0, 3.0, 4.0 ou 5.0 kN/m² selon qu'il s'agit de la catégorie A, B, C ou D. Les valeurs de service dépendent fortement du type d'affectation et de la durée d'application; elles peuvent valoir entre le quart de la valeur représentative (cas de la catégorie A pour la valeur de longue durée) et une valeur égale à la valeur représentative (cas des catégories C et D pour les actions de courte durée).

Précisons encore qu'une réduction de la charge utile peut être effectuée dans un bâtiment ayant trois étages ou plus de surfaces classées dans les catégories A et B, pour tenir compte d'une probabilité réduite d'avoir en même temps tous les étages chargés de manière extrême. La réduction peut être de l'ordre de 50 %. Davantage de détails à ce sujet figurent dans le volume 11.

Entrepôts, locaux de fabrication, archives et silos

Les éléments pouvant être stockés à l'intérieur d'entrepôts, de locaux de fabrication, d'archives ou de silos peuvent être de nature très diverse. Il n'est donc pas possible de prescrire dans une norme une valeur particulière pour ce type d'ouvrage, car c'est à l'ingénieur et au maître de l'ouvrage qu'il revient de fixer une valeur nominale q_{nom} à considérer. Cette valeur sera affichée dans les locaux correspondants, pour garantir une utilisation conforme des surfaces disponibles. Le programme de surveillance et d'entretien doit imposer au maître de l'ouvrage un contrôle de cette valeur, afin d'avoir une garantie du respect, au cours du temps, du niveau de charge q_{nom} convenu.

Pour la vérification de la sécurité structurale, la valeur représentative q_r sera prise égale à la valeur nominale q_{nom} convenue. Pour le contrôle de l'aptitude au service, les charges utiles seront définies en fonction des états d'utilisation et des exigences relatives au comportement de la structure porteuse. La norme SIA 160 propose une valeur de courte durée $q_{ser,court}$ égale à la valeur nominale q_{nom} définie ci-dessus, et une valeur de longue durée $q_{ser,long}$ plus petite ou égale à cette même valeur nominale. C'est donc à l'ingénieur qu'il revient de discuter avec le maître de l'ouvrage du cas particulier de la structure projetée, et de définir dans les plans d'utilisation et/ou de sécurité les charges à considérer.

Parkings et surfaces accessibles au trafic

Ce groupe de bâtiment est subdivisé en deux catégories, selon le poids des véhicules pouvant y accéder :

- E Véhicules jusqu'à 3.5 t
- F Véhicules entre 3.5 et 16 t

Pour la vérification de telles structures, il faudra considérer la superposition d'une charge répartie q , représentant un ensemble de plusieurs véhicules, et d'une charge concentrée Q , représentant quant à elle l'action locale d'une roue de véhicule.

Aucune charge de service de longue durée n'est en général imposée par les normes de charge, dans la mesure où la nature même des charges dues aux véhicules routiers fait qu'elles agissent sur une période de temps relativement courte. La question de la valeur de ce type de charge sera cependant examinée avec le maître de l'ouvrage.

Tout comme certaines catégories de locaux habitables, commerciaux ou administratifs, une réduction de la charge utile peut être envisagée pour les éléments porteurs de bâtiments ayant trois étages ou plus de surfaces classées dans les catégories E et F. La réduction peut aller jusqu'à environ 30%. Davantage de détails sont donnés à ce sujet dans le volume 11.

Précisons encore qu'il y a lieu de considérer les charges dues au trafic routier, utilisées pour le calcul des ponts-routes, pour vérifier les éléments porteurs des surfaces accessibles à des véhicules plus lourds que 16 t.

2.5.4 Neige

La charge de neige s sur un terrain horizontal peut être établie à partir de mesures de la hauteur de la couche de neige au sol (fig. 2.20); en Suisse, elle dépend essentiellement de l'altitude du lieu et du microclimat local. Dans les normes, on tient en général compte de l'influence du climat local en modifiant l'altitude du lieu. La grandeur de cette modification est donnée en Suisse par une carte géographique indiquant les régions où l'altitude du lieu devait être diminuée ou augmentée pour calculer la charge de neige au sol s . Sur la base d'une période de retour d'environ 50 ans (prise comme référence tant dans

les normes SIA et que dans les Eurocodes), il a pu être établi que la charge de neige au sol pouvait varier entre 0.9 kN/m^2 en plaine à environ 20 kN/m^2 à 2000 m d'altitude.

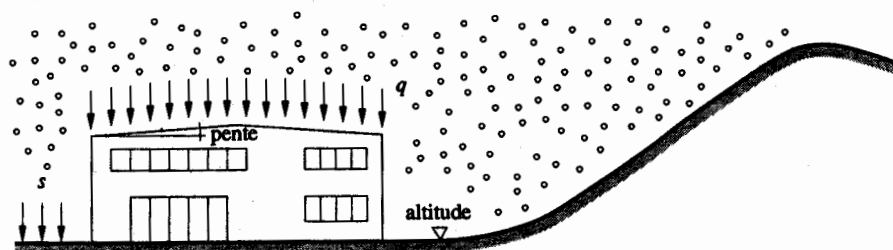


Fig. 2.20 Action due à la neige.

Pour la vérification de la sécurité structurale, la valeur représentative q_r de la charge de neige à considérer sur la toiture est influencée par la forme de cette dernière (fig. 2.20) :

$$q_r = \zeta s \quad (2.25)$$

s : charge de neige sur un terrain horizontal

ζ : coefficient de forme de toiture

Le coefficient de forme de toiture vaut par exemple :

- pour les toits plats à un pan, inclinés de moins de 30° : $\zeta = 0.8$
- pour les toits plats à deux pans, inclinés de moins de 15° : $\zeta = 0.8$
- pour les toits plats à un ou deux pans, inclinés de plus de 60° : $\zeta = 0.0$
- sur certaines parties des toitures en forme de shed : $\zeta = 1.6$

Pour le contrôle de l'aptitude au service, la valeur de courte durée $q_{ser,court}$ doit correspondre à la charge qui agit immédiatement après une chute de neige; elle est donc égale à la valeur représentative q_r définie ci-dessus. Quant à la valeur de longue durée $q_{ser,long}$, elle correspondra en principe à une durée d'application de 120 jours (4 mois); elle peut donc varier, suivant l'altitude, entre 0 (jusqu'à 1000 m) et 50 % (pour 2000 m) de la valeur représentative q_r .

2.5.5 Vent

L'action due au vent (fig. 2.21) est directement proportionnelle à sa pression dynamique q , qui dépend elle-même de la vitesse du vent selon la relation suivante :

$$q = \frac{\rho}{2} v^2 \quad (2.26)$$

ρ : densité de l'air (fonction de la pression atmosphérique, de la température et de l'humidité, en général admise à 1.25 kg/m^3)

v : vitesse du vent

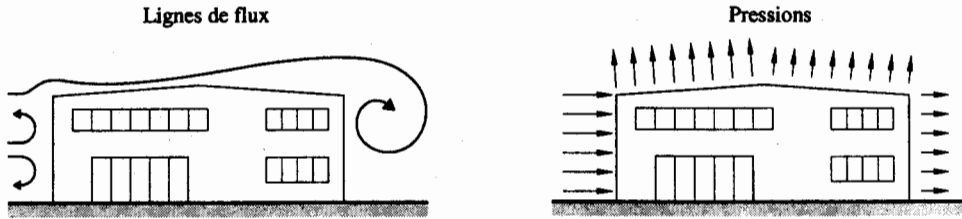


Fig. 2.21 Action due au vent.

Pour la vérification de la sécurité structurale, on se base en Suisse sur une vitesse de pointe du vent ayant une période de retour de 30 ans, soit environ 140 km/h. Ceci correspond, avec (2.26), à une valeur représentative q_r de la pression dynamique de 0.9 kN/m^2 . Dans certaines vallées alpines particulièrement exposées au föhn, cette pression dynamique peut cependant valoir jusqu'à 1.4 kN/m^2 (vitesse de pointe du vent d'environ 170 km/h). Pour la vérification de l'aptitude au service, une période de retour de 10 ans est proposée (grandeur à considérer en principe à défaut d'autres indications) : on obtient ainsi une valeur de courte durée $q_{ser,court}$ égale à 80 % de la valeur représentative q_r .

Pour déterminer les forces dues au vent agissant sur l'ouvrage, la pression dynamique du vent est à multiplier par des coefficients tenant compte des pressions locales sur la surface du bâtiment, de la situation de l'ouvrage, de sa géométrie et de son éventuel comportement dynamique. L'effet de l'ensemble de ces coefficients peut donner une pression due au vent comprise entre 40 % et 230 % de la pression dynamique. La norme SIA 160 contient un grand nombre de tableaux permettant de déterminer les coefficients correspondant à certains cas particuliers d'ouvrage.

Dans l'Eurocode 1, on utilise pour la vérification de la sécurité structurale une pression dynamique du vent correspondant à une vitesse moyenne sur 10 minutes et à une période de retour de 50 ans.

2.5.6 Température

Pour tenir compte des actions dues aux variations de température, il est en général suffisant, pour les bâtiments et les constructions industrielles, de considérer une variation uniforme de température ΔT . Mentionnons toutefois, sans entrer dans les détails, qu'il faudra également prendre en considération un gradient de température pour les ponts ou les structures semblables exposées totalement ou partiellement aux intempéries (vol. 12).

La variation uniforme de température se réfère à la température moyenne du lieu, qui est de 10°C pour le plateau suisse. Les variations uniformes de températures dans une section provoquent des

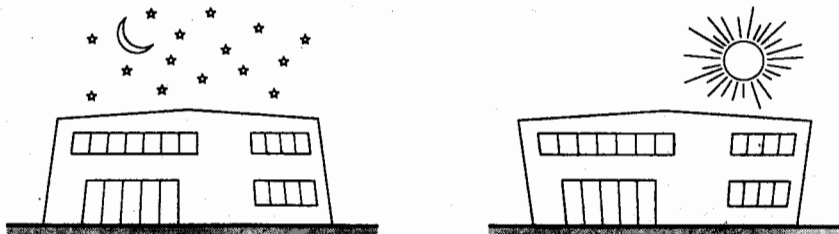


Fig. 2.22 Action due à la température.

variations de la longueur des éléments de la structure (fig. 2.22). Ces déformations peuvent être calculées au moyen du coefficient de dilatation thermique α_T défini au chapitre 3 pour les différents matériaux de construction.

Les sollicitations d'origine thermiques provenant des déformations empêchées sont à prendre en compte dans la vérification de la sécurité structurale. Si elles ne sont pas empêchées, ces déformations sont à reprendre dans un dispositif de construction approprié (joint de dilatation, appui glissant, ...) : il s'agit alors d'un problème d'aptitude au service.

Pour la vérification de la sécurité structurale, la valeur représentative ΔT_r de la variation uniforme de température dépend du matériau utilisé dans la structure. Les valeurs proposées dans la norme SIA 160 sont données ci-après :

- acier et aluminium : $\pm 30\text{ }^{\circ}\text{C}$
- mixte acier-béton : $\pm 25\text{ }^{\circ}\text{C}$
- béton et bois : $\pm 20\text{ }^{\circ}\text{C}$

La valeur de la charge de service de longue durée à prendre en compte pour le contrôle de l'aptitude au service correspondra en général à la valeur représentative de la variation uniforme de température indiquée ci-dessus. La valeur de courte durée devrait quant à elle correspondre à la valeur représentative du gradient de température qui peut se produire quotidiennement; si elle peut être négligée pour les bâtiments et les constructions industrielles, il s'agira d'en tenir compte lors du dimensionnement des ponts (vol. 12).

2.5.7 Actions accidentelles

Par actions accidentelles, on comprend les actions de très courte durée dont la présence avec une grandeur significative est peu ou pas probable au cours de la durée de service prévue. Les chocs, déraillements, incendies, explosions et séismes constituent des actions accidentelles (fig. 2.23).

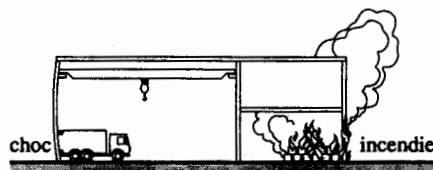


Fig. 2.23 Exemples d'actions accidentelles.

La description de ces charges, leurs valeurs de dimensionnement et les mesures correspondantes à prendre ne sont pas abordées dans ce volume, car la norme SIA 160 contient toutes les indications nécessaires à ce sujet. Il n'est cependant pas inutile de faire les remarques suivantes :

- Les actions accidentelles sont typiquement celles où il s'agit de réfléchir, déjà lors de la conception de l'ouvrage, aux mesures à prendre pour limiter voire éviter leurs effets. Ces mesures sont à intégrer aux plans d'utilisation et/ou de sécurité.
- Si ces actions ne peuvent pas être évitées, elles interviendront essentiellement pour la vérification de la sécurité structurale, et non pas pour le contrôle de l'aptitude au service, car leurs effets vont directement affecter la capacité portante de la structure.

- Les séismes représentent la seule action accidentelle pour laquelle il peut être nécessaire de maintenir en fonction la structure après un accident. Il s'agit notamment des hôpitaux et des ouvrages d'importance vitale pour le maintien des communications avec les zones sinistrées en cas d'accident.
- Les actions accidentelles dépendent par ailleurs grandement des conditions locales de la structure (vitesse du trafic, type de matériau stocké, situation géographique, ...). Il est donc très difficile d'établir des règles générales pour ce type d'actions.

2.6 Analyse d'une structure

2.6.1 Modélisation de la structure

Toute structure, qu'elle soit composée de barres, de plaques ou de voiles, présente un comportement tridimensionnel. Il est cependant rare de tenir compte de ce comportement lors du calcul statique. En effet, bien que les programmes d'ordinateur nous permettent actuellement d'étudier des modèles de calcul de plus en plus complexes, cette démarche n'est en général pas justifiable, ni nécessaire dans les cas habituels. Des modèles de calcul simplifiés sont alors suffisants.

La simplification la plus importante, que nous ferons implicitement tout au long des volumes 10, 11 et 12 consacrés à la construction métallique, consiste à dissocier les différents plans porteurs et à les étudier indépendamment les uns des autres. Ce procédé est acceptable lorsque les systèmes porteurs sont bien distincts, c'est-à-dire lorsque leurs rigidités selon la direction considérée sont nettement différentes.

Le processus de modélisation consiste dans un premier temps à simplifier la géométrie, les matériaux, les conditions d'appuis et les sollicitations d'une structure en des cas simples se rapprochant le plus possible de la réalité et sur lesquels on peut facilement raisonner. C'est pour cela que des appuis fixes, mobiles ou encastres seront préférés aux appuis à ressorts, ceci pour des raisons de simplicité. De même, on choisira plutôt des articulations et des nœuds rigides que des encastres élastiques. Enfin, les charges seront choisies en général ponctuelles ou uniformément réparties. Ces simplifications sont utilisées tant pour les vérifications de l'aptitude au service, à l'aide de (2.1), que de la sécurité structurale, à l'aide de (2.3). Cette dernière relation est rappelée ici, car la suite de cette section traite essentiellement de la vérification de la sécurité structurale :

$$S_d \leq R_d \quad (2.27)$$

La figure 2.24 illustre le principe de la modélisation d'une halle, où chaque élément à calculer est considéré de façon isolée, afin d'en permettre un calcul aisé. Si les actions climatiques telles que la neige et le vent agissent sur l'enveloppe de la halle, elles seront finalement transmises aux fondations par l'intermédiaire des éléments de la structure porteuse. Il en est de même pour les autres types d'actions à considérer (charge utile, pont roulant, choc, etc.). Il est donc nécessaire d'assurer pour chaque action une descente de charge, qui permettra d'identifier de quelle façon sont sollicités les différents éléments porteurs. Une telle descente de charges n'est possible que si la modélisation, à savoir la définition du système statique, de chaque élément porteur de la structure est faite.

Si la structure est simple, ce qui est souvent le cas, on peut se contenter du type de modélisation évoqué ci-dessus. Si la structure est plus complexe, il peut être nécessaire d'effectuer une analyse plus détaillée, à l'aide de modèles plus élaborés (système statique plus réaliste, appuis à ressort, liaisons semi-rigides, ...).

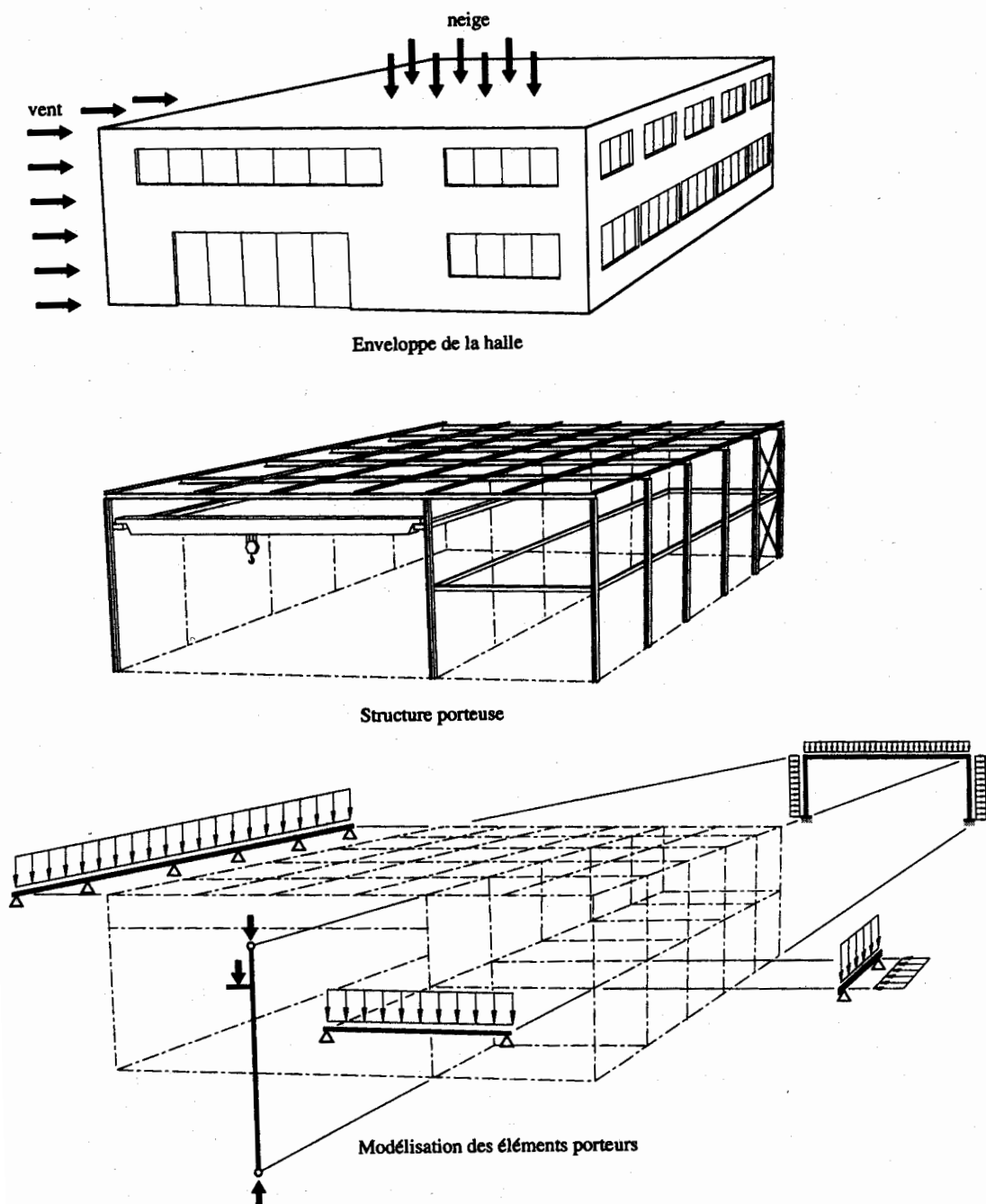


Fig. 2.24 Modélisation des différents éléments d'une structure.

2.6.2 Calcul des efforts intérieurs

Lors du dimensionnement d'une structure, on fait appel aux lois de la statique et de la résistance des matériaux pour le calcul des efforts intérieurs (partie gauche de (2.27)). Suivant le type de structure et les propriétés du matériau, on peut utiliser l'une des deux méthodes de calcul suivantes :

- analyse élastique, basée sur un comportement élastique des matériaux,
- analyse plastique, tenant compte d'une plastification locale des sections.

La figure 2.25 montre la différence entre les efforts intérieurs établis selon un calcul élastique et un calcul plastique pour une poutre continue sur trois appuis soumise à une charge concentrée agissant au milieu de chacune des deux travées égales.

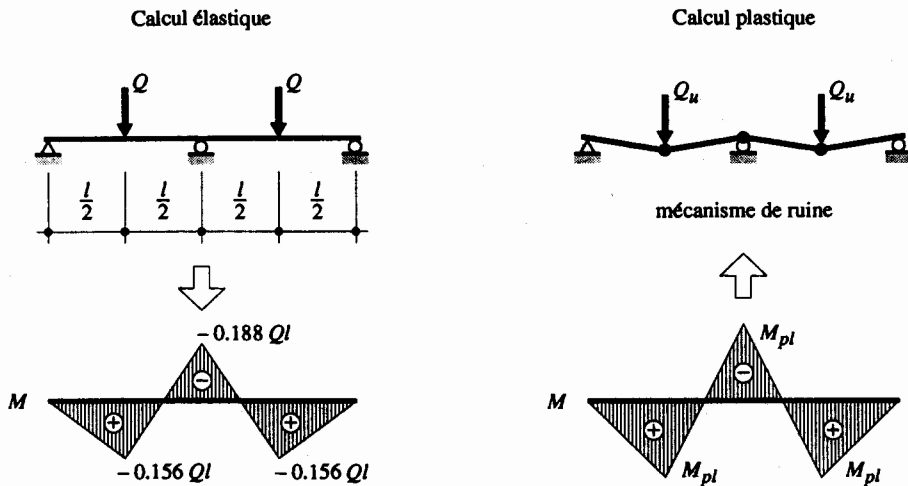


Fig. 2.25 Calcul des efforts intérieurs.

En **calcul élastique**, on admet que les hypothèses de la théorie d'élasticité (vol. 2) sont satisfaites. Les conditions à remplir pour effectuer un calcul élastique des efforts intérieurs sont les suivantes :

- matériau ayant un comportement linéaire-élastique,
- éléments sans imperfections et petites déformations,
- phénomènes d'instabilité non déterminants.

Les efforts intérieurs ainsi déterminés dépendent alors directement de la charge extérieure appliquée à la structure. Un tel calcul, qui permet la superposition des efforts, est celui qui est couramment utilisé pour la plupart des éléments structurels de construction métallique.

Pour le **calcul plastique**, on admet que la ruine d'une structure se produit par formation de rotules plastiques au droit des sections plastifiées. Ceci engendre une diminution de la rigidité, accompagnée d'une redistribution des efforts intérieurs, et finalement un mécanisme de ruine ou une instabilité statique.

La charge correspondant à ce mécanisme de ruine représente alors la résistance ultime de la structure. Les conditions à satisfaire pour effectuer un calcul plastique des efforts intérieurs sont les suivantes :

- matériau suffisamment ductile (c'est le cas des aciers Fe E 235 et Fe E 355),
- capacité de rotation des sections suffisante,
- pas de phénomène d'instabilité.

Ces conditions doivent être satisfaites pour garantir que les moments plastiques développés par les rotules plastiques restent inchangés jusqu'à la formation de la dernière rotule du système. Les critères précis à vérifier pour satisfaire ces conditions se trouvent dans les chapitres 5, 11 et 12.

Il est important de souligner que la formation de toute rotule plastique ne peut se faire qu'avec une grande rotation de la section, qui impose alors de grandes déformations à la structure, lors de sa ruine. Ceci explique en partie pourquoi le calcul plastique des efforts intérieurs n'est effectué que relativement rarement, car il pose souvent des problèmes de déformation en stade de service déjà. D'autres raisons sont la difficulté de réalisation des assemblages rigides nécessaires pour assurer une redistribution des efforts intérieurs (faibles tolérances de montage) et le manque de programmes d'ordinateurs permettant le traitement rapide d'une telle approche.

2.6.3 Calcul de la résistance

La figure 2.26 illustre quatre niveaux du calcul de la résistance (partie droite de (2.27)). Ces différents niveaux sont présentés en détail ci-après.

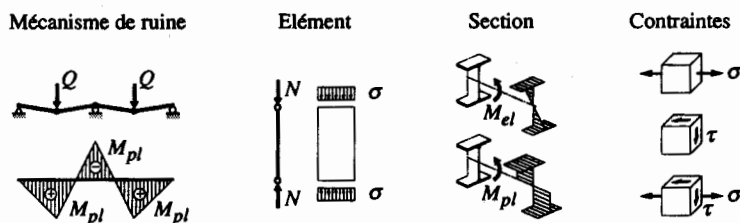


Fig. 2.26 Niveaux de calcul de la résistance.

• **Mécanisme de ruine.** Une telle situation est à associer au calcul plastique des efforts intérieurs abordé dans le paragraphe précédent, auquel correspond la formation de rotules plastiques qui créent une grande déformation de la structure. Pour le dimensionnement, la condition à vérifier dans un tel cas peut s'écrire ainsi :

$$q_d \leq \frac{q_u}{\gamma_R} \quad (2.28)$$

q_d : valeur de dimensionnement de la charge appliquée

q_u : charge ultime correspondant au mécanisme de ruine

• **Elément.** Il peut en l'occurrence s'agir d'un élément soumis à de la compression ou à de la flexion. Sa résistance ultime pourra alors être atteinte par flambage, voilement ou déversement, avant que sa section ne puisse être entièrement plastifiée. Pour le dimensionnement, la condition à vérifier est la suivante :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (2.29)$$

S_d : valeur de dimensionnement de la sollicitation

R : résistance ultime au flambage, au voilement ou au déversement

• **Section.** Si aucun phénomène d'instabilité locale ne se manifeste en section, la résistance ultime sera atteinte lorsque l'ensemble de la section sera plastifiée (calcul plastique) ou lorsque la première fibre se plastifiera (calcul élastique). On parle de calcul élastique réduit lorsque la partie comprimée de la section se voile avant que la fibre extrême ne soit plastifiée. Pour le dimensionnement, la condition à vérifier est identique à (2.29), sauf que la résistance ultime R peut correspondre à l'effort normal plastique, au moment limite élastique, au moment plastique, etc. (chap. 4). En cas de présence simultanée d'efforts (interaction entre un effort normal et un moment de flexion, par exemple), la théorie présentée au chapitre 4 définit les formules d'interaction à considérer en lieu et place de (2.29).

Les différentes *méthodes de calcul* pour la vérification de la sécurité structurale en fonction du type de détermination des efforts intérieurs et de la résistance en section sont résumées dans le tableau 2.27. Les conditions à respecter pour appliquer ces différentes méthodes de calcul sont explicitées au chapitre 5, dans les tableaux 5.7 et 5.8.

Tableau 2.27 Méthodes de calcul pour la vérification de la sécurité structurale.

Calcul des efforts intérieurs	Calcul de la résistance ultime	Méthode de calcul (SIA 161)	Classe de section (Eurocode 3)
plastique	plastique	PP	1
élastique	plastique	EP	2
élastique	élastique	EE	3
élastique	élastique réduit	EER	4

• **Contraintes.** Selon le type de structure, de sollicitation ou de section, il peut être nécessaire de déterminer la résistance sur la base des contraintes, en utilisant les règles de la résistance des matériaux dans le domaine élastique. Le tableau 2.28 regroupe quelques relations exprimant les conditions à vérifier selon différents types d'états de contrainte, en différenciant le cas de base de la résistance des matériaux et le cas applicable pour le dimensionnement (où le principe de sécurité donné par (2.29) est introduit) :

- Dans le cas où il n'y a qu'une contrainte normale σ , elle se compare tout simplement à la limite d'élasticité f_y de la section, selon (2.30).
- En cas d'interaction entre des contraintes normales σ et tangentielles τ , on utilise la notion de *contrainte de comparaison* σ_g qui permet de ramener l'état de contrainte bi- ou tridimensionnel

à un état linéaire (critère de von Mises) (vol. 2). Le critère définissant la résistance ultime dans le cas de la superposition d'une contrainte normale σ et d'une contrainte tangentielle τ est donné par (2.31).

- En cas de cisaillement pur, la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y s'obtient à partir de (2.31 a) en posant $\sigma_x = 0$. Dans ce cas-là, le critère définissant la résistance ultime est donné par (2.32).

Le phénomène de la fatigue est par ailleurs un cas typique où l'on aura recours aux contraintes pour vérifier la sécurité. Nous n'entrons ici pas en détail sur cette procédure, dans la mesure où le chapitre 13 de ce volume est consacré à la détermination de la résistance à la fatigue.

Tableau 2.28 Conditions à respecter pour vérifier la sécurité structurale en utilisant les contraintes.

Etat de contraintes	Résistance des matériaux	Dimensionnement
σ	$\sigma \leq f_y$ (2.30 a)	$\sigma_d \leq \frac{f_y}{\gamma_R}$ (2.30 b)
σ_x et τ	$\sigma_g = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2} \leq f_y$ (2.31 a)	$\sigma_{gd} \leq \frac{f_y}{\gamma_R}$ (2.31 b)
τ	$\tau \leq \tau_y = \frac{1}{\sqrt{3}} f_y$ (2.32 a)	$\tau_d \leq \frac{\tau_y}{\gamma_R}$ (2.32 b)

En plus des quatre niveaux évoqués ci-dessus, il est nécessaire de relever le cas particulier du calcul de la résistance des assemblages. Comme ils permettent de relier entre eux les différents éléments d'une structure métallique, on déterminera la résistance des moyens d'assemblages avec une réserve permettant d'éviter qu'ils ne soient la cause d'une rupture prématurée de la structure. Leur résistance ultime considérée pour la vérification de la sécurité structurale est donnée par la relation générale suivante, dont le principe est repris dans les chapitres 7 et 8 :

$$R = \frac{R_u}{\gamma_M} \quad (2.33)$$

R : résistance ultime considérée pour la vérification de la sécurité structurale, par exemple dans (2.13)

R_u : résistance ultime

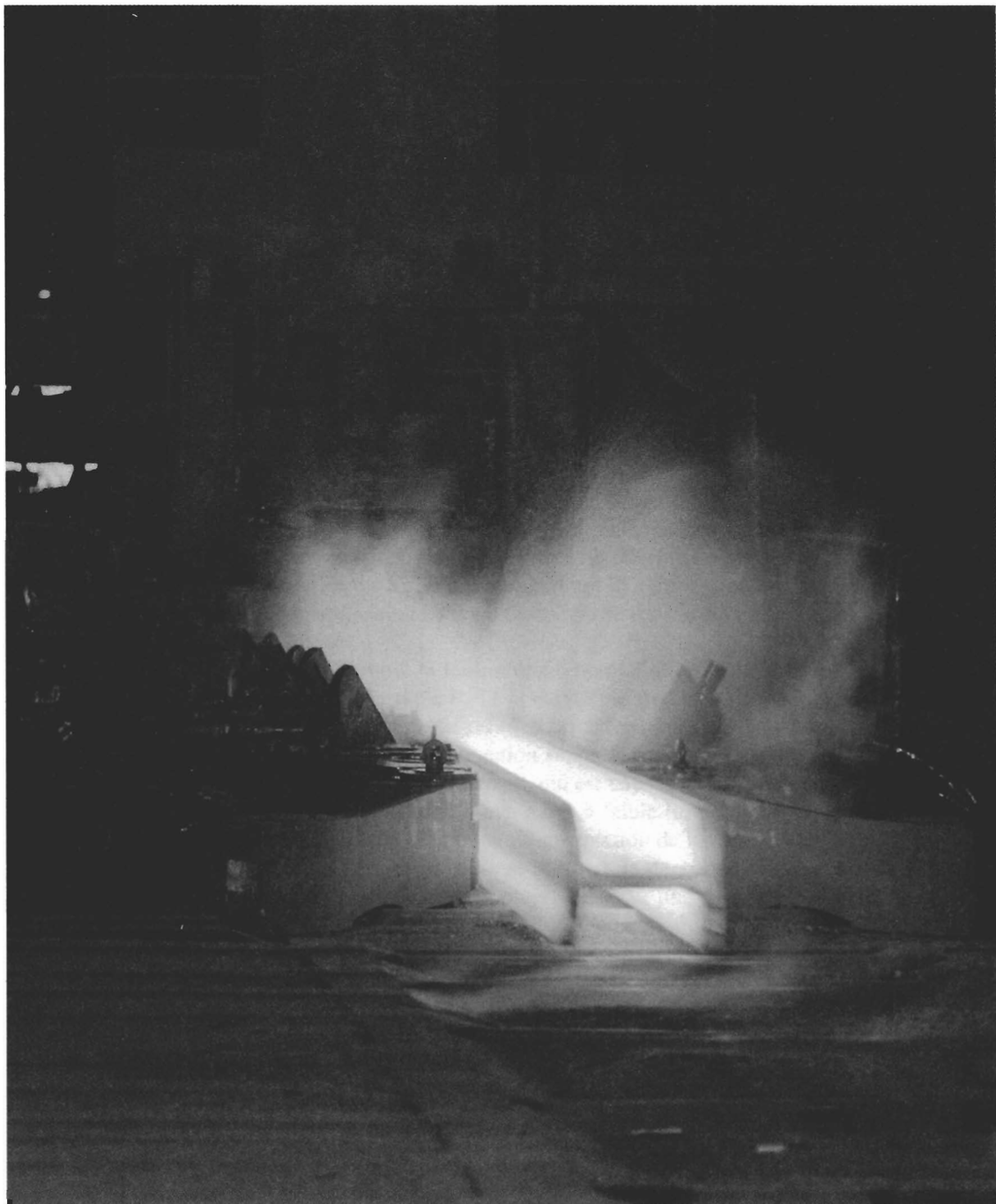
γ_M : marge supplémentaire pour la résistance des moyens d'assemblages ($\gamma_M = 1.25$) (correspond au facteur γ_{M2} évoqué au paragraphe 2.4.6)

Références

- [2.1] D 040, *Nouvelles normes de structures de la SIA*, SIA Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zurich, 1989.
- [2.2] BACHMANN, H., AMMANN, W., *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines*, IABSE-AIPC-IVBH, Zurich, 1987.

- [2.3] PETERS, O.H., MEYNA, A., *Handbuch der Sicherheitstechnik, Band 1*, Carl Hanser Verlag, Munich, 1985.
- [2.4] ANG, A.H.S., TANG, W.H., *Probability Concepts in Engineering Planning and Design, vol. II : Decision, Risk, and Reliability*, John Wiley & Sons, New York, 1984.
- [2.5] HASOFER, A.M., LIND, N.C., *Exact and Invariant Second-Moment Code Format*, Proceedings ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, vol. 100, 1974, pp. 111-121.
- [2.6] RACKWITZ, R., FIESSLER, B., *Note on Discrete Safety Checking when using Non-Normal Stochastic Models for Basic Variables*, Technische Universität, Munich, Berichte zur Zuverlässigkeitstheorie der Bauwerke, Heft 14, 1976.
- [2.7] THOFT-CHRISTENSEN, P., BAKER, M.J., *Structural Reliability Theory and its Applications*, Springer Verlag, Berlin, 1982.

3 Matériaux



3.1 Introduction

Une bonne connaissance des matériaux utilisés en construction métallique est indispensable pour la réalisation d'une structure, aussi bien pour sa conception, son dimensionnement que lors de son exécution. Elle est également nécessaire pour définir la résistance des différents éléments structurels qui sont étudiés dans la suite de ce volume. Le but de ce chapitre est donc de montrer le comportement et de définir les caractéristiques mécaniques des matériaux et des produits laminés utilisés pour réaliser une structure métallique.

La figure 3.1 présente l'allure générale de la relation contrainte-déformation spécifique d'une éprouvette en acier de construction obtenu par un *essai de traction* effectué par allongement contrôlé. On peut distinguer quatre domaines :

- **Domaine élastique** (1). Il s'agit de la zone dans laquelle la déformation est proportionnelle à la contrainte (loi de Hooke). Dans ce domaine, on peut admettre que le diagramme est une ligne droite définie par l'équation suivante :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (3.1)$$

σ : contrainte
 E : module d'élasticité
 ε : déformation spécifique

La **limite d'élasticité** f_y correspond à la contrainte maximale qu'il est possible d'atteindre pour un comportement uniquement élastique de l'éprouvette. La déformation spécifique correspondant à la limite d'élasticité est notée ε_y . Si la force engendrant la déformation est relâchée avant que la contrainte n'atteigne f_y , c'est-à-dire si les contraintes restent dans le domaine élastique, l'éprouvette revient à sa dimension initiale.

Précisons que pour être conforme à la terminologie normalisée relative à l'essai de traction, on devrait parler ici de résistance élastique R_e [3.1] et non pas de limite d'élasticité f_y , car cette dernière correspond déjà à une valeur de calcul (§ 3.2.6). Nous avons cependant choisi d'utiliser f_y à la place de R_e pour ne pas ajouter une notation supplémentaire.

- **Palier d'écoulement** (2). Le palier d'écoulement, qui est une caractéristique propre aux matériaux métalliques, surtout visible pour les aciers non alliés à faible limite d'élasticité, correspond à la zone dans laquelle le matériau se déforme sans augmentation de la contrainte. Cette zone se situe juste après le domaine élastique. Si on relâche la force, la décharge se fait élastiquement et le matériau, bien que revenant partiellement en place, conserve une déformation permanente.
- **Domaine d'écrouissage** (3). Après le palier d'écoulement, il faut à nouveau augmenter la sollicitation pour accroître la déformation. La limite supérieure de la zone d'écrouissage est appelée **résistance à la traction** de l'acier f_u . La déformation spécifique correspondant à la résistance à la traction est notée ε_u .

Tout comme pour la limite d'élasticité, on devrait parler de résistance maximale R_m à la place de résistance à la traction f_u .

- **Domaine de la striction** (4). Le domaine de la striction correspond à une réduction localisée de la section de l'éprouvette amenant la rupture du matériau, survenant pour des déformations locales supérieures à ε_u . L'**allongement de rupture** est noté ε_r .

Les domaines (2), (3) et (4) forment ensemble le domaine de comportement plastique du matériau.

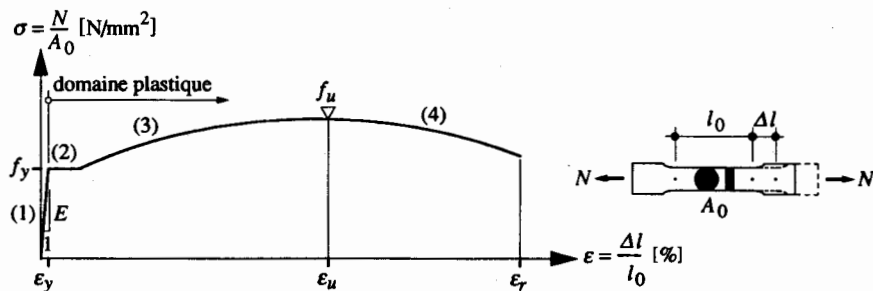


Fig. 3.1 Allure générale de la relation contrainte-déformation spécifique de l'acier de construction.

Pour atteindre les buts de ce chapitre, les points suivants sont abordés :

- Section 3.2. Description succincte des principales phases d'élaboration de l'acier de construction et des différents produits des aciéries.
- Section 3.3. Présentation des caractéristiques du matériau de construction, à savoir l'acier et l'aluminium employés dans les structures métalliques ainsi que le béton utilisé dans les constructions mixtes acier-béton.
- Section 3.4. Présentation des caractéristiques du matériau utilisé pour réaliser les différents moyens d'assemblage utilisés dans la construction métallique, à savoir essentiellement les boulons, les goujons et les soudures.

Une partie du contenu de ce chapitre n'est donnée qu'à titre de rappel, dans la mesure où ce sont des sujets traités plus en détail dans d'autres ouvrages (on citera notamment [3.2], [3.3] et [3.4]). Ces informations sont donc données ici uniquement pour que le lecteur puisse trouver dans ce volume l'ensemble des indications nécessaires au calcul de la résistance des matériaux et des produits laminés employés en construction métallique ou mixte acier-béton.

3.2 Elaboration de l'acier et produits des aciéries

3.2.1 Elaboration de l'acier

Par la voie classique, la première phase de l'élaboration de l'acier est la production de fonte, à partir de minerai et de coke, au moyen d'un haut fourneau. Le coke joue un double rôle : combustible pour apporter la chaleur nécessaire à la fusion et réducteur pour fixer l'oxygène combiné avec le fer dans le minerai. Les méthodes récentes de production de fonte permettent un meilleur rendement et une meilleure productivité grâce à l'ajout d'oxygène servant à accélérer la combustion et au charbon pulvérisé remplaçant le coke. La fonte obtenue contient 92 à 96 % de fer, 3 à 4 % de carbone et 1 à 4 % d'autres éléments tels que phosphore, soufre, silicium, manganèse. La fonte de haut fourneau est assez fragile et ne se prête ni au forgeage, ni au laminage. Il faut donc l'affiner en éliminant le carbone et en grande partie les autres éléments pour obtenir un matériau facilement façonnable.

Au XVIII^e siècle, on assiste à une amélioration des méthodes d'affinage de la fonte qui annonce la production industrielle de l'acier. En 1774, l'Anglais Cort mit au point une méthode d'affinage appelée

puddlage en utilisant un four à réverbère dans lequel les gaz de combustion viennent lécher la fonte liquide mélangée à un oxydant. Pendant cette opération, la fonte est brassée énergiquement. La température à laquelle est effectuée cette transformation est inférieure au point de fusion du fer.

Ce n'est qu'au milieu du XIX^e siècle que l'on voit apparaître l'acier tel que nous le connaissons. L'affinage de la fonte s'effectue alors par oxydation en utilisant de l'air, de l'oxygène pur ou une combinaison air-oxygène. On distingue essentiellement deux procédés de transformation de la fonte en acier selon que l'on utilise des convertisseurs ou des fours à soles :

Convertisseurs

- Le *convertisseur Thomas* est l'un des premiers qui permettent l'élaboration de l'acier par affinage au vent (air ou air + oxygène). La fonte liquide est introduite dans le convertisseur et mélangée à une certaine quantité de chaux nécessaire à l'élimination du phosphore par réaction chimique. L'air est soufflé à l'intérieur de la masse en fusion et provoque la combustion du silicium, du carbone et du phosphore. Les aciers obtenus par ce procédé sont des aciers d'usage général dont les caractéristiques mécaniques sont toutefois inférieures à celles d'un acier Siemens-Martin. Le convertisseur Thomas n'est plus guère utilisé et a été remplacé par les convertisseurs à oxygène décrits ci-dessous.
- Les aciers affinés à l'oxygène pur sont obtenus par un *convertisseur LD* (Linz-Donawitz) par exemple, en soufflant de l'oxygène pur sur la surface du bain liquide constitué par la fonte en fusion ou par des convertisseurs permettant l'insufflation d'oxygène à travers le bain, ou encore par des procédés mixtes permettant l'insufflation d'oxygène sur et à travers le bain de fusion. Ces procédés conduisent à l'obtention d'aciers dont les caractéristiques mécaniques (limite d'élasticité f_y , résistance à la traction f_u) sont parfois inférieures à celles de l'acier Siemens-Martin, mais dont la **ductilité** (propriété des matériaux de pouvoir être étirés sans se rompre) et la **soudabilité** (propriété des matériaux à pouvoir s'unir entre eux par soudage, en conférant au joint les mêmes caractéristiques que le métal de base) sont meilleures.

Fours à soles

- Le *four Siemens-Martin* permet l'affinage de toutes sortes de fontes, par le mélange de la fonte avec des ferrailles et de la chaux. Il peut aussi fonctionner avec des charges constituées principalement de ferraille. Le processus d'affinage est beaucoup plus lent que pour les convertisseurs (plusieurs heures), mais cette lenteur permet de suivre de manière précise les transformations du métal et d'y apporter les corrections nécessaires (adjonction d'éléments d'alliage) afin d'obtenir les caractéristiques voulues. Il en résulte des aciers fins et spéciaux utilisés par les industries mécaniques et par la chaudronnerie. Sa faible productivité et sa forte consommation en énergie provoquent actuellement le déclin de ce type de procédé.
- Le fonctionnement du *four électrique* est comparable à celui du four Siemens-Martin, à la différence près que le chauffage est réalisé à l'aide d'un courant électrique. Les réactions d'affinage s'effectuent en atmosphère neutre (et non plus oxydante), ce qui constitue l'avantage essentiel du four électrique. Ceci permet l'élaboration d'aciers fins et inoxydables. Contrairement au four Siemens-Martin, ce procédé connaît un grand développement, aussi bien pour la fabrication des aciers spéciaux que pour celle des aciers courants.

Lors de l'affinage, en même temps que l'oxydation des éléments tels que le carbone, le soufre et le phosphore, on observe également une oxydation d'une partie du fer. On doit donc procéder à une désoxydation de l'acier (ceci est valable pour tous les procédés d'élaboration). Cette désoxydation est

effectuée vers la fin des opérations d'affinage, en ajoutant des éléments (manganèse, silicium, aluminium) qui vont, en lieu et place du carbone, capter l'oxygène. Suivant le mode de désoxydation utilisé, on obtient différents types d'aciers :

- Les *aciers effervescents* : faible désoxydation au manganèse. Les lingots d'acier effervescent comportent des soufflures (pores) dus au dégagement gazeux se produisant lors de la solidification. Ces aciers présentent une bonne soudabilité superficielle, par contre leurs caractéristiques mécaniques ne sont pas très élevées (faible teneur en carbone) et surtout irrégulières.
- Les *aciers calmes* : désoxydation plus complète au manganèse avec adjonction de silicium et d'aluminium. Leur teneur en carbone est plus élevée que celle des aciers effervescents; ils possèdent par conséquent des caractéristiques mécaniques plus élevées.
- Les *aciers spécialement calmes* : les éléments de désoxydation (Mn, Si, Ti, Nb, V) sont dosés de manière à obtenir des aciers à grains fins. Ces aciers sont facilement soudables et possèdent d'excellentes caractéristiques mécaniques.

Il existe plusieurs procédés pour augmenter la limite d'élasticité d'un acier. Lorsque la fonte en provenance du haut fourneau a été suffisamment affinée dans l'aciérie, on obtient un matériau dont la limite d'élasticité est de l'ordre de 240 N/mm^2 . Cette résistance de l'acier est atteinte depuis déjà plus de cent ans. Depuis lors, on a découvert et mis au point divers procédés destinés à améliorer les qualités et augmenter la résistance des aciers. Ces améliorations ont été obtenues :

- par la réduction des défauts de la structure cristalline,
- par l'incorporation d'atomes d'éléments étrangers (alliages),
- par des traitements thermiques appropriés.

Cette évolution a permis d'obtenir des aciers de construction possédant une limite d'élasticité dépassant les 700 N/mm^2 .

Il faut encore relever qu'en cette fin de XX^e siècle, plus de la moitié de la production d'acier est obtenue par recyclage. La production d'acier ne suit ainsi plus la procédure complète d'élaboration décrite ci-dessus.

L'acier inoxydable s'obtient par alliage avec du chrome, associé ou non à du nickel, ceci dans des proportions variant de 13 à 25 % pour le chrome et de 0 à 50 % pour le nickel. Il est en général inutile d'appliquer un revêtement protecteur sur la surface. La formation superficielle d'oxyde de chrome, invisible, dur et étanche, évite une oxydation plus profonde, ceci d'autant mieux que la surface est bien polie.

3.2.2 Traitements thermiques et mécaniques

Il est possible, par des traitements thermiques et/ou mécaniques, effectués sur les produits finis, d'améliorer et de modifier les propriétés d'un acier. Citons brièvement les principaux d'entre eux.

Traitements thermiques

- Le *recuit de régénération ou d'affinage structural* (fig. 3.2), dit aussi recuit de normalisation, consiste en un chauffage à une température de 30 à 50 °C supérieure au point de transformation en austénite (point A_3) qui se situe entre 912 et 727 °C selon la quantité de carbone dans l'alliage, suivi d'un maintien pendant une courte période à cette température, puis d'un refroidissement à l'air. Le but de ce traitement est de régulariser la structure du métal, d'affiner son grain et de diminuer les conséquences négatives des déformations à chaud et à froid que la pièce a subi.

- Le *recuit de détente* consiste en un chauffage de la pièce à une température comprise entre 550 et 650 °C, donc en-dessous du point de transformation A_1 de la structure existante (le point A_1 , à 727 °C, correspond au début de la transformation en austénite), suivi d'un maintien à cette température, puis d'un refroidissement lent (fig. 3.2). Le but de cette opération est d'atténuer les contraintes résiduelles dans les pièces moulées, forgées, soudées ou laminées.
- Le *durcissement par trempe* consiste en un chauffage à une température supérieure au point de transformation du métal en austénite, suivi d'un maintien à cette température, puis d'un refroidissement rapide (fig. 3.2). On obtient ainsi des constituants métallographiques plus durs que lors d'un refroidissement lent. La vitesse de refroidissement doit être adaptée à la composition du métal et dépend de la nature du bain de trempe (eau, solution saline, plomb fondu, etc.). L'intérêt de la trempe est d'augmenter d'une façon importante les caractéristiques mécaniques de résistance de certains aciers.

L'acier d'une pièce qui a subi une opération de durcissement par trempe est caractérisé par une dureté plus élevée. Cette dureté s'accompagne dans certains cas d'une grande *fragilité* (manque de ductilité des matériaux) et de l'existence de contraintes résiduelles. En général, une telle pièce ne peut pas être utilisée telle quelle et doit subir un revenu.

- Le *revenu après trempe* est un traitement thermique servant à ajuster la *ténacité* d'un acier trempé, c'est-à-dire à atténuer sa fragilité. La *ténacité* est la propriété des matériaux d'être à la fois déformables et résistants (dans le diagramme contrainte-déformation spécifique, la *ténacité* correspond à la surface sous la courbe σ - ϵ). Le revenu consiste à chauffer le métal à une température relativement basse (inférieure au point de transformation en austénite), ceci pour diminuer la dureté de l'acier et éliminer une partie des tensions, puis à maintenir cette température et à refroidir plus ou moins rapidement suivant la forme de la pièce (fig. 3.2). L'opération de revenu doit être effectuée aussitôt la trempe terminée.

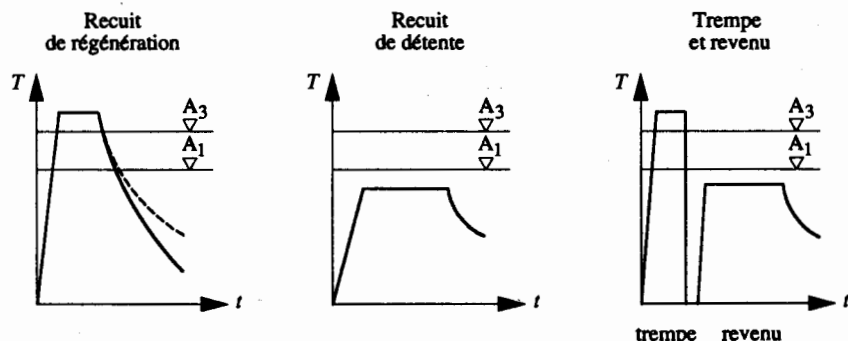


Fig. 3.2 Courbes de température pour le recuit de régénération, le recuit de détente, la trempe et le revenu (tiré de [3.5]).

Traitements mécaniques

On peut modifier les propriétés d'un acier par des traitements mécaniques. Lors d'un laminage par exemple, on observe une modification de la structure cristalline originelle. Les cristaux sont fragmentés, resserrés entre eux et orientés, donnant plus de cohésion à la pièce. Il en résulte une différence de comportement entre les sens longitudinal et transversal: les propriétés mécaniques de l'acier sont

améliorées dans la direction du laminage mais diminuées dans le sens perpendiculaire. Ce phénomène est appelé *corroyage*.

Les opérations de pliage ou d'étirage sont des traitements mécaniques souvent effectués à froid. Elles engendrent des déformations plastiques dues au dépassement de la limite d'élasticité de l'acier. Ces déformations ont pour conséquence un *écrouissage* du métal. L'effet de l'écrouissage est d'augmenter la limite d'élasticité dans la direction de l'allongement et de diminuer la ductilité et la ténacité; en génie civil, l'écrouissage trouve plusieurs applications: profilés laminés à froid, câbles étirés pour ponts suspendus, quelques types de barres d'armature, etc.

Considérons la courbe contrainte-déformation spécifique d'une éprouvette soumise à un effort normal de traction (fig. 3.3). En appliquant un effort de traction au-delà de la limite d'élasticité f_y , jusqu'au point C de la courbe σ - ϵ , et en relâchant ensuite la force, l'éprouvette étirée va conserver une déformation spécifique permanente ϵ_0 . Si l'on applique à nouveau un effort de traction, l'éprouvette va se comporter élastiquement de 0' à C puis va entrer directement dans le domaine d'écrouissage. Il n'y a donc plus de palier d'écoulement. Par conséquent, l'allongement de rupture ϵ_r est réduit et l'acier est moins ductile et moins tenace que le matériau de base non écroui. La nouvelle limite d'élasticité f_y' , qui correspond en fait à une limite apparente d'élasticité puisqu'il n'y a plus de palier d'écoulement, est par contre supérieure à la limite d'élasticité primitive f_y .

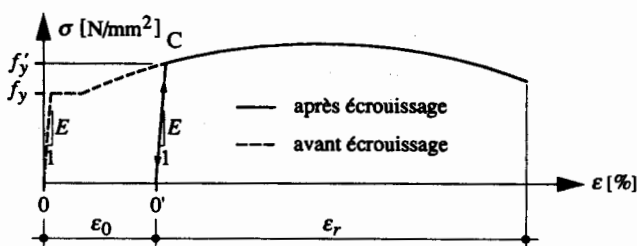


Fig. 3.3 Effet de l'écrouissage.

3.2.3 Produits laminés à chaud

Une fois terminées les phases d'affinage de l'acier, le métal en fusion est coulé dans des lingotières. Mais l'acier ne peut généralement pas être utilisé en lingots par les industries transformatrices ou les utilisateurs directs. Ces lingots sont donc réchauffés puis transformés par laminage à chaud. Le laminage consiste à écraser le métal, préalablement réchauffé, entre deux cylindres dont les sens de rotation sont opposés. Une première phase de dégrossissage est effectuée dans un laminoir spécial appelé *blooming* ou *slabbing*, suivant que le produit doit présenter une section carrée (*bloom*) ou rectangulaire (*brame*) (fig. 3.4). Pour la finition, le matériel utilisé varie selon la forme des produits finis ; on utilise des cylindres cannelés pour les profilés et des cylindres lisses pour les tôles.

Un procédé plus récent que la coulée classique passant par des lingots est la coulée continue. Dans ce procédé l'acier n'est plus coulé dans plusieurs lingotières, mais il est coulé dans un moule sans fond en cuivre refroidi à l'eau. Il se solidifie pendant son passage et ressort de façon continue sous forme de barre carrée ou rectangulaire selon la section du moule. Le boudin d'acier sortant de la machine de coulée continue est sectionnée à la longueur voulue par un chalumeau. Ce procédé présente l'avantage de supprimer l'étape des lingots pour lesquels un réchauffement intermédiaire est nécessaire et de diminuer la durée de fabrication des profilés.

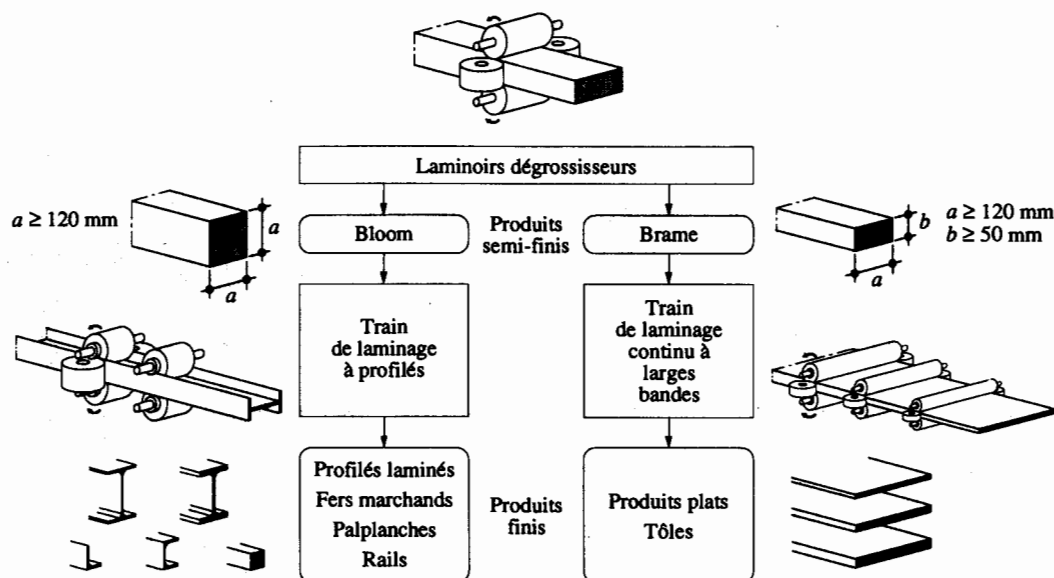


Fig. 3.4 Phases principales du laminage à chaud.

Nous décrivons ci-après les différents produits finis que l'on peut obtenir sur le marché et dont la plupart figurent, avec leurs caractéristiques, dans la documentation fournie par les producteurs [3.6]. Les produits utilisés couramment sur le marché suisse sont répertoriés dans les tables SZS C5.

Profils en double té

On peut classer les profils en double té en deux groupes (fig. 3.5) :

- Les *profils en double té à ailes étroites*, dont le moment d'inertie I_z est petit vis-à-vis du moment d'inertie I_y . Le poids par mètre courant (poids unitaire) de ces profils est relativement faible; ils sont utilisés principalement comme éléments fléchis. On distingue la série légère IPE, dont les ailes sont d'épaisseur constante, et la série INP, légèrement plus lourde, avec les faces internes des ailes inclinées.
- Les *profils en double té à larges ailes*, dont le moment d'inertie I_z est plus élevé que celui des profils à ailes étroites. Ils trouvent de multiples applications : éléments sollicités en flexion, en flexion gauche ou soumis à un effort normal. On distingue trois types de sections : HEA, HEB et HEM. Pour une distance entre les deux ailes égale, le HEA est le plus léger et le HEM est le plus lourd. Pour une inertie égale, le HEA est à nouveau le plus léger, mais ses dimensions seront supérieures à celles d'un HEB et nettement supérieures à celles d'un HEM. Remarquons que la distance entre les faces intérieures des ailes est identique pour des profils HEA, HEB et HEM de même numéro : cette particularité peut être intéressante pour la conception de certains assemblages.

Depuis quelques années, on trouve sur le marché une nouvelle série de profils : les profils HHD, créés spécialement pour la réalisation de colonnes de bâtiments. On trouve également des profils appelés W, M ou S qui sont les profils en double té nord-américains. Leurs dimensions sont

sensiblement différentes de celles des profils européens, mais la série complète peut être comparée à la série des doubles tés européens.

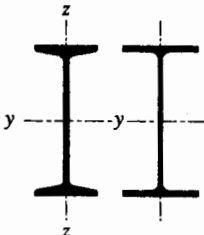
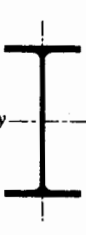


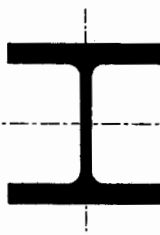

	Ailes étroites		Larges ailes			
	INP 300	IPE 300	HEA 300	HEB 300	HEM 300	HHD 320 x 451
						
m [kg/m]	54.2	42.2	88.3	117	238	451
A [mm ²]	6900	5380	11 300	14 900	30 300	57 400
I_y [10 ⁶ mm ⁴]	98.0	83.6	182.6	251.7	592.0	1492
I_z [10 ⁶ mm ⁴]	4.51	6.04	63.1	85.6	194.0	406.1

Fig. 3.5 Exemples de profils en double té.

Précisons que des profils en té peuvent être obtenus à partir des profils en double té IPE, HEA et HEM en effectuant une coupe longitudinale à mi-hauteur de l'âme. Cela donne les séries des demi-profils désignés respectivement par IPET, HEAT et HEBT.

Profils U

Les profils U (fig. 3.6) sont souvent utilisés comme éléments secondaires. En Europe, on distingue les séries UNP avec les faces internes des ailes inclinées et UAP à épaisseur d'ailes constante.

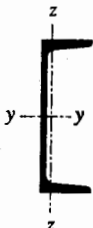
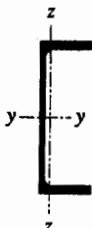
	UNP 300	UAP 300
		
m [kg/m]	46.2	42.2
A [mm ²]	5880	5860
I_y [10 ⁶ mm ⁴]	80.03	81.7
I_z [10 ⁶ mm ⁴]	4.95	5.62

Fig. 3.6 Exemples de profils U.

Fers marchands

Les *fers marchands* (fig. 3.7) comprennent :

- les cornières à ailes égales ou inégales, mises en œuvre surtout dans la réalisation des treillis,
- les fers T à âme haute (TPH) et les fers T à semelle large (TPB), employés comme éléments secondaires (à ne pas confondre avec les demi-profilés IPET, HEAT et HEBT qui sont des profilés en double té dont la coupe longitudinale est effectuée généralement par l'entreprise),
- les fers Z, essentiellement utilisés comme éléments secondaires,
- les fers plats utilisés par exemple dans la réalisation de poutres composées soudées de petites dimensions ou pour raidir des plaques (largeur maximale : 150 mm),
- les fers ronds et les fers carrés, utilisés comme barres de treillis ou de contreventement.

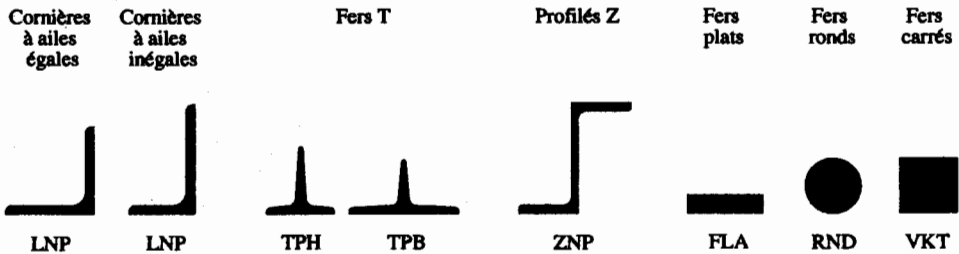


Fig. 3.7 Exemples de fers marchands.

Produits plats

Parmi les *produits plats*, on distingue entre les larges-plats et les tôles (fig. 3.8). Les larges-plats sont des feuilles d'acier laminées à chaud sur les quatre faces. Etant donné le laminage dans le sens de la longueur, ces larges-plats ont un sens préférentiel (meilleure résistance en long qu'en travers). Leurs dimensions varient dans les limites suivantes : largeur 160 à 600 mm, épaisseur 5 à 50 mm.

Les tôles sont laminées à chaud seulement sur les grandes faces. Leurs arêtes sont brutes de laminage ou coupées à la cisaille ou au chalumeau ; elles sont subdivisées selon les normes en trois catégories :

- les tôles fortes, épaisseur $t \geq 5$ mm,
- les tôles moyennes, $5 \text{ mm} > t \geq 3$ mm,
- les tôles fines, $t < 3$ mm.

Les tôles fines ont un emploi limité en construction métallique en raison de leur souplesse et de leur faible épaisseur (danger de corrosion).

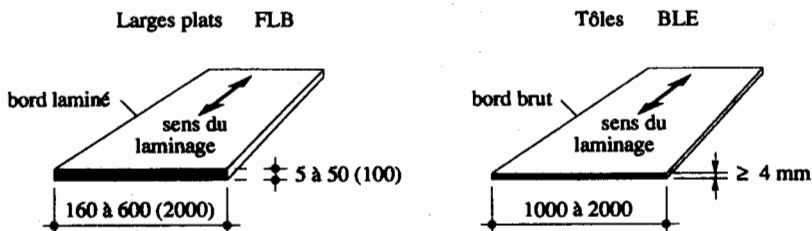


Fig. 3.8 Exemples de produits plats.

3.2.4 Produits façonnés à froid

Les produits façonnés à froid sont caractérisés par leur forme parfois assez élaborée et par leur faible épaisseur; ce sont surtout des tôles minces et plus rarement des profilés (fig. 3.9). Les profilés tubulaires n'entrent pas directement dans cette catégorie de produits, comme nous allons le voir au paragraphe 3.2.5.

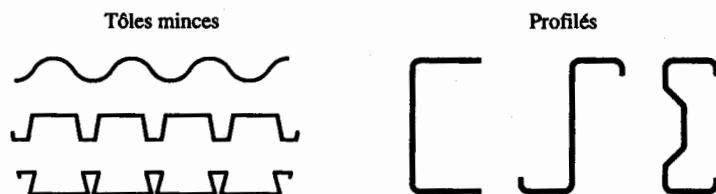


Fig. 3.9 Exemples de produits façonnés à froid.

Il existe actuellement une grande variété de tôles façonnées à froid. Citons la tôle ondulée ou nervurée (en général galvanisée) utilisée pour les couvertures de toits et les tôles profilées employées comme coffrages perdus en construction mixte. Les tôles striées, dont la surface présente un relief en losanges, trouvent une application dans la confection de platelages de passerelles légères. Les caractéristiques et les domaines d'application de ces tôles sont décrites en détail dans le volume 11.

Les profilés laminés à froid sont utilisés pour des structures légères (serres, couverture provisoire, ...) et plus particulièrement dans les constructions standardisées. Ils présentent l'avantage d'être très légers, facilement transportables et s'obtiennent dans un grand choix de formes [3.7].

3.2.5 Profilés tubulaires

Dans la série des profilés tubulaires, il existe des tubes carrés, des tubes rectangulaires et des tubes ronds (fig. 3.10). Ils sont subdivisés en deux catégories : les tubes sans soudure et les tubes soudés. Les tubes sans soudure sont obtenus à partir de lingots ou de fers ronds laminés à chaud. Les seconds sont fabriqués avec un produit plat étiré à froid, puis roulé à froid dans une série de galets (formage en continu) ou à l'aide de presses. Les tôles sont ensuite soudées par des procédés automatiques. La soudure décrit une courbe hélicoïdale autour de l'axe du cylindre ou suit une génératrice. Les profilés tubulaires sont de plus en plus employés en construction métallique et plus particulièrement dans la réalisation de treillis. Ils sont plus chers que les profilés usuels mais présentent l'avantage, par rapport au flambage, d'avoir une inertie identique selon les deux axes. De plus ils sont souvent préférés pour des raisons esthétiques.

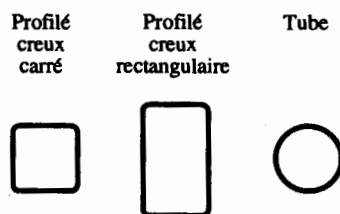


Fig. 3.10 Exemples de profilés tubulaires.

Outre les produits laminés à chaud et les produits façonnés à froid, on distingue encore d'autres procédés de mise en œuvre de l'acier, comme par exemple le forgeage (façonnage par choc ou par pressage) et le moulage (métal en fusion coulé dans des moules).

3.2.6 Imperfections des produits laminés

Variation de la résistance

Comme nous l'avons déjà mentionné au paragraphe 2.4.5, les caractéristiques des matériaux varient d'un élément à l'autre ou même d'un point à l'autre du même élément. La figure 3.11 montre un exemple de variation de la résistance élastique R_e (sect. 3.1) d'un acier Fe E 355 contrôlé lors de sa production. Une telle dispersion montre que la limite d'élasticité f_y utilisée pour le calcul (325 N/mm^2 pour des éléments d'épaisseur $\geq 50 \text{ mm}$ en acier Fe E 355) correspond à une certaine valeur caractéristique de la résistance élastique R_e , « garantie » par les producteurs.

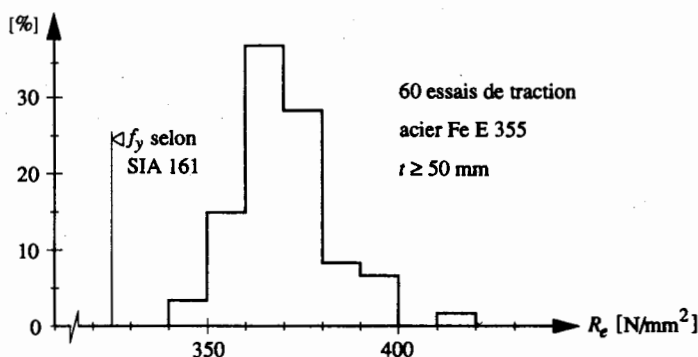


Fig. 3.11 Variation de la résistance élastique d'un acier Fe E 355.

La variation de la résistance élastique R_e illustrée à la figure 3.11 permet de bien comprendre les remarques faites en début de chapitre (sect. 3.1) au sujet de la définition de la limite d'élasticité f_y et de la résistance à la traction f_u , qui sont toutes deux des valeurs de calcul qui permettent, en utilisant les facteurs de résistance et de charge définis dans les normes (§ 2.4.6), de garantir le degré de sécurité requis.

Tolérances de laminage

Si l'on compare les dimensions réelles d'un produit laminé avec ses dimensions théoriques, on peut constater des différences notables. Ces différences sont les conséquences de l'imperfection des outillages utilisés lors du laminage et des déformations se produisant lors du refroidissement des profilés laminés à chaud; c'est pourquoi des tolérances de laminage ont été introduites. On appelle tolérance l'écart admissible entre la dimension réelle et la dimension théorique recherchée. Cet écart s'exprime par une valeur dimensionnelle ou par un pourcentage donnés en général par des normes. Dans certains cas particuliers, le maître de l'ouvrage peut imposer des valeurs plus restrictives. La figure 3.12 montre différents types d'imperfections pouvant provenir du laminage, et donne les tolérances correspondantes pour un profilé laminé HEA 300, selon les tables SZS C5.

La norme européenne prEN 1090-1 [3.8] définit des tolérances dont certaines valeurs sont quelque peu différentes de celles contenues dans les tables SZS C5 et dans la norme SIA 161.

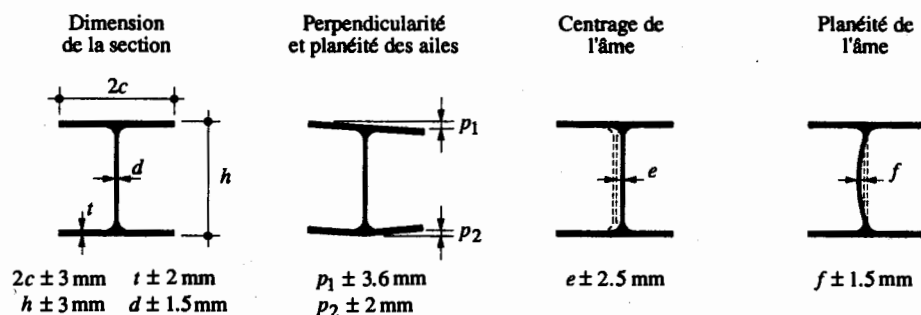


Fig. 3.12 Tolérances de laminage pour un profilé HEA 300 (selon les tables SZS C5).

Les imperfections géométriques ont diverses incidences pratiques, notamment certaines difficultés d'accostage de tôles ou d'autres éléments de construction en cas de soudage. Pour éviter au maximum les difficultés qui pourraient se rencontrer lors de la phase de montage d'une structure, il est particulièrement important de soigner la conception des détails de construction. La figure 3.13 montre comment éliminer les problèmes de tolérances pour deux cas concrets :

- dans le cas des profilés en double té fermés sur les côtés, on peut éliminer les problèmes de tolérances (perpendicularité et planéité des ailes, largeur des fers plats, hauteur de la section) en choisissant de souder les plaques sur l'extérieur des ailes au lieu de les placer entre les ailes;
- pour les raidisseurs, on aura avantage à les concevoir moins haut que la hauteur intérieure du profilé, pour ne pas avoir à les ajuster aux dimensions réelles du profilé.

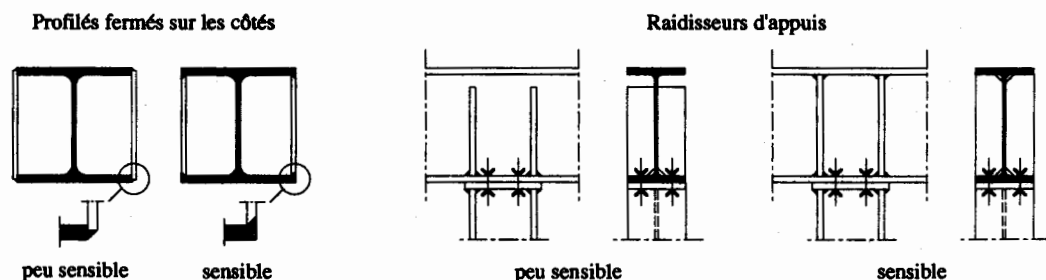


Fig. 3.13 Incidence des tolérances de laminage sur la conception des détails de construction.

3.2.7 Contraintes résiduelles

Dans un profilé laminé, les contraintes résiduelles peuvent être d'origine thermique ou mécanique. Les contraintes résiduelles d'origine thermique sont dues au refroidissement inégal des diverses parties du profilé après le laminage : l'extrémité des ailes d'un profilé se refroidit en effet plus vite que leur centre, car la surface de refroidissement par volume est plus importante. Pour expliquer l'origine des

contraintes résiduelles, nous pouvons raisonner en considérant des barres fictives A, B et C dans l'aile d'un profilé (fig. 3.14). Pour représenter leur liaison à l'intérieur du profilé, admettons que ces trois barres sont reliées entre elles par deux gros éléments de rigidité EI infinie. L'origine des contraintes résiduelles peut alors s'expliquer de la façon suivante :

- A la sortie du laminoin, les trois barres sont chaudes; on peut considérer qu'elles sont toutes à la même température.
- En cours de refroidissement, les barres A et C (correspondant à l'extrémité des ailes) se refroidissent en premier. Ce refroidissement provoque une contraction de ces barres et comprime la barre B, puisque celle-ci est liée aux barres A et C. La compression de la barre B se fait sans provoquer d'efforts internes, car elle est encore chaude et donc malléable.
- Lorsque la barre B se refroidit à son tour, son raccourcissement est empêché par les barres A et C qui sont déjà froides. Ce raccourcissement de la barre B provoque ainsi des efforts de compression dans les barres A et C tout en se mettant elle-même en traction.

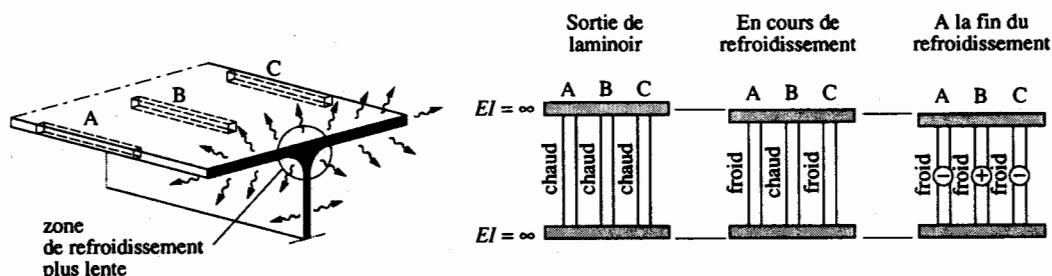


Fig. 3.14 Origine thermique des contraintes résiduelles.

De façon générale, on peut dire que les parties qui se refroidissent en premier sont finalement comprimées et celles qui se refroidissent en dernier sont tendues. Sur l'entier d'une section, on obtient finalement un état auto-équilibré des contraintes résiduelles (leur intégrale sur la section est nulle).

Ainsi, pour un profilé en double té, les différences de température d'un point à l'autre entraînent une différence de dilatation des fibres correspondantes, c'est-à-dire que les fibres les plus froides empêchent le raccourcissement des fibres chaudes. Par conséquent, les fibres se refroidissant en dernier seront tendues et les autres comprimées. La figure 3.15 montre l'allure de la répartition des contraintes résiduelles (leur valeur peut être du même ordre de grandeur que la limite d'élasticité du matériau) dans une section intermédiaire d'un profilé en double té à larges ailes (les contraintes résiduelles dans une section d'extrémité sont nulles).

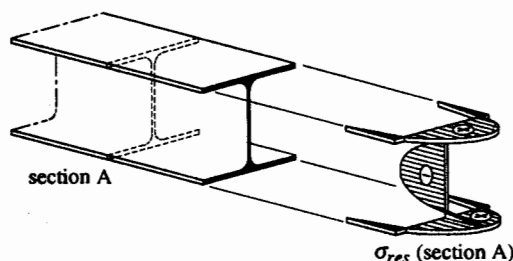


Fig. 3.15 Allure de la répartition des contraintes résiduelles dans un profilé en double té à larges ailes.

La seconde origine des contraintes résiduelles est mécanique. Elles sont dues au dressage à froid d'un profilé. Cette opération consiste à rendre rectiligne un profilé qui s'est exagérément courbé lors de sa fabrication. Ce cas se rencontre généralement lors du refroidissement d'un profilé après sa sortie du laminoir.

Pour les éléments de construction destinés à des ouvrages importants, il est possible d'atténuer les contraintes résiduelles d'origine thermique et mécanique en appliquant un recuit de détente aux éléments. Ce traitement thermique est appliqué après laminage. Nous verrons au chapitre 4 quelle est l'incidence des contraintes résiduelles sur les hypothèses de calcul et le dimensionnement.

3.3 Caractéristiques des matériaux de construction

Les caractéristiques principales des différents matériaux de construction sont examinées dans cette section. Il s'agit plus particulièrement des métaux employés couramment dans les structures, à savoir l'acier de construction et l'aluminium, et des matériaux utilisés en complément de l'acier dans les structures mixtes, à savoir le béton et l'acier d'armature.

3.3.1 Acier de construction

Certaines caractéristiques mécaniques d'un acier telles que résistance à la traction, limite d'élasticité, allongement de rupture, sont définies par l'essai de traction sur éprouvette qui permet d'établir le diagramme contrainte-déformation spécifique (fig. 3.1). Dans la figure 3.16, on a tracé la relation contrainte-déformation spécifique des deux principaux types d'acier utilisés dans la construction (Fe E 235 et Fe E 355), où l'on a admis un comportement parfaitement linéaire du matériau jusqu'à la limite d'élasticité. Si l'allure des deux courbes données à la figure 3.16 correspond à celle obtenue lors d'un essai de traction, les valeurs numériques qui y sont indiquées correspondent à des valeurs de calcul (§ 3.2.6).

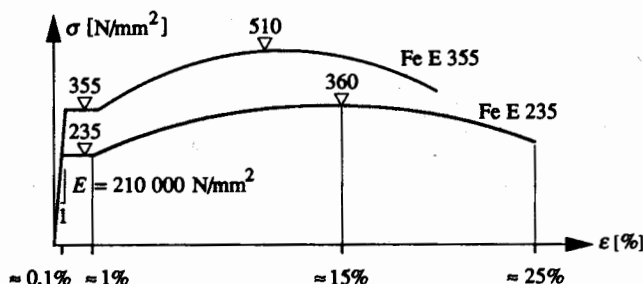


Fig. 3.16 Diagrammes contrainte-déformation spécifique des aciers Fe E 235 et Fe E 355.

Les valeurs de calcul normalisées des principales caractéristiques des aciers de construction sont les suivantes :

- module d'élasticité : $E = 210\,000 \text{ N/mm}^2 = 210 \text{ kN/mm}^2$
- module de glissement : $G = \frac{E}{2(1 + \nu)} = 81 \text{ kN/mm}^2$,
- coefficient de contraction latérale (Poisson) : $\nu = 0.3$

- coefficient de dilatation thermique : $\alpha_T = 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$
- charge volumique : $\gamma = 78.5 \text{ kN/m}^3$

L'Eurocode 3 (§ 3.2.5) propose comme seule différence avec les valeurs ci-dessus un coefficient de dilatation thermique $\alpha_T = 1.2 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$.

La contrainte f_y correspondant à la limite d'élasticité est fonction de l'épaisseur du produit. Ceci est dû principalement au fait que la structure cristalline du métal subit des modifications lors du laminage (§ 3.2.2). Ces dernières ont pour conséquence que les pièces minces, soumises à plusieurs passes de laminage, ont une limite d'élasticité supérieure à celle des produits de forte épaisseur.

Un acier est défini par ses caractéristiques chimiques, physiques et mécaniques. En construction métallique, on utilise des aciers dont les caractéristiques sont définies par des valeurs minimales ou maximales, prescrites par des normes. La norme SIA 161, basée sur la norme EN 10 025 [3.9], donne les indications concernant ces valeurs. Il existe plusieurs types de classification des aciers, basés soit sur leur composition chimique (aciers alliés, aciers non alliés, etc.) soit sur leurs caractéristiques mécaniques (résistance à la traction, limite d'élasticité). La classification couramment utilisée en construction métallique est du deuxième type : on désigne un acier par sa *nuance* et sa *qualité*.

Nuance d'acier

La nuance d'un acier est définie par sa limite d'élasticité f_y . Un acier ayant une valeur nominale de la limite d'élasticité $f_y = 235 \text{ N/mm}^2$ est appelé acier Fe E 235 (Fe pour fer, E pour limite d'élasticité). Le tableau 3.17 donne la désignation et quelques caractéristiques des principaux aciers de construction. On prêtera particulièrement attention à la correspondance entre la désignation utilisée actuellement en Suisse selon la norme SIA 161 (1989) utilisée dans ce volume, celle définie par la norme européenne EN 10 027-1 [3.10] et l'ancienne désignation utilisée dans l'édition de 1979 de la norme SIA 161.

Tableau 3.17 Désignation et caractéristiques des principaux aciers de construction.

Nuance d'acier selon			Limite d'élasticité f_y [N/mm ²] (1)	Résistance à la traction f_u [N/mm ²] (1)	Allongement de rupture ε_r [%] (2)	Désignations ou utilisation
SIA 161 (1989)	EN 10 027-1 (1992)	SIA 161 (1979)				
Fe E 235	S235	Fe 360	235	360	26	Acier doux Acier pour profilés creux Acier à haute résistance Acier à grain fin
Fe E 275	S275		275	430	22	
Fe E 355	S355	Fe 510	355	510	22	
Fe E 460	S460		460	550	17	

(1) valeurs de calcul valables pour des épaisseurs $\leq 16 \text{ mm}$

(2) valeurs minimales valables pour des épaisseurs $\leq 40 \text{ mm}$

Le *fer puddlé*, dont nous avons déjà parlé au paragraphe 3.2.1, a des caractéristiques mécaniques relativement différentes de celles de l'acier de construction actuel. Ce matériau est fortement anisotrope et sa résistance varie beaucoup selon la direction de l'effort appliqué. Si la limite d'élasticité dans le sens du laminage est de 220 N/mm^2 (valeur de calcul), celle-ci est beaucoup plus faible dans les autres directions. Son module d'élasticité peut quant à lui varier entre 175 et 190 kN/mm^2 . Une autre différence très importante par rapport à l'acier de construction actuel est l'allongement à la rupture ε_r : si celui-ci peut atteindre environ 25 % pour les aciers de construction conventionnels que nous connaissons actuellement, il n'est que de 10 % pour le fer puddlé.

Les caractéristiques mécaniques des *aciers inoxydables* sont fortement variables selon le type d'alliage : on distingue en effet les familles d'acier inoxydable ferritique, martensitique, austénitique et duplex. Dans le domaine de la construction, ce sont les aciers inoxydables austénitiques qui sont essentiellement utilisés (désignations V2A ou V4A par exemple). Si leur module d'élasticité est relativement bien défini (190 à 200 kN/mm²), leur limite d'élasticité et leur résistance à la traction varient beaucoup selon le type d'alliage et de traitement thermique : c'est ainsi que la limite d'élasticité f_y de l'acier inoxydable austénitique peut varier entre environ 200 et 950 N/mm² et son allongement à la rupture ϵ_r entre environ 4 et 40 %. Par rapport aux aciers de construction, les aciers inoxydables nécessitent notamment une attention particulière concernant leur soudage, leur perçage et leur traitement de surface. Pour d'avantage d'informations, on consultera la littérature spécialisée [3.1] [3.4] [3.11] [3.12] et les catalogues des fournisseurs.

Qualité d'acier

Sous certaines conditions d'utilisation, les constructions soudées ont révélé que l'acier pouvait être sensible à un type de ruine appelé rupture fragile. Afin de mesurer la résistance à la rupture fragile des aciers, un essai a été introduit : l'*essai de résilience*. Ce dernier consiste à rompre par choc une éprouvette entaillée dont la température est prescrite. On mesure par cet essai l'énergie qui est absorbée par l'éprouvette au cours de sa rupture. Cet essai permet de juger la résistance au choc d'une éprouvette entaillée et sa propension à la rupture fragile. L'appareil permettant la réalisation de cet essai est appelé mouton pendulaire de Charpy. Il indique, au moyen d'un curseur entraîné par le pendule, l'énergie utilisée pour rompre l'éprouvette, ceci à l'aide d'une échelle étalonnée fixée sur le châssis de l'appareil. La norme SIA 161 utilise les valeurs résultant de l'essai Charpy défini dans la norme EN 10 045-1 [3.13] qui utilise une éprouvette normalisée (ISO) entaillée en V reposant sur deux appuis (fig. 3.18) dont les extrémités sont retenues par deux butées : on parle alors d'éprouvette à entaille en V (ou Charpy V). La longueur de l'éprouvette est de 55 mm et sa section est de 10 × 10 mm. Les dimensions du marteau, dont la vitesse au moment de la rupture de l'éprouvette est de 5.0 à 5.5 m/s, ainsi que les dimensions de l'entaille sont également normalisées.

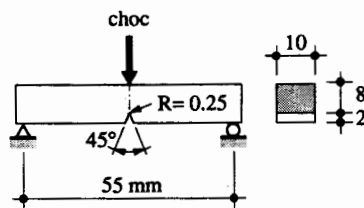


Fig. 3.18 Eprouvette normalisée pour l'essai Charpy.

On appelle *résilience* l'énergie de rupture ramenée ou non à la section sous entaille de l'éprouvette : elle s'exprime donc en joules ou en joules/cm². Les notations précises pour cette résilience sont :

- KV pour la résilience sur éprouvette ISO à entaille en V en joules,
- KCV pour la résilience sur éprouvette ISO à entaille en V en joules/cm².

La figure 3.19 donne un exemple de l'allure des résultats d'essais de résilience sur une éprouvette à entaille en V selon que la vitesse d'impact est élevée (choc, essai dynamique) ou lente (essai statique).

Ces deux courbes montrent bien que la résilience des aciers de construction utilisés dans le domaine du génie civil est fonction de la température et de la vitesse de chargement.

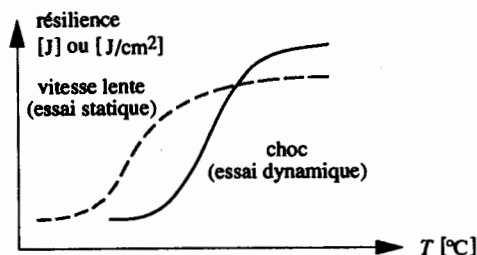


Fig. 3.19 Résultats d'essais de résilience sur une éprouvette Charpy V.

En mesurant la résilience, il est possible de différencier les aciers les uns des autres et de définir la qualité d'un acier, que l'on symbolise par une lettre. Par exemple, la désignation d'un acier doux (acier non allié à faible teneur en carbone) de qualité B s'écrit Fe E 235 B. De manière générale, les aciers les plus couramment utilisés sont les suivants (B désigne un acier de basse qualité et DD un acier de haute qualité) :

- Fe E 235 B, C et D,
- Fe E 275 B, C et D,
- Fe E 355 B, C, D, et DD,
- Fe E 460 KGN et Fe E 460 KTN.

Notons que la résilience n'est pas une indication directe du risque de rupture fragile d'une structure métallique : celui-ci dépend également de la température de service et de la dimension de l'élément de construction. C'est ainsi que dans le domaine du bâtiment, un acier de qualité B est suffisant pour des éléments de moins de 40 mm d'épaisseur, tandis qu'un acier de qualité C ou D est nécessaire pour réaliser la structure d'un pont-route [3.14].

L'Eurocode 3 (annexe C) donne une méthode de calcul permettant de déterminer le choix de la nuance et de la qualité de l'acier en fonction des conditions d'usage de la construction.

Influence de la température

Si la basse température rend l'acier fragile, la haute température réduit les différentes caractéristiques de l'acier de construction. Ceci concerne particulièrement le domaine de la protection incendie (vol. 11) pour lequel l'acier a une mauvaise réputation bien qu'il soit incombustible. On lui reproche de n'avoir qu'une faible résistance au feu et d'en faciliter la propagation par conduction de chaleur. Notons cependant que la sécurité de personnes se trouvant à l'intérieur d'un bâtiment lors d'un incendie est influencée par de nombreux paramètres (chaleur, fumée, chemins de fuite, ...) dont la résistance au feu n'est de loin pas le plus important.

La ruine d'éléments porteurs en acier est provoquée par l'influence de trois causes :

- perte de rigidité (diminution de E),
- perte de résistance (diminution de f_y et de f_u),
- dilatation.

La figure 3.20 montre l'évolution du module d'élasticité et de la limite d'élasticité en fonction de la température selon [3.15].

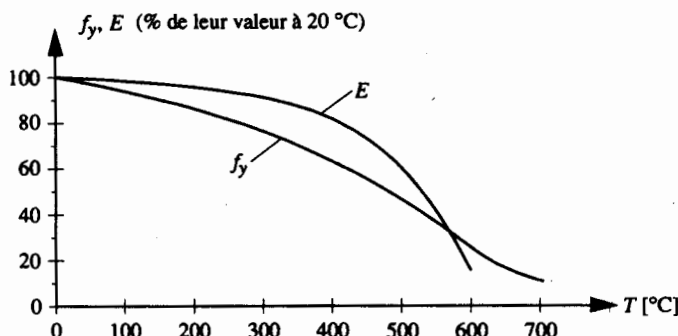


Fig. 3.20 Modification du module d'élasticité et de la limite d'élasticité de l'acier de construction en fonction de la température.

Fatigue

Sous l'effet de charges répétées, comme le passage de camions sur un pont, la circulation de trains sur un pont-rail ou les opérations fréquentes de levage et de mouvements de charge dans les ponts roulants, certains éléments peuvent se fissurer, particulièrement dans des zones situées au droit des attaches ou des joints soudés. Le principe de la vérification de la résistance à la fatigue est basé sur la notion de la différence de contrainte, sur le nombre de cycles de charges se produisant pendant la durée de vie de l'ouvrage et sur le type de détail de construction considéré. Ce dernier paramètre n'implique pas le matériau en lui-même, mais plusieurs facteurs, entre autres la forme du détail, les anomalies des soudures et les concentrations de contrainte (chap. 13).

3.3.2 Aluminium

Elaboration

L'aluminium (Al) est tiré de la bauxite qui est de l'hydrate naturel d'alumine mélangé avec de l'oxyde de fer et de la silice. La production industrielle de l'aluminium se fait en deux étapes :

- préparation de l'alumine calcinée (Al_2O_3) à partir de la bauxite,
- réduction de l'alumine par électrolyse.

La fabrication de l'alumine nécessite une importante quantité d'énergie et des manutentions importantes. De plus, 4 à 6 t de bauxite donnent 2 t d'alumine et finalement 1 t d'aluminium, ce qui explique que l'usine d'alumine est souvent placée à proximité immédiate d'une centrale électrique ou de la mine de bauxite, au bord d'une rivière navigable ou directement en bord de mer.

L'alumine parvient en Suisse sous la forme d'une poudre blanche très fine. Elle est soluble dans la cryolithe à la température de 1000 °C (l'addition de cryolithe abaisse de 2000 °C à 1000 °C le point de fusion du bain électrolytique). Il s'agit de l'électrolyse d'un corps fondu (alumine) à haute température (1000 °C) et non dissous dans l'eau.

Le four est constitué par la cuve d'électrolyse elle-même. L'anode (pôle positif) est constituée par des électrodes en charbon et la cathode (pôle négatif) par le revêtement de carbone aggloméré du fond de la cuve. Le passage d'un puissant courant électrique (80 000 à 150 000 A sous une tension de 4.5 à

5V) maintient la température de fusion de l'alumine dissoute et décompose l'alumine en aluminium et en oxygène. Pour produire 1 t d'aluminium, il faut environ 2 t d'alumine, 0,5 t de charbon d'électrodes, 0,05 t de cryolithe et 14 000 kWh d'énergie électrique. Un four de 100 000 A produit environ 800 kg d'aluminium par jour.

Propriétés physiques, chimiques et technologiques de l'aluminium

On distingue deux types d'aluminium, livrés en feuilles laminées, en fil et en barres profilées obtenues par tréfilage et filage à la presse :

- L'aluminium vierge qui est un aluminium de première fusion, coulé en lingots dans l'usine productrice.
- L'aluminium dit *de seconde fusion* obtenu dans les usines de laminage par refonte de leurs déchets.

L'aluminium pur étant plutôt mou, il est généralement modifié par l'adjonction d'autres métaux afin d'obtenir des alliages qui peuvent avoir des caractéristiques très différentes. La figure 3.21 compare les diagrammes contrainte-déformation spécifique de l'acier Fe E 235 et de l'alliage Al-CuMg1 (Avional). On y met également en évidence la définition de la limite apparente d'élasticité $\sigma_{0,2}$ utilisée comme référence pour déterminer la limite d'élasticité de matériaux ne présentant pas un palier d'écoulement comme celui des aciers de construction.

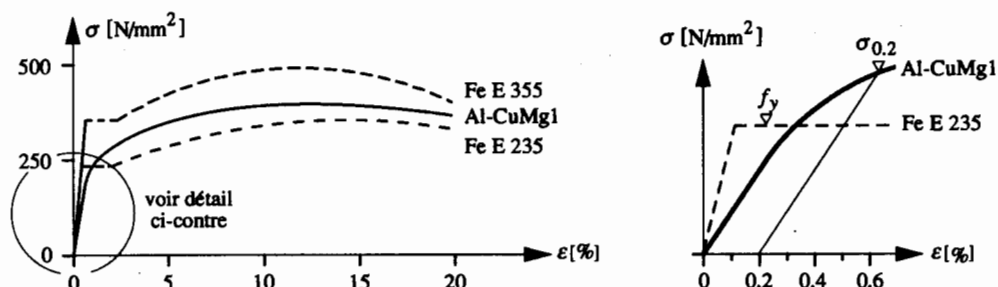


Fig. 3.21 Diagramme contrainte-déformation spécifique d'un alliage d'aluminium.

Tout comme pour l'acier inoxydable, les caractéristiques des différents alliages d'aluminium varient beaucoup; le tableau 3.22 donne une idée de leur domaine de variation selon [3.1]. Relevons la faible valeur du module d'élasticité, qui vaut environ le tiers de celui de l'acier de construction : ceci influence grandement les déformations et les phénomènes d'instabilité. Pour plus de détails concernant les produits eux-mêmes, on consultera les listes de stock et la documentation fournies par les fabricants, tandis que quelques indications concernant le dimensionnement peuvent être trouvées dans [3.16] et [3.17].

Tableau 3.22 Propriétés des alliages d'aluminium.

Charge volumique γ	26 à 29 kN/m ³
Limite apparente d'élasticité $\sigma_{0,2}$	100 à 620 N/mm ²
Résistance à la traction f_u	300 à 700 N/mm ²
Allongement de rupture ϵ_r	5 à 30 %
Module d'élasticité E	70 à 80 kN/mm ²
Coefficient de dilatation thermique α_T	$2,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}$

3.3.3 Aciers d'armature et de précontrainte

Les aciers d'armature et de précontrainte se distinguent des aciers de construction non seulement par leur forme, mais également par leur mode de fabrication, leur composition chimique et leurs propriétés mécaniques. En Suisse, ils sont classés d'après leur procédé de fabrication, leur limite d'écoulement et leur surface.

Ces aciers sont caractérisés par leur limite supérieure ou apparente d'élasticité f_y correspondant dans ce dernier cas à un allongement permanent de 0.2%. Pour cette limite, la norme SIA 162 prescrit une valeur d'essai (ou valeur caractéristique) f_{yk} correspondant à un fractile 5% (cette valeur n'est pas atteinte par 5% des échantillons) dans le cas des aciers d'armature. Pour les aciers de précontrainte, la norme définit une résistance à la traction f_{tk} . Une déformation suffisante doit précéder la rupture des armatures ou des câbles de précontrainte. Dans ce but, la norme impose un allongement minimal de rupture pour les aciers d'armature et un rapport f_y/f_{tk} maximal pour les aciers de précontrainte.

Le module d'élasticité des aciers d'armature et de précontrainte varie très peu. Il peut être admis comme égal à celui de l'acier de construction, à savoir :

$$E_s = E_a = 210\,000 \text{ N/mm}^2 \quad (3.2)$$

Seuls les torons (câbles de précontrainte constitués de plusieurs fils) présentent une valeur légèrement inférieure ($E_s = 195\,000 \text{ N/mm}^2$). Quant au coefficient de dilatation thermique α_T , on admettra une même valeur que celle de l'acier de construction, à savoir $10^{-5}/^\circ\text{C}$.

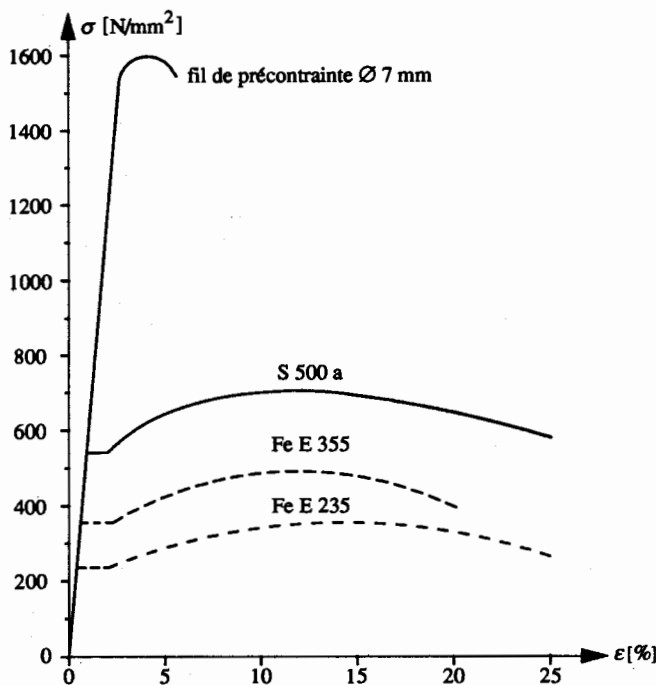


Fig. 3.23 Diagrammes contrainte-déformation spécifique d'un acier d'armature et d'un acier de précontrainte.

L'Eurocode 2 (§ 3.2.3) propose une valeur du coefficient de dilatation thermique $\alpha_T = 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ pour les aciers d'armature et une valeur de $E_s = 200 \text{ kN/mm}^2$ pour tous les aciers d'armature (passifs et précontraintes) excepté les torons pour lesquels une valeur de $E_s = 190 \text{ kN/mm}^2$ est recommandée.

La figure 3.23 présente les diagrammes contrainte-déformation spécifique pour des aciers d'armature et de précontrainte ainsi que pour les aciers Fe E 235 et 355. Le tableau 3.24 reproduit quant à lui les valeurs de limite d'écoulement (ou limite d'élasticité), de résistance à la traction ainsi que le type de surface donnés dans la norme SIA 162. On se référera à cette dernière pour davantage de détails.

Tableau 3.24 Caractéristiques des aciers d'armature et de précontrainte usuels.

Type d'acier		Limite d'écoulement		Résistance à la traction	Surface
		Val. de calcul $f_y \text{ [N/mm}^2\text{]}$	Valeur d'essai $f_{yk} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	$f_{tk} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	
Acier d'armature	S235	220	235		Lisse
	S500	460	500		Profilée
	S550	520	550		Profilée
Acier de précontrainte	Fils étirés	1410 à 1670		1570 à 1840	Lisse / Profilée
	Torons	1590 à 1670		1770 à 1860	
	Barres écrouies	830 à 1000		1030 à 1230	Lisse / Profilée

3.3.4 Béton

Nous ne traiterons ici que des bétons usuels (charge volumique 25 kN/m^3 , y compris les armatures), afin d'établir les paramètres nécessaires à la définition de la résistance en section des éléments mixtes acier-béton. D'autres sortes de béton sont mentionnées à la fin de ce paragraphe.

Types de béton

Le type de béton est défini par sa résistance à la compression. Nous nous intéresserons donc uniquement aux caractéristiques mécaniques du béton puisque ce sont elles qui déterminent sa résistance. La grandeur servant de référence est la valeur minimale de la résistance à la compression sur cube $f_{cw,min}$, définie comme suit :

$$f_{cw,min} = f_{cwm} - 10 \text{ N/mm}^2 \quad (3.3)$$

f_{cwm} : valeur moyenne de la résistance à la compression sur cube (anciennement désigné par β_{w28})

Ces deux valeurs sont utilisées pour définir le type de béton : B $f_{cwm}/f_{cw,min}$ (par exemple B35/25, B40/30). La figure 3.25 présente le diagramme contrainte-déformation spécifique d'un béton ayant une résistance à la compression sur cube de $f_{cw} = 30 \text{ N/mm}^2$. Contrairement à l'acier de construction, son comportement en traction est fondamentalement différent de celui en compression à cause de sa faible résistance à la traction.

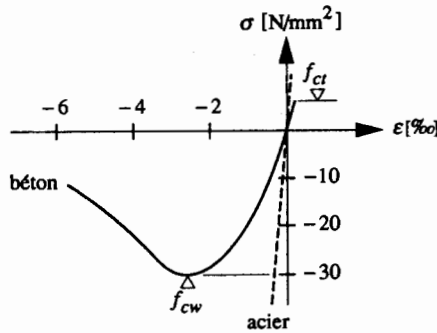


Fig. 3.25 Diagramme contrainte-déformation spécifique d'un béton mesuré sur cube.

Dans le domaine des *poutres et dalles mixtes du bâtiment*, on utilise habituellement un béton de type B35/25. Toutefois, selon la situation, il se peut que l'on utilise un béton de moindre (B30/20 ou B25/15) ou de meilleure qualité (B40/30). Dans le domaine des *poutres mixtes de ponts*, on préférera un béton plus performant de type B40/30 ou éventuellement supérieur.

La valeur de calcul de la résistance à la compression sur cube du béton f_c est définie à partir de la valeur minimale $f_{cw,min}$ (3.3) selon la relation suivante :

$$f_c = 0.65 f_{cw,min} \quad (3.4)$$

Avec (3.4) il est possible de faire une synthèse au tableau 3.26 des caractéristiques de résistance de quelques bétons utilisés couramment dans la construction.

Tableau 3.26 Caractéristiques de différents bétons.

Béton	f_{cwm} [N/mm ²]	$f_{cw,min}$ [N/mm ²]	f_c [N/mm ²]	τ_c [N/mm ²]
B25/15	25	15	10	0.7
B30/20	30	20	13	0.8
B35/25	35	25	16	0.9
B40/30	40	30	19.5	1.0
B45/35	45	35	23	1.1

L'Eurocode 2 (§ 3.1.2.4) propose une autre classification basée sur la résistance sur cylindre f_{ck} à 28 jours. Cette valeur caractéristique est définie comme la valeur de la résistance au-dessous de laquelle on peut s'attendre à rencontrer 5% de l'ensemble des résultats d'essais de résistances possibles du béton spécifié. La valeur f_{ck} en N/mm² donne directement la classe du béton (C12, C16, C20, etc.).

Le module d'élasticité E_c du béton est une caractéristique présentant une dispersion non négligeable, qui dépend essentiellement de la résistance à la compression sur cube (vol. 7). Pour les actions de courte

durée, le module d'élasticité E_c peut être établi à l'aide de (3.5), qui est une relation donnée dans la norme SIA 161 représentant la valeur moyenne de la bande de dispersion définie dans la norme SIA 162 :

$$E_c = E_{c0} = 14\,000 (f_c + 4)^{0.3} \quad (3.5)$$

E_{c0} : module d'élasticité du béton pour les actions de courte durée [N/mm²]

f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton [N/mm²]

Les propriétés du béton varient cependant au cours du temps. Le fluage et le retrait sont les principaux phénomènes qui influencent le comportement du béton; nous allons brièvement rappeler ces phénomènes ci-dessous. Ils sont traités plus en détail aux paragraphes 2.2.8 et 2.2.9 du volume 7.

Fluage

Par fluage, on désigne l'augmentation dans le temps de la déformation du béton soumis à une charge constante. Le mécanisme de fluage est lié aux mouvements de l'eau contenue dans les micropores du gel de ciment hydraté. De nombreux facteurs comme la composition du béton, son âge lors de la mise en charge et les conditions climatiques influencent le fluage. Son évolution dans le temps dépend également des dimensions de la section.

Si les sollicitations demeurent à peu près constantes et qu'aucune décharge importante n'intervient, les déformations dues au fluage peuvent être déterminées à partir des déformations élastiques à l'aide du coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$:

$$\varepsilon_{cc}(t) = \varphi(t, t_0) \cdot \varepsilon_{c,el} \quad (3.6)$$

$\varepsilon_{cc}(t)$: déformation spécifique due au fluage au temps t

$\varepsilon_{c,el}$: déformation spécifique élastique

t : âge du béton

t_0 : âge du béton lors de sa mise en charge

Le coefficient de fluage $\varphi(t, t_0)$ peut être déterminé à l'aide des diagrammes donnés dans le paragraphe 2.2.8 du volume 7. Plus le béton est jeune lorsqu'on applique la charge, plus le fluage final sera important. Dans des conditions normales, pour des actions de longue durée, on peut admettre la valeur suivante :

$$\varphi_{\infty} = 2.0 \quad (3.7)$$

Nous verrons au paragraphe 4.7.2 de quelle façon on peut tenir compte de la modification des caractéristiques du béton en fonction du temps en faisant varier la valeur du module d'élasticité E_c défini par (3.5).

L'Eurocode 2 (§ 3.1.2.5) donne les valeurs finales du fluage en fonction de l'âge du béton au chargement.

Retrait

Par retrait, on désigne le raccourcissement lent dans le temps d'un élément, indépendamment de la charge. Le retrait est causé par l'évaporation de l'eau passive et par le rétrécissement du gel de ciment enrobant les granulats. La composition du béton, la géométrie de la pièce et les conditions climatiques

sont les facteurs qui influencent ce retrait. Il peut être calculé à l'aide des tableaux du paragraphe 2.2.9 du volume 7. On peut toutefois admettre une valeur finale moyenne du retrait spécifique de :

$$\varepsilon_{cs\infty} = 0.2 \text{ ‰} \quad (3.8)$$

Des mesures adéquates prises lors de la cure permettent de réduire le retrait du béton.

L'Eurocode 4 (§ 3.1.3) donne une valeur de $\varepsilon_{cs\infty} = 0.325 \text{ ‰}$ pour les environnements secs (bâtiments) et une valeur de $\varepsilon_{cs\infty} = 0.2 \text{ ‰}$ pour les autres environnements. Ces valeurs concernent les bétons usuels à l'exclusion des bétons légers.

Autres sortes de béton

Pour certains ouvrages particuliers, d'autres sortes de béton peuvent présenter des propriétés avantageuses malgré leur coût plus élevé. Leur utilisation reste cependant marginale et il n'en sera plus fait mention par la suite. Pour plus de détails, on se référera à la littérature spécialisée.

Les bétons légers se caractérisent par une bonne isolation thermique et par le faible poids de leurs granulats constitués le plus souvent d'argile expansé. La masse volumique des bétons légers varie entre 800 et 2000 kg/m³, soit 35 à 85 % de celle du béton ordinaire. La résistance à la compression des bétons légers est, dans certains cas, sensiblement la même que celle du béton ordinaire, mais le module d'élasticité est par contre beaucoup plus faible, réduit environ de moitié. Les bétons légers sont donc peu intéressants lorsque les déformations sont déterminantes car, pour compenser le module d'élasticité plus faible, la section de béton doit être augmentée. Les considérations faites à propos du fluage et du retrait dans la norme SIA 162 ou ci-dessus restent valables dans le cas de bétons légers à hautes performances fabriqués en Suisse. Selon le type de béton, le retrait spécifique final et le coefficient de fluage final peuvent être différents des valeurs correspondant à un béton normal.

Les bétons à hautes performances sont des bétons améliorés par l'utilisation d'adjuvants fluidifiants, de réducteurs d'eau et de fumées de silice, par exemple. Il est éventuellement aussi possible d'augmenter le dosage du ciment et d'utiliser des granulats de haute qualité. Par rapport aux bétons ordinaires, les avantages sont principalement une résistance à la compression plus élevée (jusqu'à environ $f_{cw,min} = 100 \text{ N/mm}^2$), et des déformations dues au fluage plus faibles. La fissuration, et d'une manière générale la durabilité, sont en principe améliorées. Ainsi, dans le cas de poteaux mixtes ou de tabliers de ponts, ces bétons peuvent être concurrentiels, voire même supérieurs aux bétons ordinaires, malgré leur coût de production plus élevé.

Les bétons de fibres synthétiques ou d'acier présentent certaines caractéristiques intéressantes, parmi lesquelles on relèvera l'absence de corrosion (pour les fibres synthétiques), une plus grande résistance à la traction (donc moins de fissuration) et une ductilité améliorée.

3.4 Caractéristiques du matériau des moyens d'assemblage

Les caractéristiques principales du matériau des moyens d'assemblage sont examinées dans cette section. Les moyens d'assemblage peuvent être classifiés selon trois catégories :

- moyens d'assemblage mécanique (boulons, rivets, goujons, clous, ...) (fig. 3.27 (a)),
- soudures (fig. 3.27 (b)),
- moyens d'assemblage chimique (colles).

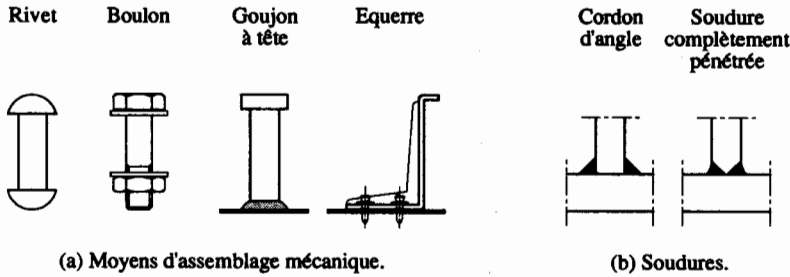


Fig. 3.27 Moyens d'assemblage mécanique et soudures.

3.4.1 Rivets

Les rivets représentent le plus ancien moyen d'assemblage utilisé en construction métallique. Actuellement, leur emploi est limité et on leur préfère, dans la plupart des pays industrialisés, les boulons, les rivets à anneau et la soudure. Les rivets bruts (pas encore mis en place) sont des pièces métalliques formées d'une tige cylindrique et d'une tête ronde.

Lorsque les pièces à assembler sont en Fe E 235, on choisit un rivet ayant une limite d'élasticité $f_y \geq 200 \text{ N/mm}^2$ et une résistance à la traction f_u entre 340 et 420 N/mm^2 . Lorsque les pièces à assembler sont en Fe E 355, on choisit un rivet ayant une limite d'élasticité $f_y \geq 300 \text{ N/mm}^2$ et une résistance à la traction f_u entre 440 et 520 N/mm^2 . Le refroidissement rapide du rivet après sa pose, décrite par ailleurs au paragraphe 8.3.2, provoque un faible durcissement du matériau. Ceci explique que l'acier du rivet est, à la base, moins résistant que l'acier des pièces à assembler. Après la pose et le refroidissement, les caractéristiques du rivet deviennent presque identiques à celles de pièces assemblées.

3.4.2 Boulons

On distingue deux types de boulons, sur lesquels on reviendra plus en détail au chapitre 8 :

- les boulons de charpente métallique,
- les boulons à haute résistance.

Ces deux types de boulons se différencient par leur nuance d'acier. Les boulons de charpente métallique sont constitués d'un acier dont la résistance à la traction f_{uB} est de 400 à 500 N/mm^2 , tandis que les boulons à haute résistance sont obtenus avec des aciers dont la résistance à la traction f_{uB} est de 800 à 1000 N/mm^2 . Des courbes contrainte-déformation spécifique résultant d'essais de traction sur des éprouvettes courtes et lisses réalisées avec l'acier des boulons sont présentées à titre d'exemple dans la figure 3.28 [3.18].

Les *rivets à anneau* (rivelons) sont constitués d'acier à haute résistance assimilé à de l'acier pour boulon 8.8 (voir le diagramme contrainte-déformation spécifique de la figure 3.28) car leur mode de résistance au cisaillement est identique à celui des boulons.

Les caractéristiques mécaniques minimales des aciers constituant les boulons et les rivets à anneau sont résumées dans le tableau 3.29. On y constate que la classe de qualité d'un boulon permet d'en déterminer les caractéristiques selon les règles suivantes :

- Le premier chiffre de la classe de qualité multiplié par 100 donne la résistance à la traction f_{uB} de l'acier du boulon (pour une classe de qualité 5.6 : $f_{uB} = 5 \times 100 = 500 \text{ N/mm}^2$).

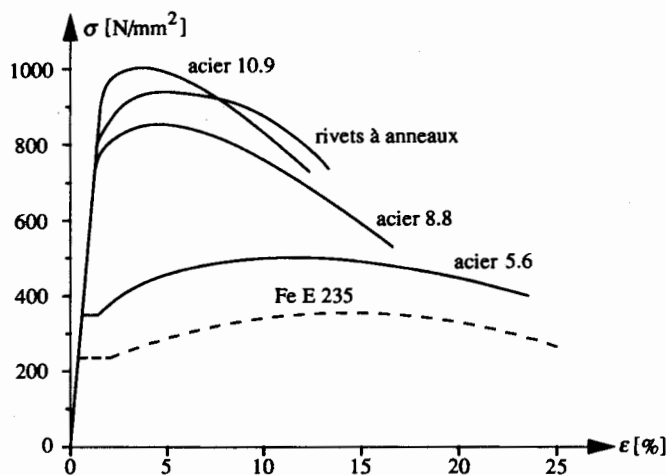


Fig. 3.28 Diagramme contrainte-déformation spécifique des aciers pour boulons et rivets à anneau.

- Le produit des deux chiffres de la classe de qualité multiplié par 10 donne la limite d'élasticité f_{yB} de l'acier du boulon (pour une classe de qualité 5.6 : $f_{yB} = 5 \times 6 \times 10 = 300 \text{ N/mm}^2$). Le deuxième chiffre de la classe de qualité correspond donc au rapport entre la limite d'élasticité f_{yB} et la résistance à la traction f_{uB} (pour une classe de qualité 5.6 : $f_{yB} / f_{uB} = 300 / 500 = 0.6$).

Tableau 3.29 Caractéristiques mécaniques minimales des aciers des boulons et rivets à anneau.

Boulon	Classe de qualité	Limite d'élasticité f_{yB} [N/mm ²]	Résistance à la traction f_{uB} [N/mm ²]	Allongement de rupture ϵ_r [%]
de charpente	4.6	240	400	22
	5.6	300	500	20
à haute résistance	8.8	640	800	12
	10.9	900	1000	9

3.4.3 Soudures

Acier de construction

Le choix du métal d'apport se fait en fonction du matériau de base à souder et des paramètres de soudage. Pour le soudage des aciers de construction, on utilise en général un métal d'apport qui aura, après soudage, une résistance au moins égale si ce n'est supérieure à celle du métal de base.

Acier inoxydable

La soudabilité de l'acier inoxydable dépend fortement du type d'alliage : certains ont une soudabilité très bonne, comme l'acier austénitique 18/8 (18 % de chrome, 8 % de nickel). Pour d'autres alliages par

contre, la soudabilité est moins bonne (risque de fragilisation, appauvrissement en chrome, etc.), et il faudra prendre certaines précautions qui peuvent être selon les cas un préchauffage, un traitement thermique, l'ajout d'éléments d'alliage, etc.

En général, le matériau d'apport est de même nature que le matériau de base. Les procédés de soudage sont en général identiques à ceux de l'acier conventionnel (par électrode, MIG, TIG, par résistance, ...) et leur choix dépend entre autres du type d'alliage et de l'épaisseur des pièces à assembler.

Aluminium et ses alliages

Les caractéristiques de soudage de l'aluminium et de ses alliages sont liées aux facteurs suivants :

- L'aluminium est très oxydable et la première couche d'oxyde Al_2O_3 (alumine) le protège contre la corrosion. Cette couche d'alumine est plus dense que l'aluminium et, surtout, son point de fusion est beaucoup plus élevé (2050 °C). Le flux de chaleur doit être capable de dissoudre l'alumine, ou il faudra éliminer celle-ci avant le soudage.
- L'aluminium, bien qu'ayant un point de fusion bas (660 °C), a une conductivité thermique importante. Il faudra donc apporter beaucoup de chaleur pour le soudage et celle-ci devra être très concentrée. De plus, cette grande conductivité thermique provoquera une zone influencée thermiquement (ZIT) étendue.
- L'aluminium a une haute conductivité électrique. Cela sera à prendre en compte lors du soudage par résistance.
- L'aluminium a un coefficient de dilatation thermique égal à environ 2.4 fois celui de l'acier (tab. 3.22). Cette relativement grande valeur entraîne un important retrait au refroidissement dont il faudra tenir compte en prenant des mesures contre la fissuration due au refroidissement.

A l'instar de l'acier inoxydable, les procédés de soudage sont identiques à ceux de l'acier conventionnel (MIG, TIG, par résistance, ...) et leur choix dépend entre autres du type d'alliage et de l'épaisseur des pièces à assembler.

3.4.4 Éléments de connexion acier-béton

La théorie de la construction mixte est fondée sur l'hypothèse de l'existence d'une liaison entre l'acier et le béton. Etant donné que l'adhérence du béton sur l'acier est trop faible et trop peu durable pour réaliser cette liaison, la transmission des efforts rasants doit se faire par l'intermédiaire d'organes de liaison appelés *connecteurs*. Ils doivent empêcher le glissement d'un matériau sur l'autre ainsi que leur écartement. On distingue plusieurs types de connecteurs (fig. 3.26), dont les plus courants en Suisse sont :

- les goujons soudés : connecteurs souples cylindriques, avec une tête ronde permettant un ancrage du goujon dans la dalle;
- les équerres clouées : connecteurs souples en forme de L, en acier formé à froid, fixés sur leur support (poutre métallique) au moyen de deux clous.

Le type de connecteur le plus utilisé en Suisse est le goujon. Le tableau 3.30 reproduit les exigences de la norme SIA 161 pour le matériau des goujons, des goujons filetés et des tiges.

Les équerres sont un nouveau type de connecteur cloué pouvant être une alternative aux goujons soudés. L'acier constituant ces connecteurs est du St 4 LG selon la norme DIN 1624 [3.19]. Les valeurs des propriétés mécaniques n'interviennent cependant pas directement dans le calcul de la connexion, la résistance étant donnée par une valeur empirique (§ 5.8.6).

Tableau 3.30 Exigences pour le matériau des goujons, goujons filetés et tiges.

Matériau	Limite d'élasticité f_{yD} [N/mm ²]	Résistance à la traction f_{uD} [N/mm ²]	Allongement de rupture ϵ_r [%]	Utilisation
Fe E 235 D façonné à froid	240 à 290	320 à 400	10 à 15	Goujons pour constr. mixtes et ancrages
Classe de qualité 4.8	300 à 800	600 à 1000	8 à 25	Goujons filetés, tiges pour fixation

L'Eurocode 4 (§ 3.5) donne des indications de principe sur les caractéristiques mécaniques des éléments de liaison acier-béton.

3.4.5 Autres moyens d'assemblage

Colles

La colle constitue un moyen d'assemblage relativement récent. La technique du collage des métaux est actuellement en plein développement et il n'est pas utopique de penser que le procédé prenne un certain essor, surtout pour les assemblages cisailés pour lesquels les joints collés travaillent le mieux, les contraintes étant uniformément distribuées.

Le collage est surtout utilisé pour les tôles d'acier et procure certains avantages :

- réduction du poids de l'assemblage,
- étanchéité parfaite,
- bonne résistance aux agents corrosifs,
- possibilité d'assembler des tôles très minces et des matériaux différents,
- procédé non destructeur (pas d'intervention mécanique et de chauffage important),
- bonne répartition des charges (suppression des concentrations de contraintes),
- faculté d'amortissement des vibrations des joints,
- bon aspect du joint,
- pas de déformations ni de contraintes résiduelles importantes,
- structure interne des pièces à assembler non modifiée,
- gros travail de préparation non indispensable.

Une formule intéressante, susceptible de se développer, consiste à prévoir des assemblages mixtes colle-boulons précontraints ou rivets à anneau. La colle aurait pour but d'augmenter les coefficients de frottement intervenant dans le calcul des assemblages et d'étancher certains types de joints comme les joints agrafés tandis que les boulons ou rivets permettraient d'éviter les presses ou autres dispositifs de serrage nécessaires à un assemblage collé.

On a également des limites d'application dans l'emploi des colles :

- leur faible ductilité ne permet souvent pas de plastifier les sections des éléments assemblés;
- leur résistance au feu est mauvaise et constitue donc un gros désavantage : le collage des éléments porteurs n'est de ce fait pas encore possible (ce domaine est en évolution);
- la durabilité des colles est mal connue, ce qui rend les constructeurs assez réticents à leur emploi;
- leur résistance n'est pas aussi bonne que pour un assemblage soudé.

D'autres informations peuvent être trouvées dans la littérature spécialisée, comme les valeurs d'effort de cisaillement par exemple [3.20], [3.21].

Divers

Une multitude de moyens d'assemblage se sont développés, en particulier pour l'assemblage des structures légères. Citons de manière non exhaustive les clous ou goujons à fixer au pistolet, les vis autotaraudeuses, les rivets à sceller, les agrafes, les boulons à chasser au marteau, etc. Pour les caractéristiques de ces différents moyens d'assemblage, on peut par exemple se référer à [3.22] et à la documentation complète fournie par les fabricants.

Références

- [3.1] KURZ, W., MERCIER, J.P., ZAMBELLI, G., *Introduction à la science des matériaux*, Traité des matériaux, vol. 1, Presses polytechniques et universitaires romandes, Lausanne, 2^e éd., 1991.
- [3.2] STEINHAEUER, M.E., *Matériaux, métaux (notes documentaires)*, Laboratoire de métallurgie des soudures, EPFL, Lausanne, 1988.
- [3.3] OTUA, *L'acier et sa mise en œuvre*, Office technique pour l'utilisation de l'acier, Paris, 1984.
- [3.4] ASM, *Metals Handbook, Vol. 1, Properties and Selection: Iron, Steels, and High Performance Alloys*, ASM International, Materials Park, 1990 (tenth edition).
- [3.5] DUBAS, P., *Der Baustoff Stahl / Autographieblatt Grundlagen des Stahlbaues*, IBK, ETHZ, Zurich, 1991.
- [3.6] TradeARBED, *Programme de vente, Poutrelles*, TradeARBED, Luxembourg, mise à jour constante.
- [3.7] *Kaltprofile*, Verlag Stahleisen, Düsseldorf, 1982 (3. Auflage).
- [3.8] prEN 1090-1, *Exécution des structures en acier - Partie 1: Règles générales et règles pour le bâtiment*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1993.
- [3.9] EN 10 025, *Produits laminés à chaud en acier de construction non alliés / Conditions techniques de livraison*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1990.
- [3.10] EN 10 027-1, *Système de désignation pour les aciers / Partie 1: Désignations symboliques, symboles principaux*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1992.
- [3.11] BURGAN, B.A., *Concise Guide to the Structural Design of Stainless Steel*, Steel Construction Institute, Ascot (UK), 1993 (SCI Publication 123).
- [3.12] ERGANG, R., *Edelstahl Rostfrei: Eigenschaften, Verwendung*, Informationsstelle Edelstahl Rostfrei, Düsseldorf, 1992.
- [3.13] EN 10 045-1, *Metallische Werkstoffe / Kerbschlagbiegeversuch nach Charpy / Teil 1: Prüfverfahren*, DIN Deutsches Institut für Normung, Berlin, 1991.
- [3.14] SIA 161/1, *Constructions métalliques / Assurance de la qualité, certificats d'exploitation, contrôles, matériaux*, SIA Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zurich, 1990.
- [3.15] *Design Manual on the European Recommendations for the Fire Safety of Steel Structures*, ECCS-CECM Convention européenne de la construction métallique, Bruxelles, TC 3, N° 35, 1985.
- [3.16] MAZZOLANI, F.M., *Aluminium Alloy Structures*, Pitman Advanced Publishing Program, London, 1985.
- [3.17] ECCS/CECM, *European Recommendations for Aluminium Alloy Structures*, European Convention for Constructional Steelwork / Convention européenne de la construction métallique, Bruxelles, 1978.
- [3.18] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie A: Notions fondamentales et dimensionnement des éléments en construction métallique*, ICOM Construction métallique, EPFL, Lausanne, 1987 (2^e édition).
- [3.19] DIN 1624, *Kaltbänder aus weichen unlegierten Stählen*, DIN Deutsches Institut für Normung, Berlin, mise à jour constante.
- [3.20] MAYS, G.C., HUTCHINSON, A.R., *Adhesives in Civil Engineering*, Cambridge University Press, 1992.
- [3.21] SKEIST, I. Editor, *Handbook of Adhesives*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1990.
- [3.22] SZS B7, *Directive concernant la fixation des tôles profilées en acier*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1993.

4 Résistance en section



4.1 Introduction

Les principes des vérifications à effectuer pour garantir l'aptitude au service et la sécurité structurale ainsi que les caractéristiques des matériaux et des produits laminés ont été définis respectivement dans les chapitres 2 et 3. La matière contenue dans ces chapitres représente en quelque sorte les connaissances de base nécessaires pour définir de façon détaillée la résistance ultime R des éléments d'une structure métallique, qui intervient dans la relation suivante, déjà introduite au chapitre 2 par (2.13) :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (4.1)$$

S_d : valeur de dimensionnement de la sollicitation

R : résistance ultime

γ_R : facteur de résistance

L'Eurocode 3 se base sur la relation générale $S_d \leq R_d$, légèrement différente de (4.1), comme précisé au paragraphe 2.4.6.

La relation (4.1) est une formulation très générale de la condition à respecter pour vérifier la sécurité structurale d'une structure. Dans les cas particuliers où la sollicitation S représente un effort normal N , un moment de flexion M , un effort tranchant V ou un moment de torsion T , la résistance ultime R s'exprimera respectivement par N_R , M_R , V_R ou T_R .

Le but de ce chapitre est précisément de donner les éléments nécessaires à l'établissement des différentes formes d'expression de la résistance ultime d'une section. En cas de superposition de plusieurs types d'efforts, la sécurité structurale sera vérifiée par des formules d'interaction. Précisons encore que ces grandeurs ne serviront pas uniquement à vérifier la résistance en section des éléments métalliques ou mixtes acier-béton, mais également leur stabilité (chap. 6, 10, 11 et 12). La matière présentée dans ce chapitre est structurée de la façon suivante :

- Sections 4.2 à 4.5. Résistance d'une section métallique soumise uniquement à un effort normal (sect. 4.2), à un moment de flexion (sect. 4.3), à un effort tranchant (sect. 4.4) ou à un moment de torsion (sect. 4.5).
- Section 4.6. Résistance d'une section métallique soumise à une interaction d'efforts (combinaison d'un effort normal, d'un moment de flexion, d'un effort tranchant et/ou d'un moment de torsion).
- Section 4.7. Résistance d'une section mixte acier-béton soumise à un effort normal, à un moment de flexion, à un effort tranchant ou à une interaction d'efforts.

Il est important de préciser d'emblée que les principes suivants servent de base aux sujets abordés dans ce chapitre :

- L'hypothèse de Navier-Bernoulli, à savoir que toute section plane avant déformation reste plane après déformation, est valable dans le domaine élastique pour les sections soumises à un effort normal ou à un moment de flexion.
- L'équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes est assurée pour toute section.
- Pour l'acier, la relation entre les déformations spécifiques ε et les contraintes σ est admise bilinéaire (fig. 4.1), avec comme contrainte maximale la limite d'élasticité f_y .

La figure 4.1 illustre les *diagrammes idéalisés contrainte-déformation spécifique* admis pour les calculs élastique ou plastique de la résistance de l'acier de construction. Le modèle adopté pour le calcul

élastique consiste en une droite, pour laquelle la relation entre la contrainte σ et la déformation spécifique ε est donnée par la loi de Hooke (3.1). Pour le calcul plastique de la résistance, on modélise le comportement de l'acier par une relation σ - ε bilinéaire : un domaine élastique, où la loi de Hooke est valable, jusqu'à une contrainte égale à la limite d'élasticité f_y de l'acier, puis un domaine plastique où la contrainte reste égale à f_y .

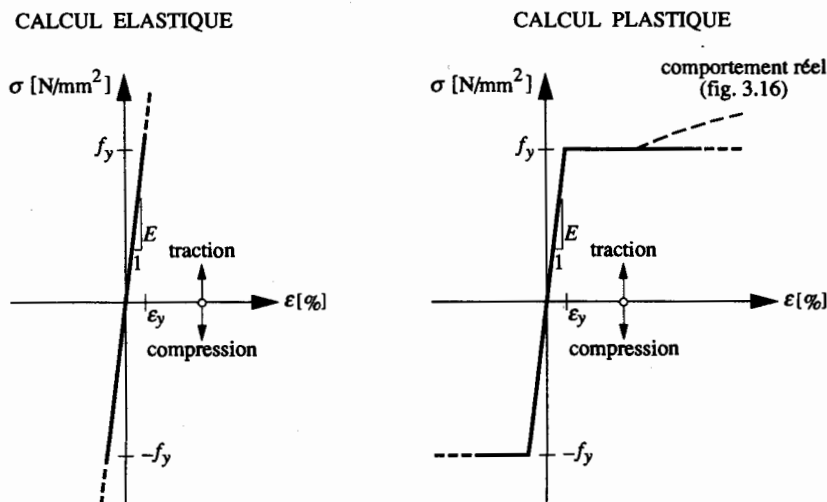


Fig. 4.1 Diagrammes idéalisés contrainte-déformation spécifique de l'acier de construction.

On admet de plus que la section peut se déformer suffisamment sans qu'un voilement local ne se manifeste. Comme ceci n'est cependant pas assuré dans tous les cas, il est très important de tenir compte de ce phénomène d'instabilité, lequel peut parfois limiter de façon sensible la résistance d'une section. C'est ainsi qu'il faut respecter certaines conditions pour appliquer les méthodes de calcul évoquées au paragraphe 2.6.3 (tab. 2.27). Les conditions à respecter pour éviter l'apparition prématurée du voilement local dans une section sont données dans le tableau 5.7.

4.2 Résistance à un effort normal

La figure 4.2 illustre le cas d'une section soumise à un effort normal N centré, qui crée sur l'ensemble de la section une contrainte uniforme σ . Le principe d'équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes permet d'écrire la relation suivante :

$$N = \int_A \sigma dA = \sigma \int_A dA = \sigma A \quad (4.2)$$

A : aire de la section transversale

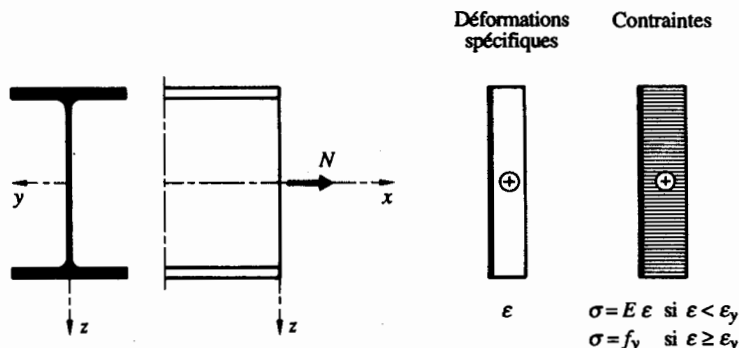


Fig. 4.2 Déformations spécifiques et contraintes dans une section soumise à un effort normal centré.

Tant que la déformation spécifique ε est inférieure à la déformation limite élastique ε_y , la contrainte σ est égale au produit du module d'élasticité E et de la déformation spécifique ε . Lorsque la déformation spécifique atteint ou dépasse la déformation limite élastique ε_y , la contrainte σ est alors égale à la limite d'élasticité f_y , conformément au comportement idéalisé admis pour l'acier (fig. 4.1).

La résistance ultime N_R à un effort normal peut donc s'exprimer par la relation suivante :

$$N_{pl} = f_y A \quad (4.3)$$

N_{pl} : effort normal plastique

f_y : limite d'élasticité de l'acier

L'indice *pl* utilisé dans (4.3) s'explique parce que dans le cas d'une sollicitation normale centrée, les états limites élastique et plastique sont atteints simultanément, dans la mesure où toutes les fibres de la section se plastifient en même temps. On parle donc directement d'effort normal plastique N_{pl} pour caractériser la résistance d'une section à un effort normal.

La relation contrainte-déformation spécifique de l'acier étant la même en traction (signe positif) qu'en compression (signe négatif), (4.3) est valable quel que soit le sens de l'effort normal. En cas d'effort normal de compression, il y aura cependant lieu d'être particulièrement attentif aux phénomènes d'instabilité pouvant limiter cette résistance par voilement local de la section (chap. 11) ou par flambage de l'ensemble de la barre (chap. 9).

Exemple 4.1 Effort normal

Dimensionner une barre en fer plat (FLA en acier Fe E 235) sollicitée par un effort normal de traction $N_d = 200$ kN.

La section d'acier nécessaire est obtenue à partir de (4.1) appliquée au cas de sollicitation par un effort normal N :

$$N_d \leq \frac{N_{pl}}{\gamma_R} = \frac{f_y A}{\gamma_R}, \text{ d'où } A \geq \frac{\gamma_R N_d}{f_y} = \frac{1.1 \cdot 200 \cdot 10^3 \text{ N}}{235 \text{ N/mm}^2} = 936 \text{ mm}^2$$

Sur la base du tableau des fers plats donné dans les tables SZS C5, on choisira par exemple un fer plat FLA 80 · 12 ($A = 960 \text{ mm}^2$).

L'influence des *contraintes résiduelles* σ_{res} sur le comportement de la section et sa résistance ultime peut aisément être expliquée ici pour le cas d'une sollicitation normale centrée. La figure 4.3 montre de façon très schématisée le cas d'une section rectangulaire (par exemple l'âme d'un profilé laminé en double té) ayant des contraintes résiduelles de compression dans la partie centrale de la section et des contraintes résiduelles de traction dans les bords. Rappelons (§ 3.2.7) que ces contraintes résiduelles sont dans un état auto-équilibré, ce qui peut s'exprimer par la relation suivante :

$$\int_A \sigma_{res} dA = 0 \quad (4.4)$$

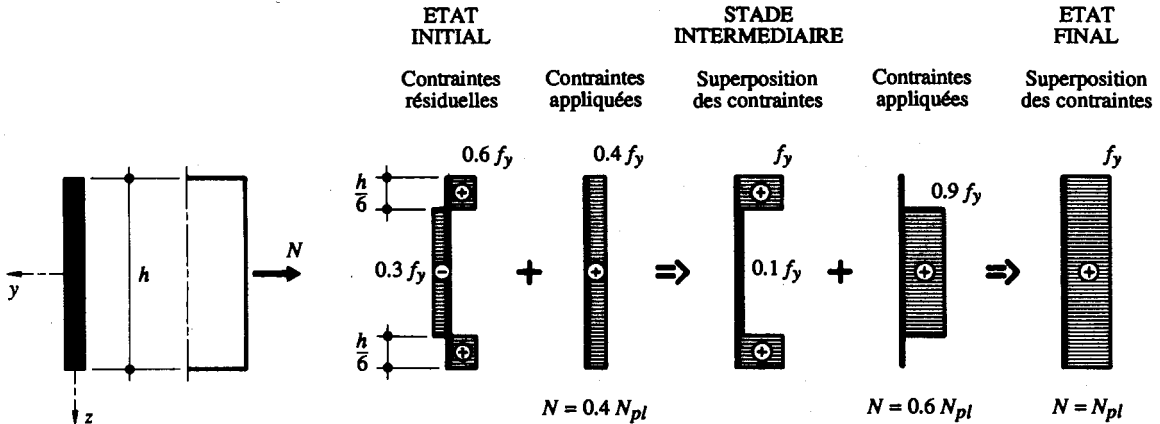


Fig. 4.3 Influence des contraintes résiduelles sur la résistance ultime.

Cet état auto-équilibré est la raison pour laquelle la résistance ultime n'est pas diminuée par la présence de contraintes résiduelles. On constate sur la figure 4.3 que :

- la limite d'élasticité f_y est déjà atteinte pour les fibres soumises à une contrainte résiduelle de traction, lorsque qu'un effort normal de traction N bien inférieur à N_{pl} est appliqué à la section (stade intermédiaire);
- il est encore possible, grâce à un allongement de la section, d'augmenter la contrainte agissant sur la partie de la section où celle-ci est inférieure à la limite d'élasticité f_y ;
- la limite d'élasticité f_y est alors atteinte dans l'ensemble de la section quand l'effort normal appliqué N est égal à l'effort normal plastique N_{pl} de la section.

Si la résistance ultime n'est pas diminuée par la présence de contraintes résiduelles, celles-ci modifient tout de même le comportement de la section, dans la mesure où un plus grand allongement est nécessaire pour que l'intégralité de la section soit plastifiée. La figure 4.4 illustre ceci en montrant la déformation spécifique ε (en l'occurrence un allongement) en fonction de l'effort normal N appliqué. La courbe (a) montre à cet égard l'effet des contraintes résiduelles pour le cas particulier de la

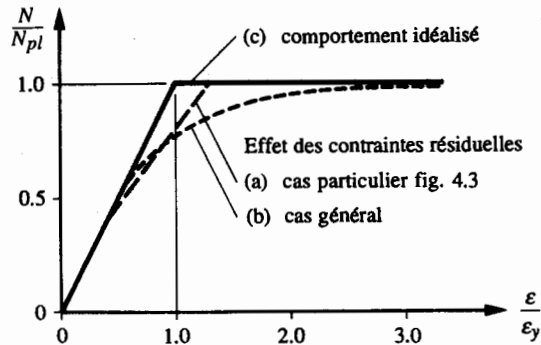


Fig. 4.4 Effet des contraintes résiduelles sur le comportement d'une section tendue.

section rectangulaire de la figure 4.3. La courbe (b) montre l'allure générale du comportement d'une section soumise à des contraintes résiduelles plus réalistes que celles admises à la figure 4.3. On négligera cependant souvent l'influence des contraintes résiduelles en admettant le comportement idéalisé donné par la courbe (c).

4.3 Résistance à un moment de flexion

4.3.1 Flexion simple

Examinons d'abord le cas de la flexion simple, qui se caractérise par une flexion selon un seul des deux axes principaux d'inertie. Dans un tel cas, les relations suivantes doivent toujours être satisfaites, en vertu du respect des conditions d'équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes :

$$N = \int_A \sigma dA = 0 \quad (4.5a)$$

$$M_y = \int_A \sigma z dA \quad \text{ou} \quad M_z = \int_A \sigma y dA \quad (4.5b)$$

M_y : moment de flexion selon l'axe de forte inertie y

M_z : moment de flexion selon l'axe de faible inertie z

Le comportement d'une section fléchie est décrit par la relation entre le moment de flexion M (appliqué à un élément de longueur dx) et la courbure Φ de cet élément, comme cela est illustré à la figure 4.5. Celle-ci montre l'évolution des déformations spécifiques ε et des contraintes σ lorsque le moment M auquel une section en double té est soumise varie entre 0 et M_{pl} . On peut notamment y constater que l'hypothèse de Navier-Bernoulli est satisfaite, dans la mesure où le diagramme des déformations spécifiques ε est toujours linéaire, quelle que soit l'intensité du moment de flexion M .

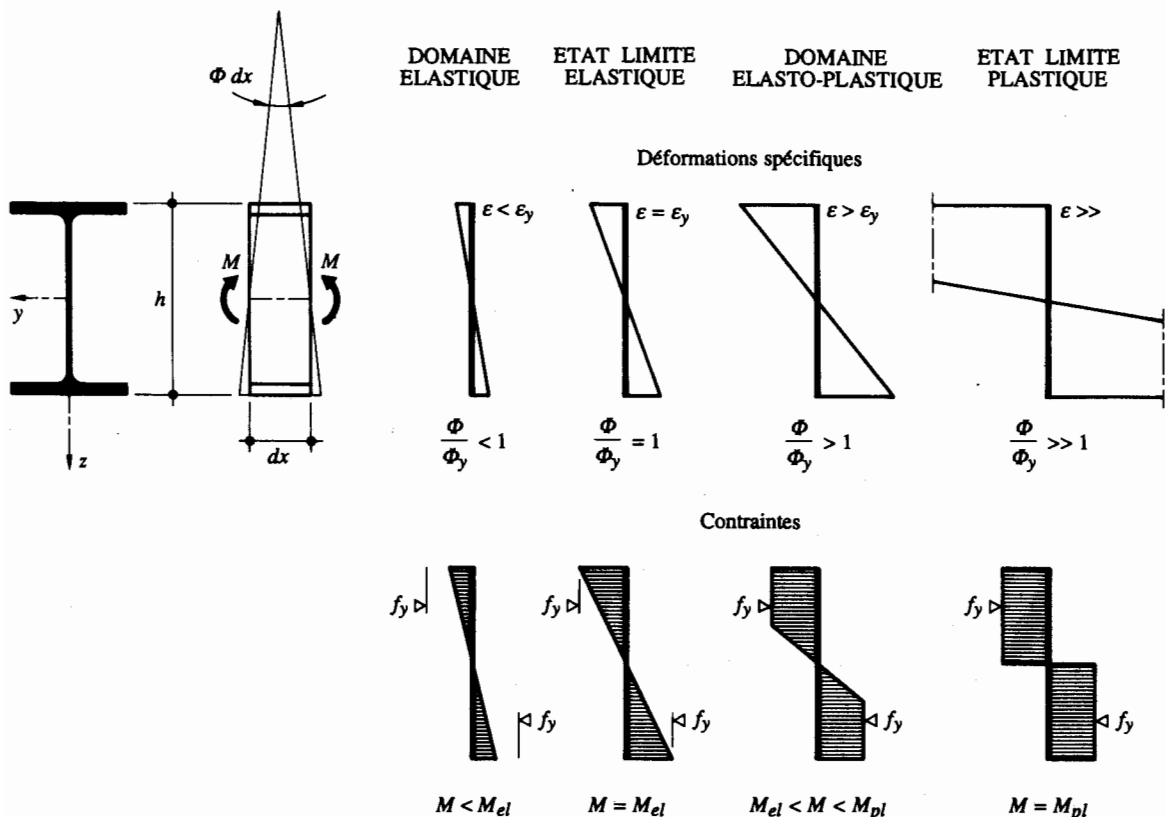


Fig. 4.5 Evolution des déformations spécifiques et des contraintes dans une section fléchie.

Dans le *domaine élastique*, la répartition des contraintes est proportionnelle aux déformations spécifiques. Lorsque la première plastification de la section se produit à la fibre extrême, le moment de flexion est défini comme **moment élastique** M_{el} de la section, avec :

$$M_{el} = f_y W \quad (4.6)$$

W : moment de résistance selon l'axe de forte ou de faible inertie (W_y ou W_z)

Précisons que la norme SIA 161 utilise la notion de moment limite élastique pour désigner M_{el} , car il correspond en fait à l'état limite élastique de la section.

L'Eurocode 3 (§ 5.4.5.1) utilise la notion de *module élastique* (W_{el}) à la place du moment de résistance W .

Dans le *domaine elasto-plastique*, l'augmentation du moment de flexion à reprendre par la section considérée se traduit par une plastification progressive, en s'approchant de l'axe neutre, des fibres extrêmes les plus sollicitées (avec $\varepsilon > \varepsilon_y$). Les contraintes ne sont alors plus propor-

tionnelles aux déformations spécifiques. En admettant une relation contrainte-déformation spécifique élastique-plastique parfaite (fig. 4.1), la contrainte maximale correspond en effet à la limite d'élasticité f_y .

La valeur maximale de la résistance à la flexion est obtenue lorsque la section totale est plastifiée. On a alors atteint le *domaine plastique* : toutes les fibres sont plastifiées et leur déformation spécifique tend vers l'infini. En pratique, cela n'est pas possible et il existe toujours une zone, dans le voisinage de l'axe neutre, où le comportement reste élastique, mais cela n'a qu'une influence négligeable sur le moment maximal que peut reprendre la section. Celui-ci, appelé *moment plastique* M_{pl} , vaut :

$$M_{pl} = f_y Z \quad (4.7)$$

Z : module plastique selon l'axe de forte ou de faible inertie ($Z_y = \int_A z \, dA$ ou $Z_z = \int_A y \, dA$)

Il est utile de préciser ici que :

- l'intégration de (4.5 b) peut devenir relativement compliquée selon la forme de la section : pour les profilés du commerce, les valeurs numériques du moment de résistance W et du module plastique Z sont données par les tables SZS C5;
- pour une section symétrique par rapport à l'axe de flexion dont les différentes parties sont composées d'un même acier, le module plastique Z est égal à deux fois le moment statique S :

$$M_{pl} = f_y \cdot 2 S \quad (4.8)$$

S : moment statique de la moitié de la section (pour une section symétrique)

- les cas particuliers des sections non symétriques par rapport à l'axe de flexion ou composées de différents aciers, pour lesquels (4.8) n'est pas valable, sont traités dans les paragraphes 4.3.2 (section monosymétrique) et 4.3.3 (section hybride).

La courbe (a) de la figure 4.6 montre, pour une section fléchie, la variation théorique du moment fléchissant M en fonction de la courbure Φ , pour un matériau avec un comportement élastique-plastique parfait (fig. 4.1). Tout comme pour le cas de la section soumise à un effort normal (sect. 4.2), les *contraintes résiduelles* provoquent une augmentation de la déformation spécifique de certaines fibres, voire une plastification prématurée de certaines d'entre elles. Pour une section fléchie, cela a pour effet d'augmenter sa courbure, et la relation moment-courbure s'approche de celle illustrée par la courbe (b) de la figure 4.6. Ces contraintes résiduelles ne modifient cependant pas la valeur du moment plastique qui est atteint lorsque la distribution des contraintes est birectangulaire et la courbure très grande.

On remarquera que le moment plastique M_{pl} est une notion idéalisée. En effet, il ne peut être atteint que si les déformations tendent vers l'infini, ce qui n'est pas possible pratiquement. Comme la courbure Φ ne peut pas dépasser $2/h$ (ce qui correspond physiquement au pliage à bloc), il subsiste par conséquent toujours une très petite zone élastique (surestimation de M_{pl}). D'autre part, lorsque les fibres extrêmes entrent dans le domaine de l'écroutissage, les contraintes maximales dépassent en réalité la limite d'élasticité (sous-estimation de M_{pl}). Comme l'influence de ces deux facteurs est négligeable pour le dimensionnement, elle n'est en général pas prise en considération et l'on admet pour un profilé laminé en double té fléchi selon l'axe fort la courbe bilinéaire (c) en tant que comportement idéalisé.

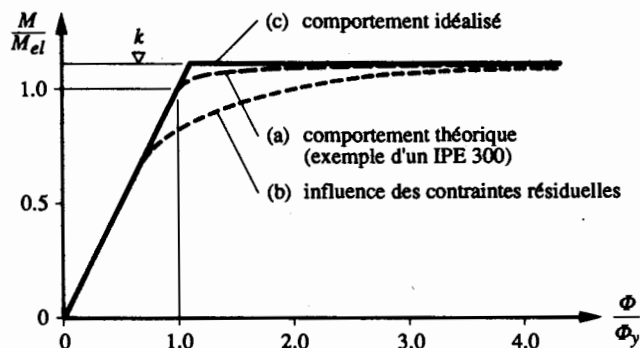


Fig. 4.6 Comportement d'une section fléchie.

Le rapport entre le moment plastique M_{pl} et le moment élastique M_{el} est défini par le **facteur de forme** k :

$$k = \frac{M_{pl}}{M_{el}} = \frac{Z}{W} \quad (4.9)$$

La valeur du facteur de forme dépend beaucoup du type de section : elle sera d'autant plus petite que la quantité de matière de la section est placée de façon idéale pour la flexion, à savoir loin de l'axe neutre. On peut montrer (exemple 4.2) qu'il vaut 1.5 pour une section rectangulaire, et en moyenne 1.15 pour un profilé laminé en double té (axe de forte inertie).

Exemple 4.2 Flexion simple

Déterminer le moment de résistance W_y , le module plastique Z_y ainsi que le facteur de forme k des quatre sections suivantes : fer carré VKT 120, large-plat FLB 300 · 45, ainsi que profilés HEA 340 et IPE 550.

Pour les sections carrée et rectangulaire, ces caractéristiques valent respectivement $W_y = b h^2/6$ et $Z_y = b h^2/4$. En ce qui concerne les profilés laminés, les valeurs peuvent être directement tirées des tables SZS C5.

Le tableau 4.7 rassemble les différentes valeurs recherchées. On peut constater qu'une même quantité de matière peut conduire à des sections dont la résistance à la flexion est très différente. Ainsi, dans cet exemple, le moment de résistance du profilé IPE est environ huit fois plus grand que celui de la section carrée, alors que son module plastique est environ six fois plus élevé. Les valeurs du facteur de forme k montrent d'autre part que la matière est bien mieux utilisée pour un profilé laminé en double té ($k = 1.10$ et 1.14 dans cet exemple) que pour une section carrée ou rectangulaire ($k = 1.50$).

Tableau 4.7 Résistance à la flexion simple.

Type de section	VKT 120	FLB 300	HEA 340	IPE 550
A [mm ²]	14 400	13 500	13 300	13 400
W_y [mm ³]	$288 \cdot 10^3$	$675 \cdot 10^3$	$1680 \cdot 10^3$	$2440 \cdot 10^3$
Z_y [mm ³]	$432 \cdot 10^3$	$1010 \cdot 10^3$	$1850 \cdot 10^3$	$2780 \cdot 10^3$
$k = Z_y / W_y$	1.50	1.50	1.10	1.14

4.3.2 Flexion d'une section monosymétrique

Le cas des sections monosymétriques fléchies perpendiculairement à leur axe de symétrie ne diffère pas du cas des sections bisymétriques traitées jusqu'ici, sauf que la position de l'axe neutre est inconnue a priori. Celle-ci peut cependant être déterminée au moyen de (4.5 a) en exprimant que l'effort normal dans la section est nul.

Dans le *domaine élastique*, la position de l'axe neutre correspond au centre de gravité de la section. La limite du domaine élastique est atteinte lorsque la déformation spécifique ε (allongement ou raccourcissement) de l'une des fibres extrêmes atteint ε_y (état limite élastique, fig. 4.8). La contrainte correspondante est alors égale à la limite d'élasticité f_y (en traction ou en compression), puisqu'il y a, dans le domaine élastique, proportionnalité directe entre la déformation spécifique ε et la contrainte σ .

On entre dans le *domaine élasto-plastique* dès que la déformation spécifique de l'une des fibres extrêmes dépasse ε_y . La résistance plastique du profilé est ensuite atteinte lorsque la contrainte correspond, sur l'ensemble de la section, à la limite d'élasticité f_y , en traction ou en compression (fig. 4.8). La position de l'axe neutre n'est plus la même que pour l'état limite élastique, car la condition d'équilibre donnée par (4.5 a) doit toujours être vérifiée. On peut démontrer que l'axe neutre plastique partage la section en deux parties d'aires égales $A/2$.

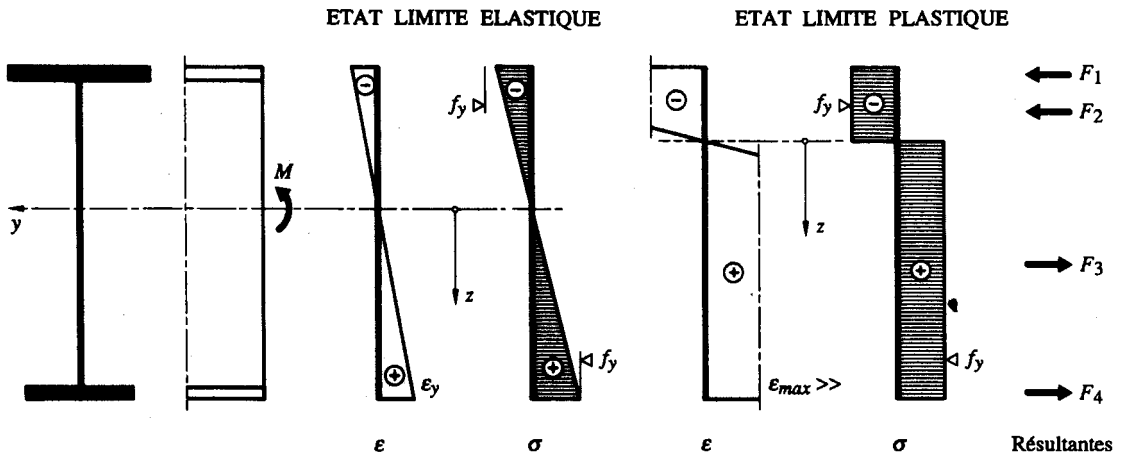


Fig. 4.8 Flexion d'une section monosymétrique en double té.

Le moment intérieur M (élastique ou plastique) s'exprime comme la somme des produits des résultantes F_i des contraintes sur les différents éléments de la section par leurs bras de levier z_i respectifs par rapport à l'axe neutre. Pour l'état limite plastique, ces résultantes $F_i = f_y A_i$ sont relativement simples à déterminer (fig. 4.8), et le moment plastique M_{pl} vaut alors :

$$M_{pl} = \sum_{i=1}^n F_i z_i = \sum_{i=1}^n f_y A_i z_i = f_y \sum_{i=1}^n A_i z_i \quad (4.10)$$

F_i : résultante des contraintes agissant sur le i -ème des n éléments de la section

A_i : aire du i -ème élément de la section

z_i : position du centre de gravité (par rapport à l'axe neutre plastique) du i -ème élément de la section

Remarquons qu'il y a lieu d'être prudent dans l'application de (4.10) : on peut soit considérer les résultantes F_i selon leur sens d'application et prendre la valeur absolue de z_i (c'est ce qui est fait à la figure 4.8), soit considérer F_i et z_i avec leurs signes respectifs.

L'équation (4.7) exprimant le moment plastique M_{pl} reste donc valable à condition de définir le module plastique Z de la façon suivante :

$$Z = \sum_{i=1}^n A_i z_i \quad (4.11)$$

Le facteur de forme, défini par (4.9), d'une section monosymétrique est en général assez élevé. Cela s'explique par le fait que la contrainte à l'une des fibres extrêmes n'atteint pas encore la limite d'élasticité f_y lorsque celle-ci est déjà atteinte à l'autre fibre extrême. La matière d'un tel type de section est donc relativement mal utilisée si on se restreint à un calcul élastique de la résistance.

Exemple 4.3 Flexion d'une section monosymétrique

Calculer les moments élastique M_{el} et plastique M_{pl} ainsi que le facteur de forme k de la section monosymétrique définie à la figure 4.9.

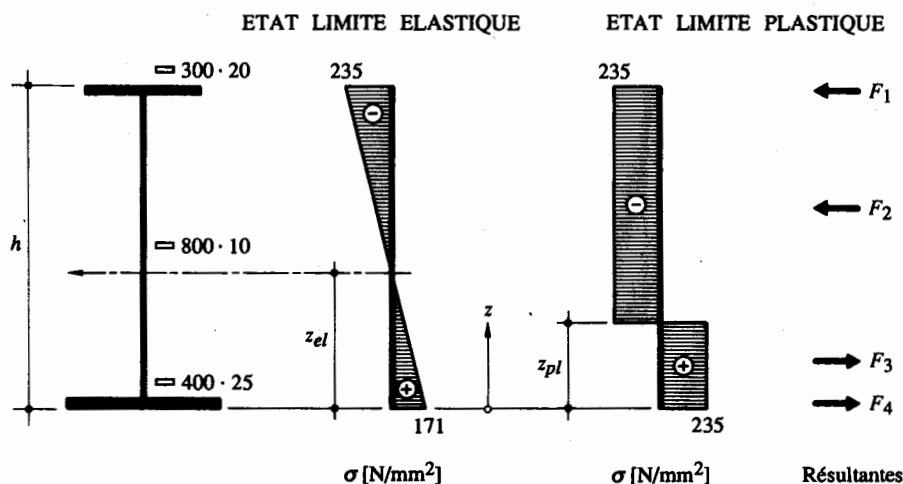


Fig. 4.9 Flexion d'une section monosymétrique.

Domaine élastique

En faisant la somme des aires des trois fers plats composant la section étudiée, on peut vérifier que l'aire totale A de la section vaut $24\,000\text{ mm}^2$.

La position de l'axe neutre peut être calculée à partir de n'importe quel point de la section. Pour cet exemple, on prendra comme référence la fibre extrême inférieure. On obtient ainsi :

$$z_{el} = \frac{1}{A} (A_{sup} z_{sup} + A_w z_w + A_{inf} z_{inf})$$

$$z_{el} = \frac{1}{24\,000\text{ mm}^2} (6000\text{ mm}^2 \cdot 835\text{ mm} + 8000 \cdot 425 + 10\,000 \cdot 12,5) = 356\text{ mm}$$

On peut alors calculer le moment de résistance puis le moment limite élastique :

$$W_{min} = W_{sup} = \frac{I}{h - z_{el}} = \frac{3022 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{845 \text{ mm} - 356 \text{ mm}} = 6180 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

$$M_{el} = f_y W_{sup} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 6180 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 1452 \cdot 10^3 \text{ Nmm} = 1452 \text{ kNm}$$

Domaine plastique

Sur la base des résultantes représentées à la figure 4.9, on peut poser la condition d'équilibre de la section :

$$\Sigma F = -F_1 - F_2 + F_3 + F_4 = 0, \text{ soit } F_1 + F_2 = F_3 + F_4$$

Etant donné que les contraintes sont les mêmes dans toute la section, l'axe neutre coupe celle-ci en deux parts de surface égale à $A/2$. En faisant l'hypothèse que l'axe neutre coupe l'âme, on obtient ainsi l'équation suivante :

$$\frac{A}{2} = 400 \text{ mm} \cdot 25 \text{ mm} + (z_{pl} - 25 \text{ mm}) 10 \text{ mm} = 12\,000 \text{ mm}^2$$

d'où l'on tire $z_{pl} = 225 \text{ mm}$. L'hypothèse concernant la position de l'axe neutre dans l'âme est donc respectée, puisque $z_{pl} < 825 \text{ mm}$. Le moment plastique vaut donc (4.10) :

$$M_{pl} = 235 \text{ N/mm}^2 (300 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm} \cdot 610 \text{ mm} + 600 \cdot 10 \cdot 300 + 200 \cdot 10 \cdot 100 + 400 \cdot 25 \cdot 213)$$

$$M_{pl} = 1831 \text{ kNm}$$

Le facteur de forme $k = M_{pl}/M_{el}$ vaut dans ce cas 1.26, ce qui est relativement élevé par rapport à un profilé laminé en double té (exemple 4.2). Cela s'explique par le fait que la contrainte à la fibre inférieure ne vaut que 73 % de celle à la fibre supérieure jusqu'au moment où cette dernière se plastifie.

4.3.3 Flexion d'une section hybride

Nous entendons par **section hybride** une section composée d'aciers de limites d'élasticités différentes. La figure 4.10 donne l'exemple d'une section en double té dont les ailes sont en acier Fe E 355, tandis que l'âme est en acier Fe E 235. Au moment de la plastification complète de la section, les contraintes seront respectivement de 235 et 355 N/mm² dans l'âme et dans les ailes.

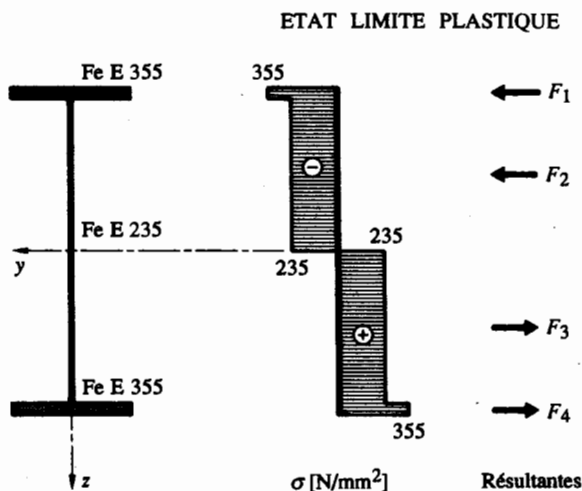


Fig. 4.10 Flexion d'une section hybride en double té.

Le moment plastique de la section peut alors être déterminé directement à partir de (4.10), en introduisant dans les résultantes $F_i = f_{yi} A_i$ les valeurs correspondantes des différentes limites d'élasticité f_{yi} . On obtient ainsi une relation qui ne se différencie de (4.10) que par une limite d'élasticité non constante sur l'ensemble de la section :

$$M_{pl} = \sum_{i=1}^n F_i z_i = \sum_{i=1}^n f_{yi} A_i z_i \quad (4.12)$$

f_{yi} : limite d'élasticité f_y de l'acier composant le i -ème élément

Pour des sections à la fois hybrides et monosymétriques, il est parfois plus simple de travailler avec une section équivalente homogène obtenue en se référant à une seule nuance d'acier, de limite d'élasticité égale à celle de référence f_{y0} . Ainsi, pour l'exemple de la figure 4.10, la section peut être considérée, pour le calcul de M_{pl} , comme une section homogène en acier Fe E 355 dont l'âme aurait une épaisseur équivalente d_{eq} donnée par la relation suivante (f_{y0} serait en l'occurrence égal à 355 N/mm²) :

$$d_{eq} = \frac{f_{yi}}{f_{y0}} d \quad (4.13)$$

Cette façon de faire permet alors d'utiliser (4.10) pour déterminer le moment plastique M_{pl} en considérant une section équivalente homogène. Il y a cependant lieu d'être prudent dans l'utilisation de cette méthode, car la section équivalente homogène dépend de l'axe selon lequel on fait cette transformation : sa géométrie sera en effet différente selon que l'on raisonne par rapport à l'axe de forte inertie y (où la dimension dans le sens y est modifiée) ou par rapport à l'axe de faible inertie z (où la dimension dans le sens z est modifiée).

Exemple 4.4 Flexion d'une section hybride

Calculer le moment plastique M_{pl} de la section hybride représentée à la figure 4.10, en admettant que les ailes sont constituées d'un large-plat FLB 300 · 20 en acier Fe E 355 et que l'âme est formée d'un FLB 800 · 10 en acier Fe E 235.

Le moment plastique de la section peut être déterminé directement à partir de (4.12) en introduisant les valeurs de f_y correspondantes :

$$M_{pl} = 2 [355 \text{ N/mm}^2 (300 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm} \cdot 410 \text{ mm}) + 235 \text{ N/mm}^2 (400 \cdot 10 \cdot 200)] = 2120 \text{ kNm}$$

Dans le cas de cet exemple (fig. 4.10), on peut également considérer une section homogène en acier Fe E 355, avec une épaisseur d'âme équivalente d_{eq} selon (4.13), soit :

$$d_{eq} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{355 \text{ N/mm}^2} \cdot 10 \text{ mm} = 6.6 \text{ mm}$$

On peut alors déterminer le moment plastique à l'aide de (4.10) :

$$M_{pl} = 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 2 (300 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm} \cdot 410 \text{ mm} + 400 \cdot 6.6 \cdot 200) = 2120 \text{ kNm}.$$

4.3.4 Flexion gauche

La *flexion gauche* est définie comme étant la flexion par rapport à un axe autre qu'un des axes principaux d'inertie de la section. Le moment M auquel est soumise la section peut alors être décomposé selon les deux axes principaux y et z en deux composantes M_y et M_z (fig. 4.11).

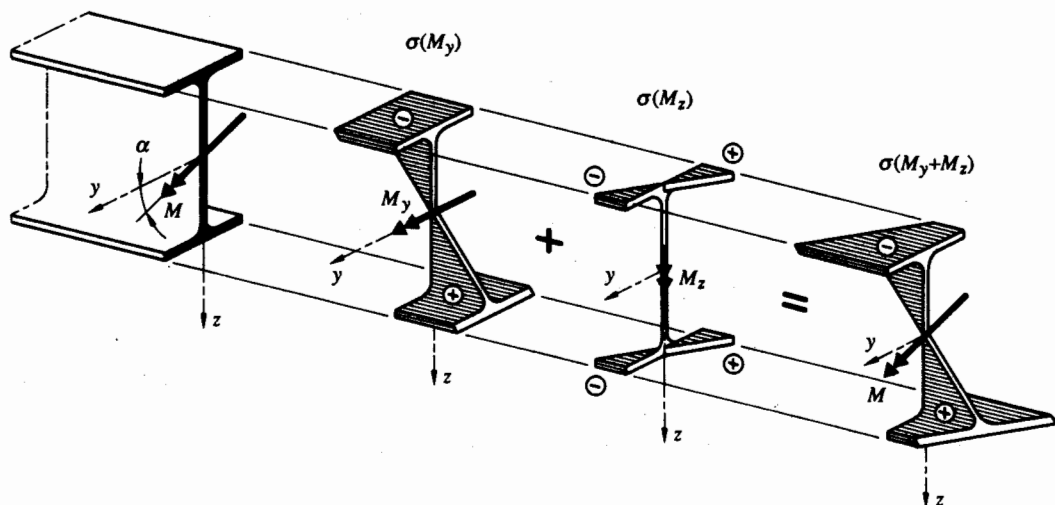


Fig. 4.11 Répartition élastique des contraintes dans une section en double té soumise à de la flexion gauche.

Examinons les particularités relatives à ce type de sollicitation, selon que l'état de contraintes est élastique ou plastique. Ces réflexions sont basées sur le fait que la condition d'équilibre donnée par (4.5 a) doit être satisfaite quel que soit l'état de contraintes de la section.

Dans le domaine élastique, la contrainte σ en un point quelconque de coordonnées y et z est donnée par la relation suivante, dans laquelle il faut être cohérent pour les signes positifs ou négatifs des différentes variables :

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \quad (4.14)$$

L'état limite élastique est atteint lorsque la contrainte σ est égale à la limite d'élasticité f_y en un point de la section. Sur le reste de la section, on a cependant encore partout une contrainte inférieure à la limite d'élasticité; cela s'exprime par la relation suivante si l'on admet que la limite d'élasticité f_y est une valeur numérique sans signe et que la contrainte σ peut être de signe positif ou négatif :

$$|\sigma| < f_y \quad (4.15)$$

La combinaison de (4.14) et (4.15) pour le cas particulier des points situés sur les fibres extrêmes de la section (pour lesquels $I_y/z = W_y$ et $I_z/y = W_z$) permet d'établir l'expression suivante pour caractériser l'état limite élastique :

$$\left| \frac{M_y}{W_y} - \frac{M_z}{W_z} \right| \leq f_y \quad (4.16)$$

Un exemple d'un état de contrainte élastique possible satisfaisant cette condition est montré à la figure 4.11 pour le cas particulier d'un profilé laminé en double té.

En divisant (4.16) par f_y , on peut également écrire cette expression de la façon suivante :

$$\left| \frac{M_y}{M_{ely}} - \frac{M_z}{M_{elz}} \right| \leq 1.0 \quad (4.17)$$

M_{ely} : moment élastique selon l'axe y ($M_{ely} = f_y W_y$)

M_{elz} : moment élastique selon l'axe z ($M_{elz} = f_y W_z$)

Cette formulation a l'avantage de permettre une représentation aisée de l'action conjointe de M_y et M_z à l'aide de courbes d'interaction, telles qu'elles sont montrées en trait continu à la figure 4.12 pour un profilé laminé en double té HEA 300 et une cornière à ailes inégales L 150·75·9. Ceci met en évidence le comportement différent du profilé HEA et de la cornière car les axes principaux d'inertie de cette dernière ne correspondent pas aux axes y et z.

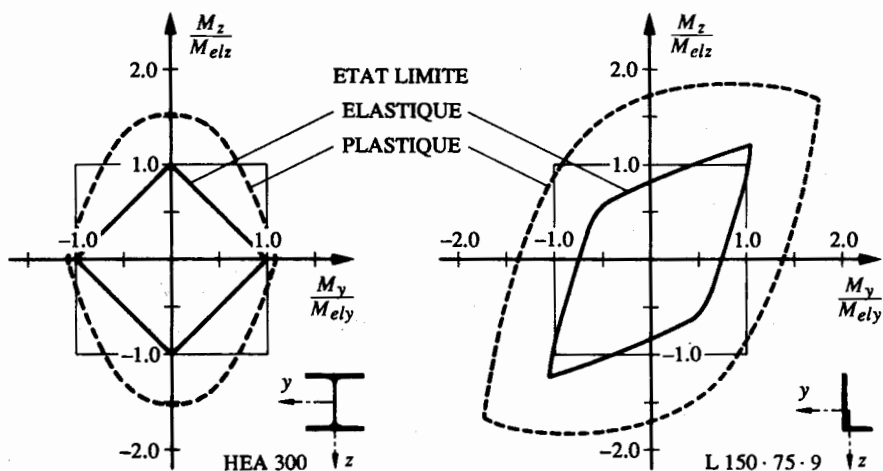


Fig. 4.12 Diagrammes d'interaction dus à de la flexion gauche.

L'état limite plastique se caractérise, quant à lui, par le fait que la contrainte est, en tous points de la section, égale à la limite d'élasticité f_y , soit en traction (signe positif), soit en compression (signe négatif). Pour respecter l'équilibre de la section (qui est, rappelons-le, soumise uniquement à un moment de flexion, et par conséquent à aucun effort normal), la somme des résultantes des contraintes agissant sur les parties comprimées et tendues doit être, compte tenu de leurs signes, nulle. Cela signifie en fait que les aires des parties de la section tendues et comprimées sont identiques :

$$A_t = A_c \quad (4.18)$$

A_t : aire totale des parties de la section tendues

A_c : aire totale des parties de la section comprimées

Un exemple d'un état de contrainte plastique possible satisfaisant cette condition est donné à la figure 4.13 pour le cas particulier d'un profilé laminé en double té. Cette répartition plastique des contraintes (valable pour autant que le moment de flexion selon l'axe y corresponde au moins à la plastification complète de l'âme) montre en fait qu'une partie de la section, un double té réduit, reprend le moment M_y , tandis que le moment M_z est repris par l'autre partie de la section (en l'occurrence par les quatre extrémités des ailes). Les moments plastiques réduits de ces deux parties de la section sont respectivement :

$$M_{ply,Mz} = M_{ply} - 4f_y a t \left(\frac{h-t}{2} \right) \quad (4.19 a)$$

$$M_{plz,My} = 4f_y a t \left(c - \frac{a}{2} \right) \quad (4.19 b)$$

- $M_{ply,Mz}$: moment plastique selon l'axe y réduit à cause de M_z
 $M_{plz,My}$: moment plastique selon l'axe z réduit à cause de M_y
 M_{ply} : moment plastique selon l'axe y de la section complète
 a : largeur de l'extrémité des ailes mobilisée pour la flexion selon l'axe z

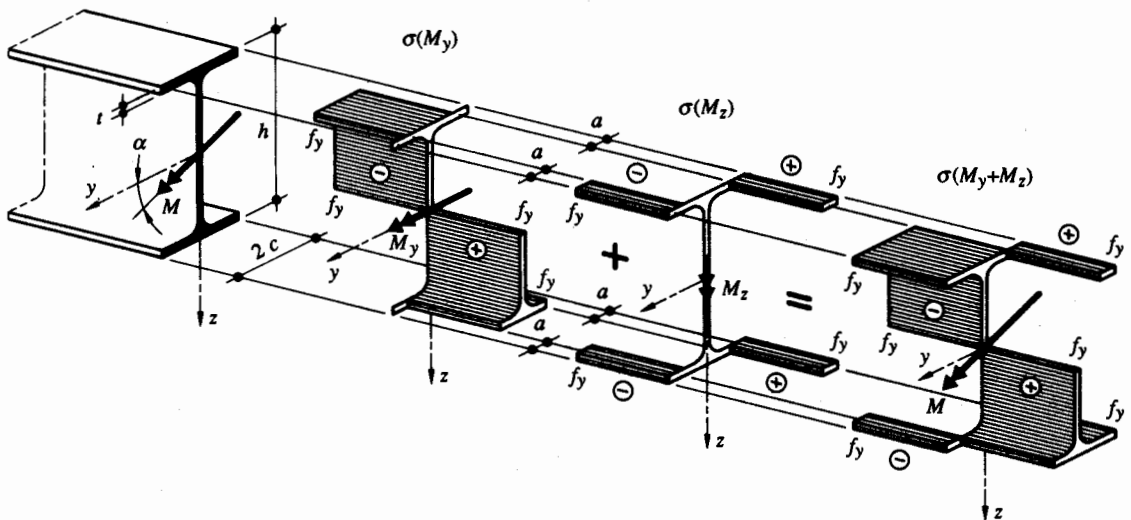


Fig. 4.13 Répartition plastique des contraintes dans une section en double té soumise à de la flexion gauche.

La valeur de a , a priori inconnue, doit être déterminée de telle façon que le rapport $M_{plz,My} / M_{ply,Mz}$ soit égal au rapport M_z / M_y . Les relations (4.20) permettent alors d'obtenir une équation du deuxième degré en a :

$$(2t)a^2 - [2t(h-t)\operatorname{tg}\alpha + 4tc]a + Z_y \operatorname{tg}\alpha = 0 \quad (4.20)$$

Une fois la valeur de a obtenue à partir de (4.20), on tire de (4.19) les valeurs de $M_{ply,Mz}$ et $M_{plz,My}$. La résultante de ces deux moments (addition vectorielle) correspond alors à la résistance ultime à la flexion M_R qui s'exprime par le moment plastique M_{plg} en flexion gauche :

$$M_{plg} = \sqrt{(M_{ply,Mz})^2 + (M_{plz,My})^2} \quad (4.21)$$

Cette procédure permet d'établir des courbes d'interaction à l'état limite plastique entre les composantes M_y et M_z du moment de flexion gauche. Les courbes correspondant au profilé laminé en double té HEA 300 et à la cornière à ailes inégales L 150-75-9 sont données en traits discontinus sur la figure 4.12, sur laquelle les courbes d'interaction élastique étaient déjà reportées. La comparaison avec ces dernières montre que la prise en compte du comportement plastique de la section permet d'obtenir une résistance à la flexion gauche sensiblement plus élevée que si l'on se limitait à un calcul élastique.

En revenant au calcul élastique, l'application du principe général de vérification donné par (4.1) au cas particulier de la flexion gauche selon la *formule d'interaction élastique* (4.17) conduit à la relation suivante :

$$\left| \frac{M_{dy}}{M_{ely}\gamma_R} - \frac{M_{dz}}{M_{elz}\gamma_R} \right| \leq 1.0 \quad (4.22)$$

M_{dy} : valeur de dimensionnement du moment de flexion selon l'axe y

M_{dz} : valeur de dimensionnement du moment de flexion selon l'axe z

Pour l'état limite plastique, la norme SIA 161 donne la *formule d'interaction plastique* suivante, valable pour les sections en double té bisymétriques :

$$\left(\frac{M_{dy}}{M_{ply}\gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{M_{dz}}{M_{plz}\gamma_R} \right)^{1.1} \leq 1.0 \quad (4.23)$$

M_{dy} : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment selon l'axe y

M_{dz} : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment selon l'axe z

M_{ply} : moment plastique selon l'axe y

M_{plz} : moment plastique selon l'axe z

Une comparaison entre (4.22) et (4.23) permettrait de voir, de façon similaire à ce qui est montré à la figure 4.12, que le gain de résistance apporté par un calcul plastique de la section peut être significatif.

L'Eurocode 3 (§ 5.4.8.1) propose, pour le cas de la flexion gauche, une *formule d'interaction* similaire à (4.23) :

$$\left(\frac{M_{y,Sd}}{M_{pl,y}} \right)^\alpha + \left(\frac{M_{z,Sd}}{M_{pl,z}} \right)^\beta \leq 1.0$$

$M_{y,Sd}$: valeur de dimensionnement du moment selon l'axe y

$M_{z,Sd}$: valeur de dimensionnement du moment selon l'axe z

$M_{pl,y}$: moment plastique selon l'axe y

$M_{pl,z}$: moment plastique selon l'axe z

Les valeurs de α et β sont définies selon le type de sections utilisées. Il convient de souligner que les coefficients partiels de sécurité sont compris dans la définition de $M_{pl,y}$ et $M_{pl,z}$.

Exemple 4.5 Flexion gauche

Soit une poutre simple constituée d'un profilé IPE 200 en acier Fe E 235 d'une portée $l = 3.5$ m, sollicitée par une charge uniformément répartie $q_d = 15$ kN/m inclinée d'un angle $\alpha = 18^\circ$ par rapport à la verticale (fig. 4.14).

Calculer le moment plastique en flexion gauche M_{plg} et vérifier que la section est suffisante. Faire également ce contrôle en utilisant la formule d'interaction plastique (4.23).

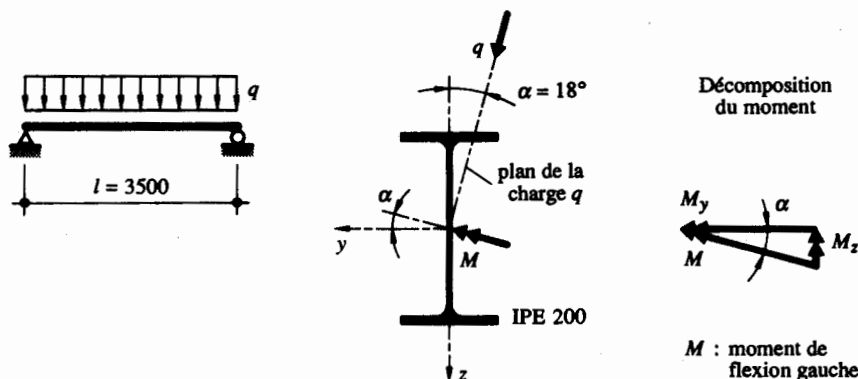


Fig. 4.14 Poutre simple soumise à la flexion gauche.

On détermine tout d'abord les valeurs de dimensionnement du moment de flexion selon les deux axes principaux y et z de la section. On calcule ensuite la part de résistance à la flexion selon ces deux axes, soit la valeur a et les moments $M_{ply,Mz}$ et M_{plz,M_y} , puis le moment plastique en flexion gauche M_{plg} de la section à l'aide de (4.21).

Valeur de dimensionnement des sollicitations

$$M_d = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{15 \text{ kN/m} (3.5 \text{ m})^2}{8} = 23.0 \text{ kNm}$$

$$M_{dy} = M_d \cos \alpha = 21.9 \text{ kNm}, \quad M_{dz} = M_d \sin \alpha = 7.11 \text{ kNm}$$

Résistance de la section

$$M_{ply} = f_y Z_y = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 220 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 51.7 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 51.7 \text{ kNm}$$

$$M_{plz} = f_y Z_z = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 44.7 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 10.5 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 10.5 \text{ kNm}$$

Calcul du moment plastique en flexion gauche

En résolvant (4.20) avec les valeurs particulières de cet exemple, on obtient $a = 32$ mm. On peut ainsi établir, selon (4.19), $M_{ply,Mz} = 27.2$ kNm et $M_{plz,M_y} = 8.69$ kNm. Le moment de flexion gauche vaut alors (4.21) :

$$M_{plg} = \sqrt{(M_{ply,Mz})^2 + (M_{plz,M_y})^2} = \sqrt{(27.2 \text{ kNm})^2 + (8.69 \text{ kNm})^2} = 28.5 \text{ kNm}$$

Vérification de la résistance

- Avec le moment plastique en flexion gauche M_{plg} :

$$M_d = 23.0 \text{ kNm} \leq \frac{M_{plg}}{\gamma_R} = \frac{28.5 \text{ kNm}}{1.1} = 25.9 \text{ kNm}$$

- Avec la formule d'interaction plastique (4.23) :

$$\left(\frac{M_{dy}}{M_{ply} / \gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{M_{dz}}{M_{plz} / \gamma_R} \right)^{1.1} = \left(\frac{21.9 \text{ kNm}}{51.7 \text{ kNm} / 1.1} \right)^2 + \left(\frac{7.11 \text{ kNm}}{10.5 \text{ kNm} / 1.1} \right)^{1.1} = 0.94 \leq 1.0$$

La résistance du profilé est donc suffisante, quelle que soit la méthode de vérification employée.

4.4 Résistance à un effort tranchant

La contrainte tangentielle τ due à un effort tranchant V agissant sur une section ouverte à parois minces est donnée (vol. 2) par la formule générale suivante :

$$\tau = \frac{VS'}{It} \quad (4.24)$$

- V : effort tranchant (toujours pris en valeur absolue, son signe n'ayant pas de signification particulière)
 S' : moment statique de la section partielle A' située au-dessus de l'endroit où la contrainte tangentielle τ est calculée
 I : inertie de l'ensemble de la section
 t : épaisseur de la section où la contrainte tangentielle τ est calculée

La relation (4.24) est valable tant que la contrainte tangentielle τ reste inférieure à la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y . Cette dernière s'obtient en appliquant le critère de von Mises (2.32 a) :

$$\tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (4.25)$$

L'état limite élastique correspond à la situation où la contrainte tangentielle maximale τ_{max} (au point où le rapport S'/I est maximal) est égale à la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y . Pour les profilés laminés en double té (fig. 4.15), la contrainte tangentielle maximale τ_{max} est atteinte à l'axe neutre de flexion. Cette particularité permet d'exprimer la relation suivante :

$$\tau_{max} = \frac{V_{el} S_y}{I_y d} = \tau_y \quad (4.26)$$

- V_{el} : résistance élastique à l'effort tranchant
 S_y : moment statique de la demi-section par rapport à l'axe de forte inertie y
 I_y : inertie de l'ensemble de la section selon l'axe de forte inertie y
 d : épaisseur de l'âme

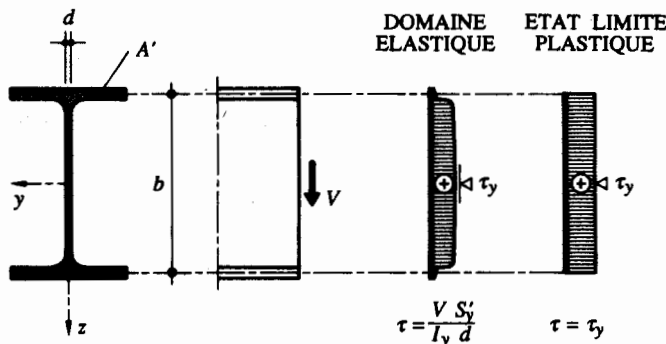


Fig. 4.15 Répartition des contraintes tangentielles dans une section en double té.

Pour être complet, il faut préciser que des contraintes tangentielles horizontales τ dues à l'effort tranchant V existent également dans les ailes des profilés en double té, comme d'ailleurs dans tout élément de section situé dans le plan de cisaillement (vol. 2). Ce type de contrainte peut toutefois être négligé pour les sections des profilés laminés étudiés dans ce volume.

De (4.26), on peut tirer la **résistance élastique à l'effort tranchant** V_{el} , valable pour l'état limite élastique :

$$V_{el} = \tau_y \frac{I_y d}{S_y} \quad (4.27)$$

La répartition élastique des contraintes tangentielles donnée à la figure 4.15 montre que ces dernières sont très faibles dans les ailes. On peut donc faire l'hypothèse que les ailes ne participent pas à la reprise de l'effort tranchant, qui est alors entièrement repris par l'âme du profilé, dans laquelle une répartition uniforme des contraintes tangentielles τ sur la hauteur b est admise (fig. 4.15) :

$$\tau = \frac{V}{A_w} \quad (4.28)$$

$A_w = b d$: aire conventionnelle de l'âme du profilé

Cette approximation considère en fait la plastification complète de l'âme, pour laquelle on admet une hauteur conventionnelle b supérieure à sa hauteur réelle afin de tenir compte de l'influence des congés du profilé. La résistance ultime V_R à un effort tranchant est ainsi atteinte lorsque la contrainte tangentielle τ obtenue avec (4.28) est égale à la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y . On peut donc exprimer cette résistance ultime par ce que nous appellerons la **résistance plastique à l'effort tranchant** V_{pl} :

$$V_{pl} = \tau_y A_w = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_w \quad (4.29)$$

L'Eurocode 3 (§ 5.4.6) utilise une relation similaire à (4.29), mais donne une définition de l'aire de cisaillement A_v (correspondant à A_w) dans laquelle interviennent le type de section et la direction de l'effort tranchant.

Exemple 4.6 Effort tranchant

Soit la console d'une voie de roulement d'un pont roulant sollicitée par une charge mobile produisant un effort tranchant maximal dont la valeur de dimensionnement V_d vaut 350 kN.

Déterminer le profilé en acier Fe E 235 de la série HEA nécessaire pour transmettre cet effort. On ne tiendra pas compte dans ce cas des problèmes d'instabilité.

Avec un calcul plastique de la résistance à l'effort tranchant, la section d'acier nécessaire pour reprendre V_d est obtenue à partir de (4.1) et (4.29) :

$$V_d \leq \frac{V_{pl}}{\gamma_R} = \frac{\tau_y A_w}{\gamma_R}, \text{ avec } \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{\sqrt{3}} = 135 \text{ N/mm}^2$$

$$A_w \geq \frac{\gamma_R V_d}{\tau_y} = \frac{1.1 \cdot 350 \cdot 10^3 \text{ N}}{135 \text{ N/mm}^2} = 2852 \text{ mm}^2$$

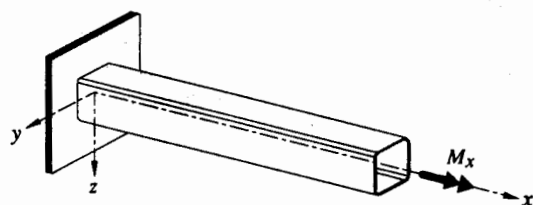
On prendra donc un HEA 340 ($A_w = 2980 \text{ mm}^2$).

4.5 Résistance à un moment de torsion

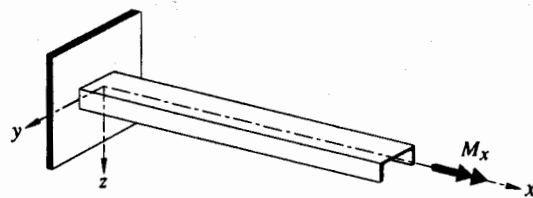
Les considérations données dans cette section se limitent à un rappel des notions de base relatives à la résistance en torsion. Elles serviront essentiellement pour l'étude de la torsion de voies de roulement de ponts roulants, de sections de ponts, ainsi que pour la théorie du déversement. Pour plus de détails concernant cette question, on se référera aux volumes 2 et 3 du *Traité de Génie Civil* et à la référence [4.1].

4.5.1 Modes de résistance à la torsion

La résistance à la torsion dépend de la géométrie de la section et du matériau qui la compose. Le moment de torsion M_x agissant sur une barre est équilibré par des efforts intérieurs de deux types bien distincts : le premier, qui est prépondérant dans les sections fermées (fig. 4.16(a)), est un flux de cisaillement fermé à l'intérieur de la section (et du matériau); le second, qui est prépondérant dans les sections ouvertes (fig. 4.16(b)) est composé de contraintes normales et de contraintes tangentielles induites par la variation de ces mêmes contraintes normales. La résistance à un moment de torsion est donc décomposée en deux modes de résistance : d'une part la torsion *uniforme* ou de *St-Venant* T_v (l'indice v provient de St-Venant) et d'autre part la torsion *non uniforme* T_w (indice w pour *Wölb*torsion en allemand ou *Warping Torsion* en anglais).



(a) Section fermée.



(b) Section ouverte.

Fig. 4.16 Moment de torsion appliqué à des barres de section fermée ou ouverte.

Dans le cas général, la résistance d'une barre sollicitée par un moment de torsion peut se décomposer en torsion uniforme et en torsion non uniforme : on dit alors qu'elle résiste en *torsion mixte*. Cependant, pour des raisons didactiques, il est préférable d'étudier séparément ces deux modes de résistance (qui recouvrent d'ailleurs chacun un grand nombre d'applications pratiques) et ensuite seulement la torsion mixte. C'est ainsi que la section 4.5 est structurée de la façon suivante :

- Paragraphe 4.5.2. Notions de base relatives à la résistance en torsion uniforme.
- Paragraphe 4.5.3. Notions de base relatives à la résistance en torsion non uniforme, appliquée au cas particulier de la barre à section en double té.
- Paragraphe 4.5.4. Notions de base relatives à la résistance en torsion mixte.

Pour bien distinguer entre les charges et la résistance, la terminologie suivante a été adoptée dans cette section, essentiellement pour éviter toute confusion de notation :

- M_x ou m_x : moment de torsion extérieur appliqué (il s'agit en quelque sorte d'une charge de torsion concentrée ou répartie),
- T : moment de torsion intérieur correspondant à la résistance à la torsion de la section,
- T_v et T_w : composantes respectivement uniforme et non uniforme de T .

Pour une question de simplification d'écriture, on utilisera cependant dans la suite de cette section la notion de moment de torsion pour désigner de façon indifférente M_x , m_x ou T .

4.5.2 Torsion uniforme

Hypothèses de base

Dans l'étude de la torsion uniforme, on admet les hypothèses fondamentales de la statique des barres et de la résistance des matériaux, c'est-à-dire :

- les déformations sont petites par rapport aux dimensions du corps (théorie du premier ordre),
- le matériau est continu, homogène et isotrope,
- la loi de Hooke ($\sigma = E \varepsilon$ et $\tau = G \gamma$) est applicable,
- les sections transversales conservent leur forme.

La déformation d'une barre soumise à un moment de torsion est caractérisée par l'angle de rotation $\varphi(x)$ d'une section située à l'abscisse x d'une section origine. Considérons un élément de barre de longueur dx soumis à un moment de torsion intérieur $T_v(x)$ (fig. 4.17). L'angle de rotation spécifique $\varphi'(x)$ est alors défini par la relation suivante, qui est l'équation différentielle de la torsion uniforme :

$$\varphi'(x) = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{T_v(x)}{GK} \quad (4.30)$$

- $T_v(x)$: moment de torsion intérieur à l'abscisse x
- G : module de glissement du matériau
- K : constante de torsion uniforme

La **constante de torsion** K est une caractéristique de la section (unité m^4 ou mm^4) qui permet d'établir le produit GK , appelé **rigidité de torsion**. La rigidité de torsion permet, en torsion uniforme, de déterminer les déformations angulaires de la section, sa rigidité (utile à l'analyse des phénomènes de

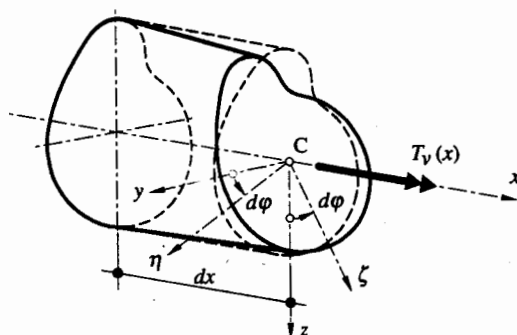


Fig. 4.17 Rotation due à un moment de torsion.

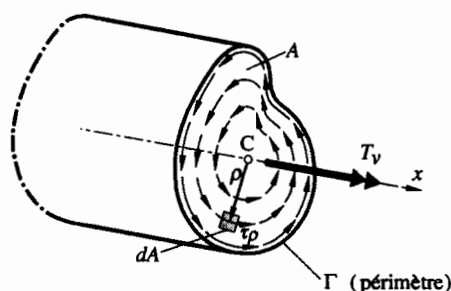
vibration) et les hyperstatiques de torsion. La rigidité à la torsion GK joue donc le même rôle, pour les sollicitations et les déformations de torsion, que la rigidité EI pour la flexion.

De façon analogue à la flexion, où $M_y = \int \sigma z dA$, la résistance des matériaux nous montre que le moment de torsion uniforme T_v correspond à la résultante du flux fermé de contraintes tangentielles dans la section (fig. 4.18 (a)). Il peut donc s'exprimer de la façon suivante :

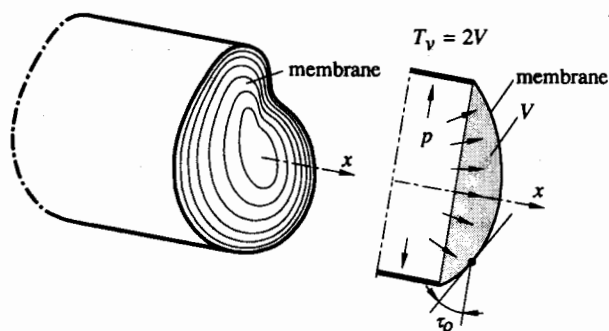
$$T_v = \int_A \tau_\rho \rho dA \quad (4.31)$$

ρ : distance entre le centre de cisaillement C et l'élément de section dA

τ_ρ : contrainte tangentielle sur l'élément de section dA



(a) Flux de contraintes tangentielles.



(b) Analogie de la membrane.

Fig. 4.18 Répartition des contraintes tangentielles et analogie de la membrane.

Il faut préciser que nous utilisons la terminologie **centre de cisaillement** (noté C) pour désigner le point de déformation angulaire nulle, autour duquel la section tourne si elle est soumise à un moment de torsion. Bien que les deux définitions soient équivalentes, nous avons préféré cette désignation à celle de «centre de torsion» pour une question de notation uniquement.

La détermination de la grandeur et de la répartition de ces contraintes tangentielles ne peut se faire d'une manière simple que pour le cas des barres à sections circulaires ou annulaires. Pour les autres sections, il est nécessaire de recourir à la théorie de l'élasticité. Cependant, la résolution du système d'équations fourni par cette théorie devenant très complexe dans le cas de sections quelconques (conditions aux limites), il est commode d'utiliser l'*analogie de la membrane* de Prandtl. Cette analogie, définie ci-après et illustrée à la figure 4.18(b), a l'avantage de donner une représentation simple de la répartition de ces contraintes :

- à une sollicitation de torsion T correspond l'action d'une pression uniforme p , perpendiculaire à la membrane,
- au moment de torsion correspond le double du volume compris entre la membrane déformée et le plan de section ($T = 2V$),
- aux lignes de niveau de la membrane, les contraintes de cisaillement s'écoulent tangentiellement et leur valeur absolue est égale à la pente de la membrane au point considéré.

A l'aide de cette analogie, il est possible de déterminer, en fonction des différentes formes des sections des barres, les deux inconnues du problème de la résistance en torsion uniforme qui sont :

- la constante de torsion K ,
- la valeur de la contrainte maximale τ_{max} du flux de contraintes tangentielles dans la section.

Comme [4.1] donne les détails de la procédure de calcul qui permet de déterminer ces valeurs, nous nous contenterons par la suite de ne donner que les résultats obtenus avec cette analogie.

Sections pleines

Dans le cas des sections pleines, l'analogie de la membrane permet d'établir la relation suivante pour la constante de torsion uniforme K (fig. 4.18) :

$$K = \frac{2 A T_v}{\oint \tau ds} \quad (4.32)$$

Γ

A : aire de la section

$\oint \tau ds$: intégrale des contraintes tangentielles τ le long du périmètre Γ de la section

Γ : périmètre de la section

Saint-Venant a proposé une relation permettant de déterminer de manière approximative la constante de torsion d'une section pleine de forme quelconque :

$$K \equiv \frac{A^4}{40 (I_y + I_z)} \quad (4.33)$$

A : aire de la section considérée

I_y : moment d'inertie par rapport à l'axe y

I_z : moment d'inertie par rapport à l'axe z

Cette relation, basée sur une section circulaire, est valable pour des sections pleines dont les dimensions sont à peu près les mêmes dans deux directions perpendiculaires. Elle s'applique de même avec une bonne précision aux sections dont une des dimensions est nettement supérieure à l'autre.

Sur la base de l'analogie de la membrane (qui permet de déterminer la grandeur et la direction des contraintes tangentielles), il est possible d'établir, pour les cas particuliers des sections circulaire et rectangulaire (fig. 4.19), les valeurs exactes de τ_{max} et de K données dans les tableaux 4.20 et 4.21. C'est ainsi que pour un rectangle mince ayant une hauteur h et une épaisseur t , la constante de torsion est donnée par :

$$K \cong \frac{1}{3} h t^3 \quad (4.34)$$

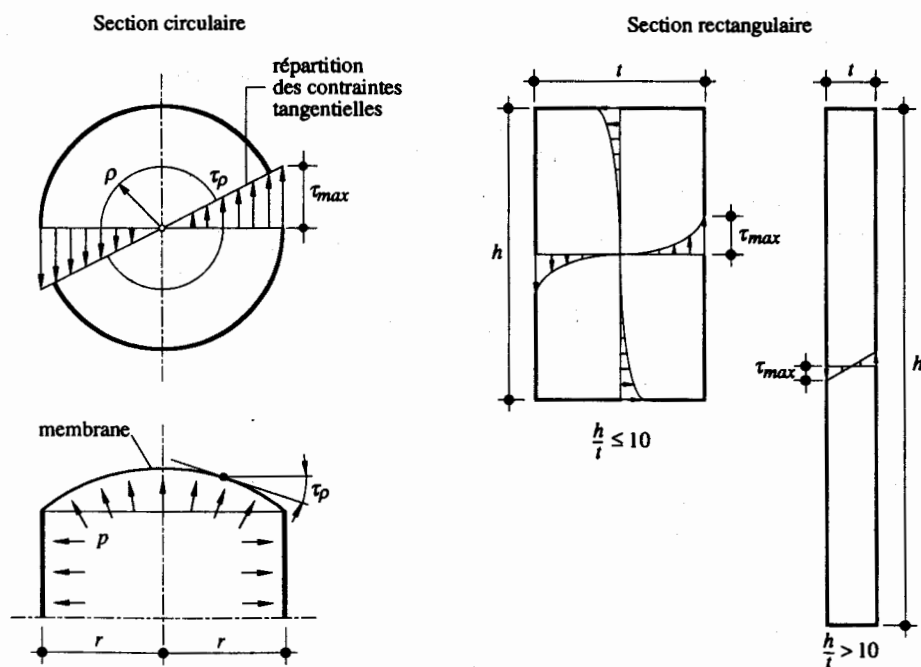


Fig. 4.19 Analogie de la membrane pour le cas particulier des sections circulaire et rectangulaire.

Tableau 4.20 Valeurs de τ_{max} et de K pour différents types de sections.

Section	τ_{max}	K
Circulaire de rayon r	$\frac{2}{\pi} \frac{T_v}{r^3}$	$\frac{\pi}{2} r^4$
Rectangulaire avec $h/t \leq 10$	$\frac{T_v}{\alpha h t^2}$	$\beta h t^3$
Rectangulaire avec $h/t > 10$	$\approx \frac{3}{2} \frac{T_v}{h t^2}$	$\approx \frac{1}{3} h t^3$

Coefficients α et β définis au tableau 4.21.

Tableau 4.21 Coefficients α et β .

h/t	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	4.0	6.0	8.0	10.0
α	0.208	0.231	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313
β	0.141	0.196	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313

Sections formées de plusieurs éléments pleins

Dans le cas des sections se composant de n éléments pleins d'aires A_i et de formes géométriques simples (on parle alors de *sections ouvertes*), on peut admettre que, si la forme de la section transversale est conservée, chaque élément situé à l'abscisse x subit la même rotation spécifique. La constante de torsion K de la section totale est donc égale à la somme des constantes de torsion K_i , déterminée avec (4.33), de chaque élément i :

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \quad (4.35)$$

Si la section est formée d'éléments rectangulaires étroits ($h/t > 10$) (on parle alors de *section ouverte à parois minces*), on peut écrire, sur la base de la valeur correspondante de K_i donnée par (4.34) :

$$K \equiv \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i t_i^3 \quad (4.36)$$

La valeur maximale τ_{max} de la contrainte tangentielle dans chaque élément i est alors donnée par l'équation suivante, basée sur le principe de l'analogie de la membrane :

$$\tau_{max} = \frac{T_y t_i}{K} \quad (4.37)$$

Profilés laminés

Dans le cas des profilés laminés, le rapport h/t des différents éléments qui les composent et l'influence des congés font que la valeur réelle de la constante K est toujours supérieure à celle donnée par (4.36). Si cette dernière relation est applicable avec une précision suffisante aux cornières, on se référera aux tables SZS C5 pour les valeurs de la constante de torsion K des autres types de profilés laminés.

Sections fermées à parois minces

Pour des sections fermées à parois minces, le moment de torsion uniforme T_y correspond à la résultante du flux fermé de contraintes tangentielles dans la paroi de la section. La valeur de ces contraintes est admise constante sur l'épaisseur de la paroi t , à condition que celle-ci soit mince. Cela peut s'expliquer avec l'analogie de la membrane, où l'on peut admettre pour une paroi mince que la pente

de la membrane (qui correspond à la contrainte tangentielle) est constante. Cette condition permet de définir le flux de contraintes tangentielles par la relation suivante (fig. 4.22) :

$$v = \tau(s) t(s) = \text{constante} \quad (4.38)$$

- v : flux de contraintes tangentielles
 s : abscisse curviligne
 $\tau(s)$: contrainte tangentielle à l'abscisse s
 $t(s)$: épaisseur de la paroi à l'abscisse s

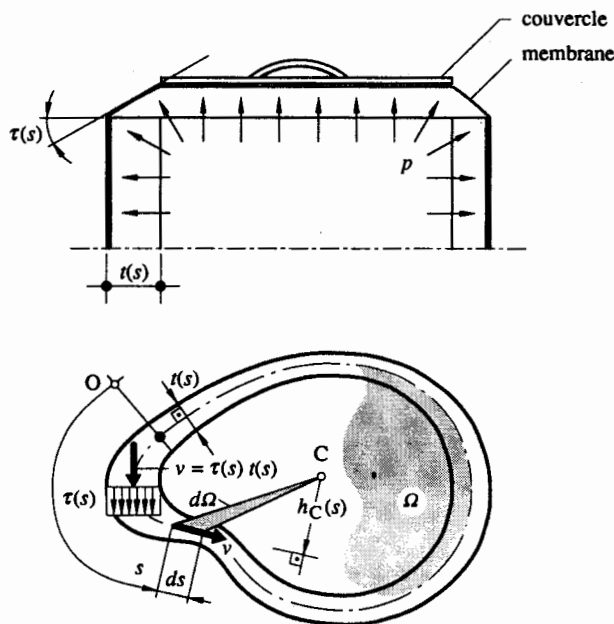


Fig. 4.22 Analogie de la membrane et contraintes τ d'une section fermée à parois minces.

Comme dans le cas des sections pleines, l'analogie de la membrane nous permet de déterminer la valeur du flux de contraintes tangentielles v , ainsi que la constante de torsion uniforme K pour une section fermée à parois minces (fig. 4.22) : il suffit de mettre un couvercle ayant la forme de l'intérieur de la section pour obliger la membrane à avoir une pente nulle sur l'intérieur de la section (puisqu'elle ne reprend pas de contraintes). La part de torsion uniforme dT_v reprise par un élément de paroi de longueur ds correspond à :

$$dT_v = v \, ds \cdot h_C(s) \quad (4.39)$$

$h_C(s)$: distance normale du centre de cisaillement au vecteur $v \, ds$

Comme la part $d\Omega$ de l'aire délimitée par la fibre moyenne de l'élément de longueur ds vaut :

$$d\Omega = \frac{1}{2} h_C(s) \, ds \quad (4.40)$$

la part de torsion uniforme dT_v reprise par un élément de paroi de longueur ds peut s'exprimer ainsi :

$$dT_v = 2 \nu d\Omega \quad (4.41)$$

Cela permet de déterminer après intégration le flux de contraintes tangentielles ν :

$$\nu = \frac{T_v}{2 \Omega} \quad (4.42)$$

Ω : aire de la section délimitée par la fibre moyenne des parois

et par conséquent, avec (4.38), la contrainte tangentielle $\tau(s)$ à l'abscisse curviligne s :

$$\tau(s) = \frac{\nu}{t(s)} = \frac{T_v}{2 \Omega t(s)} \quad (4.43)$$

À l'aide de (4.32), où l'aire A correspond à l'aire Ω définie ci-dessus, il est ainsi possible de déterminer la constante de torsion K d'une section fermée à parois minces selon la relation suivante (formule de Bredt) :

$$K = \frac{4 \Omega^2}{\oint \frac{ds}{t(s)}} \quad (4.44)$$

Si la section est formée de n éléments à parois minces d'épaisseur constante, ce qui est en général le cas dans la construction courante, l'expression de la constante de torsion uniforme K donnée par (4.44) devient :

$$K = \frac{4 \Omega^2}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i}{t_i}} \quad (4.45)$$

La vérification d'une section soumise à un moment de torsion se fera sur la base de la relation suivante, dont le format est tout à fait analogue à la relation générale (4.1) :

$$M_{dx} \leq \frac{T_R}{\gamma_R} \quad (4.46)$$

M_{dx} : moment de torsion extérieur

T_R : résistance à la torsion (moment de torsion intérieur) ($T_R = T_v$ en cas de torsion uniforme seulement)

Les exemples 4.7 et 4.8 ci-après illustrent la théorie de la résistance en torsion uniforme développée dans ce paragraphe. Signalons que l'exemple 4.10, situé au paragraphe 4.6.6, applique le principe de dimensionnement en cas de résistance en torsion uniforme superposé à de la flexion et à du cisaillement, ce qui met directement en évidence ce qui se passe dans le cas d'une telle interaction d'efforts.

Exemple 4.7 Constante de torsion uniforme

Calculer la constante de torsion uniforme des sept sections d'aires approximativement égales représentées à la figure 4.23.

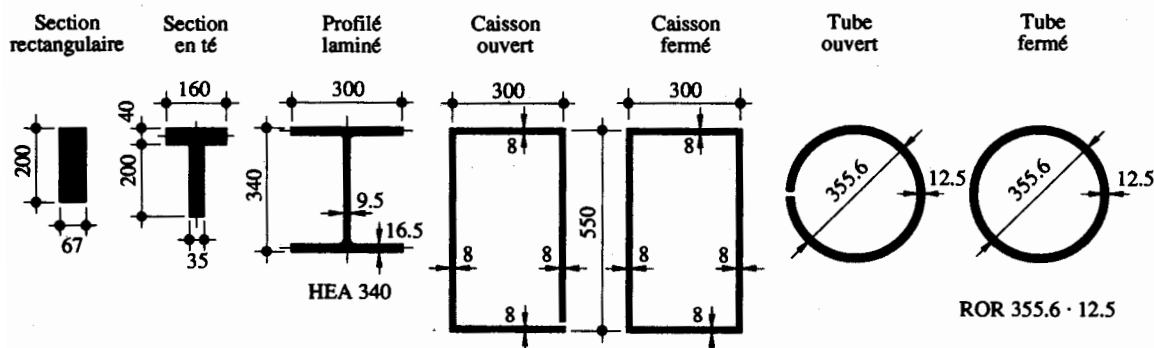


Fig. 4.23 Différents types de sections pour le calcul de la constante de torsion uniforme.

Sections rectangulaire, en té et en double té HEA 340

Les formules données précédemment à propos du calcul de la constante de torsion uniforme peuvent être généralisées à partir de (4.35) et du tableau 4.20 de la manière suivante :

$$K = \sum_{i=1}^n K_i = \sum_{i=1}^n \beta_i h_i t_i^3$$

Les dimensions des sections (on prendra systématiquement les dimensions à la fibre moyenne des éléments composant la section) permettent d'obtenir les valeurs du coefficient β tirées du tableau 4.21, et on peut ainsi déterminer les valeurs des constantes de torsion (tab. 4.24). On soulignera que les congés de raccordement ont été négligés dans le cas du profilé en double té HEA 340.

Tableau 4.24 Constantes de torsion uniforme (rectangle, té et double té).

Section	h_i [mm]	t_i [mm]	h_i / t_i	β_i	K_i [mm ⁴]	K [mm ⁴]
Rectangle	200	67	2.99	0.263	$15.82 \cdot 10^6$	$15.82 \cdot 10^6$
Té	aille	160	40	4.00	$2.88 \cdot 10^6$	$5.71 \cdot 10^6$
	âme	220	35	6.29	$2.83 \cdot 10^6$	
Double té	aille	300	16.5	18.2	$0.449 \cdot 10^6$	$0.988 \cdot 10^6$
	âme	313.5	9.5	33.0	$0.090 \cdot 10^6$	
	aille	300	16.5	18.2	$0.449 \cdot 10^6$	

La valeur de la constante de torsion du profilé HEA 340 tirée des tables SZS C5 montre que la rigidité réelle du profilé ($K = 1.29 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$) est d'environ 30 % supérieure à celle obtenue sur la base de (4.35) et du tableau 4.20. On constate également que sa résistance à la torsion uniforme est beaucoup plus petite que celle d'un rectangle de section équivalente (environ 12 fois dans le cas présent).

Sections en caisson

- Caisson ouvert :

Comme tous les éléments de la section sont à paroi mince avec un rapport $h/t > 10$, il s'agit d'appliquer (4.36) :

$$K = \sum_{i=1}^n K_i \cong \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i t_i^3 = \frac{1}{3} [2 [542 \text{ mm} (8 \text{ mm})^3 + 292 \text{ mm} (8 \text{ mm})^3] = 0.285 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- Caisson fermé :

Etant donné que la section est formée d'éléments à paroi mince d'épaisseur constante, on peut appliquer (4.45) :

$$K = \frac{4\Omega^2}{\sum_{i=1}^n \frac{s_i}{t_i}} = \frac{4 (542 \text{ mm} \cdot 292 \text{ mm})^2}{2 \left(\frac{542 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} + \frac{292 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} \right)} = 480.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Sections en tube circulaire

- Tube ouvert :

Par analogie avec (4.36), il est possible d'établir pour une telle section la relation suivante, où r correspond au rayon à l'axe de la paroi :

$$K = \frac{1}{3} \int_0^{2\pi r} r^3 ds = \frac{2\pi r t^3}{3} = \frac{2\pi \cdot 171.6 \text{ mm} (12.5 \text{ mm})^3}{3} = 0.702 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- Tube fermé (4.44) :

$$K = \frac{4\Omega^2}{\int_{\Gamma} \frac{ds}{t(s)}} = \frac{4(\pi r^2)^2}{\frac{2\pi r}{t}} = 2\pi r^3 t = 2\pi (171.6 \text{ mm})^3 \cdot 12.5 \text{ mm} = 396.9 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

On remarque donc que la valeur de la constante de torsion uniforme dépend fortement de la géométrie de la section ainsi que du fait si elle est ouverte ou non. Elle est beaucoup plus élevée dans le cas d'une section fermée (plus de 500 fois pour le cas de la section circulaire examinée ici).

Exemple 4.8 Barre encastree : torsion uniforme

Dimensionner la section de la poutre en porte-à-faux constituée d'un profilé creux RHS en acier Fe E 355, sollicitée en torsion pure par un moment M_x dont la valeur de dimensionnement vaut $M_{dx} = 20 \text{ kNm}$ (fig. 4.25).

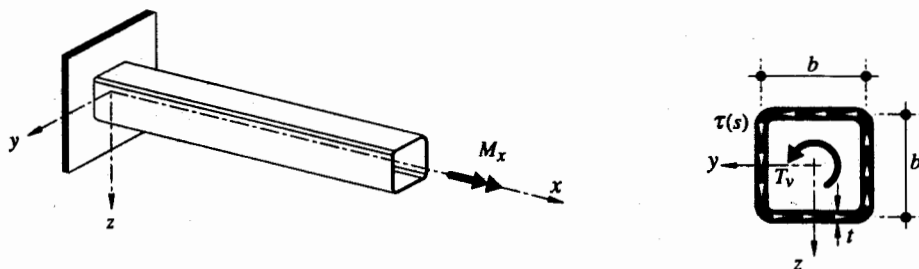


Fig. 4.25 Barre encastree résistante en torsion uniforme.

La contrainte tangentielle permettant d'équilibrer le moment extérieur M_{dx} est donnée par (4.43) :

$$\tau(s) = \frac{T_v}{2 \Omega t(s)}$$

La résistance ultime du profilé creux sera atteinte lorsque $\tau(s) = \tau_y$. La condition suivante devra alors être satisfaite (4.46) :

$$M_{dx} \leq \frac{T_R}{\gamma_R} = \frac{T_v}{\gamma_R} = \frac{2 \Omega t(s) \tau_y}{\gamma_R} = \frac{2 b^2 t \tau_y}{\gamma_R} \quad \text{d'où} \quad b^2 t \geq \frac{M_{dx} \gamma_R}{2 \tau_y}$$

Numériquement, on a, avec $\tau_y = f_y / \sqrt{3} = 355 \text{ N/mm}^2 / \sqrt{3} = 205 \text{ N/mm}^2$:

$$b^2 t \geq \frac{M_{dx} \gamma_R}{2 \tau_y} = \frac{20 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 1.1}{2 \cdot 205 \text{ N/mm}^2} = 53\,660 \text{ mm}^3$$

d'où on choisit un profilé creux RHS 100 · 100 · 6.3 ($b^2 t = 55\,310 \text{ mm}^3$).

4.5.3 Torsion non uniforme

Nous allons aborder maintenant l'étude d'une barre résistante en torsion non uniforme. Les efforts correspondant à ce mode de résistance ne peuvent se développer que si la section transversale, qui aimerait gauchir, voit son *gauchissement* empêché par des conditions d'appui adéquates. On dit qu'une section plane gauchit lorsqu'elle ne reste pas plane après déformation sous l'action d'un moment de torsion extérieur.

Le comportement d'une barre soumise à la torsion en fonction de sa section transversale est illustré à la figure 4.26. Les sections de la barre de section circulaire à paroi mince fermée restent planes, tandis que celles de la barre à section circulaire à paroi mince ouverte se déforment hors de leurs plans : elles gauchissent. Si ce gauchissement est empêché (section à $x = 0$), la section résiste uniquement en torsion non uniforme; ailleurs (pour $x > 0$), comme le gauchissement n'est que limité, la section résiste en torsion mixte, et à l'extrémité libre, la section résiste essentiellement en torsion uniforme.

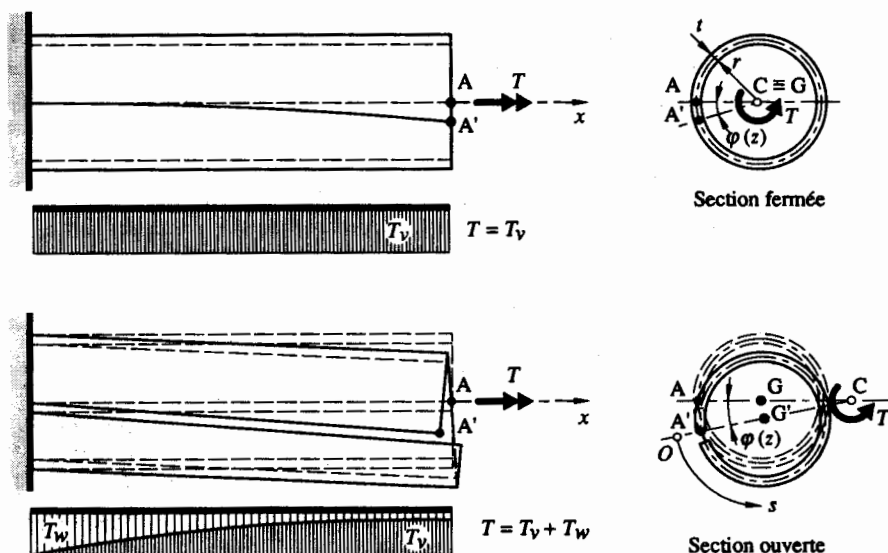


Fig. 4.26 Influence de la forme de la section sur le comportement à la torsion.

L'étude théorique complète de la torsion non uniforme étant abordé en détail dans le volume 3 du *Traité de Génie Civil*, nous nous contenterons de donner ici les principes de base nécessaires à l'étude de la résistance en torsion non uniforme d'une *barre à section en double té* soumise à l'action d'un moment de torsion extérieur.

Hypothèses

Dans l'étude de la torsion non uniforme, en plus des hypothèses fondamentales de la statique des barres (déjà répétées au début du paragraphe 4.5.2), nous admettons que :

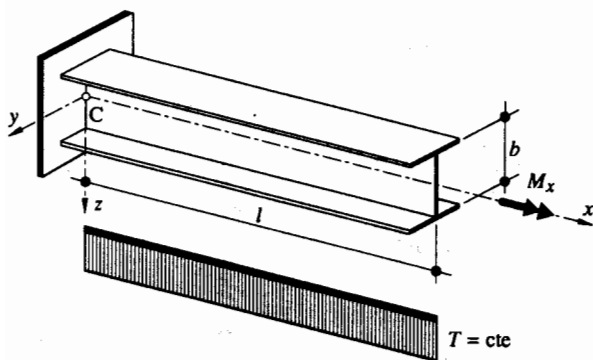
- les contraintes normales sont constantes sur l'épaisseur des parois (parois minces),
- les contraintes tangentielles agissant sur la ligne moyenne des éléments de parois sont considérées comme constantes sur l'épaisseur de celles-ci,
- la déformation due au cisaillement est négligeable.

Cas particulier d'une barre encastrée

Pour bien comprendre le phénomène de la torsion non uniforme, examinons le comportement d'une barre à section en double té de longueur l , encastrée à une extrémité et soumise à son extrémité libre à un moment de torsion M_x (fig. 4.27). Si nous représentons les déformations de la barre, nous constatons que la section située à l'abscisse x gauchit. Comme son appui (encastrement) limite le gauchissement de l'ensemble des sections de la barre (dans la mesure où la libre déformation des sections est empêchée), la barre résistera en torsion non uniforme. Les déformations étant petites (théorie du 1^{er} ordre), la figure 4.28 montre que la rotation de la section à l'abscisse x peut être décomposée en :

- une rotation propre $\varphi(x)$ des éléments constituant la section, qui engendre un flux fermé de contraintes tangentielles τ_v dans chaque élément de la section, qui, intégré sur ceux-ci, constitue le moment de torsion uniforme T_v ;
- une translation $v_{sup}(x)$, respectivement $v_{inf}(x)$, des deux ailes du profilé, correspondant à des déformations de flexion dans leur propre plan dues à la torsion non uniforme.

Description générale



Déformation à l'abscisse x

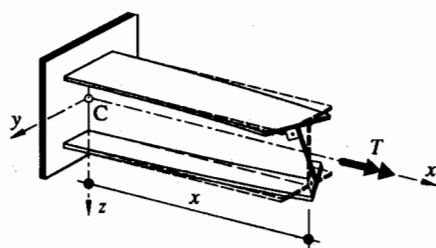


Fig. 4.27 Exemple de la barre à section en double té.

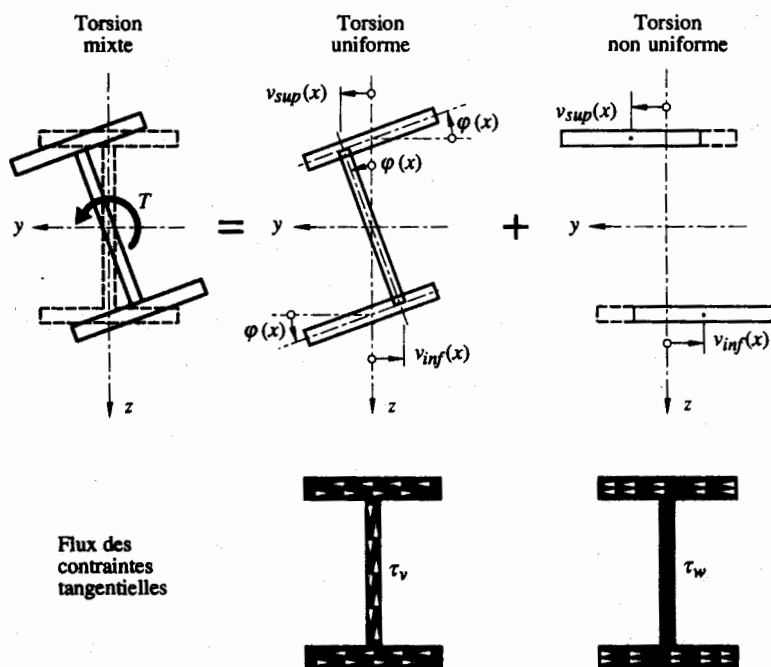


Fig. 4.28 Décomposition des déformations de la section et contraintes tangentielles correspondantes.

Les contraintes normales σ_w et tangentielles τ_w qui sont liées aux translations des ailes représentent l'état de contraintes dû à la torsion non uniforme (fig. 4.29). Le couple engendré par les contraintes tangentielles τ_w constitue le moment de torsion non uniforme T_w .

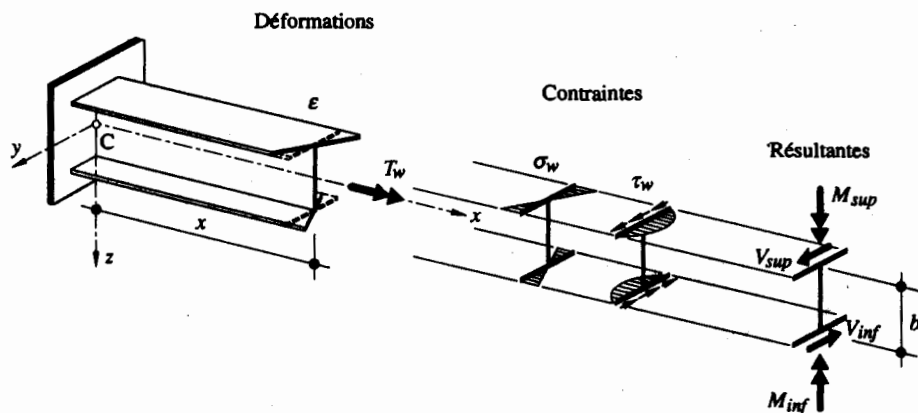


Fig. 4.29 Déformations et contraintes résultant de la flexion des ailes.

Le cas particulier de la barre à section en double té encastrée à une extrémité examiné ici permet de mettre en évidence qu'un profilé à section en double té résiste en torsion mixte : le moment de torsion T est la résultante des moments de torsion uniforme T_v et non uniforme T_w . C'est ce dernier mode de résistance qui est examiné dans la suite de ce paragraphe, toujours appliqué au cas de la barre à section en double té.

Equation différentielle de la torsion non uniforme

La résistance en torsion non uniforme d'une barre à section en double té peut être étudiée en tant que flexion des ailes dans leur propre plan. La figure 4.29 montre que les résultantes des contraintes normales σ_w et tangentielles τ_w correspondent à un moment de flexion M_{sup} et M_{inf} ainsi qu'à un effort de cisaillement V_{sup} et V_{inf} s'appliquant respectivement sur les ailes supérieure et inférieure. Les relations correspondant à cette flexion s'expriment alors ainsi (en l'occurrence pour l'aile supérieure) :

$$\frac{d^2 v_{sup}(x)}{dx^2} = v_{sup}''(x) = - \frac{M_{sup}}{E I_{fz}} \quad (4.47 \text{ a})$$

$$+ v_{sup}(x) = \varphi(x) \frac{b}{2} \quad (4.47 \text{ b})$$

$$V_{sup} = \frac{dM_{sup}}{dx} = - (v_{sup}''(x) E I_{fz})' \quad (4.47 \text{ c})$$

I_{fz} : moment d'inertie par rapport à l'axe z d'une aile

Comme la barre est prismatique, on peut écrire :

$$M_{sup} = - \varphi''(x) E I_{fz} \frac{b}{2} \quad (4.48 \text{ a})$$

$$V_{sup} = - v_{sup}'''(x) E I_{fz} = - \varphi'''(x) E I_{fz} \frac{b}{2} \quad (4.48 \text{ b})$$

Le moment de torsion non uniforme T_w est alors équivalent au couple des efforts tranchants V_{sup} et V_{inf} :

$$T_w = V_{sup} b = - \varphi'''(x) E I_{fz} \frac{b^2}{2} \quad (4.49)$$

Comme l'inertie de l'âme par rapport à l'axe z est négligeable, on peut exprimer l'inertie I_{fz} d'une aile comme étant égale à la moitié de celle de la section totale ($I_{fz} \equiv I_z/2$). Si de plus, nous définissons comme suit le **moment d'inertie sectoriel** I_ω d'un profilé laminé en double té,

$$I_\omega = I_z \frac{b^2}{4} \equiv I_{fz} \frac{b^2}{2} \quad (4.50)$$

nous obtenons la formulation suivante pour l'équation différentielle de la torsion non uniforme, valable d'ailleurs de façon générale :

$$T_w(x) = - E I_\omega \varphi'''(x) \quad (4.51)$$

Notion de gauchissement et de bimoment

Nous avons vu, dans le cas d'une barre à section en double té, que le couple de forces (V_{inf} et V_{sup}) dans les ailes du profilé produit le moment de torsion non uniforme T_w . Ces forces, comme les moments de flexion dont elles dérivent, sont de sens opposés. Elles correspondent à l'effort tranchant résultant de la flexion des ailes dans leur propre plan. Les déformations et les contraintes engendrées par ces deux flexions dans la section d'abscisse x sont représentées à la figure 4.29.

Les ailes se déforment linéairement dans leurs plans (ϵ) selon la direction de l'axe x . Comme les flexions des ailes sont de sens opposés, la section ne reste pas plane, elle gauchit. Jusqu'à présent, nous avons analysé le comportement de chaque aile. Considérons maintenant le comportement global de la section. La barre n'étant soumise qu'à de la torsion pure, elle n'est sollicitée ni par des efforts normaux, ni par des moments de flexion. Dans chaque section, les trois conditions d'équilibre suivantes doivent donc être satisfaites :

$$N(x) = \int_A \sigma dA = 0 \quad (4.52 a)$$

$$M_y(x) = \int_A \sigma z dA = 0 \quad (4.52 b)$$

$$M_z(x) = \int_A \sigma y dA = 0 \quad (4.52 c)$$

Pour satisfaire ces équations, la somme des contraintes normales σ_w doit s'annuler dans chaque section : l'état de contraintes normales dû à σ_w est donc un état de contraintes auto-équilibré. Ainsi les moments de torsion extérieurs sollicitant les barres à section ouverte engendrent non seulement un flux de contraintes tangentielles τ_w , mais aussi des contraintes normales internes σ_w en équilibre dans chaque section.

Pour caractériser cet état de contraintes provoqué par le gauchissement empêché des sections, définissons le **bimoment de torsion** M_ω (unité kNm^2) comme une grandeur statique résultant de l'action d'ensemble des contraintes normales de la section. Dans le cas particulier de la barre à section en double té, nous pouvons le définir comme étant le couple des deux moments de flexion des ailes M_{sup} et M_{inf} (fig. 4.29) :

$$M_\omega = M_{sup} b \quad (4.53)$$

Comme le moment de flexion des ailes M_{sup} s'exprime, selon (4.47 c), de la façon suivante

$$M_{sup} = -E I_z v_{sup}''(x) = -E \frac{I_z}{2} v_{sup}''(x) \quad (4.54)$$

le bimoment de torsion M_ω peut s'énoncer, avec (4.47 b) et (4.50), comme suit :

$$M_\omega = -E \frac{I_z}{2} v_{sup}''(x) b = -E \frac{I_z}{2} \left(\varphi(x) \frac{b}{2} \right)'' b = -E \left(\frac{1}{4} b^2 I_z \right) \varphi''(x) = -E I_\omega \varphi''(x) \quad (4.55)$$

Détermination des contraintes

La détermination des contraintes σ_w et τ_w peut se faire en utilisant la notion de **coordonnée sectorielle normalisée** ω , définie comme le double de l'aire balayée par un rayon partant du centre de

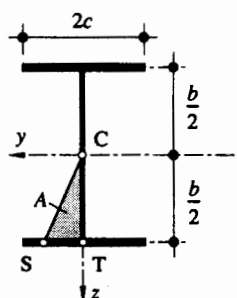
cisaillement (vol. 3). Dans le cas particulier de la barre à section en double té, la valeur de la coordonnée sectorielle normalisée peut être représentée pour tous les points $S(y,z)$ de l'aile par le double de la surface du triangle CST (fig. 4.30) :

$$\omega(y,z) = -yz \quad (4.56)$$

La répartition de la coordonnée sectorielle normalisée sur l'ensemble de la section est également donnée à la figure 4.30.

COORDONNÉES SECTORIELLES NORMALISÉES ω

Dans l'aile



$$\omega(y,z) = -yz = -y \cdot \frac{b}{2} = -2A$$

Sur l'ensemble de la section

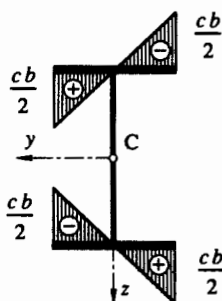
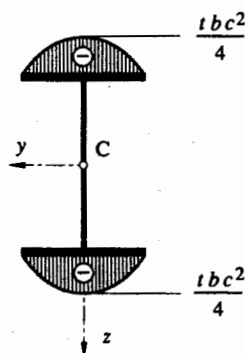
MOMENT STATIQUE SECTORIEL S_ω 

Fig. 4.30 Coordonnées sectorielles normalisées ω et moment statique sectoriel S_ω d'un profilé à section en double té.

Les contraintes normales longitudinales σ_w et tangentielles τ_w dérivant de la variation de σ_w s'établissent alors sur la base des équations suivantes, analogues à celles donnant les contraintes dues à un moment de flexion,

$$\sigma_w(y,z) = \frac{M_\omega}{I_\omega} \omega(y,z) \quad (4.57 a)$$

$$\tau_w = - \frac{T_w S_\omega}{t I_\omega} \quad (4.57 b)$$

dans lesquelles le moment statique sectoriel S_ω et le moment d'inertie sectoriel I_ω sont définis de la façon suivante :

$$S_\omega = \int_A \omega(y,z) dA \quad (4.58 a)$$

$$I_\omega = \int_A \omega(y,z)^2 dA \quad (4.58 b)$$

Dans le cas particulier d'une section en double té, la valeur maximale du moment statique sectoriel (fig. 4.30) et l'inertie sectorielle (avec (4.50)) valent respectivement :

$$S_{\omega, \max} = -\frac{1}{4} t b c^2 \quad (4.59 a)$$

$$I_{\omega} = \frac{1}{3} t b^2 c^3 \quad (4.59 b)$$

La définition complète et détaillée de ces notions est donnée dans le volume 3 du Traité de Génie Civil, tandis que leur application aux sections de ponts se trouve dans le volume 12. De plus, l'exemple 4.11, situé au paragraphe 4.6.6, applique le principe de dimensionnement en cas de résistance en torsion non uniforme superposé à de la flexion et à du cisaillement, ce qui met directement en évidence ce qui se passe dans le cas d'une telle interaction d'efforts.

4.5.4 Torsion mixte

Equation différentielle de la torsion mixte

Dans l'étude de la résistance en torsion uniforme, nous avons défini le moment de torsion intérieur T_v par (4.30), qu'on peut exprimer ici par :

$$T_v(x) = GK \varphi'(x) \quad (4.60)$$

Dans l'étude de la résistance en torsion non uniforme, le moment de torsion intérieur T_w a été défini par (4.51), qui s'exprime de façon générale pour une barre à section non prismatique de la façon suivante :

$$T_w(x) = (-EI_{\omega} \varphi''(x))' \quad (4.61)$$

Comme la résistance à la torsion T est en fait égale à la somme des moments de torsion uniforme T_v et non uniforme T_w

$$T = T_v(x) + T_w(x) \quad (4.62)$$

la résistance à la torsion T peut s'exprimer pour le cas général de la torsion mixte, avec (4.60) et (4.61), de la façon suivante :

$$T = GK \varphi'(x) - (EI_{\omega} \varphi''(x))' \quad (4.63)$$

En exprimant la condition d'équilibre d'un élément de barre de longueur dx sur lequel agit un moment de torsion réparti m_x (fig. 4.31), on obtient la relation suivante

$$-\frac{dT}{dx} = m_x \quad (4.64)$$

qui permet, avec (4.63), d'établir l'équation différentielle de la torsion mixte, valable pour le cas général d'une barre à section non prismatique :

$$(EI_{\omega} \varphi''(x))' - (GK \varphi'(x))' = m_x \quad (4.65)$$

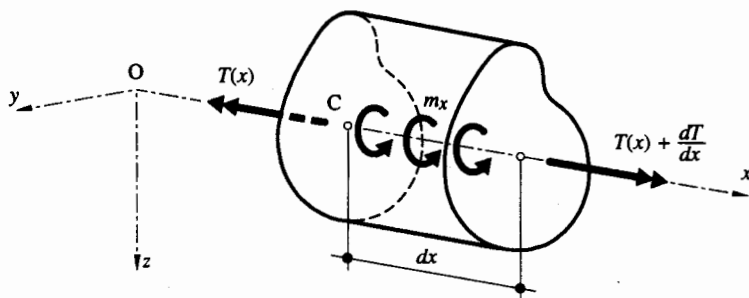


Fig. 4.31 Equilibre d'un élément dx .

Pour le cas particulier d'une barre à section prismatique telle qu'une section à double té (EI_{ω} et GK constantes), (4.65) peut s'exprimer par l'équation différentielle inhomogène du quatrième ordre à coefficients constants suivante :

$$EI_{\omega} \varphi''''(x) - GK \varphi''(x) = m_x \quad (4.66)$$

Cas particulier d'une barre encastree

Reprenons l'exemple examiné au paragraphe 4.5.3 de la barre à section en double té encastree à une extrémité et sollicitée à son extrémité libre par un moment de torsion M_x (fig. 4.27), pour étudier cette fois-ci sa résistance en torsion mixte. Comme le moment de torsion m_x est nul (M_x est appliqué à l'extrémité libre de la barre, ce qui fait que le moment de torsion T est constant le long de celle-ci), l'équation différentielle (4.66) peut s'écrire :

$$EI_{\omega} \varphi''''(x) - GK \varphi''(x) = 0 \quad (4.67)$$

Il s'agit dans ce cas d'une équation différentielle homogène du quatrième ordre, dont la solution générale est de la forme :

$$\varphi(x) = C_1 + C_2 \frac{x}{l} + C_3 \operatorname{ch}\left(\chi \frac{x}{l}\right) + C_4 \operatorname{sh}\left(\chi \frac{x}{l}\right) \quad (4.68)$$

- χ : rapport des rigidités de torsion de la barre ($\chi = l \sqrt{GK / EI_{\omega}}$)
- l : longueur de la barre
- GK : rigidité de torsion uniforme
- EI_{ω} : rigidité de torsion non uniforme

Pour la barre encastree de la figure 4.27, les conditions aux limites $\varphi(x=0) = 0$, $\varphi'(x=0) = 0$, $\varphi''(x=l) = 0$ et $T(x=l) = T$ permettent de résoudre (4.68). On obtient ainsi :

$$\varphi(x) = \frac{Tl}{GK} \left(-\frac{1}{\chi} \operatorname{th} \chi + \frac{x}{l} + \frac{1}{\chi} \operatorname{th} \chi \operatorname{ch} \chi \frac{x}{l} - \frac{1}{\chi} \operatorname{sh} \chi \frac{x}{l} \right) \quad (4.69)$$

Les efforts intérieurs peuvent par conséquent s'exprimer par les relations suivantes

$$M_{\omega}(x) = -EI_{\omega} \varphi''(x) = \frac{Tl}{\chi} \left(-\operatorname{th} \chi \operatorname{ch} \chi \frac{x}{l} + \operatorname{sh} \chi \frac{x}{l} \right) \quad (4.70 \text{ a})$$

$$T_w(x) = M'_{\omega}(x) = T \left(-\operatorname{th} \chi \operatorname{sh} \chi \frac{x}{l} + \operatorname{ch} \chi \frac{x}{l} \right) \quad (4.70 \text{ b})$$

$$T_v(x) = T - T_w(x) = T \left(1 + \operatorname{th} \chi \operatorname{sh} \chi \frac{x}{l} - \operatorname{ch} \chi \frac{x}{l} \right) \quad (4.70 \text{ c})$$

qui permettent de déterminer les contraintes σ_w , τ_w et τ_v avec respectivement (4.57) et (4.37).

Il est important de bien préciser que les relations ci-dessus ne sont valables que pour le cas particulier de la barre encastree à une extrémité et sollicitée à son extrémité libre par un moment de torsion. Pour les autres cas, il faudra résoudre numériquement (par exemple par différences finies) l'équation différentielle de la torsion mixte donnée par (4.65), selon le type de barre, de conditions d'appui et de mode de chargement.

Signalons que l'exemple 4.11, situé au paragraphe 4.6.3, applique le principe de dimensionnement en cas de résistance en torsion mixte superposé à de la flexion et à du cisaillement, ce qui met directement en évidence ce qui se passe dans le cas d'une telle interaction d'efforts.

4.6 Résistance sous interaction d'efforts

Nous avons établi dans les sections précédentes la résistance d'une section sollicitée séparément par un effort normal, un moment de flexion, un effort tranchant ou un moment de torsion. Comme une interaction de ces différents types d'efforts est courante, il est important d'étudier, et c'est le but de cette section, la résistance pour les différents cas de sollicitation combinée.

Pour ce faire, nous allons systématiquement distinguer par la suite un calcul élastique d'un calcul plastique de la résistance, afin de bien mettre en évidence les différences qui y sont rattachées. Nous considérons à chaque fois d'abord le cas de la section rectangulaire, qui s'applique par exemple aux sections de goussets ou de couvre-joints, avant de donner quelques détails concernant les profilés laminés en double té.

4.6.1 Principes

La résistance sous interaction d'efforts se base sur les principes suivants, déjà énoncés dans la section 4.1, mais rappelés ici pour mémoire :

- L'hypothèse de Navier-Bernoulli, à savoir que toute section plane avant déformation reste plane après déformation, est valable dans le domaine élastique pour les sections soumises à un effort normal ou à un moment de flexion.

- L'équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes est assurée pour toute section.
- Pour l'acier, la relation entre les déformations spécifiques ε et les contraintes σ est admise bilinéaire (fig. 4.1), avec comme contrainte maximale la limite d'élasticité f_y .

Dans le *domaine élastique*, les trois principes ci-dessus doivent être satisfaits. On peut donc déterminer en un point de coordonnées (y, z) la contrainte normale σ due à une interaction entre un effort normal N et des moments de flexion M_y et M_z à partir de la relation suivante, dans laquelle les signes des différentes variables sont à choisir de façon cohérente :

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{I_y} z - \frac{M_z}{I_z} y \quad (4.71)$$

En cas de superposition de contraintes normales σ et de contraintes de cisaillement τ , la notion de *contrainte de comparaison* σ_g peut alors être utilisée comme valeur de référence (critère de von Mises, (2.31 a)) :

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (4.72)$$

Dans le *domaine plastique*, le premier principe énoncé ci-dessus n'est pas respecté. Comme les deux autres principes doivent être satisfaits, l'état limite plastique se caractérise alors par une contrainte en tous points de la section égale soit à la limite d'élasticité f_y (en traction ou en compression), soit à la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y ou soit à la limite d'élasticité réduite f_{yr} selon le critère de von Mises (§ 4.6.3).

4.6.2 Moment de flexion et effort normal

L'état limite élastique est atteint lorsque la contrainte normale σ est égale, en un point de la section, à la limite d'élasticité f_y de l'acier. La figure 4.32 montre le cas particulier d'une section rectangulaire soumise simultanément à un moment de flexion autour d'un axe (en l'occurrence l'axe de forte inertie) et à un effort normal (on parle alors de *flexion composée*), avec notamment la répartition des contraintes dans le domaine élastique.

Pour le dimensionnement, la prise en compte du principe général de vérification donné par (4.1) modifie bien évidemment la formulation des équations données ci-dessus. Pour l'état limite élastique, l'utilisation de (4.71) pour la vérification de la sécurité structurale donne la relation suivante pour le cas général de la flexion gauche composée :

$$\sigma_d = \frac{N_d}{A} + \frac{M_{dy}}{W_y} - \frac{M_{dz}}{W_z} \leq \frac{f_y}{\gamma_R} \quad (4.73)$$

σ_d : valeur de dimensionnement de la contrainte σ

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal N

M_{dy} : valeur de dimensionnement du moment de flexion M_y

M_{dz} : valeur de dimensionnement du moment de flexion M_z

En divisant (4.73) par le rapport f_y/γ_R , on obtient la relation suivante, qui a l'avantage de montrer directement l'influence relative sur la résistance de l'effort normal et de la flexion :

$$\left| \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} + \frac{M_{dy}}{M_{ely}/\gamma_R} - \frac{M_{dz}}{M_{elz}/\gamma_R} \right| \leq 1.0 \quad (4.74)$$

N_{pl} : effort normal plastique

M_{ely} : moment élastique selon l'axe y

M_{elz} : moment élastique selon l'axe z

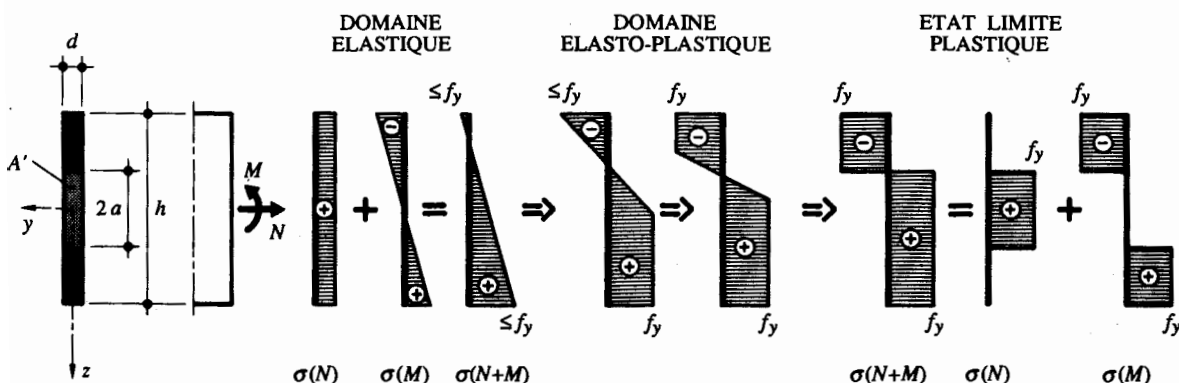


Fig. 4.32 Contraintes normales dans une section soumise à la fois à un moment de flexion et à un effort normal.

Le domaine élasto-plastique se caractérise quant à lui par une plastification graduelle de la section tout à fait semblable à ce qui se produit en cas de flexion simple (§ 4.3.1). La figure 4.32 montre deux répartitions de contraintes dans le domaine élasto-plastique qui mettent en évidence l'augmentation de la zone plastifiée de la section.

Pour l'état limite plastique, la résistance d'une section soumise à de la flexion pure est égale au moment plastique M_{pl} (sect. 4.3). Lorsque la section est sollicitée simultanément par un moment de flexion et un effort normal, on peut imaginer qu'une partie de la section reprend uniquement l'effort normal, tandis que le reste de la section reprend le moment de flexion. La plastification totale de la section aura donc lieu pour un moment inférieur à M_{pl} , appelé **moment plastique réduit** $M_{pl,N}$ (l'indice N veut dire que le moment plastique est réduit à cause d'un effort normal N). Ce type de raisonnement est applicable pour n'importe quelle section : nous l'illustrons ci-après pour le cas d'une interaction entre M_y et N d'abord pour une section rectangulaire puis pour un profilé laminé.

Section rectangulaire

La figure 4.32 montre une section rectangulaire soumise à de la flexion composée selon l'axe de forte inertie y . Le diagramme des contraintes correspondant à l'état de plastification totale de la section peut

être divisé en deux parties : une partie reprend l'effort normal, tandis que l'autre reprend le moment de flexion. Ceci peut s'exprimer par les relations suivantes :

$$N = f_y A' \quad (4.75 \text{ a})$$

$$M_{ply,N} = M_{ply} - M_{ply}' \quad (4.75 \text{ b})$$

A' : aire de la section partielle reprenant uniquement l'effort normal

$M_{ply,N}$: moment plastique selon l'axe y réduit à cause de N

M_{ply}' : moment plastique selon l'axe y de la section partielle A'

En introduisant les caractéristiques géométriques de la section dans (4.75), on peut obtenir une relation reliant le moment M et l'effort normal N . Pour le cas particulier de la section rectangulaire illustrée à la figure 4.32, (4.75 a) et (4.75 b) deviennent respectivement :

$$N = f_y (2 d a) \quad (4.76 \text{ a})$$

$$M_{ply,N} = M_{ply} - (f_y d a) a = M_{ply} - f_y d a^2 \quad (4.76 \text{ b})$$

Il est ainsi possible de tirer de (4.76 a) l'expression de a suivante

$$a = \frac{N}{2 f_y d} = \frac{N}{2 f_y d} \frac{h}{h} = \frac{h}{2} \frac{N}{N_{pl}} \quad (4.77)$$

$N_{pl} = f_y A = f_y d h$: effort normal plastique de la section

qui, introduite dans (4.76 b), permet d'exprimer le moment plastique réduit par la relation suivante, illustrée graphiquement à la figure 4.33 (a) :

$$M_{ply,N} = M_{ply} - f_y d \frac{h^2}{4} \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 = M_{ply} - M_{ply} \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 = M_{ply} \left[1 - \left(\frac{N}{N_{pl}} \right)^2 \right] \quad (4.78)$$

Pour le dimensionnement d'une section rectangulaire, le moment plastique réduit défini ci-dessus représente la résistance ultime qu'il s'agit de comparer aux sollicitations de la façon suivante :

$$M_d \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R} \quad (4.79)$$

Profilé laminé en double té

Des calculs similaires peuvent être effectués pour les profilés en double té, mais en raison de leur géométrie plus compliquée, les relations d'interaction sont plus complexes. Il est alors souvent plus aisé de représenter l'interaction entre un moment de flexion et un effort normal à l'aide de courbes d'interaction. La figure 4.33 (b) donne, à titre d'exemple, les courbes d'interaction théoriques pour un profilé laminé en double té fléchi selon son axe de forte ou de faible inertie.

Une démarche semblable peut être effectuée dans le cas de l'interaction entre un moment selon l'axe de forte inertie, un moment selon l'axe de faible inertie et un effort normal (on parle alors de *flexion*

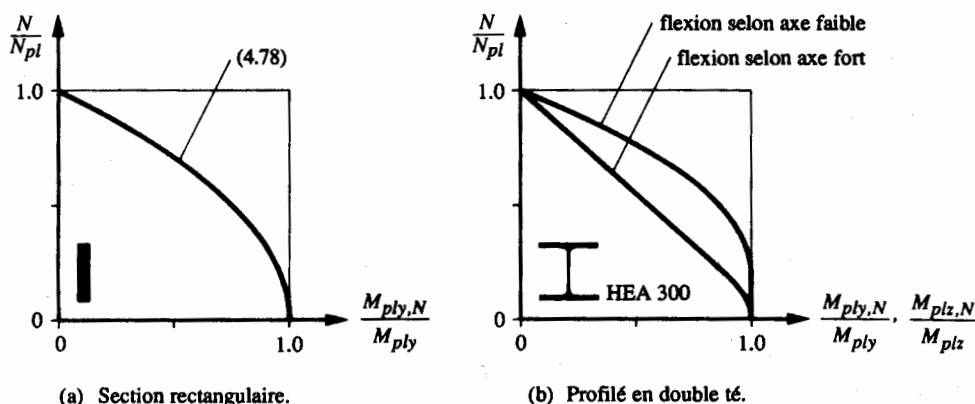


Fig. 4.33 Exemples de courbes d'interaction entre la flexion et l'effort normal pour une section rectangulaire et un profilé en double té.

gauche composée). Là aussi, les relations analytiques deviennent vite très compliquées, et l'interaction entre les moments de flexion M_y, M_z et l'effort normal N est donnée en général sous forme de diagrammes d'interaction tels que ceux représentés à la figure 4.34. Ces diagrammes mettent en évidence le comportement relativement complexe des sections non symétriques telles que les cornières. Des diagrammes d'interaction sont donnés pour les sections en double té par les tables SZS C4, et peuvent se trouver dans les références [4.2] et [4.3] pour d'autres types de sections.

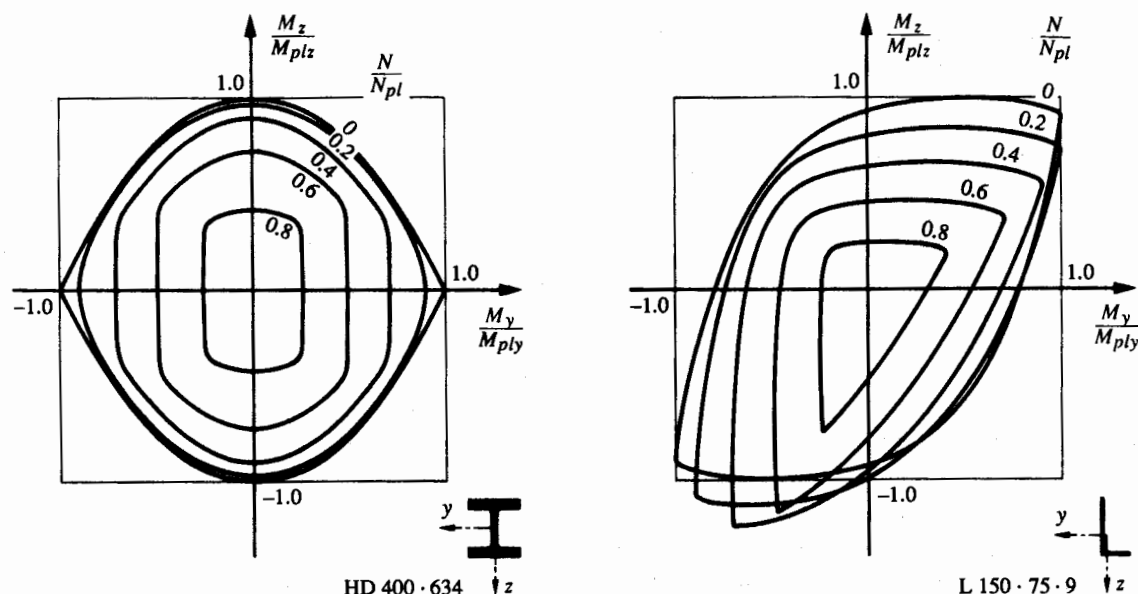


Fig. 4.34 Diagrammes d'interaction plastique pour la flexion gauche composée d'un profilé laminé en double té et d'une cornière.

Pour le dimensionnement, l'état limite plastique pourrait s'exprimer, en cas d'interaction entre M_y et N , par une relation analogue à (4.74), en remplaçant simplement M_{el} par M_{pl} ,

$$\left| \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} + \frac{M_{dy}}{M_{ply}/\gamma_R} \right| \leq 1.0 \quad (4.80)$$

qui peut aussi se formuler ainsi si l'on utilise les valeurs absolues des efforts intérieurs :

$$M_d \leq \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \right) \frac{M_{pl}}{\gamma_R} \quad (4.81)$$

L'utilisation de (4.79) pour la vérification de la sécurité structurale est alors possible à condition de définir le moment plastique réduit $M_{ply,N}$ par la relation générale suivante :

$$M_{ply,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \right) M_{pl} \quad (4.82)$$

Pour le cas particulier des profilés laminés en double té bisymétriques, la norme SIA 161 donne des relations qui tiennent compte du comportement effectif de ce type de sections. On a ainsi pour le moment plastique réduit selon y :

$$M_{ply,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}} \right) M_{ply} \leq M_{ply} \quad (4.83)$$

Et pour le moment plastique réduit selon l'axe z :

$$M_{plz,N} = M_{plz} \quad \text{si} \quad \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \leq \frac{A_w}{A} \quad (4.84 a)$$

$$M_{plz,N} = \left[1 - \left(\frac{\frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} - \frac{A_w}{A}}{1 - \frac{A_w}{A}} \right)^2 \right] M_{plz} \quad \text{si} \quad \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} > \frac{A_w}{A} \quad (4.84 b)$$

Les relations générales à utiliser dans le domaine plastique pour la vérification de la résistance ultime d'un profilé laminé en double té ayant une section bisymétrique soumise à de la flexion composée peuvent se formuler ainsi :

$$M_{dy} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R} \quad (4.85 a)$$

$$M_{dz} \leq \frac{M_{plz,N}}{\gamma_R} \quad (4.85 b)$$

M_{dy} : valeur de dimensionnement du moment de flexion M_y selon l'axe y

M_{dz} : valeur de dimensionnement du moment de flexion M_z selon l'axe z

L'Eurocode 3 (§ 5.4.8.1) utilise pour le moment plastique réduit des formulations tout à fait semblables à (4.83) et (4.84) quant au principe, mais qui se différencient très légèrement par le terme dans lequel interviennent les aires A et A_w .

Pour le cas d'une flexion gauche composée, la démarche de calcul élastique ou plastique est la même que celle décrite ci-dessus pour la flexion composée. Nous nous contenterons de donner ici la formule d'interaction plastique donnée par la norme SIA 161 pour ce type de sollicitation et pour des profilés laminés en double té bisymétriques :

$$\left(\frac{M_{dy}}{M_{ply,N/\gamma_R}} \right)^2 + \left(\frac{M_{dz}}{M_{plz,N/\gamma_R}} \right)^\alpha \leq 1.0 \quad (4.86)$$

α : coefficient ($\alpha = 5 \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \geq 1.1$ valable pour $\frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \leq 0.9$)

$M_{ply,N}$: moment plastique réduit selon l'axe y, établi avec (4.83)

$M_{plz,N}$: moment plastique réduit selon l'axe z, établi avec (4.84)

Remarquons l'analogie entre (4.23), valable pour le cas de la flexion gauche, et (4.86), valable pour la flexion gauche composée.

L'Eurocode 3 (§ 5.4.8.1) propose pour le cas de la flexion gauche composée une formulation identique à (4.86) pour les sections de profilés laminés en double té. Pour les autres types de section, des coefficients α et β dépendant du type de section sont donnés à la place des exposants 2 et α .

Exemple 4.9 Interaction flexion - effort normal

Soit une poutre simple de portée $l = 6.5$ m, sollicitée par un effort de traction $N_d = 225$ kN et une charge verticale uniformément répartie $q_d = 10$ kN/m (fig. 4.35).

Dimensionner cette poutre en choisissant un profilé laminé en double té de la série HEA en acier Fe E 235. On ne tiendra pas compte dans le cas présent des éventuels problèmes de stabilité.

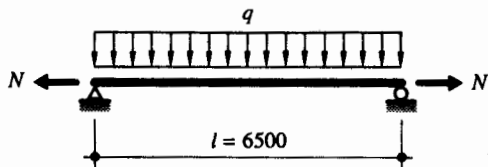


Fig. 4.35 Poutre simple sollicitée par un moment de flexion et un effort normal.

Pour un profilé laminé en double té bisymétrique, on vérifiera (4.85 a), à savoir la résistance ultime en section sous l'interaction flexion-effort normal donnée par (4.83) :

$$M_{dy} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R}, \text{ avec } M_{ply,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}} \right) M_{ply} \leq M_{ply}$$

Valeur de dimensionnement des sollicitations

$$N_d = 225 \text{ kN et } M_d = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{10 \text{ kN/m} (6.5 \text{ m})^2}{8} = 52.8 \text{ kNm}$$

Dimensionnement de la section

On choisit de prendre un HEA 180 en acier Fe E 235 ($m = 35.5 \text{ kg/m}$). Les caractéristiques de ce profilé sont les suivantes :

$$A = 4530 \text{ mm}^2, A_w = 969 \text{ mm}^2 \text{ et } Z_y = 324 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

ce qui permet de déterminer l'effort normal plastique ainsi que le moment plastique :

$$N_{pl} = f_y A = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2 = 1064 \cdot 10^3 \text{ N} = 1064 \text{ kN}$$

$$M_{ply} = f_y Z_y = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 324 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 76 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 76 \text{ kNm}$$

Le moment plastique réduit $M_{ply,N}$ vaut donc :

$$M_{ply,N} = \left(1 - \frac{225 \text{ kN}}{1064 \text{ kN} / 1.1} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{969 \text{ mm}^2}{2 \cdot 4530 \text{ mm}^2}} \right) 76 \text{ kNm} = 65.3 \text{ kNm} \leq M_{ply} = 76 \text{ kNm}$$

La vérification de la résistance du profilé montre que celle-ci est suffisante :

$$M_d = 52.8 \text{ kNm} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R} = \frac{65.3 \text{ kNm}}{1.1} = 59.4 \text{ kNm}$$

On peut vérifier que le poids propre de la poutre conduit à une augmentation de l'ordre de 5 % de la valeur de dimensionnement de la sollicitation, ce qui est dans ce cas sans influence sur le choix du profilé.

4.6.3 Moment de flexion et effort tranchant**Section rectangulaire**

- Calcul élastique

Le *calcul élastique* se base sur la superposition des contraintes normale σ et tangentielle τ selon le critère de von Mises. Rappelons ici que la contrainte normale σ due au moment de flexion vaut (4.14) :

$$\sigma = \frac{M_y}{I_y} z \quad (4.87)$$

Tandis que la contrainte tangentielle τ due à l'effort tranchant s'exprime par (4.24) :

$$\tau = \frac{V S'_y}{I_y t} \quad (4.88)$$

Il est ainsi possible d'exprimer la condition nécessaire pour que la *contrainte de comparaison* σ_g (4.72) reste inférieure à la limite d'élasticité f_y :

$$\sigma_g = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_y \quad (4.89)$$

La figure 4.36 illustre le type de répartition élastique des contraintes dans une section rectangulaire, ainsi que le principe de la superposition des contraintes σ et τ selon (4.89).

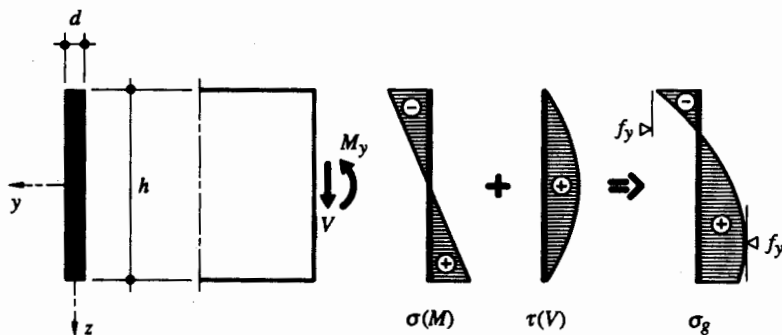


Fig. 4.36 Répartition élastique des contraintes dans une section rectangulaire soumise simultanément à un moment de flexion et à un effort tranchant.

Pour le dimensionnement, il s'agit de vérifier la relation suivante, qui n'est rien d'autre que (4.89) appliqué au principe de vérification général donné dans (4.1) :

$$\sigma_{gd} = \sqrt{\sigma_d^2 + 3 \tau_d^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_R} \quad (4.90)$$

• Calcul plastique

Le *calcul plastique* est possible selon deux modèles différents, illustrés tous deux à la figure 4.37. Le *modèle 1* considère une répartition uniforme des contraintes tangentielles τ sur toute la hauteur de la section. Celles-ci s'expriment alors de la façon suivante :

$$\tau = \frac{V}{A} = \frac{V}{d h} \quad (4.91)$$

En appliquant le critère de von Mises, exprimé ci-dessus par (4.89), il est possible d'établir la contrainte normale que la section peut encore supporter, compte tenu du fait qu'elle est déjà soumise à la contrainte de cisaillement τ . Cette contrainte normale, appelée *limite d'élasticité réduite* f_{yr} , est donnée par l'expression suivante :

$$f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3 \tau^2} \quad (4.92)$$

Ceci permet alors d'établir le *moment plastique réduit* $M_{ply,V}$ de la section, de façon analogue au cas de l'interaction entre un moment de flexion et un effort normal, sauf que c'est l'effort tranchant V qui réduit cette fois-ci la résistance à la flexion de la section :

$$M_{ply,V} = f_{yr} Z_y = f_{yr} \frac{d h^2}{4} \quad (4.93)$$

Dans le *modèle 2*, on admet qu'une partie de la section reprend la totalité de l'effort tranchant, tandis que l'autre partie reprend le moment de flexion. Il s'agit du même principe que celui utilisé au

paragraphe 4.6.2 pour l'interaction entre un moment de flexion et un effort normal. Si l'on admet (fig. 4.37) que c'est la section partielle A' de hauteur $2a$ qui reprend l'effort tranchant, la contrainte tangentielle maximale s'exprime par :

$$\tau = \frac{V}{A'} = \frac{V}{2ad} = \tau_y \quad (4.94)$$

Le reste de la section peut alors être soumis à des contraintes normales égales à la limite d'élasticité f_y . Cela permet de déterminer le *moment plastique réduit* $M_{ply,V}$ (dans lequel la valeur de a peut être tirée de (4.94)) comme étant égal au moment créé par les résultantes du diagramme des contraintes normales (fig. 4.37) :

$$M_{ply,V} = f_y d \left(\frac{h-2a}{2} \right) \cdot \left(\frac{h-2a}{2} + 2a \right) = f_y d \left(\frac{h^2}{4} - a^2 \right) \quad (4.95)$$

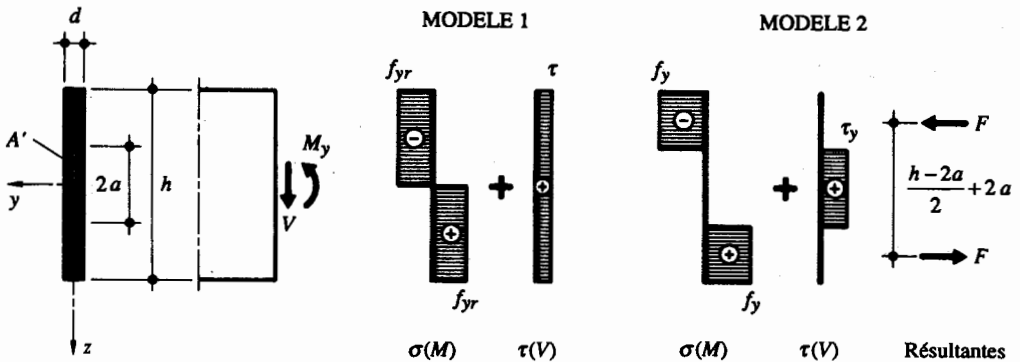


Fig. 4.37 Répartition plastique des contraintes dans une section rectangulaire soumise simultanément à un moment de flexion et à un effort tranchant.

Pour le dimensionnement et quel que soit le modèle choisi, il s'agit d'effectuer une double vérification. Il faut d'une part que la valeur de dimensionnement τ_d de la contrainte tangentielle, donnée par (4.91) ou (4.94), satisfasse la condition

$$\tau_d \leq \frac{\tau_y}{\gamma_R} \quad (4.96)$$

et d'autre part que la valeur de dimensionnement du moment M_d soit comparée au moment plastique réduit $M_{ply,V}$, donné par (4.93) ou (4.95), de la façon suivante :

$$M_d \leq \frac{M_{ply,V}}{\gamma_R} \quad (4.97)$$

Profilé laminé en double té

• Calcul élastique

Le calcul élastique d'un profilé laminé en double té ne se différencie en rien du cas de la section rectangulaire. Le critère de von Mises (4.72) doit en effet également être satisfait en tous points de la section. Cela a pour conséquence que (4.90) s'utilise aussi pour effectuer le dimensionnement élastique d'un profilé laminé en double té.

• Calcul plastique

Un calcul plastique est possible selon le principe des deux modèles déjà utilisés pour la section rectangulaire. Ils sont illustrés à la figure 4.38 pour le cas de la flexion selon l'axe de forte inertie y (une flexion selon l'axe de faible inertie reviendrait à considérer les ailes comme une section rectangulaire, telle qu'elle a été discutée ci-dessus). On peut voir dans cette figure que c'est l'âme du profilé qui reprend, sur tout ou partie de sa hauteur, les contraintes tangentielles τ dues à l'effort tranchant V .

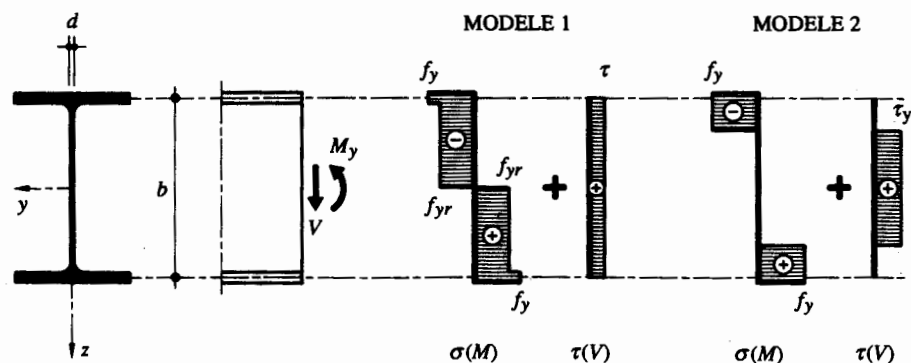


Fig. 4.38 Répartition plastique des contraintes dans l'âme d'un profilé laminé en double té soumis simultanément à un moment de flexion et à un effort tranchant.

Le modèle 1 considère une répartition uniforme des contraintes tangentielles τ sur la hauteur b de l'âme (fig. 4.38). Les relations (4.91), avec $A = A_w$, et (4.92) restent donc valables pour déterminer respectivement la contrainte tangentielle τ et la limite d'élasticité réduite f_{yr} agissant sur l'âme. Dans les ailes, la résistance reste égale à la limite d'élasticité f_y . On remarquera qu'à l'intersection de l'âme et des ailes, il existe une petite zone où l'on a simultanément les contraintes f_y et τ ; cette superposition des contraintes est toutefois compensée par l'effet des arrondis qui est négligé. A partir des résultantes du diagramme des contraintes normales, on peut tirer la valeur du *moment plastique réduit* $M_{ply,V}$ que peut encore supporter la section :

$$M_{ply,V} = \left(1 - \frac{f_y - f_{yr}}{f_y} \frac{Z_w}{Z} \right) M_{pl} \quad (4.98)$$

Z_w : module plastique de l'âme ($Z_w = \frac{d b^2}{4}$)

La figure 4.39 donne un exemple de courbe d'interaction pour un profilé laminé en double té HEA 300 : on peut constater que le moment plastique réduit n'est que très peu influencé par l'effort tranchant.

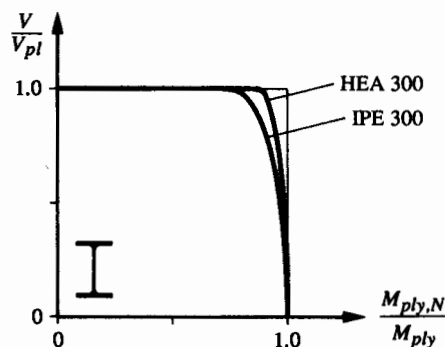


Fig. 4.39 Diagramme d'interaction plastique entre un moment de flexion et un effort tranchant.

Dans le modèle 2, on considère que la partie centrale de l'âme reprend uniquement l'effort tranchant : cette partie est donc sollicitée par une contrainte de cisaillement égale à la contrainte limite élastique de cisaillement τ_y (fig. 4.38). Le reste de la section peut alors être soumis à une contrainte normale égale à la limite d'élasticité de l'acier f_y .

Le dimensionnement d'un profilé soumis à une interaction se fera donc en vérifiant, tout comme pour la section rectangulaire, si (4.96) et (4.97) sont satisfaites. Des essais ont d'ailleurs montré que le comportement réel était encore plus favorable que celui donné par les différents modèles de calcul. C'est pour cela que la norme SIA 161 considère que la résistance au cisaillement V_R (donnée par (4.29)) dans l'âme des profilés laminés en double té est indépendante d'un éventuel effort normal ou moment de flexion. Cette remarque n'est toutefois valable que pour les profilés du commerce. Pour l'étude des poutres composées à âme pleine, on se référera au volume 12 de ce traité.

L'Eurocode 3 (§ 5.4.7) impose une réduction du moment plastique dès que la valeur de dimensionnement de l'effort tranchant V_d est supérieure à 50 % de V_{pl}/γ_R .

4.6.4 Effort normal et effort tranchant

Section rectangulaire

• Calcul élastique

Le calcul élastique d'une section rectangulaire soumise à une interaction entre un effort normal et un effort tranchant (fig. 4.40) se fait selon le même principe que pour l'interaction entre un moment de flexion et un effort tranchant (fig. 4.37). Il faut déterminer la *contrainte de comparaison* σ_g (4.72) (critère de von Mises) en considérant la contrainte normale $\sigma = N/A$ due à l'effort normal N , et la contrainte tangentielle τ , donnée par (4.88), due à l'effort tranchant. Pour le dimensionnement, cela revient alors à vérifier si $\sigma_{gd} \leq f_y/\gamma_R$ (4.90).

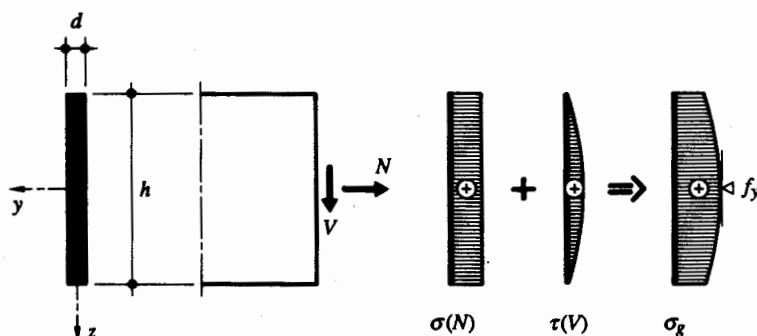


Fig. 4.40 Répartition élastique des contraintes dans une section rectangulaire soumise simultanément à un effort normal et à un effort tranchant.

• Calcul plastique

Tout comme le calcul élastique, le *calcul plastique* d'une section rectangulaire soumise à une interaction entre un effort normal et un effort tranchant (fig. 4.41) se fait selon le même principe que pour l'interaction entre un moment de flexion et un effort tranchant (fig. 4.38). On admet avec le modèle 1 que la contrainte tangentielle τ , donnée par (4.91), agit sur toute la hauteur de la section. Sa résistance à un effort normal additionnel est alors déterminée avec la limite d'élasticité réduite f_{yr} donnée par (4.92). Cela permet d'exprimer l'effort normal plastique réduit $N_{pl,V}$ que peut encore reprendre la section par :

$$N_{pl,V} = f_{yr} A \quad (4.99)$$

Avec le modèle 2, on considère que l'effort tranchant est repris par la partie centrale de la section (fig. 4.41), à l'aide d'une contrainte de cisaillement τ_y donnée par (4.94). Le reste de la section peut alors être soumis à une contrainte normale égale à la limite d'élasticité de l'acier f_y . L'effort normal plastique réduit $N_{pl,V}$ que peut encore reprendre la section vaut donc :

$$N_{pl,V} = f_y (A - 2 a d) \quad (4.100)$$

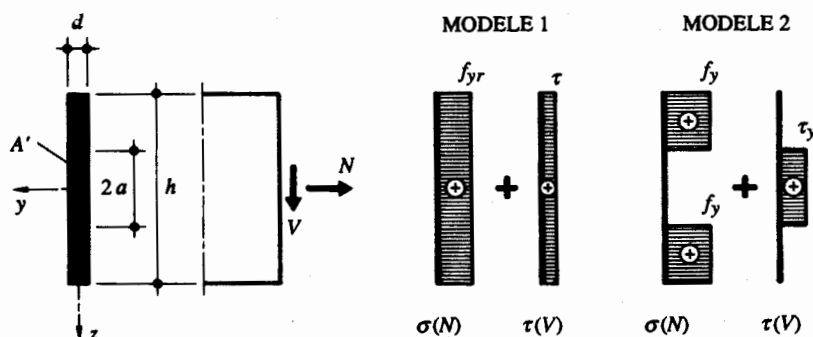


Fig. 4.41 Répartition plastique des contraintes dans une section rectangulaire soumise simultanément à un effort normal et à un effort tranchant.

Pour les deux modèles ci-dessus, le dimensionnement consiste à vérifier (4.96) pour la contrainte tangentielle, et la relation suivante pour l'effort normal :

$$N_d \leq \frac{N_{pLV}}{\gamma_R} \quad (4.101)$$

Profilé laminé en double té

- Calcul élastique

Le *calcul élastique* d'un profilé laminé en double té soumis à une interaction entre un effort normal et un effort tranchant se fait selon les principes de base énoncés au paragraphe 4.6.1, avec notamment le critère de von Mises. Il n'y a donc pas de différence fondamentale entre ce type d'interaction et l'interaction entre un moment de flexion et un effort tranchant discutée ci-dessus.

- Calcul plastique

Un *calcul plastique* serait possible selon les mêmes principes que pour le cas d'interaction entre un moment de flexion et un effort tranchant (voir ci-dessus). Une telle démarche, que nous n'allons pas détailler ici, permettrait de montrer que l'effort normal plastique d'une section de profilé laminé en double té n'est que très peu diminué par l'effort tranchant. Cela explique pourquoi la norme SIA 161 précise qu'il n'y a pas lieu de considérer une diminution de la résistance à un effort normal d'un profilé soumis simultanément à un effort tranchant.

4.6.5 Moment de flexion, effort normal et effort tranchant

L'interaction entre un moment de flexion, un effort normal et un effort tranchant obéit aux mêmes principes que ceux utilisés précédemment pour les autres types d'interaction discutés. Des réflexions identiques à celles exposées dans les figures 4.36 à 4.38, 4.40 et 4.41, mais incluant les trois types d'efforts M , N et V agissant simultanément, permettraient ainsi d'établir la résistance élastique ou plastique d'une section rectangulaire ou d'un profilé laminé en double té.

4.6.6 Interaction avec un moment de torsion

En cas d'interaction entre un moment de torsion et n'importe quel autre type de sollicitation, un *calcul élastique* s'impose, car la théorie à la base de la résistance à la torsion (sect. 4.5) est précisément une théorie élastique. Il s'agit donc d'appliquer le critère de von Mises en établissant la *contrainte de comparaison* σ_g (4.72). La contrainte normale σ dont il faut tenir compte peut être due à :

- un effort normal N et/ou un ou des moments de flexion M (4.71),
- une torsion non uniforme T_w (4.57a).

Tandis que la contrainte tangentielle τ peut être due à :

- un effort tranchant V (4.88),
- de la torsion uniforme T_v (4.37),
- de la torsion non uniforme T_w (4.57b).

Pour le dimensionnement, il s'agit de vérifier (4.90).

Exemple 4.10 Barre encastrée : Interaction torsion uniforme - flexion

Soit une poutre en porte-à-faux de longueur $l = 5.0$ m constituée d'un profilé creux RHS 300 · 200 · 8.0 en acier Fe E 355 (fig. 4.42).

Vérifier cette poutre en sachant qu'elle est sollicitée par une charge verticale Q agissant à l'extrémité libre de la poutre, avec un bras de levier $L = 0.5$ m et dont la valeur de dimensionnement vaut $Q_d = 40$ kN.

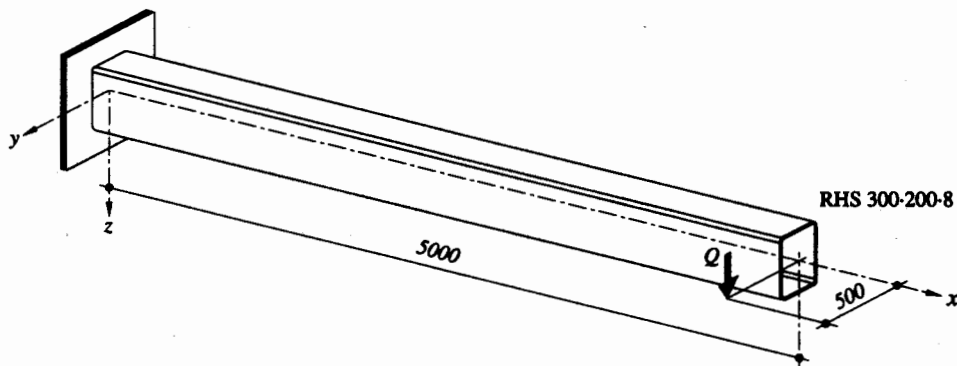


Fig. 4.42 Barre encastrée résistant en torsion uniforme et en flexion.

La charge Q provoque à l'encastrement des contraintes normales σ (dus à la flexion) et tangentielles τ_v et τ_T (dus respectivement à la torsion et à l'effort tranchant). Pour tenir compte de cette superposition de contraintes, on déterminera la contrainte de comparaison de von Mises donnée par (4.90). La vérification de cette interaction consiste à contrôler la condition suivante :

$$\sigma_{dg} = \sqrt{\sigma_d^2 + 3(\tau_{dv} + \tau_{dT})^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_R}$$

Valeur de dimensionnement des sollicitations

Le moment de torsion extérieur, le moment de flexion et l'effort tranchant valent respectivement, à l'encastrement :

$$M_{dx} = Q_d L = 40 \text{ kN} \cdot 0.5 \text{ m} = 20 \text{ kNm}$$

$$M_{dy} = Q_d l = 40 \text{ kN} \cdot 5.0 \text{ m} = 200 \text{ kNm}$$

$$V_d = Q_d = 40 \text{ kN}$$

Détermination des contraintes

Les diagrammes des contraintes τ_{dv} , σ_d et τ_{dT} sont représentés à la figure 4.43. Les valeurs numériques sont justifiées ci-après.

- Contrainte τ_{dv} due à la torsion uniforme, selon (4.43), avec $T_{dv} = M_{dx}$:

$$\tau_{dv} = \frac{T_{dv}}{2 \Omega t} = \frac{20 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{2 \cdot (292 \text{ mm} \cdot 192 \text{ mm}) \cdot 8.0 \text{ mm}} = 22.3 \text{ N/mm}^2$$

- Contrainte $\sigma_{d,max}$ due à la flexion :

$$\sigma_{d,max} = \frac{M_{dy}}{W_y} = \frac{200 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{653 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 306 \text{ N/mm}^2$$

- Contrainte $\tau_{dT,max}$ due à l'effort tranchant, selon (4.25) :

$$\tau_{dT,max} = \frac{1}{2} \frac{V_d S_{y,max}}{I_y t} = \frac{1}{2} \frac{40 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 393 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{97.98 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \cdot 8.0 \text{ mm}} = 10.0 \text{ N/mm}^2$$

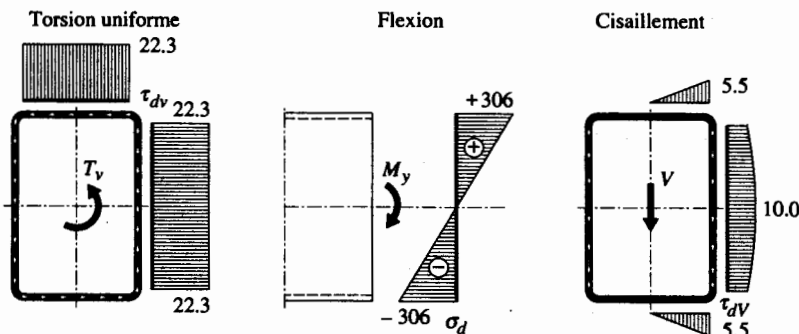


Fig. 4.43 Contraintes agissant dans la section d'encastrement [N/mm²]

Vérifions, pour exemple, le point extrême de l'aile supérieure. Le calcul de la contrainte de comparaison σ_{dg} à considérer pour cette vérification devient :

$$\sigma_{dg} = \sqrt{(306 \text{ N/mm}^2)^2 + 3 (22.3 \text{ N/mm}^2 + 5.5 \text{ N/mm}^2)^2} = 309.8 \text{ N/mm}^2$$

Vérification de la résistance du profilé

La vérification de la section à l'encastrement montre que le profilé RHS 300 · 200 · 8.0 est suffisant :

$$\sigma_{dg} = 309.8 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_y}{\gamma_R} = \frac{355 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 323 \text{ N/mm}^2.$$

Exemple 4.11 Barre encastree : Interaction torsion mixte-flexion

Soit une poutre en porte-à-faux de longueur $l = 5.0 \text{ m}$ constituée d'un profilé HEA 500 en acier Fe E 355 (fig. 4.44).

Vérifier cette poutre en sachant qu'elle est sollicitée par une charge verticale Q agissant à l'extrémité libre de la poutre, avec un bras de levier $L = 0.5 \text{ m}$, et dont la valeur de dimensionnement vaut $Q_d = 40 \text{ kN}$.

La charge Q provoque des contraintes normales σ_M due à la flexion et σ_ω due à la torsion non uniforme, ainsi que des contraintes tangentielles τ_v , τ_w et τ_V dues respectivement à la torsion uniforme et non uniforme et à l'effort tranchant. Pour tenir compte de cette superposition de contraintes, on déterminera la contrainte de

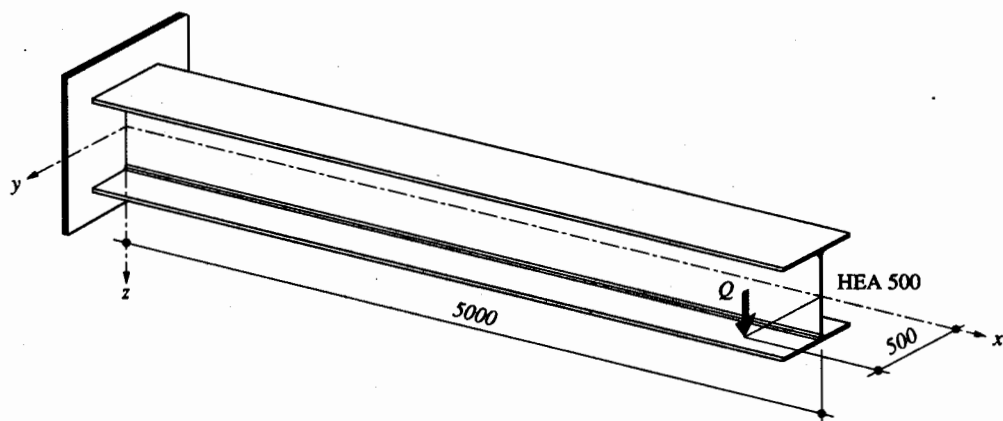


Fig. 4.44 Poutre encastree resistant en torsion mixte et en flexion.

comparaison de Von Mises donnée par (4.90). La vérification de cette interaction consiste à contrôler la condition suivante :

$$\sigma_{gd} = \sqrt{(\sigma_{dw} + \sigma_{dM})^2 + 3(\tau_{dv} + \tau_{dw} + \tau_{dV})^2} \leq \frac{f_y}{\gamma_R}$$

Caractéristiques de la section, selon (4.59b) et (4.68)

$$I_{\omega} = \frac{1}{3} t b^2 c^3 = \frac{1}{3} \cdot 23 \text{ mm} (467 \text{ mm})^2 (150 \text{ mm})^3 = 5.643 \cdot 10^{12} \text{ mm}^6$$

$$\chi = l \sqrt{\frac{GK}{EI_{\omega}}} = 5000 \text{ mm} \cdot \sqrt{\frac{81 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 3.18 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 5.643 \cdot 10^{12} \text{ mm}^6}} = 2.331$$

Détermination des efforts intérieurs

- Bimoment de torsion, selon (4.70a) :

$$M_{d\omega}(x) = \frac{T_d l}{\chi} \left(-\text{th} \chi \text{ch} \chi \frac{x}{l} + \text{sh} \chi \frac{x}{l} \right)$$

- Moment de torsion non uniforme, selon (4.70b) :

$$T_{dw}(x) = T_d \left(-\text{th} \chi \text{sh} \chi \frac{x}{l} + \text{ch} \chi \frac{x}{l} \right)$$

- Moment de torsion uniforme, selon (4.70c) :

$$T_{dv}(x) = T_d - T_{dw}(x) = T_d \left(1 + \text{th} \chi \text{sh} \chi \frac{x}{l} - \text{ch} \chi \frac{x}{l} \right)$$

- Moment de flexion :

$$M_{dy}(x) = Q_d (l - x)$$

- Effort tranchant :

$$V_d = Q_d$$

Numériquement, on obtient les valeurs suivantes pour la section au droit de l'encastrement ($x = 0$) :

$$M_{d\omega}(x=0) = \frac{T_d l}{\chi} (-\text{th} \chi) = \frac{20 \text{ kNm} \cdot 5 \text{ m}}{2.331} (-\text{th} 2.331) = -42.10 \text{ kNm}^2$$

$$T_{dw}(x=0) = T_d = 20 \text{ kNm}$$

$$T_{dv}(x=0) = T_d - T_{dw}(x=0) = 20 \text{ kNm} - 20 \text{ kNm} = 0$$

$$M_{dy}(x=0) = Q_d (l - x) = 40 \text{ kN} (5 \text{ m} - 0 \text{ m}) = 200 \text{ kNm}$$

$$V_d = Q_d = 40 \text{ kN}$$

Tandis que la figure 4.45 montre la variation des efforts intérieurs sur toute la longueur de la poutre.

Détermination des contraintes

Les contraintes dues au moment de torsion T et au moment de flexion M sont calculées à partir de respectivement (4.57), (4.37), (4.73) et (4.24). La figure 4.46 montre la distribution des contraintes dans la section d'encastrement de la poutre, qui est en l'occurrence la section déterminante. Le calcul des contraintes maximales dans cette section est présenté ci-dessous (comme les contraintes sont parfois positives ou négatives, ce calcul est fait en valeur absolue) :

$$\begin{aligned} \sigma_{dw, \max} &= \frac{M_{d\omega}}{I_{\omega}} \omega_{\max} = \frac{M_{d\omega}}{I_{\omega}} \left(-c \frac{b}{2} \right) \\ &= \frac{-42.10 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2}{5.643 \cdot 10^{12} \text{ mm}^6} \left(-150 \text{ mm} \frac{467 \text{ mm}}{2} \right) = 261 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{dw, \max} &= -\frac{T_{dw} S_{\omega, \max}}{t I_{\omega}} = -\frac{T_{dw} (-t b c^2 / 4)}{t (t b^2 c^3 / 3)} = \frac{3}{4} \frac{T_{dw}}{t b c} \\ &= \frac{3}{4} \frac{20 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{23 \text{ mm} \cdot 467 \text{ mm} \cdot 150 \text{ mm}} = 9.3 \text{ N/mm}^2 \end{aligned}$$

$$\tau_{dv} = \frac{T_{dv} t}{K} = 0 \text{ puisque } T_{dv} = 0$$

$$\sigma_{dM, \max} = \frac{M_{dy}}{W_y} = \frac{200 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{3550 \cdot 10^3 \text{ Nmm}^2} = 56.3 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{dV, \max} = \frac{V_d S'_{y, \max}}{I_y d} = \frac{V_d Z_y / 2}{I_y d} = \frac{40 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 3940 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 / 2}{869.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 \cdot 12 \text{ mm}} = 7.6 \text{ N/mm}^2$$

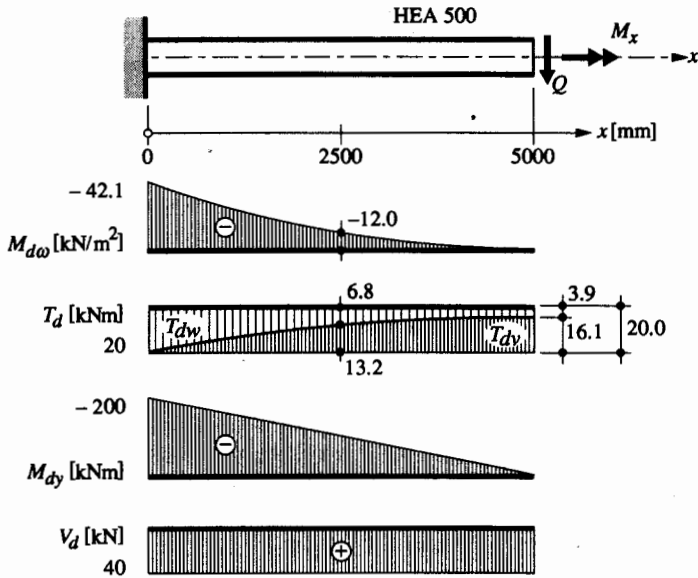


Fig. 4.45 Efforts intérieurs dans la poutre.

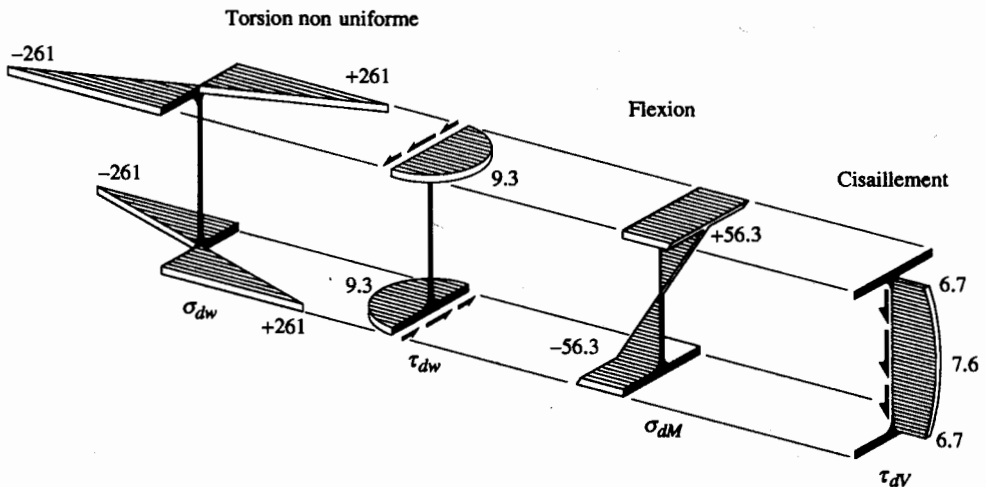


Fig. 4.46 Contraintes agissant dans la section d'encastrement [N/mm²].

La superposition des contraintes dans la section d'encastrement de la poutre (on prendra garde de bien respecter le sens des contraintes) montre dans le cas particulier que c'est un point situé à l'extrémité des ailes qui est déterminant. Comme seules des contraintes normales agissent en ce point, le calcul de la contrainte de comparaison devient :

$$\sigma_{gd} = \sqrt{(\sigma_{dw} + \sigma_{dM})^2} = \sqrt{(261 \text{ N/mm}^2 + 56.3 \text{ N/mm}^2)^2} = 318 \text{ N/mm}^2$$

Vérification de la résistance du profilé

On peut ainsi vérifier que la section choisie est suffisante pour reprendre les efforts :

$$\sigma_{gd,max} = 318 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_y}{\gamma_R} = \frac{355 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 323 \text{ N/mm}^2$$

Le gain de poids réalisé grâce à l'utilisation d'un profilé RHS 300 · 200 · 8.0 (exemple 4.10) est de 61 % (60.5 kg/m pour le tube contre 155 kg/m pour le profilé laminé en double té).

4.7 Section mixte acier-béton

4.7.1 Définitions

On appelle *section mixte* la section d'un élément porteur composé de deux ou plusieurs matériaux liés entre eux et résistant ensemble aux efforts qui les sollicitent : il ne s'agit donc pas d'une simple juxtaposition d'éléments porteurs indépendants. Nous limiterons notre étude aux matériaux les plus fréquemment utilisés dans les structures de génie civil, à savoir l'acier et le béton. Dans la pratique courante de la construction métallique, on peut distinguer trois types principaux d'éléments mixtes (fig. 4.47) :

- les poutres mixtes,
- les dalles mixtes,
- les poteaux mixtes.

Les sections d'une poutre mixte et d'une dalle mixte sont essentiellement sollicitées par des efforts de flexion, alors que les sections d'un poteau mixte le sont par des efforts de compression, souvent combinés avec de la flexion.

La section d'une *poutre mixte* est constituée d'un profilé laminé en double té, d'une poutre composée à âme pleine ou d'une poutre en treillis sur lesquels s'appuie une dalle en béton armé ou précontraint. La

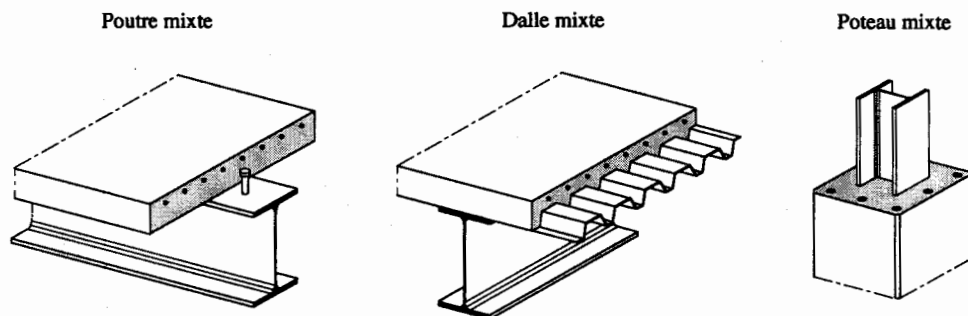


Fig. 4.47 Exemples d'éléments mixtes acier-béton.

liaison acier-béton est réalisée par des *connecteurs* (par exemple des goudjons soudés ou des équerres clouées, chap. 5). Cette section est caractérisée par une séparation nette des deux matériaux, l'interface se situant à la face supérieure du profilé métallique.

La section d'une *dalle mixte* est constituée d'une tôle profilée, de forme généralement trapézoïdale, recouverte d'une dalle en béton. Du fait de la disposition des nervures de la tôle, la dalle mixte porte essentiellement selon une direction. La liaison acier-béton est réalisée par la forme des nervures et par des bosselages réalisés sur la tôle lors de son profilage à froid.

La section d'un *poteau mixte* est constituée soit d'un profilé enrobé totalement ou partiellement de béton, soit d'un tube en acier rempli de béton. La liaison acier-béton est réalisée par frottement (dû au confinement du béton par une armature de frette ou par le tube) ou par des connecteurs mécaniques. Il est possible d'augmenter la résistance à la compression des tubes remplis en y incorporant par exemple un profil d'acier plein.

4.7.2 Principes

Comportement des matériaux

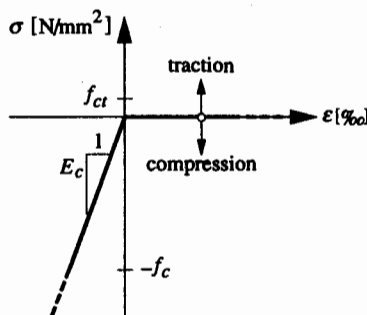
Les caractéristiques des matériaux acier et béton utilisés dans les éléments mixtes ont déjà été décrites à la section 3.3. Les *diagrammes idéalisés contrainte-déformation spécifique* de l'acier sont définis à la figure 4.1, tandis que ceux relatifs au béton sont présentés à la figure 4.48. Ces définitions sont importantes, dans la mesure où nous allons nous baser par la suite sur le comportement idéalisé de ces deux matériaux pour établir la résistance en section des éléments mixtes acier-béton. On se référera au chapitre 3 (tab. 3.26) pour les valeurs des caractéristiques des différents bétons, mais on rappellera ici les valeurs utilisées pour définir leur comportement idéalisé, à savoir :

$$f_c = 0.65 f_{cw,min} \quad (4.102 a)$$

$$\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰} \quad (4.102 b)$$

- f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton
 $f_{cw,min}$: valeur minimale de la résistance à la compression sur cube du béton
 ϵ_{cu} : valeur de calcul de la déformation à la rupture du béton

CALCUL ELASTIQUE



CALCUL PLASTIQUE

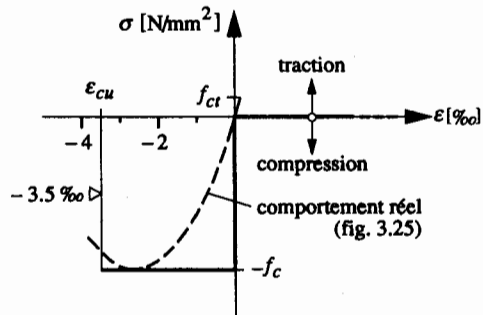


Fig. 4.48 Diagrammes idéalisés contrainte-déformation spécifique du béton.

Influence du fluage

Dans le domaine élastique, la modification des caractéristiques du béton en fonction du temps, due essentiellement au fluage du matériau, peut être prise en compte par l'intermédiaire du module d'élasticité E_c . Ainsi différents modules d'élasticité E_c sont définis pour chaque type d'action.

Pour les *actions de courte durée*, le module d'élasticité E_c à utiliser peut être établi à l'aide de (4.103), déjà donné par (3.5), qui est une relation donnée dans la norme SIA 161 représentant la valeur moyenne de la bande de dispersion définie dans la norme SIA 162 :

$$E_c = E_{c0} = 14\,000(f_c + 4)^{0.3} \quad (4.103)$$

E_{c0} : module d'élasticité du béton pour les actions de courte durée [N/mm²]

f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton [N/mm²]

L'Eurocode 2 (§ 3.1.2.5) propose une formulation dépendant de f_{ck} (donc de la classe de résistance du béton) :

$$E_{cm} = 9.5 (f_{ck} + 8)^{1/3}$$

E_{cm} : valeur moyenne du module sécant d'élasticité [kN/mm²]

f_{ck} : résistance à la compression caractéristique sur cylindre du béton [N/mm²]

Pour les *actions de longue durée*, le module d'élasticité du béton dépend du coefficient de fluage du béton $\varphi(t, t_0)$, lui-même fonction de l'âge t du béton et de son âge t_0 lors de sa mise en charge. Le module d'élasticité E_c à considérer vaut alors, dans ce cas :

$$E_c = E_{c\varphi} = \frac{E_{c0}}{(1 + \varphi)} \quad (4.104)$$

$E_{c\varphi}$: module d'élasticité du béton pour les actions de longue durée

φ : coefficient de fluage du béton (§ 3.3.4)

Pour les actions affines au fluage, tel que le *retrait*, le développement du fluage est réduit de moitié par rapport aux actions de longue durée. Le module d'élasticité E_c à considérer peut donc s'exprimer par :

$$E_c = E_{c\varphi'} = \frac{E_{c0}}{(1 + 0.5 \varphi)} \quad (4.105)$$

$E_{c\varphi'}$: module d'élasticité du béton pour les actions affines au fluage, telle que le retrait

L'Eurocode 4 (§ 3.1.4.2) propose un module «équivalent» du béton dont les valeurs adoptées sont les suivantes:

- E_{cm} pour les effets à court terme,
- $E_{cm}/3$ pour les effets à long terme,
- $E_{cm}/2$ pour les autres cas.

Dans le cas des *poteaux mixtes*, la norme SIA 161 propose un module d'élasticité du béton tenant compte du fluage et du retrait pour les *actions de longue durée* égal à la moitié de celui donné par (4.103) :

$$E_c = \frac{E_{c0}}{2} = 7000 (f_c + 4)^{0.3} \quad (4.106)$$

L'Eurocode 4 donne des indications plus détaillées quant à l'influence des charges causant le fluage du béton.

Comportement de l'élément mixte

Le comportement des éléments mixtes est caractérisé par l'interaction entre l'acier et le béton. Lors du calcul de la résistance d'une telle section, on fait l'hypothèse que l'interaction est complète, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de glissement entre les deux matériaux. Pour simplifier, on utilise un artifice de calcul qui permet de remplacer la section de béton par une section équivalente en acier. Cet artifice est le **coefficient d'équivalence n** , dont la définition est illustrée ci-après à l'aide de la figure 4.49 (le calcul d'une section en béton armé utilise le même principe, à la différence que c'est la section d'acier qui est transformée en une section équivalente de béton).

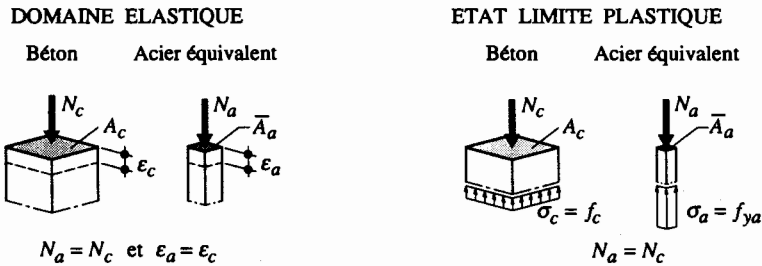


Fig. 4.49 Principe de la transformation de la section de béton en une section équivalente en acier.

L'établissement de ce coefficient d'équivalence se base sur le fait qu'il faut respecter l'égalité des efforts N_c et N_a agissant respectivement sur la section de béton A_c et sur la section équivalente en acier \bar{A}_a . Ces efforts s'expriment de la façon suivante :

$$N_c = \sigma_c A_c \quad (4.107 \text{ a})$$

$$N_a = \sigma_a \bar{A}_a \quad (4.107 \text{ b})$$

N_c : effort normal agissant sur la section de béton

N_a : effort normal agissant sur la section équivalente d'acier

σ_c : contrainte agissant sur la section de béton

σ_a : contrainte agissant sur la section équivalente d'acier

A_c : aire de la section de béton

\bar{A}_a : aire de la section équivalente en acier

Remarquons que dans cette section du chapitre, nous avons ajouté à la notation habituellement utilisée pour la limite d'élasticité f_y ou le module d'élasticité E de l'acier un indice a , pour éviter toute confusion avec les autres matériaux intervenant ici.

• Calcul élastique

Dans le *calcul élastique*, les contraintes σ sont exprimées par le produit des déformations spécifiques ε et des modules d'élasticité E des matériaux correspondants. Les efforts N_c et N_a selon (4.107) deviennent respectivement :

$$N_c = \varepsilon_c E_c A_c \quad (4.108 \text{ a})$$

$$N_a = \varepsilon_a E_a \bar{A}_a \quad (4.108 \text{ b})$$

La particularité du calcul élastique est qu'il s'agit de respecter la compatibilité des déformations ($\varepsilon_a = \varepsilon_c$) en plus de l'équivalence entre les efforts ($N_a = N_c$). Ces deux conditions permettent alors d'établir la relation

$$E_c A_c = E_a \bar{A}_a \quad (4.109)$$

à partir de laquelle il est possible d'exprimer la section équivalente en acier \bar{A}_a :

$$\bar{A}_a = \frac{A_c}{E_a/E_c} \quad (4.110)$$

Par convention, le coefficient d'équivalence élastique n_{el} représente le rapport des modules d'élasticité :

$$n_{el} = \frac{E_a}{E_c} \quad (4.111)$$

Le coefficient d'équivalence élastique n_{el} varie donc suivant les caractéristiques du béton selon que l'action est de courte durée (E_{c0}), de longue durée ($E_{c\phi}$) ou due au retrait ($E_{c\phi'}$).

• Calcul plastique

Dans le *calcul plastique*, les contraintes σ_c et σ_a de (4.107) sont respectivement égales aux résistances f_c et f_{ya} . L'égalité des efforts N_c et N_a , qui est en l'occurrence la seule condition à respecter pour le calcul plastique, permet alors d'établir la relation

$$f_c A_c = f_{ya} \bar{A}_a \quad (4.112)$$

f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton

f_{ya} : limite d'élasticité de l'acier

à partir de laquelle il est possible d'exprimer la section équivalente en acier \bar{A}_a :

$$\bar{A}_a = \frac{A_c}{f_{yd}f_c} \quad (4.113)$$

Par convention, le coefficient d'équivalence plastique n_{pl} représente le rapport des résistances :

$$n_{pl} = \frac{f_{ya}}{f_c} \quad (4.114)$$

L'aire de la section en acier \bar{A}_a équivalente à la surface de béton A_c peut être déterminée de la façon générale suivante, selon que l'on est dans le domaine élastique ou à l'état limite plastique :

$$\bar{A}_a = \frac{A_c}{n} \quad (4.115)$$

n : coefficient d'équivalence acier-béton (n_{el} dans le domaine élastique, n_{pl} pour l'état limite plastique)

Pour tenir compte de l'armature présente par exemple dans une section sur appui intermédiaire d'une poutre continue, où le béton tendu est admis fissuré, on peut déterminer le coefficient d'équivalence n_{pls} de manière analogue. On obtient alors :

$$n_{pls} = \frac{f_{ya}}{f_{ys}} \quad (4.116)$$

Facteurs de résistance

La vérification des sections mixtes est basée, selon la norme SIA 161, sur le facteur de résistance relatif à l'acier de construction, à savoir $\gamma_R = 1.1$. Lorsque la vérification se fait pour le béton ou l'acier d'armature seul (et non globalement pour la section mixte), on considère alors, selon la norme SIA 162, le facteur de résistance correspondant à ces matériaux, à savoir $\gamma_R = 1.2$. Par la suite, il sera admis implicitement que $\gamma_R = 1.1$, sauf remarque éventuelle.

L'Eurocode 4 relatif aux sections mixtes n'utilise pas un facteur de résistance global, mais fait intervenir les facteurs de résistance relatifs aux différents matériaux directement au niveau des valeurs de calcul (résistance ou module d'élasticité) utilisées.

4.7.3 Résistance à un effort normal

Ce paragraphe concerne plus particulièrement les poteaux mixtes, éléments de construction typiquement sollicités par un effort normal (généralement combiné avec un moment de flexion). Nous ne traiterons en outre que le cas d'un effort normal de compression, car le cas d'un effort normal de traction peut se ramener au cas du profilé métallique seul (sect. 4.2), le béton tendu ne participant pas à la résistance.

Calcul élastique

Dans le domaine élastique, illustré à la figure 4.50, l'équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes s'exprime de la façon suivante :

$$N = \int_{A_a} \sigma_a dA_a + \int_{A_s} \sigma_s dA_s + \int_{A_c} \sigma_c dA_c = \int_{A_b} \sigma_b dA_b \quad (4.117)$$

σ_a : contrainte agissant sur la section d'acier du profilé

σ_s : contrainte agissant sur la section d'armature

σ_c : contrainte agissant sur la section de béton

σ_b : contrainte agissant sur la section mixte

A_a : aire de la section d'acier du profilé

A_s : aire de la section d'armature

A_c : aire de la section de béton

A_b : aire de la section mixte

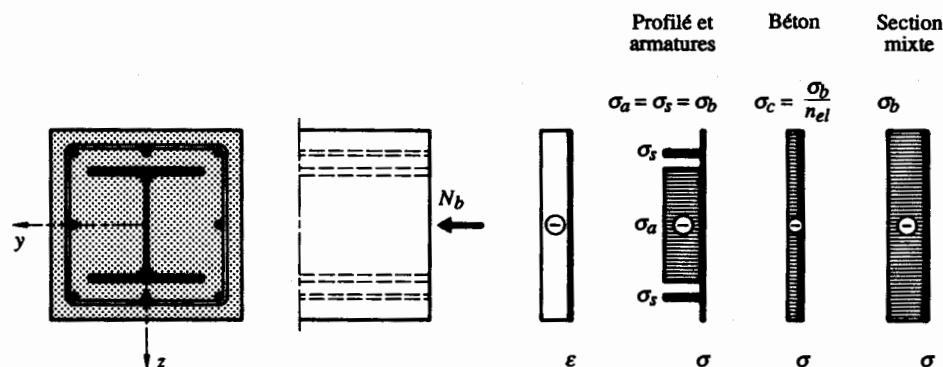


Fig. 4.50 Déformations spécifiques et contraintes dans un poteau mixte soumis à un effort normal de compression.

Les efforts normaux repris par chaque matériau valent, si l'on se ramène à la section d'acier du profilé :

$$N_a = \sigma_a A_a = \sigma_b A_a \quad (4.118 a)$$

$$N_s = \sigma_s A_s = \sigma_b A_s \quad (4.118 b)$$

$$N_c = \sigma_c A_c = \sigma_b \bar{A}_a = \sigma_b \frac{A_c}{n_{el}} \quad (4.118 c)$$

N_a : effort normal repris par la section d'acier du profilé

N_s : effort normal repris par la section d'armature

N_c : effort normal repris par la section de béton

L'effort normal que peut reprendre l'ensemble de la section mixte vaut alors

$$N_{elb} = \sum N_i = \sigma_b \left(A_a + A_s + \frac{A_c}{n_{el}} \right) \quad (4.119)$$

où les différents N_i sont donnés par (4.118), en fonction de la contrainte σ_b . L'aire de la section mixte A_b est obtenue en remplaçant la section de béton par une section équivalente en acier, par l'utilisation du coefficient d'équivalence n_{el} (§ 4.7.2); elle s'exprime donc ainsi :

$$A_b = A_a + A_s + \frac{A_c}{n_{el}} \quad (4.120)$$

En regroupant (4.119) et (4.120), la contrainte σ_b agissant sur la section mixte peut se formuler de la façon suivante :

$$\sigma_b = \frac{N_{elb}}{A_b} \quad (4.121)$$

Tandis que la contrainte σ_c agissant sur la section de béton peut se définir ainsi (fig. 4.50) :

$$\sigma_c = \frac{\sigma_b}{n_{el}} \quad (4.122)$$

Pour rester dans le domaine élastique, la contrainte σ_b agissant sur la section mixte devrait rester inférieure ou égale à la limite d'élasticité f_{ya} de l'acier. Comme c'est généralement la résistance à la compression du béton qui va limiter l'effort normal que peut reprendre une section mixte dans le domaine élastique (car on a normalement $n_{el}f_c < f_{ya} < f_{ys}$), il faudra vérifier lors du dimensionnement la relation suivante :

$$\sigma_{db} = \frac{\sigma_{db}}{n_{el}} \leq \frac{f_c}{\gamma_R} \quad (4.123)$$

σ_{db} : valeur de dimensionnement de la contrainte agissant sur la section mixte

σ_{dc} : valeur de dimensionnement de la contrainte agissant sur la section de béton

γ_R : facteur de résistance pour le béton ($\gamma_R = 1.2$)

Calcul plastique

La résistance N_R d'une section mixte à un effort normal de compression centré correspond, pour l'état limite plastique, à la plastification des différents matériaux. Les efforts normaux repris par chaque matériau valent respectivement :

$$N_a = f_{ya} A_a \quad (4.124 \text{ a})$$

$$N_s = f_{ys} A_s \quad (4.124 \text{ b})$$

$$N_c = f_c A_c \quad (4.124 \text{ c})$$

L'effort normal plastique N_{plb} que peut reprendre l'ensemble de la section mixte est donné par la relation suivante :

$$N_{plb} = \sum N_i = f_{ya} A_a + f_{ys} A_s + f_c A_c \quad (4.125)$$

Cet effort normal plastique N_{plb} ne peut être atteint que si la plastification des aciers d'armature (pour laquelle une déformation spécifique de $\epsilon_{ys} = f_{ys} / E_a = 2.2 \text{ ‰}$ est nécessaire pour des barres en acier S500) se produit avant la rupture par écrasement du béton (admise à $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$).

Pour le dimensionnement, la norme SIA 161 propose une valeur de résistance ultime à l'effort normal N_R donnée par :

$$N_R = f_{ya} A_a + 0.9 (f_{ys} A_s + f_c A_c) \quad (4.126)$$

Le coefficient 0.9 tient compte du fait que les facteurs de résistance γ_R ne sont pas identiques pour une section métallique ($\gamma_R = 1.1$) et pour une section en béton armé ($\gamma_R = 1.2$). Il est ainsi possible d'utiliser un facteur de résistance unique de $\gamma_R = 1.1$, comme pour une section métallique, pour effectuer la vérification de la section mixte :

$$N_d \leq \frac{N_R}{\gamma_R} \quad (4.127)$$

L'Eurocode 4 (§ 4.8.3.3) se situant directement au niveau de la valeur de la résistance de calcul R_d , les coefficients partiels de résistance sont directement introduits dans l'équation :

$$N_{pl,Rd} = A_a \frac{f_y}{\gamma_{Ma}} + A_c \frac{0.85 f_{ck}}{\gamma_c} + A_s \frac{f_{sk}}{\gamma_s}$$

Le coefficient 0.85 tient compte d'une compression à long terme sur le béton.

Exemple 4.12 Section mixte sollicitée par un effort normal

Soit le poteau mixte dont la section carrée est définie à la figure 4.51 : celle-ci est constituée d'un profilé HEA 180 en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$) et de huit barres $\phi 20 \text{ mm}$ ($A_s = 2512 \text{ mm}^2$ au total) en acier S 500 ($f_{ys} = 460 \text{ N/mm}^2$), l'ensemble étant enrobé par du béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$).

Calculer la résistance élastique et plastique de la section mixte pour une charge de longue durée, ainsi que la part relative de l'effort normal repris par chaque matériau. Comparer les résultats obtenus si l'on remplaçait le profilé HEA 180 par un HEB 180 ou un HEM 160.

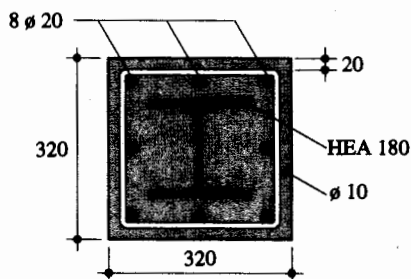


Fig. 4.51 Section d'un poteau mixte.

Calcul élastique

- Calcul de la contrainte σ_b :

Le module d'élasticité du béton peut être estimé avec (4.106) :

$$E_c = 7000 (f_c + 4)^{0.3} = 7000 (19.5 + 4)^{0.3} = 18.0 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

Le coefficient d'équivalence n_{el} vaut donc (4.111) :

$$n_{el} = \frac{E_a}{E_c} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{18.0 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2} = 11.7$$

Il est alors possible de déterminer la contrainte σ_b agissant sur la section mixte à partir de (4.122), avec $\sigma_c = f_c$:

$$\sigma_b = n_{el} f_c = 11.7 \cdot 19.5 \text{ N/mm}^2 = 228 \text{ N/mm}^2$$

Il est à noter que cette contrainte de 228 N/mm² est inférieure à f_{ya} et f_{ys} . Cela confirme donc la validité de (4.123), qui suppose que c'est le béton comprimé qui limite la résistance élastique de la section.

- Résistance élastique à la compression de la section :

L'aire de la section de béton A_c vaut :

$$A_c = (320 \text{ mm})^2 - A_a - A_s = 102\,400 \text{ mm}^2 - 4530 \text{ mm}^2 - 2512 \text{ mm}^2 = 95\,360 \text{ mm}^2$$

La section mixte A_b est donnée par (4.120) :

$$A_b = A_a + A_s + \frac{A_c}{n_{el}} = 4530 \text{ mm}^2 + 2512 \text{ mm}^2 + \frac{95\,360 \text{ mm}^2}{11.7} = 15\,190 \text{ mm}^2$$

Cela permet alors de déterminer l'effort normal N_{elb} que peut reprendre le poteau mixte (4.121) :

$$N_{elb} = \sigma_b A_b = 228 \text{ N/mm}^2 \cdot 15\,190 \text{ mm}^2 = 3460 \cdot 10^3 \text{ N} = 3460 \text{ kN}$$

La part relative de l'effort normal reprise par chaque matériau est la suivante :

$$\text{acier : } \frac{N_a}{N_{elb}} = \frac{\sigma_b A_a}{N_{elb}} = \frac{228 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2}{3460 \cdot 10^3 \text{ N}} = 30 \%$$

$$\text{armature : } \frac{N_s}{N_{elb}} = \frac{\sigma_b A_s}{N_{elb}} = \frac{228 \text{ N/mm}^2 \cdot 2512 \text{ mm}^2}{3460 \cdot 10^3 \text{ N}} = 16 \%$$

$$\text{béton : } \frac{N_c}{N_{elb}} = \frac{\frac{1}{n_{el}} \sigma_b A_c}{N_{elb}} = \frac{\frac{1}{11.7} \cdot 228 \text{ N/mm}^2 \cdot 95\,360 \text{ mm}^2}{3460 \cdot 10^3 \text{ N}} = 54 \%$$

Calcul plastique

- Résistance plastique à la compression de la section :

L'effort normal N_{plb} que peut reprendre la section mixte est donné par (4.125) :

$$N_{plb} = f_{ya} A_a + f_{ys} A_s + f_c A_c$$

$$N_{plb} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2 + 460 \cdot 2512 + 19.5 \cdot 95\,360 = 4080 \cdot 10^3 \text{ N} = 4080 \text{ kN}$$

Dans ce cas, la part relative de l'effort normal reprise par chaque matériau est la suivante :

$$\text{acier : } \frac{N_a}{N_{plb}} = \frac{f_{ya} A_a}{N_{plb}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2}{4080 \cdot 10^3 \text{ N}} = 26 \%$$

$$\text{armature : } \frac{N_s}{N_{plb}} = \frac{f_{ys} A_s}{N_{plb}} = \frac{460 \text{ N/mm}^2 \cdot 2512 \text{ mm}^2}{4080 \cdot 10^3 \text{ N}} = 28 \%$$

$$\text{béton : } \frac{N_c}{N_{plb}} = \frac{f_c A_c}{N_{plb}} = \frac{19.5 \text{ N/mm}^2 \cdot 95\,360 \text{ mm}^2}{4080 \cdot 10^3 \text{ N}} = 46 \%$$

Les résultats sont regroupés dans le tableau 4.52, où les valeurs correspondant aux sections HEB 180 et HEM 160 sont également reportées. On remarque que, dans le cas particulier de cet exemple, la résistance

d'une colonne de dimensions identiques peut augmenter de 31 % en stade élastique et de 27 % en stade plastique selon le type de profilé utilisé.

Tableau 4.52 Comparaison de la résistance de différentes sections mixtes.

Profilé	HEA 180	HEB 180	HEM 160
A_a [mm ²]	4530	6530	9710
A_s [mm ²]	2512	2512	2512
A_c [mm ²]	95 360	93 360	90 180
N_{elb} [kN]	3460	3880	4540
Part reprise par • acier	30 %	38 %	49 %
• armature	16 %	15 %	12 %
• béton	54 %	47 %	39 %
N_{plb} [kN]	4080	4510	5200
Part reprise par • acier	26 %	34 %	44 %
• armature	28 %	26 %	22 %
• béton	46 %	40 %	34 %
N_{plb}/N_{elb}	1.18	1.16	1.15

4.7.4 Résistance à un moment de flexion

Ce paragraphe se concentre uniquement sur les poutres mixtes. Le cas analogue des dalles mixtes est abordé en détail au volume 11.

Il est important de définir d'abord quelques notations et conventions adoptées ici pour les sections mixtes fléchies. La figure 4.53 donne la signification de certaines notations que nous utiliserons dans la suite de cette section. Une convention importante est la référence à la fibre inférieure de la poutre métallique pour positionner les axes de gravité ou les différents axes neutres possibles. Les principales notations utilisées par la suite, partiellement illustrées à la figure 4.53, sont définies ou rappelées ci-dessous :

- A_a : aire de la section de la poutre métallique
- A_b : aire de la section mixte
- A_c : aire de la section de béton participante ($A_c = h_c b_{ef}$)
- A_s : aire de la section des armatures (passives et de précontrainte)
- b_{ef} : largeur participante de la dalle de béton
- c : demi-largeur de l'aile supérieure de la poutre métallique
- e : distance entre la poutre métallique et la dalle de béton (ou hauteur des nervures de la tôle)
- h : hauteur totale de la section mixte ($h = h_a + e + h_c$)
- h_a : hauteur de la poutre métallique
- h_c : hauteur de la dalle de béton (ou de la partie de béton située au-dessus des nervures de la tôle)
- t : épaisseur de l'aile supérieure de la poutre métallique
- x : hauteur comprimée de la dalle de béton
- z_a : position du centre de gravité de la poutre métallique (par rapport à la fibre inférieure)

- z_b : position de l'axe neutre de la section mixte (par rapport à la fibre inférieure de la poutre métallique)
- z_c : position du centre de gravité de la dalle de béton (par rapport à la fibre inférieure de la poutre métallique)
- z_s : position du centre de gravité des armatures (par rapport à la fibre inférieure de la poutre métallique)

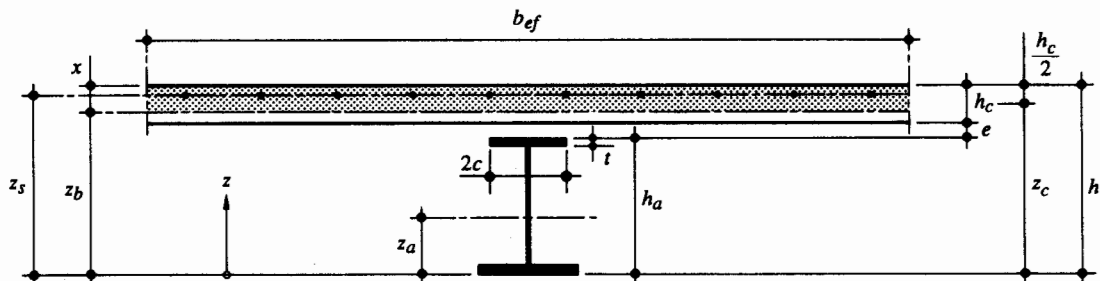


Fig. 4.53 Notations et conventions adoptées pour une section mixte.

Comme pour une section métallique seule (§ 4.3.1), le comportement à la flexion d'une section mixte est caractérisé par la relation moment-courbure. Considérons un tronçon dx de poutre mixte et soumettons-le à un moment de flexion M , causant ainsi une courbure Φ . L'évolution des déformations spécifiques et des contraintes dans une section de cette poutre mixte est donnée à la figure 4.54. Le comportement d'une telle section est très semblable à celui d'une section métallique fléchie, décrit à la figure 4.5, à la différence que pour la section mixte, on néglige la participation du béton tendu, en admettant qu'il est fissuré.

Calcul élastique

Pour le calcul élastique d'une section mixte, on admet que tous les matériaux qui la constituent ont un comportement élastique ($\sigma = E \varepsilon$). Cela est vrai pour autant que les contraintes ne dépassent pas les contraintes limites élastiques.

Pour déterminer les contraintes agissant sur les différents éléments de la section, il est nécessaire de connaître la position z_b de l'axe neutre de la section mixte (par rapport à la fibre inférieure de la poutre métallique, selon la convention ci-dessus). Cette position de l'axe neutre, qui correspond à la position du centre de gravité de la section mixte équivalente (section de béton transformée en section d'acier équivalente, peut se déterminer avec

$$z_b = \frac{1}{A_b} \int z dA_b \quad (4.128)$$

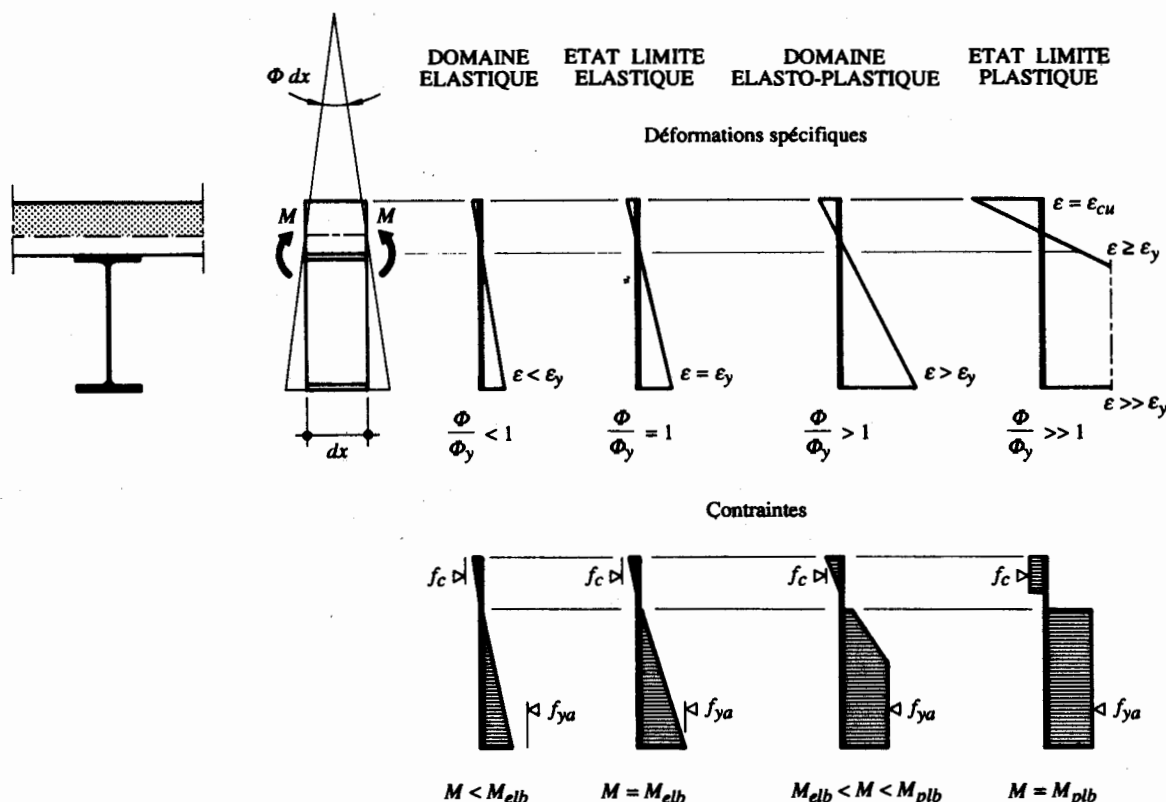


Fig. 4.54 Evolution des déformations spécifiques et des contraintes dans une section mixte fléchie.

où l'aire A_b de la section mixte est obtenue avec la relation suivante, identique à (4.120) :

$$A_b = A_a + A_s + \frac{A_c}{n_{el}} \quad (4.129)$$

Comme on peut généralement décomposer la section en éléments de grandeur finie, (4.128) peut s'exprimer par :

$$z_b = \frac{1}{A_b} \left(\sum A_{ai} z_i + \sum A_{si} z_i + \sum \frac{A_{ci}}{n_{el}} z_i \right) \quad (4.130)$$

La connaissance de la position z_b de l'axe neutre permet alors de calculer le moment d'inertie I_b de la section mixte en additionnant l'inertie propre I_{i0} de chaque élément de la section et le terme de transport correspondant, tout en ayant pris soin de transformer les parties de section en béton par leur section d'acier équivalente :

$$I_b = \sum I_{i0} + \sum A_i (z_i - z_b)^2 \quad (4.131)$$

Il est ainsi possible de déterminer la grandeur des contraintes agissant sur les différents éléments de la section mixte soumise à un moment de flexion M à l'aide des relations suivantes :

$$\text{acier (fibre inférieure)} : \quad \sigma_a = \frac{M}{I_b} z_b \quad (4.132 \text{ a})$$

$$\text{acier d'armature} : \quad \sigma_s = \frac{M}{I_b} (z_b - z_s) \quad (4.132 \text{ b})$$

$$\text{béton (fibre supérieure)} : \quad \sigma_c = \frac{1}{n_{el}} \frac{M}{I_b} (z_b - h) \quad (4.132 \text{ c})$$

Dans un calcul élastique d'une section mixte, il faut considérer chaque cas de charge séparément (montage, état de service), avec à chaque fois la géométrie (section réduite) et les valeurs (coefficients d'équivalence n) de la section correspondant au moment et à la durée d'application de la charge. Pour le dimensionnement, le principe général donné par (4.1) s'applique ici de la façon suivante :

$$\text{acier} : \quad \sigma_{da} \leq \frac{f_{ya}}{\gamma_R} \quad (4.133 \text{ a})$$

$$\text{acier d'armature} : \quad \sigma_{ds} \leq \frac{f_{ys}}{\gamma_R} \quad (4.133 \text{ b})$$

$$\text{béton} : \quad \sigma_{dc} \leq \frac{f_c}{\gamma_R} \quad (4.133 \text{ c})$$

σ_{da} : valeur de dimensionnement de la contrainte dans l'acier

σ_{ds} : valeur de dimensionnement de la contrainte dans l'acier d'armature

σ_{dc} : valeur de dimensionnement de la contrainte dans le béton

γ_R : facteur de résistance ($\gamma_R = 1.1$ pour l'acier, $\gamma_R = 1.2$ pour les armatures et le béton)

Rappelons ce qui a déjà été dit au paragraphe 4.7.2, à savoir que les Eurocodes n'utilisent pas un facteur de résistance unique comme dans (4.133). De plus, pour tenir compte des effets de longue durée, la valeur caractéristique de résistance du béton f_{ck} est réduite d'un facteur 0.85 pour le calcul des constructions mixtes.

Exemple 4.13 Section mixte fléchie : caractéristiques et calcul élastique

Soit la section d'une poutre mixte définie à la figure 4.55 : elle est composée d'un profilé IPE 300 en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$) et d'une dalle en béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$) dont la largeur participante b_{ef} vaut 2000 mm. L'armature longitudinale sur appui est constituée de dix barres $\varnothing 10 \text{ mm}$ ($A_s = 785 \text{ mm}^2$ au total) en acier S500 ($f_{ys} = 460 \text{ N/mm}^2$).

Calculer les caractéristiques élastiques de cette section mixte en travée et sur appui, c'est-à-dire la position de l'axe neutre ainsi que l'inertie de cette section. Vérifier ensuite cette section en sachant qu'elle est sollicitée par un moment de flexion M dont la valeur de dimensionnement vaut 220 kNm en travée et 150 kNm sur appui.

Section en travée

- Coefficient d'équivalence élastique :

Pour les actions de courte durée, le module d'élasticité peut être déterminé à l'aide de (4.103) :

$$E_c = E_{c0} = 14\,000 (f_c + 4)^{0.3} = 14\,000 (19.5 + 4)^{0.3} = 36.1 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

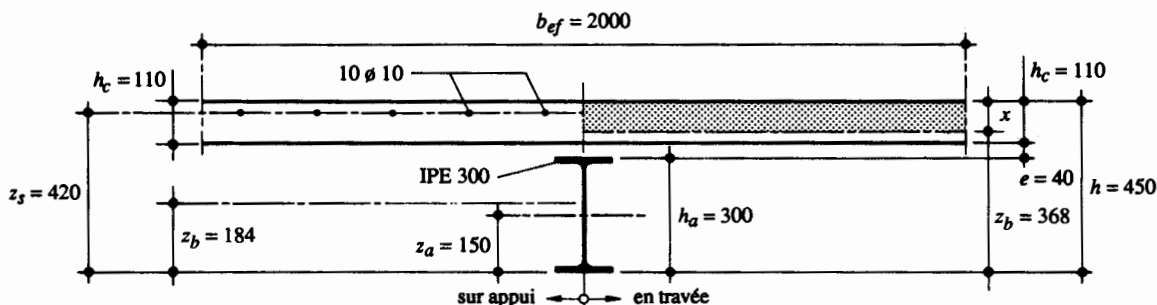


Fig. 4.55 Section mixte en travée et sur appui (calcul élastique).

Le coefficient d'équivalence élastique n_{el} défini par (4.111) vaut alors :

$$n_{el} = \frac{E_a}{E_c} = \frac{210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{36.1 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2} = 5.8$$

- Position de l'axe neutre mixte :

Dans une section en travée, on ne tient pas compte des armatures situées dans la partie comprimée du béton, et on néglige le béton tendu (admis fissuré). L'épaisseur de béton comprimé est fonction de la position de l'axe neutre mixte, que l'on peut déterminer avec (4.130). En faisant l'hypothèse que l'axe neutre se trouve dans la dalle, on a :

$$z_b = \frac{1}{A_b} \left[z_a A_a + \left(h - \frac{x}{2} \right) \frac{b_{ef} x}{n_{el}} \right]$$

Avec $z_b = h - x$, on obtient ainsi l'équation du deuxième degré en x suivante :

$$-\frac{b_{ef}}{2 n_{el}} x^2 - A_a x + A_a (h - z_a) = 0$$

dont la solution est :

$$x = \frac{n_{el} A_a}{b_{ef}} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b_{ef}}{n_{el} A_a} (h - z_a)} \right)$$

$$x = \frac{5.8 \cdot 5380 \text{ mm}^2}{2000 \text{ mm}} \left(-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 2000 \text{ mm}}{5.8 \cdot 5380 \text{ mm}^2} (450 \text{ mm} - 150 \text{ mm})} \right)$$

$$x = 82 \text{ mm}$$

Ce qui permet de calculer la position de l'axe neutre :

$$z_b = h - x = 450 \text{ mm} - 82 \text{ mm} = 368 \text{ mm}$$

Comme $z_b > h_a + e$, l'axe neutre se trouve effectivement dans la dalle, l'hypothèse faite ci-dessus est bien vérifiée. Par conséquent, comme le profilé est totalement en traction, il n'est pas nécessaire de vérifier la stabilité locale de l'âme et de l'aile.

- Caractéristiques élastiques de la section mixte :

L'inertie de la section mixte peut alors être déterminée avec (4.131) en considérant l'inertie du profilé IPE 300 et de la partie comprimée de la dalle de béton (cette procédure est illustrée au tableau 4.56) :

$$I_b = I_a + A_a (z_a - z_b)^2 + \frac{1}{12} \frac{b_{ef}}{n_{el}} x^3 + \frac{b_{ef}}{n_{el}} x \left[\left(h - \frac{x}{2} \right) - z_b \right]^2$$

$$I_b = 83.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 + 5380 \text{ mm}^2 (150 \text{ mm} - 368 \text{ mm})^2 + \frac{1}{12} \frac{2000 \text{ mm}}{5.8} (82 \text{ mm})^3$$

$$+ \frac{2000 \text{ mm}}{5.8} 82 \text{ mm} \left[\left(450 \text{ mm} - \frac{82 \text{ mm}}{2} \right) - 368 \text{ mm} \right]^2 = 403 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- Vérification des contraintes :

Avec les contraintes dans l'acier (fibre inférieure) et le béton (fibre supérieure) selon (4.132), on peut s'assurer avec (4.133) que la résistance de la section mixte est suffisante :

$$\sigma_{da} = \frac{M_d}{I_b} z_b = \frac{220 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{403 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \cdot 368 \text{ mm} = 201 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_{ya}}{\gamma_R} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 213 \text{ N/mm}^2$$

$$|\sigma_{dc}| = \frac{1}{n_{el}} \left(\frac{M_d}{I_b} \cdot |x| \right) = \frac{1}{5.8} \left(\frac{220 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{403 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \cdot 82 \text{ mm} \right) = 7.7 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_c}{\gamma_R} = \frac{19.5}{1.2} = 16.2 \text{ N/mm}^2$$

Section sur appui

- Caractéristiques élastiques de la section :

Comme pour la section en travée, le béton tendu est négligé (admis fissuré). En faisant l'hypothèse que l'axe neutre mixte est situé dans le profilé, il suffit de tenir compte des caractéristiques des armatures et du profilé IPE. La position de l'axe neutre de la section mixte se détermine alors avec (4.130) de la façon suivante :

$$z_b = \frac{\sum A_i z_i}{\sum A_i} = \frac{A_a z_a + A_s z_s}{A_a + A_s} = \frac{1136 \cdot 10^3 \text{ mm}^3}{6165 \text{ mm}^2} = 184 \text{ mm}$$

Tandis que l'inertie de la section mixte vaut, selon la procédure illustrée au tableau 4.56 :

$$I_b = 134 \cdot 10^6 \text{ mm}^4.$$

Comme l'axe neutre se trouve effectivement dans le profilé ($z_b < h_a$), l'hypothèse faite ci-dessus est bien vérifiée. Il est de plus nécessaire de s'assurer que l'on n'ait pas de phénomène d'instabilité locale dans l'âme et l'aile comprimée, ce que l'on peut vérifier à l'aide des conditions d'élancement contenues dans le tableau 5.39.

- Vérification des contraintes :

Avec les contraintes selon (4.132) (on utilise des valeurs absolues), on peut s'assurer selon (4.133) que la résistance de la section mixte est également suffisante sur appui :

$$\sigma_{da} = \frac{M_d}{I_b} z_b = \frac{150 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{134 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \cdot 184 \text{ mm} = 206 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_{ya}}{\gamma_R} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 213 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ds} = \frac{M_d}{I_b} (z_b - z_s) = \frac{150 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{134 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \cdot 236 \text{ mm} = 264 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_{ys}}{\gamma_R} = \frac{460 \text{ N/mm}^2}{1.2} = 383 \text{ N/mm}^2$$

Tableau 4.56 Caractéristiques des sections.

Section	Elément	z_i [mm]	A_i [mm ²]	$ z_i - z_b $ [mm]	$A_i (z_i - z_b)^2$ [mm ⁴]	I_{i0} [mm ⁴]
Travée	IPE 300	150	5380	218	$255.7 \cdot 10^6$	$83.6 \cdot 10^6$
	Béton comprimé	409	164000	41	$47.5 \cdot 10^6$	$15.8 \cdot 10^6$
	Mixte	368	33660	—	$I_b = 403 \cdot 10^6$	
Appui	IPE 300	150	5380	34	$6.2 \cdot 10^6$	$83.6 \cdot 10^6$
	Armature	420	785	236	$43.7 \cdot 10^6$	négligeable
	Mixte	184	6165	—	$I_b = 134 \cdot 10^6$	

L'exemple 4.13 traite du cas particulier de la section mixte, avec notamment un axe neutre en travée situé dans la dalle. Les autres cas pour lesquels la position de l'axe neutre est différente peuvent être abordés exactement selon la même procédure que celle utilisée dans cet exemple.

Pour ne pas trop alourdir le texte, nous nous contentons ici de donner dans le tableau 4.57 les différentes relations donnant :

- la position z_b de l'axe neutre par rapport à la fibre inférieure de la poutre,
- le moment d'inertie I_b

pour les différents cas possibles, en distinguant les sections mixtes sollicitées par un moment positif (en travée) et négatif (sur appui). Précisons encore que les formules données dans ce tableau sont valables aussi bien pour des poutres métalliques symétriques que non symétriques, et qu'il faut utiliser les valeurs absolues des différentes variables, selon la convention fixée à la figure 4.53. La référence [4.4], complétée par [4.5], contient des tables permettant d'établir directement les valeurs numériques de la position z_b de l'axe neutre et du moment d'inertie I_b de la section mixte pour un grand nombre de cas de poutres mixtes.

Tableau 4.57 Caractéristiques élastiques d'une section mixte.

Section	Axe neutre	Position de l'axe neutre et inertie de la section
En travée	Dans la dalle : $A_a (h - z_a - h_c) < \frac{A_c}{n_{el}} \frac{h_c}{2}$	$z_b = h - \frac{n_{el} A_a}{b_{ef}} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 b_{ef}}{n_{el} A_a} (h - z_a)} \right]$ $I_b = I_a + A_a (z_a - z_b)^2 + \frac{1}{3} \frac{b_{ef}}{n_{el}} (h - z_b)^3$
	Dans le profilé métallique : $A_a (h - z_a - h_c) \geq \frac{A_c}{n_{el}} \frac{h_c}{2}$	$z_b = \frac{1}{A_a + \frac{A_c}{n_{el}}} \left[A_a z_a + \frac{A_c}{n_{el}} \left(h - \frac{h_c}{2} \right) \right]$ $I_b = I_a + A_a (h - z_a)^2 + \frac{1}{3} \frac{A_c}{n_{el}} h_c^2 - A_b (h - z_b)^2$
Sur appui		$z_b = \frac{1}{A_a + A_s} (A_a z_a + A_s z_s)$ $I_b = I_a + A_a (z_a - z_b)^2 + A_s (z_b - z_s)^2$

Calcul plastique

Le calcul plastique de la résistance des sections mixtes est possible pour autant que les matériaux constituant la section aient un comportement plastique et que l'éclatement du profilé métallique satisfasse les conditions contenues dans le tableau 5.39. Dans le bâtiment, les sections utilisées permettent en général de garantir un tel comportement. L'état d'équilibre généralement adopté pour le calcul plastique est celui où l'on a simultanément la fibre supérieure du béton comprimée à $\varepsilon_{cu} = 3.5 \%$ et une plastification totale de la section métallique. Pour cela, il est nécessaire de respecter les deux conditions suivantes (fig. 4.54), qu'il s'agit de vérifier lors de chaque dimensionnement :

- la déformation spécifique ε_c de la fibre extrême comprimée du béton doit être égale à la déformation spécifique de rupture ε_{cu} correspondant à l'écrasement du béton, afin de pouvoir compter sur le comportement plastique du béton illustré à la figure 4.48;
- la déformation spécifique des fibres extrêmes de la poutre métallique doit être supérieure à l'allongement limite élastique ε_y , afin que la plastification totale de l'acier soit garantie.

Cela peut s'exprimer par les relations suivantes :

$$\varepsilon_d = \varepsilon_{cu} \quad (4.134 \text{ a})$$

$$\varepsilon_a \geq \varepsilon_y \quad (4.134 \text{ b})$$

- ε_c : déformation spécifique de la fibre extrême comprimée du béton
 ε_{cu} : déformation spécifique de rupture du béton, admise égale à 3.5 ‰
 ε_a : déformation spécifique des fibres extrêmes de l'acier
 ε_y : allongement limite élastique de l'acier

Pour avoir une analogie avec une section métallique seule, il serait souhaitable d'exprimer la résistance à la flexion d'une section mixte de la façon suivante :

$$M_{plb} = f_{ya} Z_b \quad (4.135)$$

Z_b : module plastique de la section mixte

Pour obtenir la grandeur du *module plastique* Z_b , il est nécessaire de connaître la position z_b de l'axe neutre, qui peut s'établir avec la relation générale (4.128), et l'aire A_b de la section mixte. Celle-ci est donnée par l'équation suivante, qui ne se différencie de (4.129) que dans la mesure où la section d'armature est également rapportée à l'acier :

$$A_b = A_a + \frac{A_s}{n_{pls}} + \frac{A_c}{n_{pl}} \quad (4.136)$$

Examinons d'abord le cas particulier d'une section mixte acier-béton soumise à un moment de flexion positif (fig. 4.58). Ce type de sollicitation met la dalle de béton totalement ou partiellement en compression, et le profilé totalement ou partiellement en traction. Remarquons ici que la participation de l'armature en compression est en général négligée.

Si nous faisons d'abord l'hypothèse que l'axe neutre de la section se trouve dans la dalle de béton, le profilé métallique reprend alors un effort de traction F_a qui peut s'exprimer par :

$$F_a = f_{ya} A_a \quad (4.137)$$

La partie comprimée de la dalle reprend alors une force de compression F_c donnée par :

$$F_c = f_c b_{ef} x \quad (4.138)$$

- x : hauteur comprimée de la dalle de béton
 b_{ef} : largeur participante de la dalle de béton

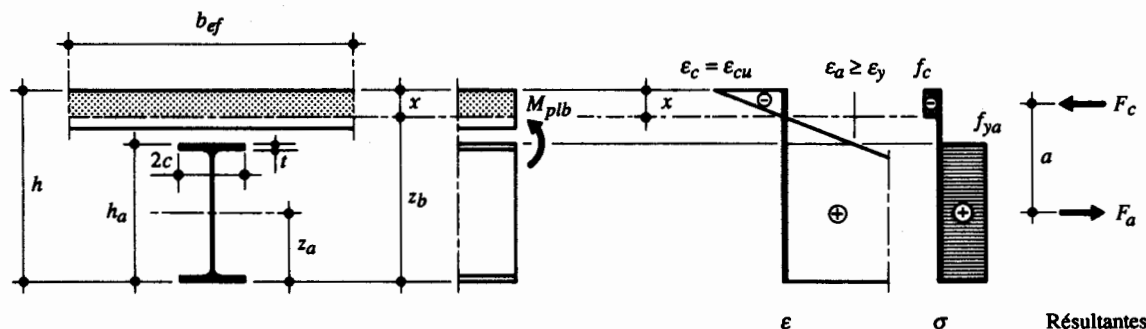


Fig. 4.58 Section de poutre mixte en travée (calcul plastique).

Comme nous sommes dans un cas de flexion simple, les forces F_a et F_c doivent être en équilibre : la hauteur comprimée de la dalle x peut être obtenue en égalant (4.137) et (4.138) :

$$x = \frac{f_{ya} A_a}{f_c b_{ef}} = n_{pl} \frac{A_a}{b_{ef}} \quad (4.139)$$

Cela permet alors de déterminer la position de l'axe neutre z_b de la section mixte :

$$z_b = h - x = h - n_{pl} \frac{A_a}{b_{ef}} \quad (4.140)$$

En exprimant que z_b doit être plus grand que $(h - h_c)$, on peut établir la relation (4.141) afin de vérifier que l'axe neutre est effectivement situé dans la dalle :

$$A_a \leq \frac{A_c}{n_{pl}} \quad (4.141)$$

Le moment de flexion que peut alors reprendre la section mixte est donné par le moment créé par le couple de forces F_c et F_a . Étant donné que leur bras de levier a vaut (fig. 4.58)

$$a = h - z_a - \frac{1}{2} x \quad (4.142)$$

le moment plastique M_{plb} de la section mixte est donné par :

$$M_{plb} = F_a a = f_{ya} A_a \left(h - z_a - \frac{1}{2} x \right) \quad (4.143)$$

La comparaison de (4.143) et de (4.135) permet alors de formuler le module plastique de la section mixte Z_b de la façon suivante :

$$Z_b = A_a \left(h - z_a - \frac{1}{2} x \right) \quad (4.144)$$

Précisons encore que dans le domaine plastique, l'influence des effets de longue durée (fluage et retrait) sur la résistance de la section est négligeable du fait des grandes déformations survenant dans la section.

Une démarche tout à fait semblable à celle effectuée ci-dessus peut être faite pour tous les autres cas que l'on peut obtenir en considérant les différentes positions d'axe neutre pour des sections en travée ou sur appui. La figure 4.59 illustre le cas particulier de la section sur appui, pour mettre en évidence que le principe du calcul détaillé ci-dessus est le même pour une section soumise à un moment de flexion négatif.

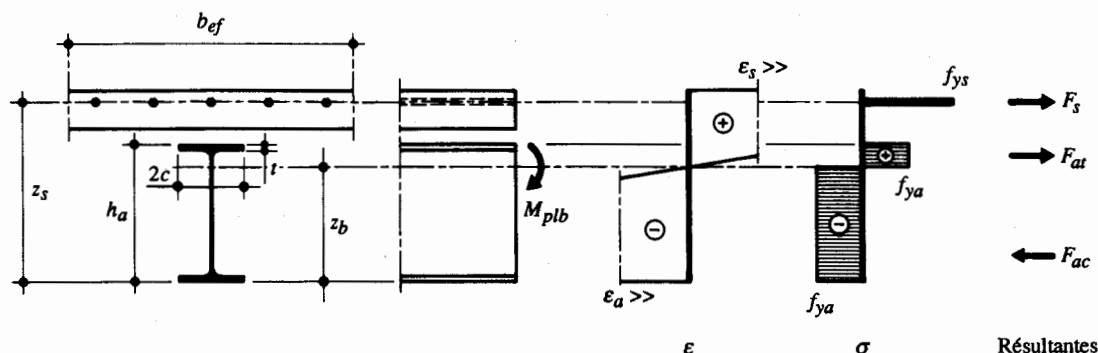


Fig. 4.59 Section de poutre mixte sur appui (calcul plastique).

Pour ne pas alourdir le texte, nous avons regroupé dans le tableau 4.60 les différentes relations donnant, pour un calcul plastique de la résistance ultime des sections, la position z_b de l'axe neutre par rapport à la fibre inférieure de la poutre métallique et le module plastique Z_b valable pour les cas où la section mixte se trouve sollicitée par un moment positif (section en travée) ou négatif (section sur appui). Le contenu du tableau 4.60 nécessite toutefois les précisions suivantes :

- les relations qui y sont données sont valables quel que soit le type de section de la poutre métallique (laminée ou composée à âme pleine, symétrique ou non);
- dans le cas d'une section de poutre métallique non symétrique, il faut remplacer t et c par les dimensions de la semelle supérieure, à savoir respectivement t_{sup} et c_{sup} ;
- il faut utiliser les valeurs absolues des différentes variables, selon la convention fixée à la figure 4.53.

Précisons encore que la référence [4.4], complétée par [4.5], contient des tables permettant d'établir directement les valeurs numériques de la position z_b de l'axe neutre et du moment plastique Z_b de la section mixte pour un grand nombre de cas de poutres mixtes.

Tableau 4.60 Caractéristiques plastiques d'une section mixte.

Section	Axe neutre	Position de l'axe neutre et module plastique de la section
En travée (fig. 4.58)	Dans la dalle : $A_a \leq \frac{A_c}{n_{pl}}$	$z_b = h - \frac{n_{pl} A_a}{b_{ef}}$ $Z_b = A_a \left(h - z_a - \frac{1}{2} \frac{n_{pl} A_a}{b_{ef}} \right)$
	Dans l'aile supérieure : $A_a - 4 c t \leq \frac{A_c}{n_{pl}} < A_a$	$z_b = h_a + \frac{1}{4c} \left(\frac{A_c}{n_{pl}} - A_a \right)$ $Z_b = \frac{A_c}{n_{pl}} z_c - A_a z_a + 2c (h_a^2 - z_b^2)$
	Dans l'âme : $A_a - 4 c t > \frac{A_c}{n_{pl}}$ ①	$z_b = \frac{1}{2d} \left(\frac{A_c}{n_{pl}} - A_a \right) + \frac{2ct}{d} + h_a - t$ ① $Z_b = \frac{A_c}{n_{pl}} z_c - A_a z_a + 4ct \left(h_a - \frac{t}{2} \right) + d(h_a - t)^2 - d z_b^2$
Sur appui (fig. 4.59)	Dans l'aile supérieure : $A_a - 4 c t \leq \frac{A_s}{n_{pls}} < A_a$	$z_b = h_a + \frac{1}{4c} \left(\frac{A_s}{n_{pls}} - A_a \right)$ $Z_b = \frac{A_s}{n_{pls}} z_s - A_a z_a + 2c (h_a^2 - z_b^2)$
	Dans l'âme : $A_a - 4 c t > \frac{A_s}{n_{pls}}$ ①	$z_b = \frac{1}{2d} \left(\frac{A_s}{n_{pls}} - A_a \right) + \frac{2ct}{d} + h_a - t$ ① $Z_b = \frac{A_s}{n_{pls}} z_s - A_a z_a + 4ct \left(h_a - \frac{t}{2} \right) + d(h_a - t)^2 - d z_b^2$

① Dans le cas d'un profilé laminé en double té, prendre $A_a = 4 c t + (h_a - 2 t) d$

Pour le dimensionnement, la vérification de la résistance peut alors se faire à l'aide de la relation

$$M_d \leq \frac{M_{plb}}{\gamma_R} \quad (4.145)$$

dans laquelle on admet un facteur de résistance γ_R égal à celui utilisé en général dans la construction métallique, à savoir 1.1.

Pour illustrer l'apport de la dalle de béton pour la résistance en section, les relations moment-rotation spécifique d'une section mixte et d'un profilé seul sont comparées à la figure 4.61 (il s'agit de la section en travée examinée dans les exemples 4.13 et 4.14). Outre une rigidité et une résistance plus importantes dues logiquement au renforcement de la section, on constate que le facteur de forme k de la section mixte (1.40) est sensiblement plus élevé que celui de la section métallique seule (1.13). Cela montre que la combinaison acier-béton permet d'utiliser de manière judicieuse les propriétés mécaniques spécifiques à chacun des matériaux. Un calcul plastique de la résistance en section permet par conséquent d'utiliser une réserve de résistance encore importante après avoir atteint le moment élastique M_{elb} , à condition que la section puisse absorber une relativement grande rotation.

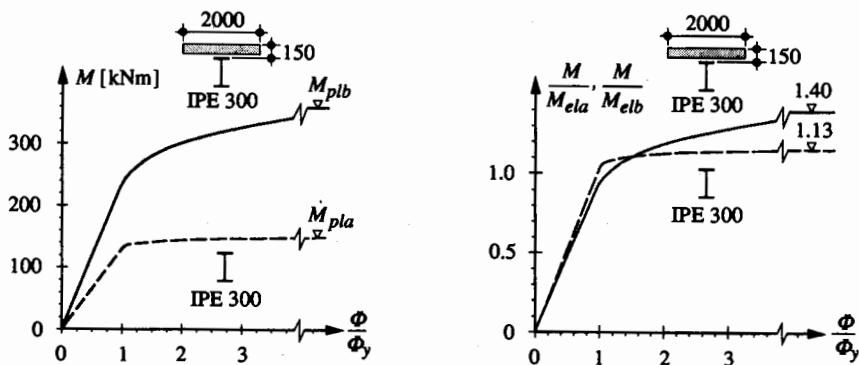


Fig. 4.61 Comportement d'une section mixte fléchie et comparaison avec celui de la section métallique seule.

Exemple 4.14 Section mixte fléchie : caractéristiques et calcul plastique

Soit la section d'une poutre mixte définie à la figure 4.62 : elle est composée d'un profilé IPE 300 en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$) et d'une dalle en béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$) dont la largeur participante b_{ef} vaut 2000 mm (section identique à celle de l'exemple 4.11). L'armature longitudinale sur appui est constituée de dix barres $\phi 10 \text{ mm}$ ($A_s = 785 \text{ mm}^2$ au total) en acier S500 ($f_{ys} = 460 \text{ N/mm}^2$).

Calculer les caractéristiques plastiques de cette section mixte en travée et sur appui, c'est-à-dire la position de son axe neutre ainsi que son module plastique. Vérifier ensuite cette section en sachant qu'elle est sollicitée par un moment de flexion M dont la valeur de dimensionnement vaut 310 kNm en travée et 190 kNm sur appui.

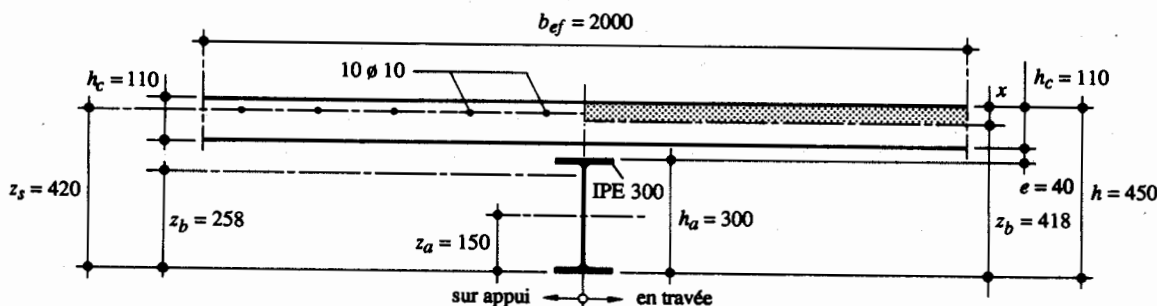


Fig. 4.62 Section mixte en travée et sur appui (calcul plastique).

Section en travée

- Coefficient d'équivalence plastique, selon (4.114) :

$$n_{pl} = \frac{f_{ya}}{f_c} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{19.5 \text{ N/mm}^2} = 12$$

- Caractéristiques plastiques de la section mixte :

La relation (4.141) permet de vérifier que l'axe neutre est situé dans la dalle :

$$A_a = 5380 \text{ mm}^2 \leq \frac{A_c}{n_{pl}} = \frac{110 \text{ mm} \cdot 2000 \text{ mm}}{12} = 18\,330 \text{ mm}^2$$

Comme le profilé est totalement en traction, il n'est pas nécessaire de vérifier la stabilité locale de l'âme et de l'aile.

La position de l'axe neutre z_b ainsi que le module plastique Z_b de la section mixte se déterminent alors respectivement avec (4.140) et (4.144), avec la hauteur de dalle comprimée x selon (4.139) :

$$x = n_{pl} \frac{A_a}{b_{ef}} = 12 \frac{5380 \text{ mm}^2}{2000 \text{ mm}} = 32.3 \text{ mm}$$

$$z_b = h - x = 450 \text{ mm} - 32.3 \text{ mm} = 418 \text{ mm}$$

$$Z_b = A_a \left(h - z_a - \frac{1}{2} x \right) = 5380 \text{ mm}^2 \left(450 \text{ mm} - 150 \text{ mm} - \frac{32.3 \text{ mm}}{2} \right) = 1527 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

Le moment plastique M_{plb} de la section mixte vaut alors (4.135) :

$$M_{plb} = f_{ya} Z_b = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 1527 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 359 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 359 \text{ kNm}$$

Sachant que le moment élastique M_{elb} de cette section est égal à 257 kNm (exemple 4.13), le facteur de forme de la section mixte $k = M_{plb}/M_{elb}$ vaut 1.40. Cette valeur, relativement élevée par rapport au profilé IPE seul pour lequel le facteur de forme vaut 1.13, montre que l'augmentation de la résistance apportée par un calcul plastique est appréciable (fig. 4.61).

- Vérification de la résistance en section :

$$M_d = 310 \text{ kNm} \leq \frac{M_{plb}}{\gamma_R} = \frac{359 \text{ kNm}}{1.1} = 326 \text{ kNm}$$

La résistance à la flexion est donc satisfaite.

Section sur appui

- Coefficient d'équivalence plastique de l'acier d'armature, selon (4.116) :

$$n_{pls} = \frac{f_{ya}}{f_{ys}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{460 \text{ N/mm}^2} = 0.51$$

- Caractéristiques plastiques de la section mixte :

En utilisant la valeur suivante pour l'aire de la section du profilé laminé IPE 300 (selon remarque ① du tableau 4.60) :

$$A_a = 4ct + (h_a - 2t) d = 4 \cdot 75 \text{ mm} \cdot 10.7 \text{ mm} + (300 \text{ mm} - 2 \cdot 10.7 \text{ mm}) 7.1 \text{ mm} = 5190 \text{ mm}^2$$

Il est possible de vérifier que l'axe neutre se trouve bien dans l'âme du profilé selon la condition exprimée au tableau 4.60 :

$$A_a - 4ct = (h_a - 2t) d = (300 \text{ mm} - 2 \cdot 10.7 \text{ mm}) 7.1 \text{ mm} = 1980 \text{ mm}^2 > \frac{A_s}{n_{pls}} = \frac{785 \text{ mm}^2}{0.51} = 1540 \text{ mm}^2$$

L'application des relations du tableau 4.60 correspondant à ce cas permet d'obtenir respectivement :

$$z_b = 258 \text{ mm} \text{ et } Z_b = 935 \cdot 10^3 \text{ mm}^3.$$

Le moment plastique M_{plb} de la section mixte vaut alors :

$$M_{plb} = f_{ya} Z_b = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 935 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 220 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 220 \text{ kNm}$$

En sachant que $M_{elb} = 171 \text{ kNm}$ (exemple 4.13), le facteur de forme k de la section vaut alors 1.30, ce qui reste encore passablement supérieur au facteur de forme du profilé métallique seul.

- Vérification de la résistance en section :

$$M_d = 190 \text{ kNm} \leq \frac{M_{plb}}{\gamma_R} = \frac{220 \text{ kNm}}{1.1} = 200 \text{ kNm}$$

La résistance à la flexion est donc satisfaite.

4.7.5 Résistance à un effort tranchant

Il est en général admis dans le calcul des sections mixtes des poutres et des poteaux que la résistance à un effort tranchant est égale à celle de la section métallique. Ainsi, si cette dernière consiste en un profilé laminé en double té sollicité dans le plan de l'âme (cas de la plupart des poutres et poteaux mixtes de bâtiment), la résistance V_R à l'effort tranchant sera donnée par la relation suivante, identique à (4.29) :

$$V_{pl} = \frac{f_{ya}}{\sqrt{3}} A_w \quad (4.146)$$

Dans le cas des dalles mixtes par contre, seul le béton résiste à l'effort tranchant (vol. 11).

4.7.6 Résistance sous interaction d'efforts

Les différents cas de résistance sous interaction d'efforts peuvent être traités en appliquant les mêmes principes de base que ceux énoncés au paragraphe 4.6.1 pour l'étude de l'interaction d'efforts pour un profilé laminé en double té. Un calcul élastique ou plastique est alors possible, pour autant que les conditions suivantes soient respectées :

- une section plane avant déformation reste plane après déformation (calcul élastique seulement);
- il y a, en tous les points de la section, équivalence entre les efforts intérieurs et les contraintes (calcul élastique et plastique);
- la contrainte doit rester en tous points inférieure ou égale à la résistance (f_{ya} , f_{ys} ou f_c) des différents matériaux (calcul élastique et plastique);
- la déformation spécifique (raccourcissement) du béton ϵ_c doit être inférieure (calcul élastique) ou égale (calcul plastique) à la déformation spécifique de rupture $\epsilon_{cu} = 3.5 \text{ ‰}$, valeur correspondant à l'écrasement du béton.

Le respect de ces principes permet alors, en adoptant la même démarche que celle décrite dans la section 4.6, d'effectuer un calcul élastique ou plastique de la résistance d'une section mixte soumise à une interaction d'efforts. Précisons cependant que l'interaction entre un effort tranchant et un autre type d'effort peut être résolue de la même façon que pour le profilé métallique seul (§ 4.6.4 et 4.6.5) : la résistance au cisaillement V_{pl} donnée par (4.146) est indépendante d'un éventuel effort normal ou moment de flexion. Cela n'est toutefois valable que pour les profilés laminés du commerce; si on se trouve en présence d'un autre type de section, on se référera au chapitre 12. Nous citerons pour terminer les tables SZS A3 qui donnent les relations complètes permettant de calculer, pour un calcul élastique ou plastique, la résistance d'une section mixte soumise à la fois à un moment de flexion positif et à un effort normal de compression.

Références

- [4.1] KOLLBRUNNER, C.F., BASLER, K., *Torsion / Application à l'étude des structures*, SPES, Lausanne, 1970.
- [4.2] CHEN, W.F., ATSUTA, T., *Theory of beam-columns / Vol. 2, Space behaviour and design*, Mc Graw-Hill, New York, 1977.
- [4.3] BEZ, R., *Diagrammes d'interaction de cornières métalliques*, ICOM Construction métallique, EPFL, Lausanne, 1983 (ICOM 111).
- [4.4] SZS A3, *Poutres mixtes dans le bâtiment*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1982.
- [4.5] SZS A3.1, *Poutres mixtes dans le bâtiment / Fascicule complémentaire*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1993.

5 Éléments fléchis



5.1 Introduction

Les barres fléchies sont parmi les éléments les plus couramment utilisés en construction métallique. On les trouve dans tous les types de structures, où elles constituent des éléments porteurs principaux (traverses de cadre, poutres de toiture ou de plancher, par exemple) ou secondaires (pannes, filières, etc.). Ces éléments méritent donc qu'on leur accorde une attention particulière, car une bonne connaissance des différents phénomènes qui leur sont liés est indispensable pour en assurer une conception et un dimensionnement corrects.

Le but de ce chapitre est de permettre le dimensionnement d'un élément fléchi sur la base de la résistance en section examinée au chapitre 4. Il est donc orienté vers un exposé des domaines d'application ainsi que des principes de fabrication et de dimensionnement des éléments fléchis. Pour atteindre cet objectif, ce chapitre est structuré de la manière suivante :

- Section 5.2. Les principes de dimensionnement des éléments fléchis sont d'abord rappelés en distinguant l'aptitude au service (déformations, vibrations), la sécurité structurale (résistance en section, voilement, déversement) et la sécurité à la fatigue.
- Sections 5.3 à 5.9. Les différents types possibles d'éléments fléchis sont ensuite présentés, en insistant essentiellement sur les notions relatives à leur domaine d'utilisation, à leur conception, à leur fabrication ainsi qu'à leur dimensionnement. Les éléments fléchis illustrés à la figure 5.1 sont successivement examinés :
 - les profilés laminés (sect. 5.3),
 - les profilés avec semelles de renfort (sect. 5.4),
 - les poutres composées à âme pleine (sect. 5.5),
 - les poutres ajourées (sect. 5.6),
 - les poutres à treillis (sect. 5.7),
 - les poutres mixtes acier-béton (sect. 5.8),
 - les éléments à parois minces (sect. 5.9).

Des phénomènes relativement complexes, tels que le déversement et le voilement, sont traités pour la première fois dans ce chapitre. Les bases théoriques du déversement et du voilement sont données respectivement dans les chapitres 11 et 12, pour ne pas alourdir la présentation faite ici. Dans le présent

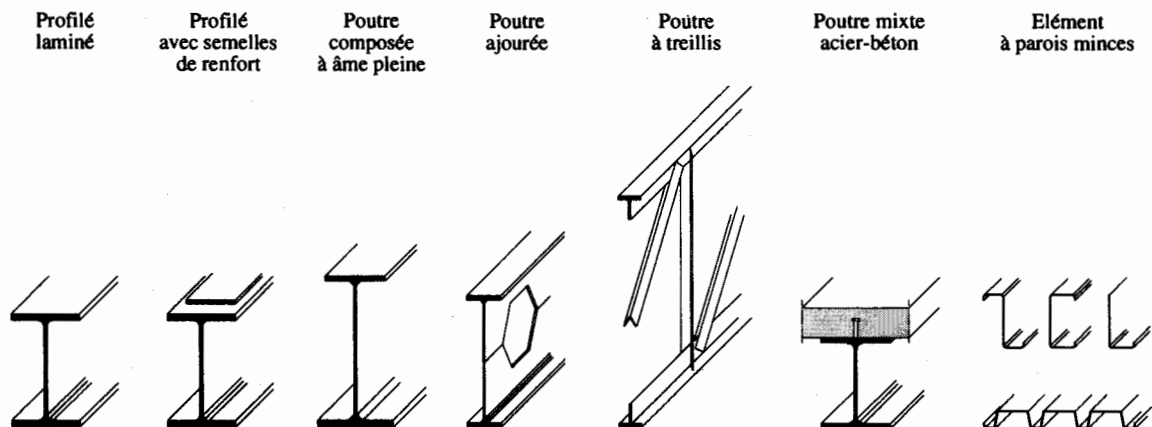


Fig. 5.1 Éléments fléchis examinés dans ce chapitre.

chapitre, le dimensionnement des éléments fléchis est effectué en admettant que ces phénomènes de stabilité sont évités par des mesures appropriées.

5.2 Principes de dimensionnement

5.2.1 Aptitude au service

La vérification de l'aptitude au service a pour but, comme nous l'avons déjà vu au paragraphe 2.3.1, de garantir un bon fonctionnement, une bonne durabilité et un bon aspect de l'ouvrage. Une telle vérification peut se faire par le calcul en vérifiant la relation générale suivante (déjà présentée au paragraphe 2.3.4) :

$$f(S_{ser}) \leq f_{lim} \quad (5.1)$$

$f(S_{ser})$: valeur calculée avec la sollicitation de service S_{ser}

f_{lim} : valeur limite convenue dans le plan d'utilisation ou définie dans une norme

Les déformations et les vibrations sont les principaux critères pour lesquels (5.1) doit être vérifiée par le calcul. Le principe de vérification de l'aptitude au service avec ces deux critères est défini au paragraphe 2.3.4. Nous allons ici ne préciser que quelques notions permettant le calcul des déformations et des vibrations d'un élément fléchi.

Déformations

La figure 5.2 montre schématiquement l'évolution de la déformation d'une poutre métallique :

- On lui donne éventuellement d'abord une contreflèche w_1 destinée à compenser la flèche due au poids propre, aux actions permanentes et éventuellement à une partie des charges variables.
- Elle subit ensuite une déformation w_2 due au poids propre de la structure porteuse et aux actions permanentes. Comme la contreflèche w_1 n'est pas forcément égale à la déformation w_2 , la poutre ne sera en général pas horizontale à ce stade-là.
- Durant la période de service de la structure, une action variable de courte durée peut créer une déformation w_4 . C'est cette déformation qui doit être vérifiée pour satisfaire les critères de rigidité et de confort.

Il est important de préciser que la déformation due à la valeur de dimensionnement de la charge variable n'a pas d'importance, étant donné que celle-ci concerne l'état limite ultime, qui est totalement différent de l'état limite de service.

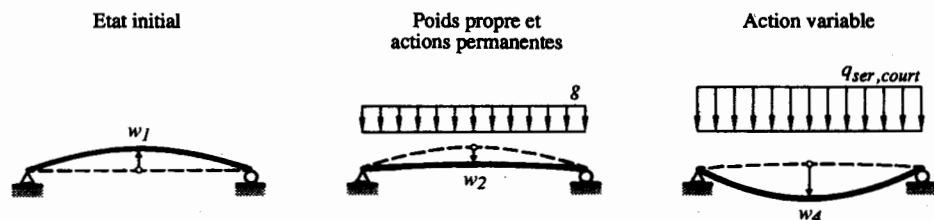
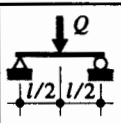
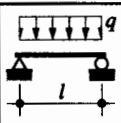
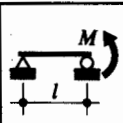
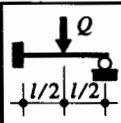
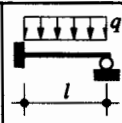
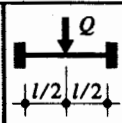
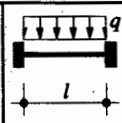
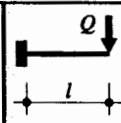
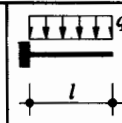


Fig. 5.2 Déformations d'un élément fléchi.

On se référera au tableau 2.7 pour les valeurs limites indicatives des flèches indiquées dans les normes SIA. Quant au calcul des déformations d'une poutre fléchie, il nous a semblé utile de regrouper ici quelques informations contenues dans différents ouvrages (par exemple [5.1] ou les tables SZS C4.1), à savoir :

- les formules donnant la grandeur de la déformation verticale maximale de quelques systèmes statiques élémentaires pour des poutres à inertie constante (tab. 5.3) (attention cependant au fait que la position de cette déformation verticale n'est pas toujours à mi-travée, ce qui empêche, cas échéant, d'additionner les flèches maximales),
- un abaque permettant d'établir la déformation verticale maximale d'une poutre continue, à inertie constante, uniformément chargée (fig. 5.4).

Tableau 5.3 Déformation verticale maximale de quelques systèmes statiques élémentaires (poutres à inertie constante).

								
$\frac{1}{48} \frac{Q l^3}{EI}$	$\frac{5}{384} \frac{q l^4}{EI}$	$\frac{1}{15.6} \frac{M l^2}{EI}$	$\frac{1}{107.3} \frac{Q l^3}{EI}$	$\frac{1}{184.5} \frac{q l^4}{EI}$	$\frac{1}{192} \frac{Q l^3}{EI}$	$\frac{1}{384} \frac{q l^4}{EI}$	$\frac{1}{3} \frac{Q l^3}{EI}$	$\frac{1}{8} \frac{q l^4}{EI}$

Vibrations

Certains éléments de construction, tels que des poutres ou des dalles soumises à des charges dynamiques à caractère périodique, peuvent vibrer et nuire ainsi aux éléments secondaires de la structure ainsi qu'à leurs utilisateurs (§ 2.3.4). Il peut même se produire des phénomènes de mise en résonance si une des fréquences propres correspond à la fréquence d'excitation. On doit donc tenir compte du problème des vibrations lors de la vérification de l'aptitude au service en évitant la mise en résonance, soit par un dimensionnement approprié des éléments, soit en prévoyant des dispositions de construction adéquates (vol. 11).

La relation générale permettant d'établir les fréquences propres d'une poutre à inertie constante sur deux appuis est la suivante :

$$f_i = \frac{\alpha_i^2}{2 \pi l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (5.2)$$

- f_i : fréquence propre correspondant au i -ème mode de vibration [Hz]
 α_i : coefficient dépendant du système statique et du mode de vibration (tab. 5.5)
 l : portée de la poutre [m]
 E : module d'élasticité [N/m²]
 I : inertie de la section de la poutre [m⁴]
 m : masse par mètre courant de la poutre [kg/m]

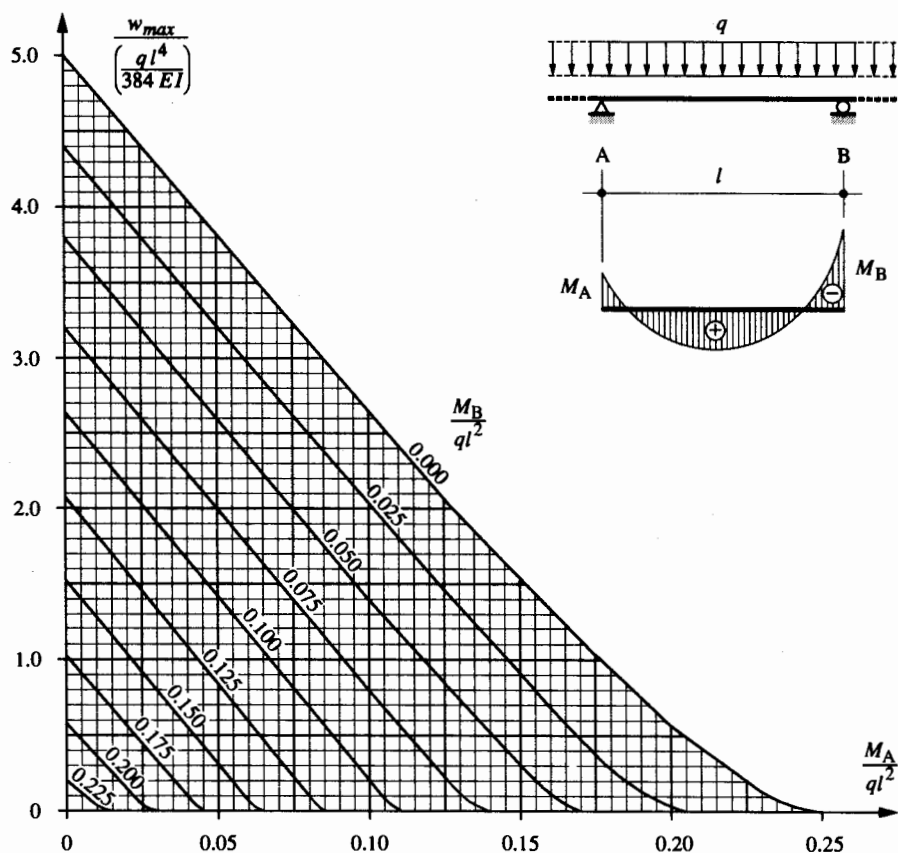


Fig. 5.4 Déformation verticale maximale d'une poutre continue, à inertie constante, uniformément chargée.

Le tableau 5.5 contient les valeurs des coefficients α_i pour trois systèmes statiques élémentaires (tiré de [5.2]). Cette dernière référence contient également des informations concernant le calcul des fréquences propres d'autres types d'éléments de construction, notamment les dalles.

Tableau 5.5 Coefficients α_i pour le calcul des fréquences propres.

	α_1	α_2	α_3
	π	2π	3π
	3.93	7.07	10.21
	4.73	7.85	11.00

Les valeurs des fréquences propres obtenues avec (5.2) sont finalement à comparer avec les fréquences d'excitation de l'élément de construction examiné. La norme SIA 160 donne pour quelques types d'ouvrages les domaines de fréquences propres qu'il est recommandé d'éviter.

5.2.2 Sécurité structurale

La vérification de la sécurité structurale a pour but, comme nous l'avons déjà vu au paragraphe 2.4.1, de garantir un niveau de sécurité de la structure assurant la protection de vies humaines. Pour un élément fléchi, cela revient par exemple à éviter une ruine de l'élément par épuisement de la résistance en section, par voilement ou par déversement. Les conditions à satisfaire pour éviter ces trois modes de ruine sont examinées ci-après.

Résistance en section

La résistance d'une section fléchie est traitée en détail à la section 4.3 pour les cas de flexion simple et de flexion gauche. Cette résistance intervient directement dans la relation suivante, qui constitue en fait une application de (2.13) au cas d'une section fléchie :

$$M_d \leq \frac{M_R}{\gamma_R} \quad (5.3)$$

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment M

M_R : résistance ultime à la flexion (sect. 4.3)

γ_R : facteur de résistance ($\gamma_R = 1.1$)

Quand le moment de flexion varie le long d'un élément, cela implique un effort tranchant (la résistance à un tel effort est examinée à la section 4.4). Un élément fléchi doit donc toujours être vérifié au cisaillement à l'aide de la relation suivante, semblable dans sa forme à (5.3) :

$$V_d \leq \frac{V_R}{\gamma_R} \quad (5.4)$$

V_d : valeur de dimensionnement de l'effort tranchant V

V_R : résistance ultime à l'effort tranchant (sect. 4.4)

La figure 5.6 permet d'exprimer graphiquement les relations (5.3) et (5.4) pour un exemple de poutre fléchie. Elle appelle les remarques suivantes concernant la vérification de la résistance en section d'un élément fléchi :

- une poutre métallique de section constante présente des résistances ultimes à la flexion ou à l'effort tranchant, qui sont constantes sur toute sa longueur (contrairement à une poutre en béton dont on peut adapter la résistance à l'enveloppe des efforts intérieurs en modifiant le taux d'armature);
- selon le type de section de l'élément fléchi, il est éventuellement nécessaire de vérifier l'interaction entre le moment de flexion et l'effort tranchant (§ 4.6.3).

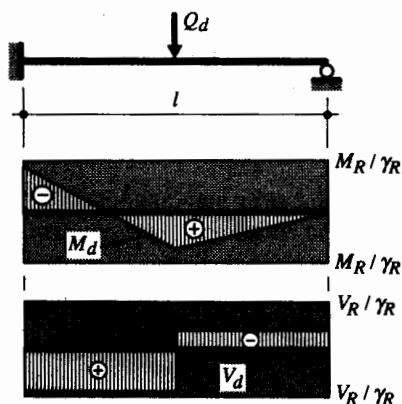


Fig. 5.6 Vérification de la résistance en section d'un élément fléchi.

Les relations (5.3) et (5.4) sont valables quel que soit le type de calcul effectué (PP, EP, EE ou EER) (§ 2.6.3). Dans la suite de ce chapitre, nous avons admis qu'on appliquait en général le calcul EP. Les principales exceptions à cette règle sont les suivantes :

- pannes et filières : calcul PP possible à condition que les déformations (aptitude au service) ne soient pas trop grandes (vol. 11);
- cadres ductiles destinés à reprendre dans les bâtiments des efforts de séisme : calcul PP avec vérification des déformations (vol. 11);
- poutres composées à âme pleine : calcul EP, EE, voire EER selon l'élancement des éléments composant leur section transversale (sect. 5.5);
- éléments à parois minces : calcul EER (sect. 5.9).

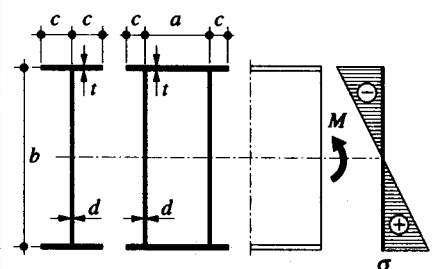
Voilement

Le phénomène du voilement, traité en détail au chapitre 12, se manifeste lorsqu'un élément plan comprimé se dérobe sous l'effet de cette compression, qui peut être due à un effort normal ou à une contrainte normale dans une partie de section soumise à un moment de flexion. Le voilement est un phénomène d'instabilité locale, contrairement au déversement (voir ci-après), qui est un phénomène d'instabilité plus global.

Le voilement peut cependant être évité si les parties comprimées de la section ne sont pas trop élancées (par élancement, on comprend ici le rapport entre la largeur ou la longueur de l'élément et son épaisseur), ou si des raidisseurs sont disposés judicieusement. Le chapitre 12 contient la théorie de base nécessaire à la vérification de telles conditions. Il nous a semblé utile de reprendre, dans le tableau 5.7, les valeurs des *élancements limites* des éléments comprimés d'une section bisymétrique sollicitée en flexion pure données dans le tableau 12.20. Cela permet de mettre en évidence le fait que les valeurs des élancements limites dépendent de la nuance d'acier et du type de calcul effectué.

Précisons qu'il est possible de démontrer (exemple 5.1), sur la base des valeurs contenues dans le tableau 5.7, que tous les profilés laminés en double té respectent les conditions nécessaires pour un calcul PP, sauf les HEA 180 à 340 en Fe E 355, pour lesquels il faut se limiter à un calcul EP. Si les conditions

Tableau 5.7 Elancements limites d'une section bisymétrique sollicitée en flexion pure.

	Nuance d'acier	Aile comprimée						Ame fléchie		
		$\frac{c}{t}$			$\frac{a}{t}$			$\frac{b}{d}$		
		PP	EP	EE	PP	EP	EE	PP	EP	EE
Fe E 235		11	13	17	36	42	51	72	90	126
Fe E 275		10	12	15	33	39	47	66	83	116
Fe E 355		9	11	14	29	34	42	58	73	102
Fe E 460		8	10	12	25	30	37	51	64	90

d'élancement pour un calcul EE ne sont pas satisfaites (par exemple pour des poutres composées à âme pleine ou des éléments à parois minces), il faut alors faire un calcul EER, en tenant compte d'une section réduite. On se référera pour cela aux sections 5.5 et 5.9 ainsi qu'au volume 12.

Dans la suite de ce chapitre, on admet qu'on est en présence d'un élément fléchi dont l'élancement des différentes parties comprimées de la section est tel que le voilement local ne peut pas se produire.

Déversement

Le phénomène du déversement, traité en détail au chapitre 11, se manifeste lorsqu'un élément fléchi selon son axe fort n'est pas tenu latéralement; la partie comprimée de sa section peut alors éventuellement se dérober. Un tel phénomène peut en quelque sorte être assimilé au flambage de la partie comprimée de la section entre deux points d'appui latéraux.

Le déversement ne peut cependant avoir lieu que si la *longueur de déversement* l_D (définie au chapitre 11) est supérieure à la longueur critique de déversement l_{cr} . Cette dernière dépend de la nuance d'acier, du diagramme des moments entre les deux points d'appuis latéraux, ainsi que de la rigidité de la section. La norme SIA 161 permet d'établir la longueur critique de déversement l_{cr} selon le type de calcul effectué avec les relations suivantes, valables pour des profilés en double té symétriques lorsque $N_d/(N_{pl}/\gamma_R) \leq 0.15$:

$$\text{calcul EE :} \quad l_{cr} = 3.0 i_z \left(1 - \frac{1}{2} \psi \right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.5 \text{ a})$$

$$\text{calcul EP :} \quad l_{cr} = 2.7 i_z \left(1 - \frac{1}{2} \psi \right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.5 \text{ b})$$

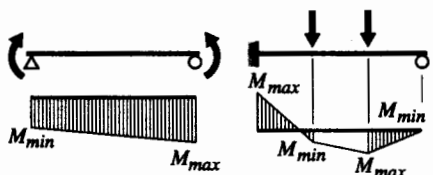
$$\text{calcul PP :} \quad l_{cr} = 2.0 i_z \left(1 - \frac{2}{3} \psi \right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \geq 1.35 i_z \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (5.5 \text{ c})$$

i_z : rayon de giration par rapport à l'axe de faible inertie

ψ : rapport, pour le tronçon examiné, entre le plus petit moment d'extrémité et le plus grand (avec leurs signes) ($\psi = M_{min}/M_{max}$)

Le tableau 5.8 contient les valeurs de l_{cr}/i_z obtenues avec (5.5) pour des diagrammes de moments correspondant à $\psi = -1.0$, 0 et +1.0. Ces valeurs numériques permettent de se faire rapidement une idée de l'éventuelle influence du déversement sur la résistance d'un élément fléchi.

Tableau 5.8 Rapport l_{cr}/i_z obtenu avec (5.5).

	Nuance d'acier	$\psi = -1.0$			$\psi = 0$			$\psi = +1.0$		
		PP	EP	EE	PP	EP	EE	PP	EP	EE
	Fe E 235	99.6	121	134	59.8	80.7	89.7	40.4	40.4	44.8
	Fe E 275	92.1	112	124	55.3	74.6	82.9	37.3	37.3	41.5
	Fe E 355	81.1	98.5	109	48.6	65.7	73.0	32.8	32.8	36.5
	Fe E 460	71.2	86.5	96.1	42.7	57.7	64.1	28.8	28.8	32.0

La valeur de dimensionnement du moment de flexion (M_d) est souvent inférieure, sur le tronçon considéré, à la valeur de dimensionnement de la résistance (M_{pl}/γ_R). Cela provient du fait que le profilé choisi dans les tables a une résistance légèrement supérieure à celle effectivement requise. La norme SIA 161 permet dans ce cas de multiplier la valeur de la longueur critique de déversement, obtenue avec (5.5) ou avec le tableau 5.8, par le facteur suivant :

$$\sqrt{\frac{M_{pl}/\gamma_R}{M_d}} \quad (5.6)$$

La comparaison entre la longueur de déversement l_D et la longueur critique de déversement l_{cr} (éventuellement corrigée avec le facteur ci-dessus) permet de distinguer les deux cas suivants :

- Si $l_D > l_{cr}$, le déversement est déterminant. La vérification de la sécurité structurale doit donc se faire avec la relation suivante :

$$M_d \leq \frac{M_D}{\gamma_R} \quad (5.7)$$

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment M

M_D : moment de déversement établi selon la théorie exposée au paragraphe 11.3.3 ou avec les tables SZS C4.1

- Si $l_D \leq l_{cr}$, le déversement n'est pas déterminant. La vérification de la sécurité structurale est alors à faire avec (5.3), que nous rappelons ici :

$$M_d \leq \frac{M_R}{\gamma_R} \quad (5.8)$$

Dans la suite de ce chapitre, nous admettons être en présence d'un élément fléchi pour lequel le déversement n'est pas déterminant.

L'Eurocode 3 (§ 5.5.2) ne définit pas de longueur critique qui permette d'évaluer rapidement si le déversement est déterminant ou non, mais utilise pour cela la notion d'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$. Il n'est pas nécessaire de tenir compte du déversement si $\bar{\lambda}_{LT} \leq 0.4$.

5.2.3 Sécurité à la fatigue

Les éléments fléchis soumis à des charges variables répétées (comme par exemple les ponts roulants et les ponts routiers ou ferroviaires) doivent être dimensionnés afin d'éviter tout risque de formation de fissures dues à la fatigue. La figure 5.9 montre un exemple de sollicitation variable dans le temps pouvant entraîner des fissures de fatigue.

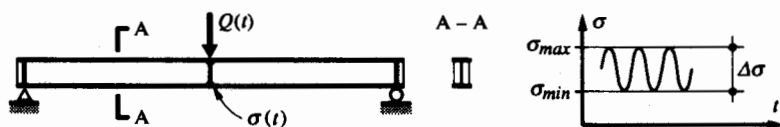


Fig. 5.9 Exemple de sollicitation à la fatigue.

La théorie relative au phénomène de la fatigue est traitée en détail au chapitre 13. Nous nous contenterons de citer ici les paramètres auxquels il faut prêter attention, car ils influencent directement la durée de vie d'un détail de construction en acier :

- la *différence de contrainte* $\Delta\sigma$ est l'un des paramètres importants, car la durée de vie d'un détail de construction est inversement proportionnelle (à une puissance 3) à la différence de contrainte;
- la *concentration de contrainte* est également un paramètre important, qui dépend du changement de géométrie du détail de construction examiné;
- les *contraintes résiduelles* de traction diminuent la durée de vie d'un détail de construction; comme tous les détails soudés présentent des contraintes résiduelles, l'influence de ce paramètre, moins important que les deux premiers, est comprise dans la classification des détails de construction;
- la *nuance d'acier* peut avoir une faible influence, qui a cependant tendance à devenir négligeable dans les constructions soudées.

5.3 Profils laminés

5.3.1 Domaine d'application

Le domaine d'application des profils laminés en tant qu'éléments fléchis est très large (vol. 11), surtout dans le domaine des halles (traverses, pannes et filières) et dans celui des bâtiments (sommiers, solives). La figure 5.10 donne une idée des principaux types de profils laminés utilisés en flexion.

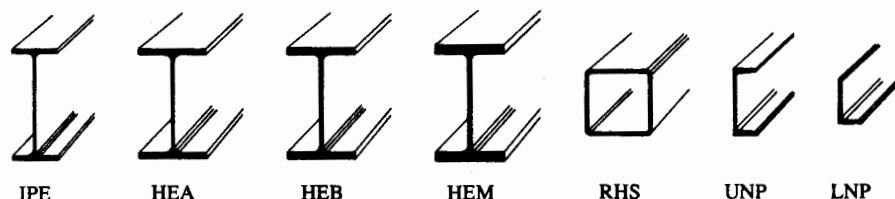


Fig. 5.10 Principaux types de profilés laminés utilisés en flexion.

Le choix du type de profilé laminé dépend de nombreux critères. Nous en donnons ci-après une liste non exhaustive :

- le *déversement* est important car les profilés laminés en double té sont particulièrement sensibles à leur rapport I_z/I_y ; pour une même résistance en section, un profilé IPE présente de ce fait une moins bonne résistance au déversement qu'un profilé HEA, HEB ou HEM;
- la *déformation* est directement proportionnelle à l'inertie du profilé, qui est un paramètre qui n'intervient pas lors de la vérification de sa sécurité structurale;
- le *poids* par mètre a une influence sur le prix de l'élément, ainsi qu'éventuellement sur son principe de montage;
- la *hauteur* du profilé peut être déterminante lorsqu'il s'agit de limiter son encombrement.

5.3.2 Dimensionnement

Dans le cas d'un profilé laminé fléchi, la résistance ultime à la flexion M_R est donnée par les relations suivantes (déjà introduites à la section 4.3), selon que l'on effectue un calcul élastique ou plastique de la résistance :

$$\text{calcul élastique :} \quad M_R = M_{el} = f_y W \quad (5.9)$$

$$\text{calcul plastique :} \quad M_R = M_{pl} = f_y Z \quad (5.10)$$

La résistance ultime à l'effort tranchant V_R est quant à elle donnée par l'équation ci-après, déjà introduite à la section 4.4 :

$$V_R = V_{pl} = \tau_y A_w = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_w \quad (5.11)$$

Le dimensionnement d'un profilé laminé fléchi se fait en vérifiant l'ensemble des points mentionnés à la section 5.2, à savoir :

- l'aptitude au service (déformations et vibrations),
- la résistance en section à la flexion et à l'effort tranchant (en appliquant (5.3) et (5.4)),
- le voilement (non déterminant pour les profilés laminés en double té en cas de calcul EP),
- le déversement, si la longueur de déversement l_D est supérieure à la longueur critique de déversement l_{cr} .

Exemple 5.1 Dimensionnement d'une poutre constituée d'un profilé laminé

Soit une poutre continue sur quatre appuis distants de 5 m, telle que représentée à la figure 5.11. Elle doit reprendre une charge uniformément répartie q dont les valeurs de dimensionnement et de service de courte durée valent respectivement $q_d = 8.3 \text{ kN/m}$ et $q_{ser,court} = 3.0 \text{ kN/m}$.

Dimensionner cette poutre sachant qu'il s'agit d'un profilé laminé en double té en acier Fe E 235, dont la semelle supérieure est appuyée latéralement tous les 1.25 m.

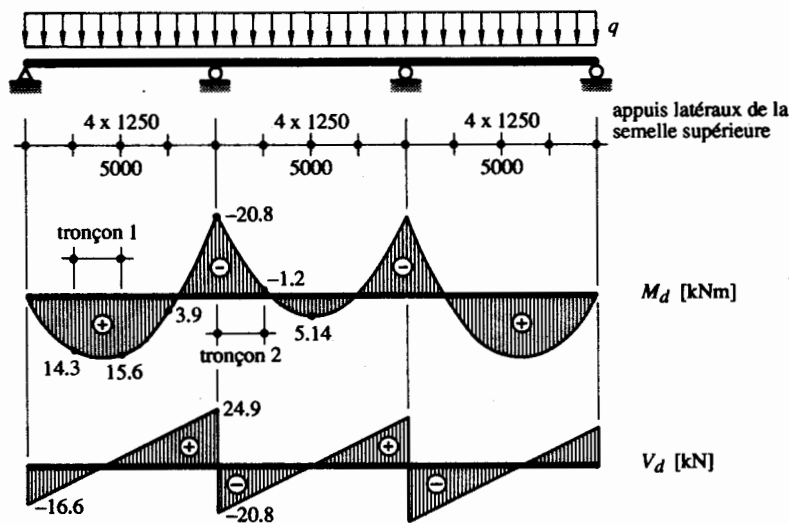


Fig. 5.11 Poutre continue constituée d'un profilé laminé en double té.

Calcul des sollicitations

Un calcul élastique des sollicitations donne sur les appuis intermédiaires les valeurs suivantes :

$$M_{d,max} = 0.1 q_d l^2 = 0.1 \cdot 8.3 \text{ kN/m} \cdot (5 \text{ m})^2 = 20.8 \text{ kNm}$$

$$V_{d,max} = 0.6 q_d l = 0.6 \cdot 8.3 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} = 24.9 \text{ kN}$$

Dimensionnement à la flexion

La résistance à la flexion nécessaire est déterminée à partir de (5.3), avec $M_R = M_{pl}$ (calcul plastique de la résistance) :

$$M_{d,max} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_R} = \frac{f_y Z_y}{\gamma_R}, \text{ d'où } Z_y \geq \frac{\gamma_R M_{d,max}}{f_y} = \frac{1.1 \cdot 20.8 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{235 \text{ N/mm}^2} = 97.4 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$$

On peut ainsi choisir par exemple entre les profilés suivants :

- IPE 160 ($Z_y = 124 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$, $m = 15.8 \text{ kg/m}$, $M_{pl} = 29.1 \text{ kNm}$, $i_z = 18.4 \text{ mm}$);
- HEA 120 ($Z_y = 119 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$, $m = 19.9 \text{ kg/m}$, $M_{pl} = 28.0 \text{ kNm}$, $i_z = 30.2 \text{ mm}$).

Dans le cas où l'on cherche à avoir une structure légère, le choix se portera sur un profilé IPE 160. Par contre, si la hauteur de construction est limitée, on sera plutôt amené à choisir un profilé HEA 120, ce que l'on fera dans cet exemple.

Vérification à l'effort tranchant

La résistance ultime à l'effort tranchant V_R est obtenue avec (5.11) :

$$V_R = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_w = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{\sqrt{3}} \cdot 530 \text{ mm}^2 = 71.9 \cdot 10^3 \text{ N} = 71.9 \text{ kN}$$

On peut alors s'assurer que la vérification à l'effort tranchant est satisfaite en appliquant (5.4) :

$$V_{d,max} = 24.9 \text{ kN} \leq \frac{V_R}{\gamma_R} = \frac{71.9 \text{ kN}}{1.1} = 65.4 \text{ kN}$$

On remarquera que l'effort tranchant n'est généralement pas déterminant par rapport à la flexion, lorsque la portée d'une poutre constituée d'un profilé laminé en double té est supérieure à environ 4 m.

Voilement

On doit vérifier que les élancements de la section retenue sont inférieurs à ceux donnés dans le tableau 5.7. Pour un profilé HEA 120 en acier Fe E 235 et pour un calcul EP, on a :

$$\frac{c}{t} = \frac{60 \text{ mm}}{8 \text{ mm}} = 7.5 \leq 13 \text{ et } \frac{b}{d} = \frac{106 \text{ mm}}{5 \text{ mm}} = 21.2 \leq 90$$

Cela confirme que la section du profilé HEA 120 n'est pas sujette au voilement. On remarquera que ceci est également le cas pour tous les profilés laminés des séries IPE, HEA, HEB et HEM, sauf lors d'un calcul PP avec des profilés HEA 180 à 340 en acier Fe E 355.

Déversement

Pour savoir si le déversement est déterminant, il faut comparer la longueur de déversement l_D (en l'occurrence égale à la distance entre les appuis latéraux de la semelle supérieure, soit 1250 mm) à la longueur critique de déversement l_{cr} .

En examinant le diagramme des efforts intérieurs, on constate que deux tronçons sont à vérifier. Il s'agit du tronçon de la travée de rive correspondant aux moments de flexion positifs les plus grands (tronçon 1), et celui au voisinage de l'appui B sur la travée intérieure (tronçon 2). Leur longueur de déversement respective est établie pour un calcul EP au tableau 5.12, en tenant compte de la correction possible avec (5.6) étant donné que l'on a partout $M_d < M_{pl}/\gamma_R$.

Tableau 5.12 Détermination de la longueur critique de déversement.

	$M_{d,min}$ [kNm]	$M_{d,max}$ [kNm]	$\psi = \frac{M_{d,min}}{M_{d,max}}$	l_{cr} (5.5 b) [mm]	correction (5.6)	l_{cr} [mm]
Tronçon 1	14.3	15.6	0.92	1320	1.28	1690
Tronçon 2	-1.2	-20.8	0.06	2360	1.11	2620

On peut constater que le tronçon 1 est déterminant et que le profilé HEA 120 choisi précédemment est suffisant ($l_{cr} > l_D = 1250 \text{ mm}$). Si l'on avait choisi le profilé IPE 160, on aurait eu $l_{cr} = 1050 \text{ mm} < l_D$. Ceci montre que la présence d'appuis latéraux pour l'aile comprimée ne suffit pas à éliminer automatiquement le risque de déversement dans le cas d'un profilé laminé fléchi.

Aptitude au service

Il s'agit ici de vérifier que la flèche w_4 , sous l'effet de la charge de service de courte durée, reste inférieure à la valeur limite w_{lim} donnée au tableau 2.7, à savoir, dans le cas où la poutre est un élément porteur secondaire (panne) :

$$w_4 \leq w_{lim} = \frac{l}{200} = \frac{5000 \text{ mm}}{200} = 25 \text{ mm}$$

La valeur de la flèche maximale sous l'effet de $q_{ser,court}$ peut être obtenue à l'aide de la figure 5.4. Avec $I = 6.06 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$, $M_A = 0$ et $M_B/q l^2 = 0.1$ (travée de rive), on obtient $w_4 = 10 \text{ mm} \leq w_{lim} = 25 \text{ mm}$. Le critère d'aptitude au service est ainsi satisfait.

Précisons encore qu'il faudrait également déterminer la déformation due au poids propre, afin de vérifier si la mise en œuvre d'une contreflèche était nécessaire.

5.4 Profilés avec semelles de renfort

5.4.1 Domaine d'application

Dans certains cas (travée de rive d'une poutre continue, travée plus grande que les autres, limitation de la hauteur de construction, etc.), il peut s'avérer nécessaire de renforcer un profilé dans la zone où les moments de flexion sont maximaux. Ce renforcement peut être obtenu par une ou deux semelles de renfort soudées de façon continue sur l'une ou l'autre des ailes du profilé (fig. 5.13).

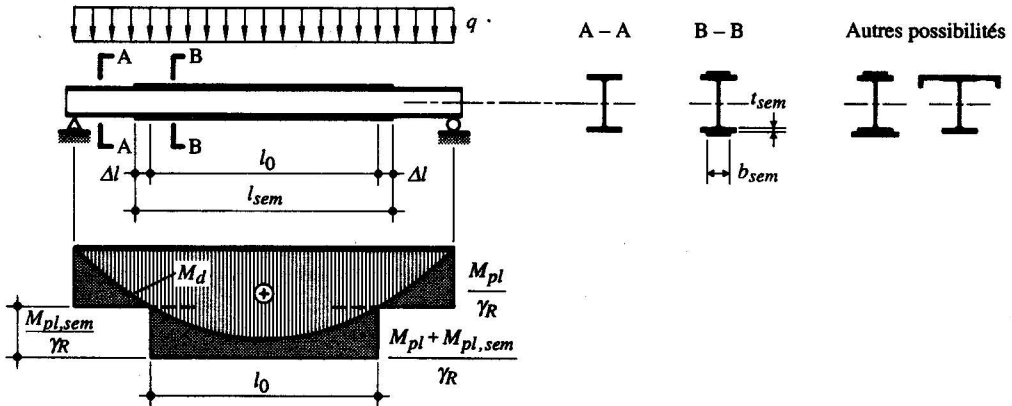


Fig. 5.13 Profilé avec semelles de renfort.

Remarquons que l'on procède généralement à un renforcement symétrique, car c'est ce qui permet d'augmenter au mieux la résistance du profilé tout en ne modifiant pas la position de son axe neutre. Il est cependant parfois nécessaire de renforcer davantage l'aile comprimée du profilé, afin d'éviter des problèmes de déversement. Quel que soit le type de renforcement effectué, il y a lieu d'être particulièrement attentif à la résistance à la fatigue des semelles de renfort soudées.

On examine dans la suite de cette section le cas de renforcement le plus fréquent, à savoir le renforcement symétrique avec des semelles de renfort soudées sur les ailes du profilé. Pour les autres types de renforcements (non symétriques, par utilisation d'autres sections, etc.), le principe du raisonnement effectué ici s'appliquerait toutefois également.

5.4.2 Dimensionnement de la semelle de renfort

Avec l'hypothèse d'une plastification totale de la section renforcée de la poutre, la force F_{sem} reprise par chacune des semelles de renfort vaut :

$$F_{sem} = f_y b_{sem} t_{sem} \quad (5.12)$$

- f_y : limite d'élasticité de l'acier de la semelle de renfort
- b_{sem} : largeur de la semelle de renfort
- t_{sem} : épaisseur de la semelle de renfort

En définissant le moment plastique que peuvent reprendre les semelles de renfort par

$$M_{pl,sem} = F_{sem} a = F_{sem} (h + t_{sem}) \quad (5.13)$$

a : distance entre le centre des semelles de renfort (fig. 5.14)

h : hauteur du profilé (fig. 5.14)

la résistance à la flexion de la poutre renforcée avec les semelles de renfort vaut alors $M_{pl} + M_{pl,sem}$. La vérification de la poutre peut donc se faire avec les relations suivantes, selon que l'on se trouve dans la zone renforcée ou non :

$$\text{zone non renforcée :} \quad M_d \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_R} \quad (5.14 a)$$

$$\text{zone renforcée :} \quad M_d \leq \frac{M_{pl} + M_{pl,sem}}{\gamma_R} \quad (5.14 b)$$

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion M

M_{pl} : moment plastique de la poutre non renforcée

$M_{pl,sem}$: moment plastique des semelles de renfort

5.4.3 Longueur de la semelle de renfort

La longueur théorique l_0 (fig. 5.13) des semelles de renfort est déterminée par l'enveloppe des moments de flexion. Cette longueur doit être augmentée d'une distance Δl afin d'assurer l'introduction de la force F_{sem} reprise par chacune des semelles de renfort. Cette introduction de force se fait à l'aide d'un flux de cisaillement v dont la résultante est égale à F_{sem} (fig. 5.14). La longueur totale de la semelle de renfort vaut ainsi (pour un cas symétrique) :

$$l_{sem} = l_0 + 2 \Delta l \quad (5.15)$$

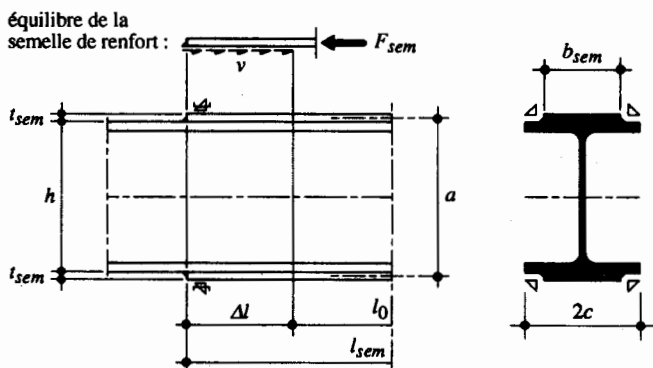


Fig. 5.14 Longueur additionnelle de la semelle de renfort.

La soudure est à dimensionner sur la base des indications données au chapitre 7, de façon à ce qu'elle puisse transmettre la force F_{sem} . La longueur de soudure à considérer est égale à $b_{sem} + 2 \Delta l$, avec b_{sem} en général différent de la largeur $2c$ de la poutre.

Exemple 5.2 Dimensionnement d'une poutre constituée d'un profilé avec semelles de renfort

Soit la poutre continue dimensionnée dans l'exemple 5.1. En plus de la charge uniformément répartie q (valeur de dimensionnement $q_d = 8.3 \text{ kN/m}$), pour laquelle elle a été dimensionnée, on supposera que cette poutre doit supporter une charge concentrée Q (valeur de dimensionnement $Q_d = 32 \text{ kN}$), appliquée au milieu de la travée de rive (fig. 5.15). Pour des raisons pratiques, on gardera le même profilé laminé que celui choisi dans l'exemple 5.1, à savoir un HEA 120 en Fe E 235. La poutre devra donc être renforcée sur une certaine longueur par des semelles de renfort soudées sur les ailes du profilé.

Dimensionner ces semelles de renfort en admettant que le déversement de la poutre est empêché par des dispositions de construction adéquates.

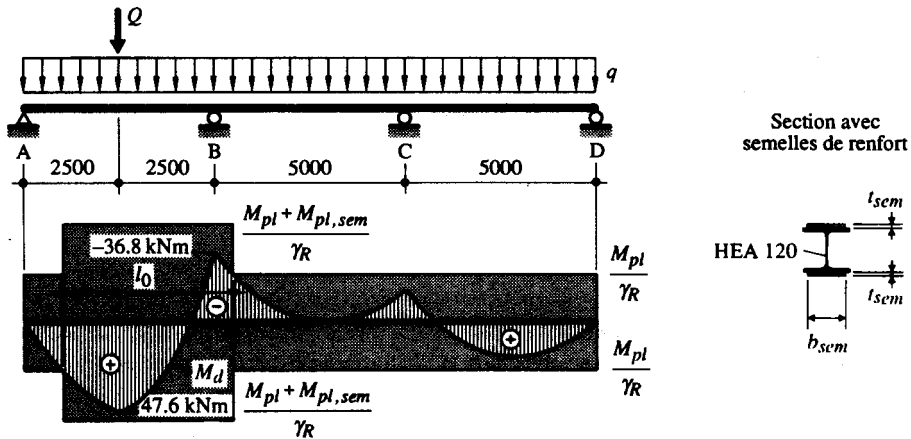


Fig. 5.15 Poutre continue constituée d'un profilé avec semelles de renfort.

Calcul des sollicitations

Un calcul élastique des sollicitations permet d'établir que la section à mi-travée de la travée de rive est déterminante dans le cas de cet exemple. Les efforts à considérer sont donc les suivants :

- Moment de flexion maximal en travée de rive :

$$M_{d,1} = 0.075 q_d l^2 + 0.2 Q_d l = 0.075 \cdot 8.3 \text{ kN/m} \cdot (5 \text{ m})^2 + 0.2 \cdot 32 \text{ kN} \cdot 5 \text{ m} = 47.6 \text{ kNm}$$

- Moment de flexion et effort tranchant sur l'appui B :

$$M_{d,B} = 0.1 q_d l^2 + 0.1 Q_d l = 0.1 \cdot 8.3 \text{ kN/m} \cdot (5 \text{ m})^2 + 0.1 \cdot 32 \text{ kN} \cdot 5 \text{ m} = 36.8 \text{ kNm}$$

$$V_{d,B} = 0.6 q_d l + 0.6 Q_d = 0.6 \cdot 8.3 \text{ kN/m} \cdot 5 \text{ m} + 0.6 \cdot 32 \text{ kN} = 44.1 \text{ kN}$$

Dimensionnement des semelles de renfort

Il s'agit de déterminer la résistance en flexion supplémentaire $M_{pl,sem}$ nécessaire pour reprendre la charge concentrée. La section des semelles de renfort peut être établie à partir de la vérification suivante (5.14b) :

$$M_d \leq \frac{M_{pl} + M_{pl,sem}}{\gamma_R}, \text{ d'où } M_{pl,sem} \geq \gamma_R M_d - M_{pl}$$

$$\text{avec } M_{pl} = f_y Z_y = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 119 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 28.0 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 28.0 \text{ kNm}$$

La sollicitation maximale correspondant dans cet exemple au moment de flexion dans la travée de rive, on a donc :

$$M_{pl,sem} \geq 1.1 \cdot 47.6 \text{ kNm} - 28.0 \text{ kNm} = 24.4 \text{ kNm}$$

Comme la largeur de la semelle est limitée par celle des ailes du profilé ($2c = 120 \text{ mm}$ pour un HEA 120) moins la largeur des deux soudures latérales, on choisira par exemple $b_{sem} = 100 \text{ mm}$ et $t_{sem} = 10 \text{ mm}$. Le moment plastique des semelles de renfort peut être établi à partir de (5.13) :

$$M_{pl,sem} = F_{sem} (h + t_{sem}) = f_y b_{sem} t_{sem} (h + t_{sem})$$

$$M_{pl,sem} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 100 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} (114 \text{ mm} + 10 \text{ mm}) = 29.1 \text{ kNm} \geq 24.4 \text{ kNm}$$

Les dimensions sont donc suffisantes et on choisira comme semelles de renfort des FLA 100 · 10 en acier Fe E 235.

Longueur des semelles de renfort

La longueur des semelles est donnée par (5.15), soit $l_{sem} = l_0 + 2 \Delta l$. La longueur théorique l_0 peut être déduite du diagramme des moments de flexion de la figure 5.15. En admettant que la semelle couvre le moment de flexion supplémentaire en travée de rive et sur l'appui intermédiaire, on obtient $l_0 \approx 4500 \text{ mm}$. Quant à la longueur d'introduction Δl , elle est fonction des dimensions des semelles de renfort et du cordon d'angle les reliant à l'aile. La force maximale devant être transmise vaut dans ce cas (5.12) :

$$F_{sem} = f_y b_{sem} t_{sem} = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 100 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 235 \cdot 10^3 \text{ N} = 235 \text{ kN}$$

Sur la base des indications du chapitre 7, on choisira un cordon d'angle $a = 4 \text{ mm}$, ce qui nécessite une longueur totale de soudure $2 \Delta l + b_{sem} \approx 280 \text{ mm}$, d'où une longueur d'introduction $\Delta l = 90 \text{ mm}$. La longueur totale de la semelle vaut donc (5.15) :

$$l_{sem} = l_0 + 2 \Delta l = 4500 \text{ mm} + 2 \cdot 90 \text{ mm} = 4680 \text{ mm}$$

Vérification à l'effort tranchant

Il faut également vérifier que l'effort tranchant, dont la valeur est supérieure à celle de l'exemple 5.1, puisse bien être repris par l'âme du profilé, dont la résistance ultime ne change pas (à savoir $V_{pl} = 71.9 \text{ kN}$). On peut s'assurer que ceci est bien le cas en effectuant la vérification suivante (5.4) :

$$V_{d,B} = 44.1 \text{ kN} \leq \frac{V_{pl}}{\gamma_R} = \frac{71.9 \text{ kN}}{1.1} = 65.4 \text{ kN}$$

5.5 Poutres composées à âme pleine

5.5.1 Domaines d'application et fabrication

La section d'une poutre composée à âme pleine est constituée de fers plats et/ou de tôles soudés de manière à obtenir une section en double té. La différence fondamentale entre une telle poutre et un profilé laminé est que l'on peut obtenir des sections sur mesure, ce qui se traduit par un gain de poids par rapport aux profilés disponibles. On peut par exemple adapter la section d'une poutre composée à âme pleine de façon à :

- obtenir une hauteur de poutre supérieure à celle des profilés laminés,
- créer une poutre à hauteur variable,
- réaliser des sections monosymétriques (semelles supérieure et inférieure différentes),
- adapter les dimensions des semelles (épaisseur et largeur) aux moments de flexion,
- adapter l'épaisseur de l'âme à l'effort tranchant,
- utiliser des aciers de nuances différentes pour l'âme et les semelles (sections hybrides),
- combiner ces différentes possibilités (fig. 5.16).

Remarquons que l'on utilise pour les poutres composées à âme pleine la notion de semelle en lieu et place de la notion d'aile, habituellement utilisée pour les profilés laminés en double té.

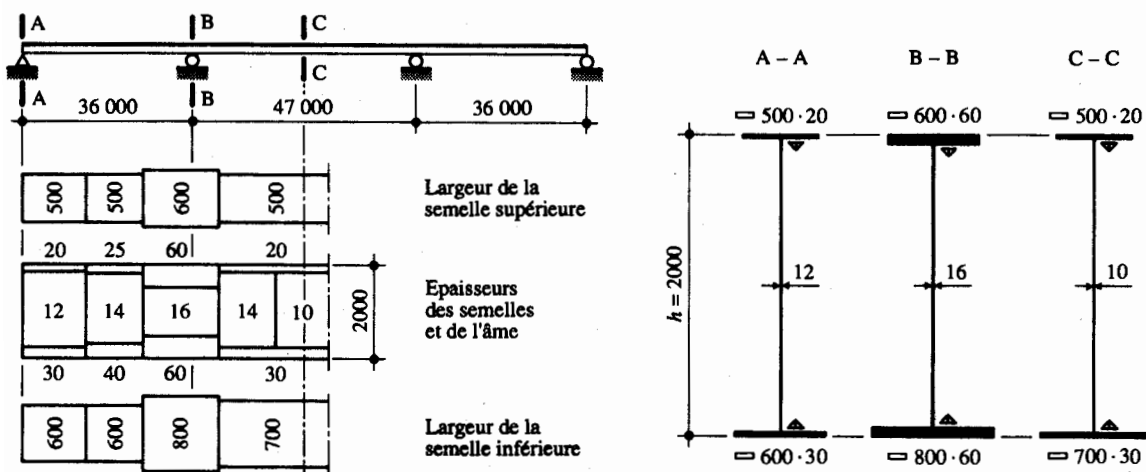


Fig. 5.16 Exemple de poutre composée à âme pleine d'un pont route, avec répartition de la matière.

Les poutres composées à âme pleine s'utilisent essentiellement pour les grandes portées et les charpentes lourdes (industrie), là où les sollicitations dépassent la résistance des profilés laminés, ou lorsque l'emploi de ceux-ci conduirait à une trop mauvaise utilisation de la matière. La main-d'œuvre nécessaire à leur fabrication est en rapport avec la complexité des éléments. L'utilisation de bancs de soudage automatique permet néanmoins de réduire considérablement la main-d'œuvre, de telle sorte que l'emploi de poutres composées à âme pleine s'avère parfois compétitif également dans le bâtiment (effet de série).

Mentionnons également, dans la catégorie des poutres composées à âme pleine, le cas particulier des *poutres en caisson* (fig. 5.17). Ce type de section est utilisé pour des poutres de très grande portée ou

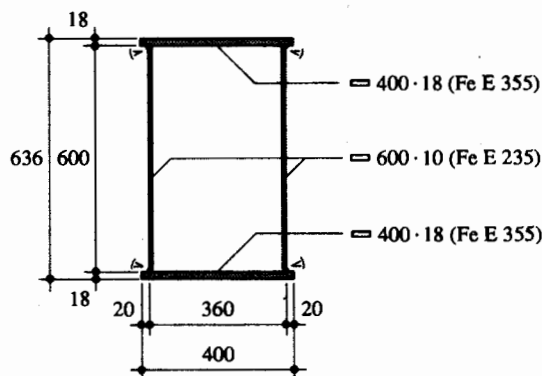


Fig. 5.17 Exemple de section transversale d'une poutre en caisson.

pour des éléments sollicités simultanément en flexion et en torsion (ponts courbes, ponts roulants, portiques, etc.). Des exemples concrets de telles applications sont présentés dans les volumes 11 et 12. La réalisation des caissons demande un travail de main-d'œuvre très important. Le coût de fabrication de telles poutres est donc sensiblement plus élevé que celui des poutres composées à âme pleine; c'est pourquoi leur application est réservée aux structures importantes présentant des conditions de sollicitations particulières.

Les semelles ont ordinairement une largeur pouvant aller jusqu'à 800 mm (1200 mm pour les grands ponts) et une épaisseur variant entre 10 et 60 mm (jusqu'à 140 mm pour les grands ouvrages). La variation de section des semelles peut être obtenue en choisissant des fers plats différents (en épaisseur et/ou en largeur). Pour des poutres composées à âme pleine de grande hauteur, l'âme devient rapidement très élancée; on doit alors souvent la rigidifier au moyen de raidisseurs verticaux et horizontaux.

Ajoutons que des aciers à haute limite d'élasticité sont parfois utilisés pour réaliser des poutres composées à âme pleine afin de réduire l'épaisseur des tôles utilisées. Cela permet de réaliser des soudures moins importantes (temps de soudage moins grand) et de meilleure qualité (§ 7.2.4).

L'élancement des poutres composées à âme pleine (rapport entre la hauteur h et la portée l) varie selon le type de structure et l'importance des charges. Pour avoir une idée de la hauteur d'une telle poutre, on peut utiliser, pour un *prédimensionnement*, les valeurs d'élancement suivantes :

- poutre très fortement chargée (voie de roulement de ponts roulants lourds) : $h/l = 1/7$ à $1/12$
- poutre de pont-rail : $h/l = 1/12$ à $1/20$
- poutre de charpente (halles, bâtiments) : $h/l = 1/15$ à $1/25$
- poutre de pont-route : $h/l = 1/20$ à $1/30$

5.5.2 Principes de dimensionnement

En ce qui concerne la vérification de l'*aptitude au service*, les calculs sont conduits de manière analogue à ceux effectués pour les poutres constituées de profilés laminés. Les limitations de flèches définies dans le tableau 2.7 sont aussi applicables à ce type de poutre.

La vérification de la *sécurité structurale* est quant à elle fortement influencée par l'élancement des différents éléments composant la section transversale de la poutre. En effet, il n'est généralement pas possible d'atteindre la plastification totale de la section des poutres composées à âme pleine, car la résistance ultime est limitée par des critères de stabilité de la partie comprimée de la section (voilement). Des calculs PP ou EP ne sont donc en général pas possibles avec ce type de section. L'application d'un calcul EE se vérifie en contrôlant d'abord les élancements limites donnés au tableau 5.7. Si ces élancements sont respectés, on peut tenir compte, pour le calcul de la résistance, de la section complète de la poutre (fig. 5.18(a)) et effectuer ainsi un calcul EE. S'il ne le sont pas, un calcul EER est alors nécessaire, en tenant compte d'une section réduite de la partie comprimée de la poutre (fig. 5.18(b)).

La section réduite est déterminée sur la base d'une largeur efficace c_{ef} de la semelle comprimée ou b_{ef} de la partie comprimée de l'âme, pour tenir compte de la répartition réelle non linéaire des contraintes (fig. 5.18(b)). L'établissement de la résistance ultime à la flexion et au cisaillement de ce type de poutre est analysé de manière plus détaillée dans le volume 12. Nous nous contenterons d'apporter ici encore les précisions suivantes :

- si le déversement de la poutre s'avère déterminant ($l_D < l_{cr}$), la contrainte maximale f_y indiquée à la figure 5.18 devrait être remplacée par la contrainte de déversement σ_D ;

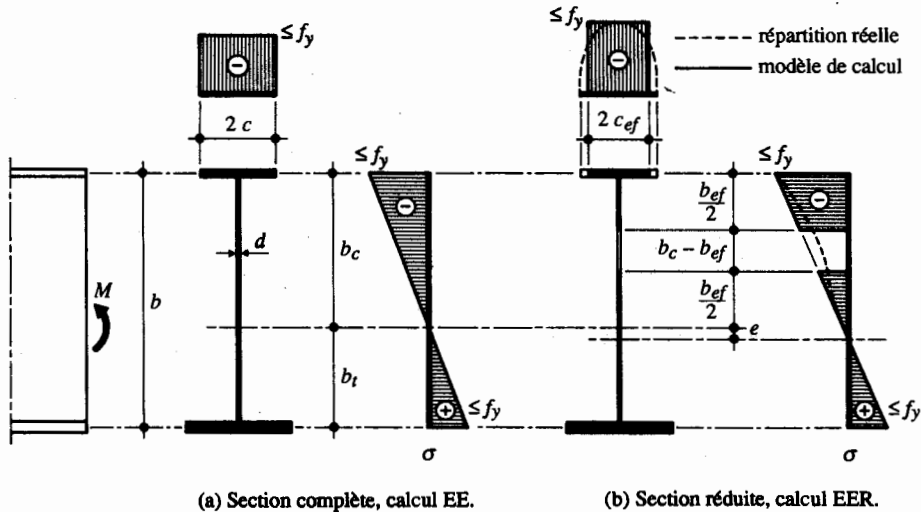


Fig. 5.18 Sections complète et réduite d'une poutre composée à âme pleine.

- la vérification de l'effort tranchant est à faire, de façon analogue à un profilé laminé, avec une aire de la section d'âme égale à $A_w = b d = (h - t) d$ (pour une poutre bisymétrique).

5.5.3 Dimensionnement de la liaison entre l'âme et les semelles

La liaison (soudure) entre l'âme et les semelles supérieure et inférieure de la poutre composée à âme pleine doit transmettre entre ces éléments un effort rasant v . La figure 5.19 montre un élément de poutre de longueur dx . L'équilibre de la semelle est assuré si $v dx = dN$.

La théorie élastique de la résistance des matériaux nous donne :

$$N = \frac{M S_f}{I_y} \quad (5.16)$$

N : effort normal

M : moment de flexion

S_f : moment statique de la semelle (supérieure ou inférieure) par rapport à l'axe neutre de la section totale

I_y : inertie de la section totale

En dérivant (5.16) par rapport à dx , on peut écrire, sachant que $dM/dx = V$:

$$dN = \frac{V S_f}{I_y} dx \quad (5.17)$$

V : effort tranchant

Compte tenu du fait que $dN = v dx$, l'effort rasant par unité de longueur v s'exprime par la relation suivante :

$$v = \frac{V S_f}{I_y} \quad (5.18)$$

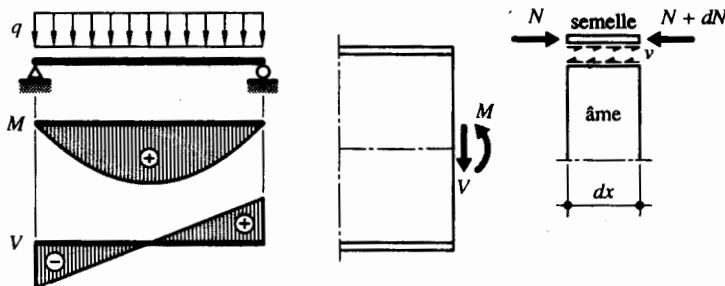


Fig. 5.19 Calcul de l'effort rasant dû à l'effort tranchant.

La relation (5.18) donne l'effort rasant par unité de longueur qui doit être transmis par la soudure entre l'âme et les semelles. Il faut cependant dire que la soudure nécessaire pour reprendre un tel effort est en général plus faible que celle nécessaire pour des raisons constructives (chap. 7).

Exemple 5.3 Dimensionnement d'une poutre composée à âme pleine

Soit une poutre continue sur quatre appuis distants de 20 m, telle que représentée à la figure 5.20. Il s'agit d'une poutre composée à âme pleine, sollicitée par une charge uniformément répartie q dont les valeurs de dimensionnement et de service de courte durée valent respectivement $q_d = 39 \text{ kN/m}$ et $q_{ser, court} = 12 \text{ kN/m}$.

Dimensionner cette poutre en admettant que le déversement est empêché par des dispositions de construction adéquates, et en tenant compte du fait que, pour des raisons pratiques, sa hauteur doit être limitée à 500 mm (il s'agit d'une panne) et que le délai de livraison doit être très court.

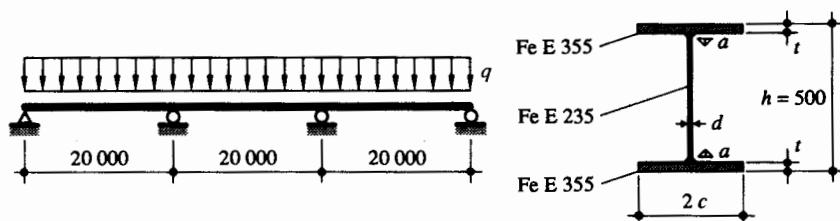


Fig. 5.20 Poutre composée à âme pleine.

Calcul des sollicitations

Un calcul élastique des sollicitations permet d'établir que les sections sur les appuis intermédiaires sont déterminantes. Les efforts à considérer sont donc les suivants :

$$M_d = 0.1 q_d l^2 = 0.1 \cdot 39 \text{ kN/m} \cdot (20 \text{ m})^2 = 1560 \text{ kNm}$$

$$V_d = 0.6 q_d l = 0.6 \cdot 39 \text{ kN/m} \cdot 20 \text{ m} = 468 \text{ kN}$$

Dimensionnement des semelles

Si l'on admet que les semelles reprennent la totalité du moment de flexion, leur résistance est vérifiée par la relation suivante :

$$M_d \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_R}, \text{ avec } M_{pl} = f_y A_f b = f_y \cdot 2 c t (h - t)$$

Etant donné l'importance des sollicitations, on prendra une nuance d'acier Fe E 355. En choisissant une épaisseur $t = 30$ mm, la largeur minimale des semelles est de :

$$2 c \geq \frac{\gamma_R M_d}{f_y t (h - t)} = \frac{1.1 \cdot 1.56 \cdot 10^9 \text{ Nmm}}{355 \text{ N/mm}^2 \cdot 30 \text{ mm} (500 \text{ mm} - 30 \text{ mm})} = 343 \text{ mm}$$

On choisit donc pour chacune des semelles un fer plat FLB 350 · 30.

On vérifie aisément que l'éclatement c/t des semelles satisfait la condition d'éclatement nécessaire pour un acier Fe E 355 et un calcul EP (tab. 5.7) :

$$\frac{c}{t} = \frac{350 \text{ mm} / 2}{30 \text{ mm}} = 5.8 \leq 11$$

Dimensionnement de l'âme

Comme l'effort tranchant est totalement repris par l'âme, on peut vérifier sa résistance avec la relation suivante, en admettant un acier Fe E 235 :

$$V_d \leq \frac{V_R}{\gamma_R}, \text{ où } V_R = \tau_y A_w = \tau_y (h - t) d \text{ et } \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} = \frac{235 \text{ N/mm}^2}{\sqrt{3}} = 135 \text{ N/mm}^2$$

L'épaisseur minimale de l'âme vaut donc :

$$d \geq \frac{\gamma_R V_d}{\tau_y (h - t)} = \frac{1.1 \cdot 468 \cdot 10^3 \text{ N}}{135 \text{ N/mm}^2 (500 \text{ mm} - 30 \text{ mm})} = 8.1 \text{ mm}$$

Comme l'éclatement b/d d'une âme fléchie en acier Fe E 235 doit être inférieur à 90 (tab. 5.7) pour permettre un calcul EP, l'épaisseur de l'âme doit aussi satisfaire la condition suivante :

$$d \geq \frac{b}{90} = \frac{h - t}{90} = \frac{500 \text{ mm} - 30 \text{ mm}}{90} = 5.2 \text{ mm}$$

Le critère de résistance étant en l'occurrence déterminant, on choisira une épaisseur d'âme $d = 10$ mm.

Il faudrait encore vérifier que le panneau d'âme au voisinage de l'appui soit à même de reprendre la réaction d'appui. Au besoin, il pourrait être nécessaire de disposer un raidisseur vertical ou d'augmenter localement l'épaisseur de l'âme.

Dimensionnement de la soudure âme-semelles

Dans le cas d'un calcul élastique de l'effort rasant, celui-ci est déterminé selon (5.18), avec les caractéristiques suivantes de la section :

$$S_f = 2 c t \frac{h - t}{2} = 350 \text{ mm} \cdot 30 \text{ mm} \cdot \frac{500 \text{ mm} - 30 \text{ mm}}{2} = 2.47 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$I_y = 2 \left[\frac{2 c t^3}{12} + 2 c t \left(\frac{h - t}{2} \right)^2 \right] + \frac{d (h - 2t)^3}{12} = 1.23 \cdot 10^9 \text{ mm}^4$$

Ainsi, dans le voisinage de l'appui où l'effort tranchant vaut $V_d = 468$ kN, la valeur de dimensionnement de l'effort rasant par mètre courant vaut selon (5.18) :

$$v_d = \frac{V_d S_f}{I_y} = \frac{468 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 2.47 \cdot 10^6 \text{ mm}^3}{1.23 \cdot 10^9 \text{ mm}^4} = 940 \text{ N/mm}$$

On pourrait vérifier, avec la théorie exposée au chapitre 7, qu'un tel effort nécessiterait un double cordon d'angle de 3 mm d'épaisseur. Les dispositions de construction données au chapitre 7 exigent cependant une dimension de gorge minimale de 4 mm. Cette condition étant plus contraignante que la condition de résistance, on adoptera un cordon d'angle d'une épaisseur $a = 4$ mm.

A titre de comparaison, on aurait dû utiliser un HEA 800 ou un HEB 650 en acier Fe E 235, ou bien un HEA 600 ou un HEB 550 en acier Fe E 355 pour obtenir la même résistance qu'avec ce profilé composé à âme pleine. On voit donc que la condition quant à la limitation de hauteur de la poutre ne peut être respectée pour de tels profilés laminés.

Aptitude au service

Il s'agit ici de vérifier que la flèche w_4 , sous l'effet de la charge de service de courte durée, reste inférieure à la valeur limite w_{lim} donnée au tableau 2.7, à savoir, étant donné qu'il s'agit d'un élément porteur secondaire (panne) :

$$w_4 \leq w_{lim} = \frac{l}{200} = \frac{20\,000\text{ mm}}{200} = 100\text{ mm}$$

La valeur de la flèche maximale sous l'effet de $q_{ser,court}$ peut être obtenue à l'aide de la figure 5.4. Avec $I = 1.23 \cdot 10^9\text{ mm}^4$, $M_A = 0$ et $M_B/q l^2 = 0.1$ (travée de rive), on obtient $w_4 = 51\text{ mm} \leq w_{lim} = 100\text{ mm}$. Le critère d'aptitude au service est ainsi satisfait.

Précisons encore qu'il faudrait également déterminer la déformation due au poids propre, afin de vérifier si une contreflèche était nécessaire.

5.6 Poutres ajourées

5.6.1 Domaines d'application et fabrication

L'idée à la base de la conception des poutres ajourées est de réaliser, dans l'âme, des ouvertures pour le passage de conduites (eau, chauffage, ventilation, installations sanitaires, etc.) sous le plafond d'un bâtiment ou d'une halle (fig. 5.21). Pour une quantité de matière identique à celle d'un profilé laminé, on obtient ainsi une hauteur statique et une rigidité plus élevées. Une telle réalisation est possible uniquement parce que l'effort tranchant est en général relativement faible comparé au moment de flexion que reprend la poutre. Il faut en revanche prêter une attention particulière à l'introduction des charges concentrées et à la transmission de l'effort tranchant dans les zones d'appui.

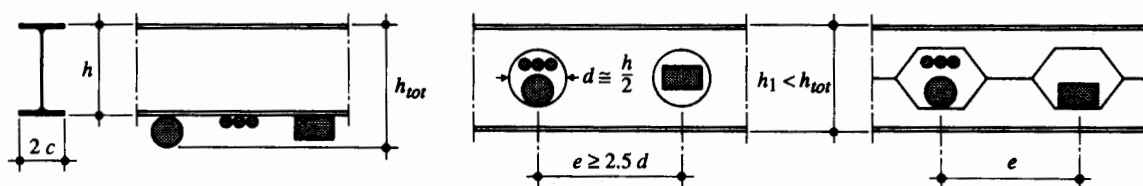


Fig. 5.21 Utilisation des évidements dans les poutres ajourées.

Les poutres ajourées sont utilisées essentiellement dans le bâtiment, en tant que poutres de plancher (sommiers, solives), et parfois dans les halles pour constituer des pannes ou des traverses de cadre. Elles sont intéressantes pour des grandes portées et des charges suffisamment réparties, ainsi qu'en tant que poutres simples. Elles s'utilisent moins pour des faibles portées (où l'effort tranchant prend, comparativement au moment de flexion, plus d'importance), quand il s'agit de reprendre des charges concentrées ou en tant que poutres continues (la section sur appui, sollicitée à la fois par un effort tranchant et un important moment de flexion, doit alors être renforcée).

On distingue deux types de poutres ajourées selon la géométrie des ouvertures (fig. 5.22) :

- les poutres alvéolaires, dont les ouvertures sont polygonales,
- les poutres cellulaires, dont les ouvertures sont circulaires ou arrondies.

Il est également possible de différencier les poutres ajourées selon leur mode de fabrication, à savoir :

- les poutres obtenues par découpage au chalumeau de profilés laminés et par reconstitution d'une section de plus grande hauteur, avec éventuellement soudure de fers plats intercalaires,
- les poutres obtenues par poinçonnage ou oxycoupage de l'âme.

Le principe de la réalisation des poutres ajourées par découpage de l'âme est illustré à la figure 5.22. On y montre, pour les poutres alvéolaires et cellulaires, les deux types qu'il est possible d'obtenir par ce procédé : une poutre ajourée de hauteur h_1 réalisée par simple décalage des deux parties de la poutre découpée, ou bien une poutre de hauteur h_2 obtenue en ajoutant entre les deux parties du profilé des fers plats intercalaires de hauteur h_0 .

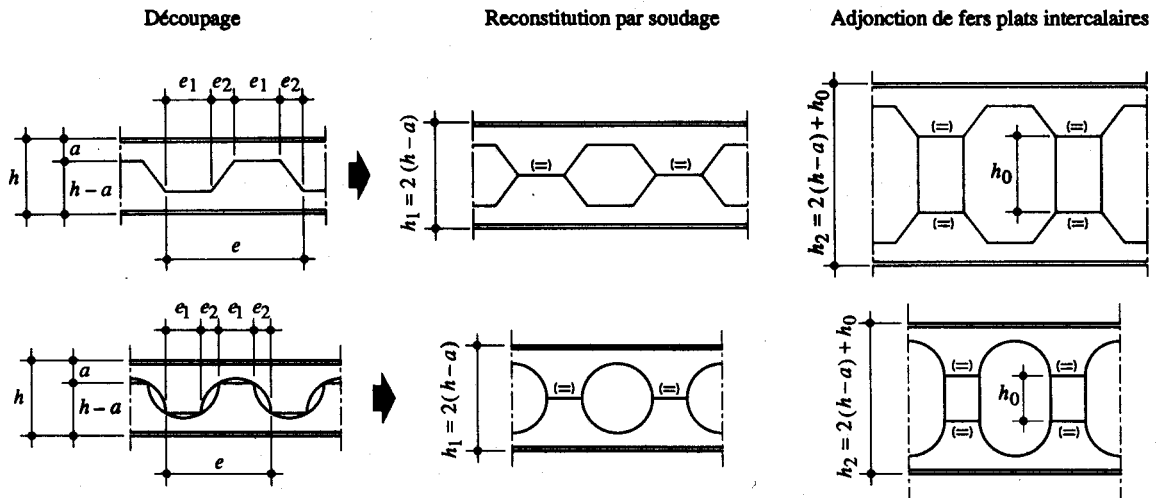


Fig. 5.22 Principe de réalisation des poutres ajourées alvéolaires et cellulaires.

5.6.2 Calcul des efforts intérieurs

Ensemble de la poutre

Lors du dimensionnement d'une poutre ajourée, on peut adopter comme modèle de calcul une poutre Vierendeel, où l'on suppose que les charges sont appliquées au droit des montants. La figure 5.23, tout en donnant quelques précisions sur la terminologie employée pour les différents éléments d'une poutre ajourée, montre le schéma d'une telle poutre ainsi que son modèle de calcul. Le principe de la poutre Vierendeel y est également illustré. La répartition des efforts intérieurs montre que le moment de flexion est nul au milieu des éléments de membrure situés entre les montants, de même qu'à mi-hauteur de ces derniers (pour une poutre symétrique). Il est ainsi possible de lever l'hyperstaticité interne de la poutre Vierendeel en admettant, dans son modèle de calcul, des rotules au milieu des montants ainsi que sur les membrures, au droit des ajours.

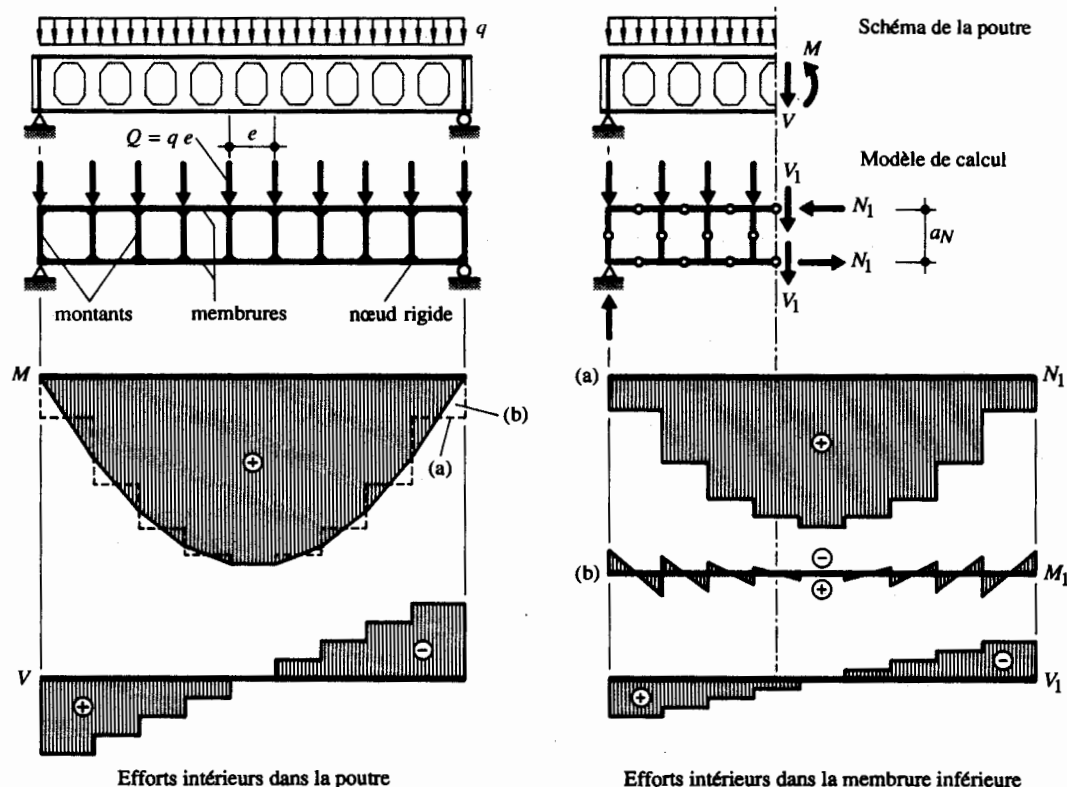


Fig. 5.23 Modèle de calcul d'une poutre ajourée.

Membrures

Le moment de flexion M , dû aux charges extérieures (fig. 5.23), est essentiellement repris par un couple d'efforts normaux N_1 (l'indice 1 fait référence aux membrures) agissant dans les membrures supérieure et inférieure (fig. 5.23, ligne brisée (a)). Cet effort normal vaut :

$$N_1 = \frac{M}{a_N} \quad (5.19)$$

a_N : bras de levier des forces N_1

Le bras de levier a_N des forces N_1 établies avec (5.19) correspond en fait à la distance entre les centres de gravité des membrures supérieure et inférieure de la poutre ajourée. Il s'exprime donc de la façon suivante :

$$a_N = \frac{S}{A_1} \quad (5.20)$$

S : moment statique de la poutre au droit des ajours : $S = 2ctb + d(a-t)(b-a)$

A_1 : aire de la section d'une membrure (en négligeant les congés) : $A_1 = 2ct + d(a-t)$

- $2c$: largeur des ailes
 t : épaisseur des ailes
 b : distance entre les centres de gravité des ailes de la poutre ajourée
 d : épaisseur de l'âme
 a : hauteur des membrures au droit des ajours

La différence entre le moment de flexion M dû aux charges extérieures et le couple de forces N_1 , représentée par la surface (b) de la figure 5.23, est reprise par flexion des membrures (moment M_1).

L'effort tranchant vertical V est quant à lui repris à parts égales par chacune des membrures. L'effort tranchant V_1 (fig. 5.23) dans chacune des membrures est donc donné par :

$$V_1 = \frac{V}{2} \quad (5.21)$$

Montants

L'effort tranchant horizontal V_2 (fig. 5.24), repris par les montants (l'indice 2 fait référence aux montants), correspond à la différence d'effort normal ΔN_1 entre les sections situées au droit de chaque ajour. On a ainsi :

$$V_2 = \Delta N_1 \quad (5.22)$$

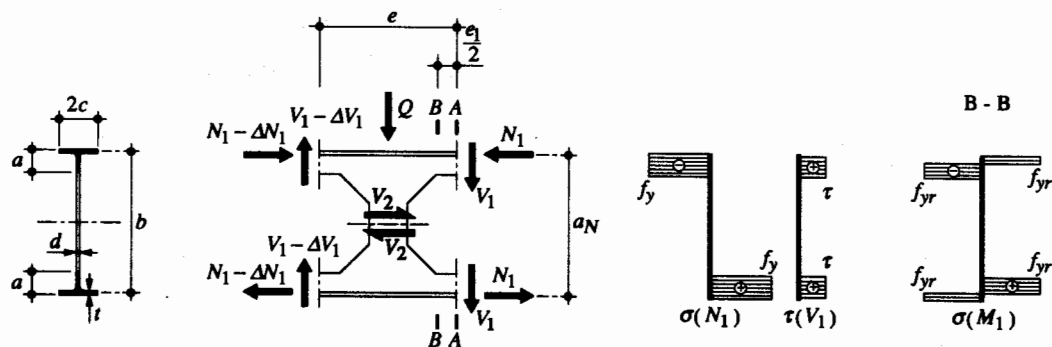


Fig. 5.24 Efforts intérieurs et résistance d'une poutre ajourée alvéolaire.

5.6.3 Dimensionnement d'une poutre ajourée alvéolaire

Le dimensionnement d'une poutre ajourée se fait généralement à l'aide d'un calcul EP. Nous présentons dans ce paragraphe le principe de dimensionnement d'une poutre ajourée alvéolaire symétrique. Précisons qu'une poutre non symétrique peut être traitée de la même manière, sauf qu'il faut alors différencier la membrure supérieure de la membrure inférieure qui ne sont alors plus sollicitées de façon identique. Le paragraphe 5.6.4 contient par ailleurs quelques indications sur le dimensionnement d'une poutre ajourée cellulaire.

La vérification de la sécurité structurale d'une poutre ajourée comprend :

- la vérification de la résistance en section des membrures et des montants (effort normal, effort tranchant, moment de flexion et interaction),
- la vérification de la stabilité locale (voilement) et d'ensemble (déversement).

A ces différentes vérifications, il faut ajouter celle de l'aptitude au service, qui consiste essentiellement à contrôler si les déformations verticales de la poutre ajourée n'excèdent pas les valeurs limites admises.

Membrures

La répartition des efforts intérieurs permet d'identifier deux zones bien distinctes : la première correspond à la partie centrale de la poutre où les membrures sont sollicitées essentiellement par un effort normal, et la seconde correspond à la zone des appuis où il s'agit de reprendre essentiellement un effort tranchant. Nous allons examiner ci-après de quelle façon ces deux cas particuliers de sollicitations sont repris par les membrures des poutres ajourées, avant d'en étudier l'interaction.

• Effort normal

Lorsque la membrure d'une poutre ajourée n'est soumise qu'à un effort normal N_1 , la résistance ultime à l'effort normal (l'effort normal plastique) N_{1pl} de cette membrure vaut alors, compte tenu de la répartition uniforme des contraintes $\sigma(N_1)$ admise à la figure 5.24 :

$$N_{1pl} = f_y A_1 \quad (5.23)$$

A_1 : aire de la section d'une membrure (en négligeant les congés) : $A_1 = 2c t + d(a - t)$

La *vérification* de la membrure d'une poutre ajourée soumise uniquement à un effort normal peut donc se faire à l'aide de la relation suivante :

$$N_{1d} \leq \frac{N_{1pl}}{\gamma_R} \quad (5.24)$$

N_{1d} : valeur absolue de la valeur de dimensionnement de l'effort normal N_1 (5.19)

• Effort tranchant

La résistance ultime au cisaillement d'une membrure est donnée par :

$$V_{1pl} = \tau_y A_{1w} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_{1w} \quad (5.25)$$

A_{1w} : aire de la section de l'âme d'une membrure : $A_{1w} = (a - t/2) d$

La *vérification* de la membrure d'une poutre ajourée soumise uniquement à un effort tranchant peut donc se faire à l'aide de la relation suivante :

$$V_{1d} \leq \frac{V_{1pl}}{\gamma_R} \quad (5.26)$$

V_{1d} : valeur de dimensionnement de l'effort tranchant V_1 (5.21)

• Interaction

L'effort tranchant vertical V_1 , agissant au droit de la section A-A indiquée sur la figure 5.24, provoque dans les autres sections des membrures un moment de flexion M_1 . Ce moment de flexion correspond à la part de la flexion générale qui n'est pas reprise par le couple d'efforts N_1 . Dans la section B-B, déterminante pour la vérification de l'interaction, ce moment de flexion vaut :

$$M_1 = V_1 \frac{e_1}{2} \quad (5.27)$$

On retrouve donc une interaction entre un effort normal, un effort tranchant et un moment de flexion (chap. 4). En adoptant le modèle 1 décrit dans le paragraphe 4.6.3 (ce choix ne s'explique dans le cas présent que pour une question de simplicité d'application, mais n'exclut pas du tout l'application du modèle 2), les contraintes normales dues à l'effort normal et à la flexion des membrures sont limitées par la limite d'élasticité réduite f_{yr} (pour simplifier, on la considère sur toute la section de la membrure, même si les ailes pourraient en fait être sollicitées jusqu'à la limite d'élasticité f_y). La condition générale à satisfaire pour la vérification des différentes sections d'une membrure d'une poutre ajourée s'exprime donc ainsi :

$$\sigma_d = \frac{N_{1d}}{A_1} + \frac{M_{1d}}{Z_1} \leq \frac{f_{yr}}{\gamma_R} \quad (5.28)$$

f_{yr} : limite d'élasticité réduite (4.92) ($f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3\tau_d^2}$)

τ_d : valeur de dimensionnement de la contrainte tangentielle due à V_{1d} ($\tau_d = V_{1d} / A_{1w}$)

Z_1 : module plastique de la membrure

La section B-B déterminante pour ce calcul d'interaction doit être trouvée par itération; dans le cas d'une poutre simple, elle se situe à environ un quart de la portée.

Montant

La résistance au cisaillement horizontal d'un montant est donnée par :

$$V_{2pl} = \tau_y A_2 = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_2 \quad (5.29)$$

A_2 : aire de la section horizontale d'un montant : $A_2 = e_1 d$

La vérification de la section d'un montant soumis à un effort tranchant horizontal V_2 s'exprime alors de la manière suivante :

$$V_{2d} \leq \frac{V_{2pl}}{\gamma_R} \quad (5.30)$$

V_{2d} : valeur de dimensionnement de l'effort tranchant horizontal V_2 (5.22)

Précisons encore que, par analogie aux membrures, les montants sont également soumis à un moment de flexion dû à l'effort tranchant horizontal V_2 . L'interaction entre ces deux efforts est à vérifier de façon similaire aux membrures, selon les indications données au paragraphe 4.6.3.

Stabilité

Les considérations ci-dessus, basées sur un calcul plastique de la résistance, ne sont valables que si les conditions d'élançement des différentes parties de la section sont respectées. Il faut pour cela distinguer entre les membrures et les montants :

- Pour les *membrures*, on doit en particulier vérifier l'élançement de l'âme au droit des ajours, pour laquelle on doit avoir respectivement $(a - t/2)/d \leq 13$ ou 11 pour des poutres en acier Fe E 235 ou 355 (tab. 5.7) si l'on veut effectuer un calcul EP.
- Quant aux *montants* sollicités à mi-hauteur par un effort tranchant V_2 , il faut tenir compte du fait que cet effort tranchant va solliciter le montant en flexion; il est donc soumis à des contraintes de traction et de compression. Ce sont ces dernières qui peuvent éventuellement créer un voilement de la partie comprimée du montant.

L'Eurocode 3 (annexe N, § 3.4.2.4) tient compte de l'élançement des montants en définissant la résistance au cisaillement horizontal V_{2pl} par la relation suivante, valable si $(a_N/2)/e \leq 1/\sqrt{3}$:

$$V_{2pl} = \frac{a_N/2}{e} f_y A_2$$

Précisons encore que la sécurité au déversement est à vérifier de manière semblable que pour une poutre composée à âme pleine, avec une section transversale correspondant à la section au droit des ajours.

Aptitude au service

La déformation d'une poutre ajourée est influencée par la flexion générale de la poutre ainsi que par les déformations engendrées par l'effort tranchant. Dans le cas d'une poutre simple, on peut, selon [5.3], estimer la déformation totale d'une poutre ajourée en majorant d'environ 20 % celle due à la flexion d'une poutre équivalente, ayant une inertie constante égale à celle de la poutre au droit des ajours.

L'Eurocode 3 (annexe N, § 3.4.3.2) propose une méthode de calcul de la déformation assez détaillée, où les déformations dues à la flexion générale et à l'effort tranchant sont déterminées de façon séparée.

5.6.4 Dimensionnement d'une poutre ajourée cellulaire

Pour les vérifications de la résistance en section, une poutre cellulaire peut être assimilée à une poutre alvéolaire équivalente, selon le principe visualisé à la figure 5.25. L'angle d'ouverture α des ajours alvéolaires utilisés pour le calcul doit être choisi en fonction de la vérification à faire, de manière à obtenir la section la plus défavorable.

L'Eurocode 3 (annexe N, § 3.5.1.2) indique qu'on peut généralement admettre $\alpha = 30^\circ$ pour la vérification à l'effort tranchant et $\alpha = 0^\circ$ pour la vérification à la flexion.

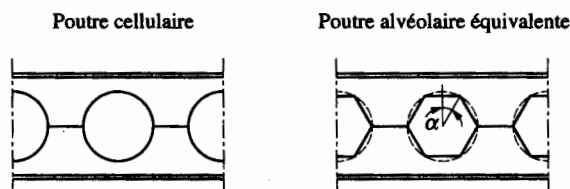


Fig. 5.25 Poutre alvéolaire équivalente pour le dimensionnement d'une poutre cellulaire.

L'Eurocode 3 (annexe N, § 3.5.1.3) se base sur le modèle d'Olander pour la vérification d'une section de poutre ajourée cellulaire soumise à une interaction d'efforts.

Pour le calcul des déformations, on peut raisonner avec une ouverture polygonale inscrite dans la géométrie de l'ouverture cellulaire. On utilise ainsi à nouveau la poutre alvéolaire équivalente illustrée à la figure 5.25.

Il existe un programme de calcul [5.4] qui permet de vérifier la sécurité structurale et l'aptitude au service de poutres ajourées cellulaires. Ce logiciel est basé sur une publication [5.5] qui expose de façon assez complète le principe d'analyse de telles poutres, tout en étant conforme aux indications données à ce sujet dans l'Eurocode 3.

Exemple 5.4 Dimensionnement d'une poutre ajourée alvéolaire

Soit une poutre simple de 6.24 m de portée, sollicitée par une charge uniformément répartie q dont les valeurs de dimensionnement et de service de courte durée valent respectivement $q_d = 16$ kN/m et $q_{ser, court} = 7$ kN/m. Pour des raisons pratiques, on a choisi de réaliser cette poutre ajourée à l'aide d'un profilé laminé IPE 200 en acier Fe E 235 auquel on ajoute des fers plats intercalaires de 200 mm de haut (fig. 5.26).

Vérifier la sécurité structurale ainsi que l'aptitude au service de ce profilé ajouré en admettant que tout phénomène d'instabilité est empêché par des dispositions constructives adéquates, et en négligeant le poids propre de la poutre.

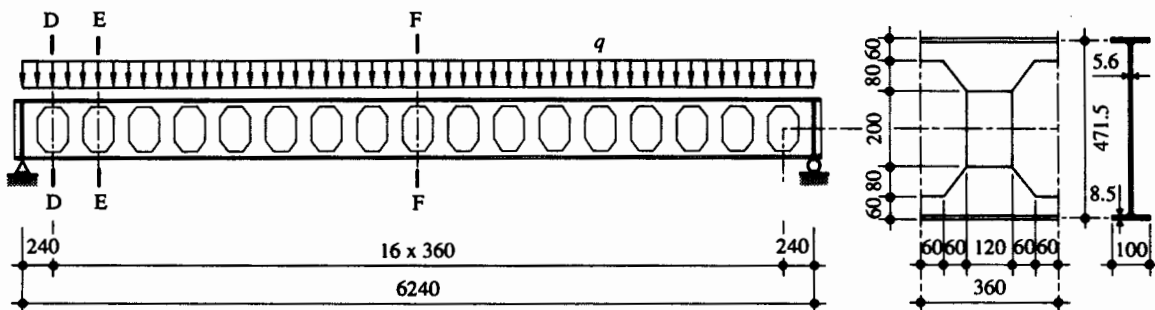


Fig. 5.26 Poutre ajourée alvéolaire.

La vérification de la sécurité structurale est à faire dans les trois sections suivantes : les membrures dans la zone centrale (effort tranchant nul), les membrures dans la zone d'appui (effort tranchant maximal) et le montant le plus sollicité, c'est-à-dire celui à proximité de l'appui. Les efforts intérieurs agissant dans ces différentes sections sont illustrés à la figure 5.27.

On s'assure préalablement que l'éclatement de l'âme de la poutre ajourée ne dépasse pas la valeur limite permettant un calcul EP :

$$\frac{a - t/2}{d} = \frac{60 \text{ mm} - 8.5 \text{ mm} / 2}{5.6 \text{ mm}} = 10 \leq 13$$

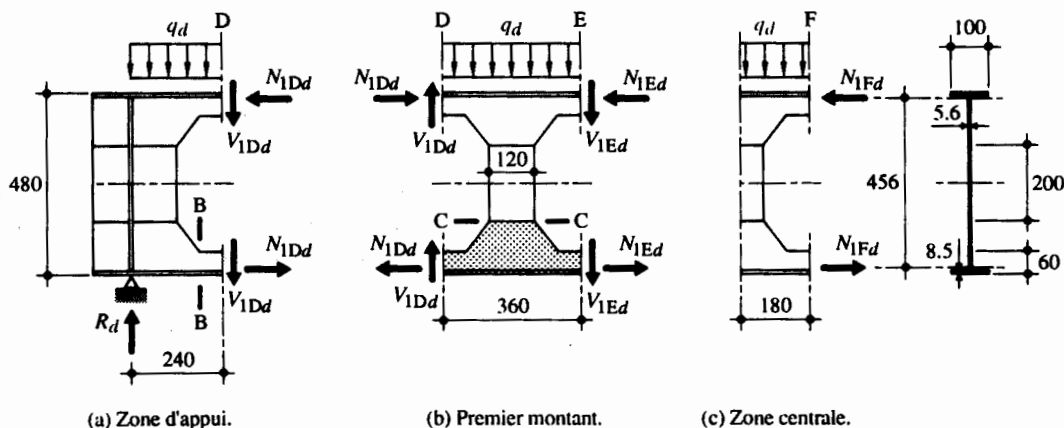


Fig. 5.27 Efforts intérieurs agissant dans les différentes sections.

Membrures dans la zone centrale (fig. 5.27(c))

Le moment de flexion est repris par un couple d'efforts normaux N_{1Fd} agissant sur les membrures supérieure et inférieure. Il faut vérifier que l'effort normal N_{1Fd} reste inférieur à la résistance plastique des membrures.

Le bras de levier a_N du couple d'efforts normaux N_{1Fd} est obtenu à partir de (5.20) :

$$a_N = \frac{S}{A_1} = \frac{2c t b + d(a-t)(b-a)}{2c t + d(a-t)} = \frac{100 \cdot 8.5 \cdot 471.5 + 5.6(60-8.5)(471.5-60)}{100 \cdot 8.5 + 5.6(60-8.5)} = 456 \text{ mm}$$

La valeur de dimensionnement de l'effort normal N_{1Fd} est déterminée avec (5.19) à partir de la valeur de dimensionnement M_{Fd} du moment de flexion agissant sur l'ensemble de la poutre :

$$M_{Fd} = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{16 \text{ kN/m} (6.24 \text{ m})^2}{8} = 77.9 \text{ kNm}$$

$$N_{1Fd} = \frac{M_{Fd}}{a_N} = \frac{77.9 \text{ kNm}}{0.456 \text{ m}} = 171 \text{ kN}$$

L'effort normal plastique N_{1pl} de la membrure vaut, selon (5.23) :

$$N_{1pl} = f_y A_1 = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 1138 \text{ mm}^2 = 267 \text{ kN}$$

La vérification d'une membrure montre que sa section au droit des ajours est suffisante dans la zone centrale de la poutre (5.24) :

$$N_{1Fd} = 171 \text{ kN} \leq \frac{N_{1pl}}{\gamma_R} = \frac{267 \text{ kN}}{1.1} = 242 \text{ kN}$$

Membrures dans la zone d'appui (fig. 5.27(a))

Les efforts intérieurs agissant sur cette section peuvent être déterminés à partir de la réaction d'appui :

$$R_d = q_d \frac{l}{2} = 16 \text{ kN/m} \cdot \frac{6.24 \text{ m}}{2} = 49.9 \text{ kN}$$

$$M_{Dd} = R_d \cdot 0.24 \text{ m} - q_d \cdot 0.24 \text{ m} \cdot 0.12 \text{ m} = 49.9 \cdot 0.24 - 16 \cdot 0.24 \cdot 0.12 = 11.5 \text{ kNm}$$

$$N_{1Dd} = \frac{M_{Dd}}{a_N} = \frac{11.5 \text{ kNm}}{0.456 \text{ m}} = 25.2 \text{ kN}$$

$$V_{1Dd} = \frac{1}{2} (R_d - q_d \cdot 0.24 \text{ m}) = \frac{1}{2} (49.9 \text{ kN} - 16 \text{ kN/m} \cdot 0.24 \text{ m}) = 23.0 \text{ kN}$$

La section déterminante correspond à la section B-B. La vérification de la résistance tient compte de l'effort tranchant V_{1Dd} avec la limite d'élasticité réduite de l'acier f_{yr} :

$$\tau_{1Dd} = \frac{V_{1Dd}}{A_{1w}} = \frac{V_{1Dd}}{(a - t/2) d} = \frac{23.0 \cdot 10^3 \text{ N}}{(60 \text{ mm} - 8.5 \text{ mm}/2) 5.6 \text{ mm}} = 73.7 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3 \tau_{1Dd}^2} = \sqrt{(235 \text{ N/mm}^2)^2 - 3 (73.7 \text{ N/mm}^2)^2} = 197 \text{ N/mm}^2$$

Le moment de flexion M_{1Dd} , créé par l'effort tranchant V_{1Dd} dans la membrure au droit de la section B-B, et le module plastique Z_1 de la membrure valent respectivement, selon (5.27) et en admettant que l'axe neutre divise la membrure en deux parties égales :

$$M_{1Dd} = V_{1d} \frac{e_1}{2} = 23.0 \text{ kN} \frac{0.12 \text{ m}}{2} = 1.38 \text{ kNm}$$

$$Z_1 = 10\,250 \text{ mm}^3$$

La contrainte normale engendrée à la section B-B par l'effort normal N_{1Dd} et le moment de flexion M_{1Dd} peut être établie avec (5.28) :

$$\sigma_d = \frac{N_{1Dd}}{A_1} + \frac{M_{1Dd}}{Z_1} = \frac{25 \cdot 10^3 \text{ N}}{1138 \text{ mm}^2} + \frac{1.38 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{10\,250 \text{ mm}^3} = 157 \text{ N/mm}^2$$

La vérification de la section montre que celle-ci est suffisante :

$$157 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_{yr}}{\gamma_R} = \frac{197 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 179 \text{ N/mm}^2$$

Premier montant (fig. 5.27(b))

Nous vérifions ici le premier montant, qui est celui qui reprend le plus grand effort tranchant horizontal. Cela est suffisant pour illustrer le principe de vérification de cet élément, même si ce n'est pas ce montant-ci qui est déterminant pour l'interaction d'efforts.

Les efforts agissant sur la section C-C sont obtenus en isolant la partie tramée de la figure 5.27(b). Il est nécessaire de calculer au préalable les efforts agissant sur la section E-E :

$$M_{Ed} = M_{Dd} + 2 V_{1Dd} e - q_d e \frac{e}{2}$$

$$M_{Ed} = 11.5 \text{ kNm} + 2 \cdot 23.0 \text{ kN} \cdot 0.36 \text{ m} - 16 \text{ kN/m} \cdot 0.36 \text{ m} \cdot 0.18 \text{ m} = 27.1 \text{ kNm}$$

$$V_{1Ed} = V_{1Dd} - \frac{1}{2} q_d e = 23.0 \text{ kN} - \frac{1}{2} 16 \text{ kN/m} \cdot 0.36 \text{ m} = 20.1 \text{ kN}$$

$$N_{1Ed} = \frac{M_{Ed}}{a_N} = \frac{27.1 \text{ kNm}}{0.456 \text{ m}} = 59.4 \text{ kN}$$

Les efforts suivants agissent par conséquent dans la section C-C du montant :

$$M_{2d} = (V_{1Dd} + V_{1Ed}) \left(\frac{e}{2} \right) - (N_{1Ed} - N_{1Dd}) \left(\frac{a_N - h_0}{2} \right)$$

$$M_{2d} = (23.0 \text{ kN} + 20.1 \text{ kN}) \left(\frac{0.36 \text{ m}}{2} \right) - (59.4 \text{ kN} - 25.2 \text{ kN}) \left(\frac{0.456 \text{ m} - 0.2 \text{ m}}{2} \right) = 3.38 \text{ kNm}$$

$$V_{2d} = N_{1Ed} - N_{1Dd} = 59.4 \text{ kN} - 25.2 \text{ kN} = 34.2 \text{ kN}$$

$$N_{2d} = V_{1Dd} - V_{1Ed} = 23.0 \text{ kN} - 20.1 \text{ kN} = 2.90 \text{ kN}$$

La limite d'élasticité réduite, tenant compte de l'effort tranchant, peut alors être déterminée :

$$\tau_{2d} = \frac{V_{2d}}{A_2} = \frac{34.2 \cdot 10^3 \text{ N}}{5.6 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm}} = 50.9 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3 \tau_{2d}^2} = \sqrt{(235 \text{ N/mm}^2)^2 - 3 (50.9 \text{ N/mm}^2)^2} = 218 \text{ N/mm}^2$$

La contrainte normale engendrée à la section C-C par l'effort normal N_{2d} et le moment de flexion M_{2d} peut être établie à l'aide d'une relation similaire à (5.28), mais appliquée au montant :

$$\sigma_d = \frac{N_{2d}}{A_2} + \frac{M_{2d}}{Z_2} = \frac{2.90 \cdot 10^3 \text{ N}}{5.6 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm}} + \frac{3.38 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{5.6 \text{ mm} (120 \text{ mm})^2 / 4} = 172 \text{ N/mm}^2$$

La vérification de la section montre que celle-ci est suffisante :

$$\sigma_d = 172 \text{ N/mm}^2 \leq \frac{f_{yr}}{\gamma_R} = \frac{218 \text{ N/mm}^2}{1.1} = 198 \text{ N/mm}^2$$

Aptitude au service

Le calcul de la flèche se fait selon les indications du paragraphe 5.6.3. L'inertie de la poutre au droit des ajours vaut, pour le cas présent :

$$I_y = 11.60 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$$

La flèche à mi-travée de la poutre ajourée peut être estimée en majorant de 20 % celle obtenue avec une poutre simple d'inertie I_y :

$$w_4 = 1.2 \cdot \frac{5}{384} \frac{q_{ser,court} l^4}{E I_y} = 1.2 \cdot \frac{5}{384} \frac{7 \text{ N/mm} \cdot (6240 \text{ mm})^4}{210\,000 \text{ N/mm}^2 \cdot 11.60 \cdot 10^7 \text{ mm}^4} = 6.8 \text{ mm}$$

L'aptitude au service est donc satisfaite car la flèche à mi-travée n'excède pas la valeur limite w_{lim} donnée au tableau 2.7 pour un élément porteur principal :

$$w_4 = 6.8 \text{ mm} < w_{lim} = \frac{l}{350} = \frac{6240 \text{ mm}}{350} = 17.8 \text{ mm}.$$

5.7 Poutres à treillis

5.7.1 Domaines d'application et fabrication

Le principe et la terminologie des différents éléments d'une poutre à treillis sont illustrés à la figure 5.28. Une poutre à treillis est composée de deux membrures, dont le rôle est analogue à celui des ailes d'un profilé laminé en double té (reprendre le moment de flexion), et d'un réseau de barres comprimées ou tendues (les diagonales et les montants) qui équilibrent l'effort tranchant tout en servant à l'introduction des forces concentrées. La poutre à treillis représente en général la solution la plus légère pour la réalisation d'un élément fléchi d'une portée supérieure à environ 20 m. Elle constitue la dernière étape, après la poutre ajourée, dans la recherche d'une économie de matière. Elle exige cependant un important travail de fabrication pour préparer, assembler et peindre les éléments constituant le treillis, ce qui la rend parfois moins économique qu'une poutre en profilé laminé ou composée à âme pleine, plus lourde.

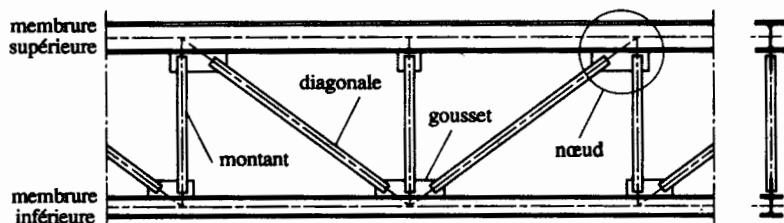


Fig. 5.28 Principe et terminologie des différents éléments d'une poutre à treillis.

Les poutres à treillis trouvent leur application dans tous les types de structures : poutres très légères dont les éléments sont constitués par des profilés minces pliés à froid, fermes de halles, contreventements

et autres éléments porteurs du bâtiment, tels que solives et sommiers (vol. 11), ainsi dans des charpentes plus lourdes ou les ouvrages d'art (poutres de ponts) (vol. 12).

On distingue plusieurs types de poutres à treillis. Suivant leur forme géométrique, on a par exemple des treillis à membrures parallèles, des poutres triangulaires, trapézoïdales ou paraboliques (fig. 5.29(a)). Suivant la disposition des barres, on peut réaliser différents systèmes de treillis : treillis double (en croix de St-André), simple (avec une seule diagonale entre montants, ou sans montants), en K, etc. (fig. 5.29(b)). Pour de grandes portées, on peut être amené à réaliser un treillis secondaire dans le but de diminuer la longueur de flambage des barres comprimées ou pour reprendre des charges concentrées appliquées entre les nœuds du treillis principal (fig. 5.29(c)).

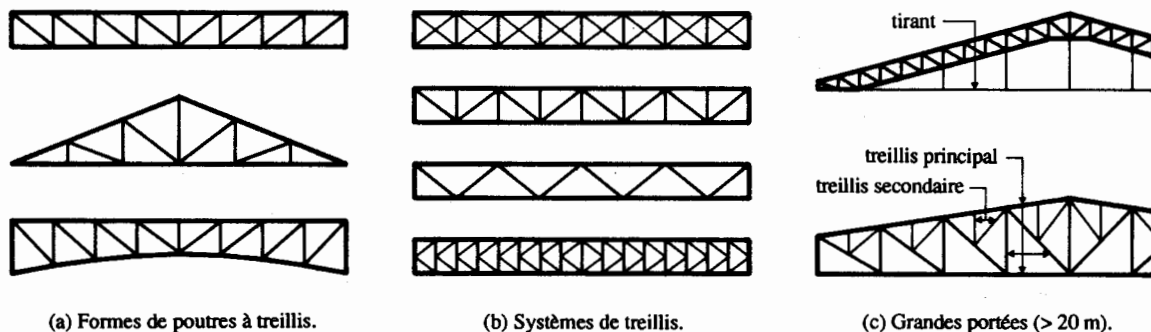


Fig. 5.29 Différents types de poutres à treillis.

La conception d'une poutre à treillis consiste à choisir le type de barres la composant, le type de nœud, le moyen d'assemblage (soudures ou boulons) utilisé dans les nœuds ainsi que le procédé de fabrication en atelier et de montage sur chantier. Un grand nombre de paramètres interviennent donc dans ce processus; ils sont examinés plus en détail dans le volume 11, comme l'est le dimensionnement des nœuds (moyens d'assemblage, goussets, etc.).

5.7.2 Hypothèses de calcul

Les hypothèses qui sont en général faites pour le calcul des poutres à treillis sont les suivantes :

- les nœuds sont considérés comme des articulations parfaites,
- les axes des barres sont concourants aux nœuds,
- les barres sont des éléments droits entre chaque nœud,
- les charges sont appliquées au droit des nœuds.

Ces hypothèses servent à simplifier le calcul afin de n'avoir que des barres sollicitées par des efforts normaux. Même s'il est maintenant possible de tenir compte, avec les outils informatiques actuellement à disposition, de l'influence du non respect de ces hypothèses, on s'efforcera dans la mesure du possible de faire concorder la théorie à la réalité. Le non-respect des hypothèses ci-dessus peut en effet introduire dans la poutre à treillis des moments de flexion (efforts dits secondaires), dont l'importance est examinée dans le volume 11.

5.7.3 Prédimensionnement

Pour un prédimensionnement, la hauteur h de la poutre à treillis peut être choisie en fonction de la portée l . On peut donner comme ordre de grandeur un rapport $h/l = 1/12$ pour un treillis de hauteur constante, et $h/l = 1/4$ à $1/6$ pour un treillis de forme triangulaire.

Le poids propre d'une poutre à treillis peut être estimé, en première approximation, par la règle empirique suivante (tirée de [5.6]) pour des poutres à treillis de halles supportant une toiture (acier Fe E 235, valeur de dimensionnement de la charge environ 2.0 kN/m^2 , écartement des poutres à treillis environ 6 m) :

$$g = \frac{0.85 l}{100} \quad (5.31)$$

g : poids propre du treillis par mètre carré de surface de halle [kN/m^2]

l : portée de la poutre à treillis [m]

Les efforts normaux dans les membrures peuvent quant à eux être déterminés très rapidement en effectuant une coupe du treillis et en établissant l'équilibre des forces. Dans l'exemple illustré à la figure 5.30, on obtient, en effectuant l'équilibre des moments autour du point A :

$$N_{sup} = \frac{M}{h} \quad (5.32)$$

N_{sup} : effort normal dans la membrure supérieure

M : moment de flexion par rapport au point A, dû aux charges Q

h : hauteur statique de la poutre à treillis

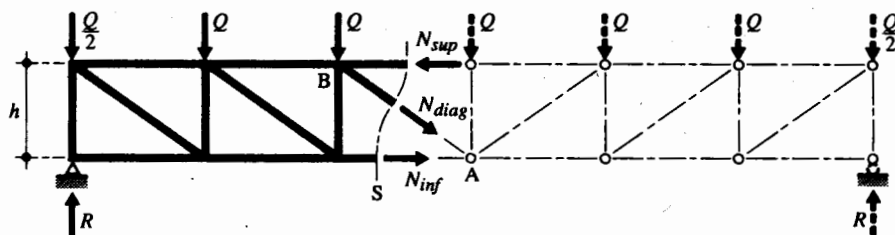


Fig. 5.30 Détermination des efforts normaux dans les membrures.

L'effort normal N_{inf} dans la membrure inférieure peut s'obtenir en effectuant l'équilibre des moments autour du point B. Il est égal à N_{sup} lorsque la section S considérée ne transmet pas d'effort tranchant ($N_{diag} = 0$). Comme cette condition est presque remplie au centre de la poutre, on peut admettre $N_{inf} = N_{sup}$ dans le cadre du prédimensionnement. Le principe de l'équilibre dans une coupe du treillis peut d'ailleurs être utilisé pour déterminer de façon très rapide les efforts intérieurs dans les différentes barres composant le treillis. Lors du dimensionnement proprement dit, l'équilibre de chaque nœud doit cependant être assuré (vol. 1).

Précisons encore qu'il est recommandé que les barres composant une poutre à treillis ne soient pas trop élancées (montage, vibrations, etc.). Le volume 11 contient quelques indications relatives à ce sujet.

5.7.4 Longueur de flambage des barres comprimées

Il y a lieu de prêter une attention particulière aux barres comprimées, dont la longueur de flambage, dans le plan et hors du plan du treillis, doit être évaluée avec soin. On peut dire de façon générale que les barres comprimées auront tendance à flamber entre deux points d'appui fixes. La figure 5.31 montre le flambage de la membrure comprimée du treillis : les nœuds constituent un point d'appui fixe dans le plan du treillis, grâce aux diagonales et aux montants, mais pas hors de ce plan. Ils ne pourront en effet constituer un point d'appui fixe (même aux extrémités de la membrure) que si leur déplacement hors du plan du treillis est empêché par des mesures de construction adéquates (pannes liées à un contre-ventement de toiture, par exemple).

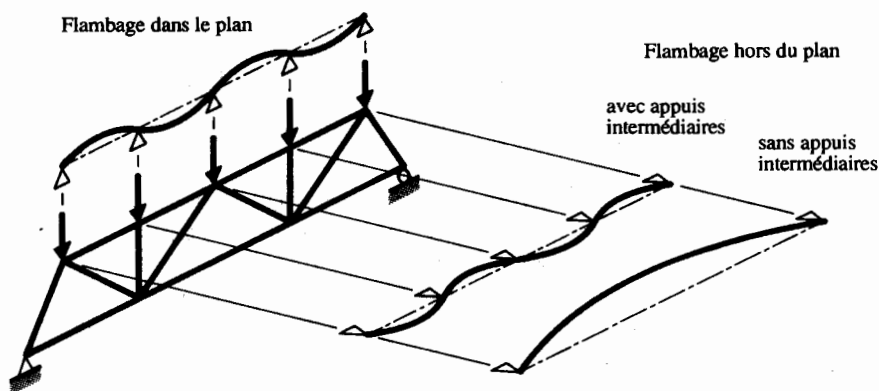


Fig. 5.31 Flambage de la membrure comprimée d'une poutre à treillis.

Nous avons fait l'analogie, au paragraphe 5.7.1, entre les ailes d'un profilé laminé en double té et les membrures d'une poutre à treillis. Cette analogie mérite d'être rappelée ici, dans la mesure où le flambage de la membrure comprimée hors du plan du treillis est similaire au déversement d'une poutre constituée d'un profilé laminé en double té.

La longueur de flambage l_K est influencée par le degré d'encastrement de la barre aux nœuds. On peut donc, dans de nombreux cas, admettre des longueurs de flambage l_K inférieures à la longueur l de la barre entre les nœuds correspondant à des appuis fixes. Pour tenir compte de ceci, la norme SIA 161 propose des longueurs de flambage l_K réduites pour différents types de membrures, diagonales et montants. Ces valeurs, reprises dans le tableau 5.32, ne peuvent cependant être considérées que si les barres adjacentes ne sont pas sollicitées simultanément par des efforts de compression maximaux, sans quoi elles ne peuvent plus contribuer à l'encastrement partiel des nœuds.

Mentionnons encore qu'il y a lieu de prêter particulièrement attention aux barres formées de cornières. Elles doivent en effet être vérifiées au flambage selon l'axe de faible inertie. On peut toutefois tenir compte d'un léger encastrement aux nœuds en prenant comme longueur de flambage $l_K = 0.9 l$.

Tableau 5.32 Longueurs de flambage l_K des barres de poutres à treillis.

Éléments du treillis			Longueur de flambage l_K	
			dans le plan	hors du plan
Membrures			$0.9 l$	$1.0 l$
Diagonales	simple		$0.8 l$	$1.0 l$
	double		$0.4 l$ ①	$0.5 l$ ①
	multiple		$1.0 m$ ①	$1.5 m$ ①
	en K		$0.9 l$	$1.0 l$
Montants	simple		$0.8 l$	$1.0 l$
	double		$0.4 l$ ① ②	$0.5 l$ ① ②
	en K		$0.4 l$ ②	$0.5 l$ ②

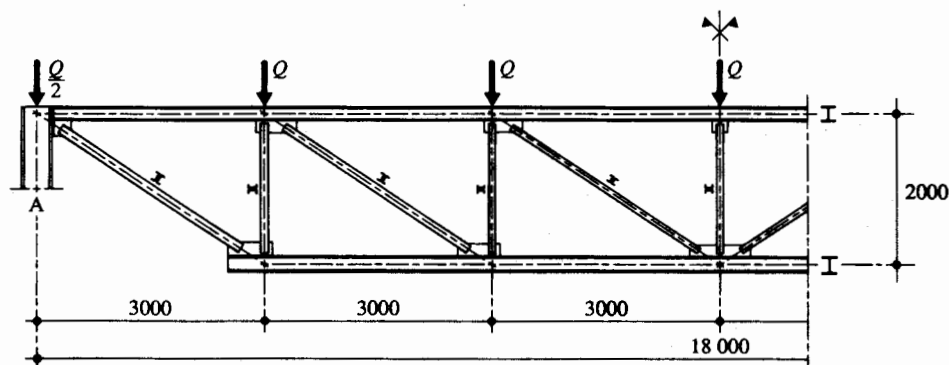
① Valable à condition que les éléments soient liés les uns aux autres à mi-longueur.

② Ces valeurs doivent être doublées pour les montants d'extrémités (ils sont comprimés sur toute leur hauteur).

L'Eurocode 3 (§ 5.8) propose comme longueur de flambage $l_K = 0.9 l$ pour les éléments d'une poutre à treillis flambant dans le plan du treillis, sauf pour les cornières simples où une méthode de calcul dépendant de l'élançement est donnée.

Exemple 5.5 Dimensionnement d'une poutre à treillis

Soit une poutre simple à treillis, représentée à la figure 5.33, d'une hauteur constante de 2 m et d'une portée de 18 m. Cette poutre est sollicitée au niveau de la membrure supérieure par des charges nodales verticales Q dont la valeur de dimensionnement vaut $Q_d = 150$ kN. Les membrures du treillis sont

**Fig. 5.33** Poutre à treillis.

constituées d'un profilé en double té en acier Fe E 235. Quant aux diagonales et montants, ils sont réalisés à l'aide de deux profilés UNP également en acier Fe E 235.

Dimensionner les membrures (supérieure et inférieure), les montants et les diagonales les plus sollicités. On négligera le poids propre du treillis et on admettra que la poutre est appuyée latéralement au droit de chaque nœud de la membrure supérieure.

Dimensionnement des membrures

Les membrures du treillis sont dimensionnées sur la base de l'effort normal N qui les sollicite. Celui-ci peut être calculé par un équilibre du treillis partiel selon la coupe S_1 (fig. 5.34(a)).

- Membrane inférieure (traction) :

En exprimant l'équilibre des moments par rapport au point C (avec $R_A = 3Q$), la valeur de dimensionnement de l'effort normal dans la membrure inférieure vaut :

$$N_{d,inf} = 4 Q_d \frac{l/6}{h} = 4 \cdot 150 \cdot 10^3 \text{ N} \frac{3000 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = 900 \cdot 10^3 \text{ N} = 900 \text{ kN}$$

La vérification de la résistance ultime à la traction permet de déterminer la section d'acier nécessaire :

$$N_{d,inf} \leq \frac{N_{pl}}{\gamma_R} = \frac{f_y A}{\gamma_R}, \text{ d'où } A \geq \frac{\gamma_R N_{d,inf}}{f_y} = \frac{1.1 \cdot 900 \cdot 10^3 \text{ N}}{235 \text{ N/mm}^2} = 4213 \text{ mm}^2$$

À l'aide des tables SZS C5, il est possible de choisir un profilé HEA 180 ($A = 4530 \text{ mm}^2$).

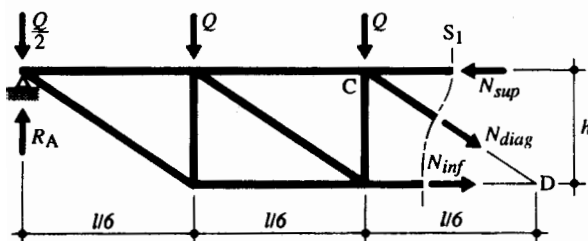
- Membrane supérieure (compression) :

En exprimant l'équilibre des moments par rapport au point D (avec $R_A = 3Q$), la valeur de dimensionnement de l'effort normal vaut dans ce cas :

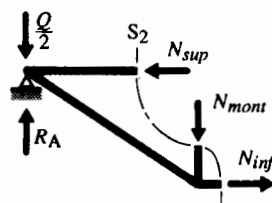
$$N_{d,sup} = \frac{9}{2} Q_d \frac{l/6}{h} = 4.5 \cdot 150 \cdot 10^3 \text{ N} \frac{3000 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = 1013 \cdot 10^3 \text{ N} = 1013 \text{ kN}$$

Comme le flambage hors du plan (par rapport à l'axe faible du profilé) est déterminant, la longueur de flambage à considérer (tab. 5.32) vaut $l_K = 1.0 (l/6) = 3000 \text{ mm}$. Pour une telle longueur de flambage, les tables SZS C4.1 indiquent qu'un profilé HEA 220 en acier Fe E 235 a une charge de flambage selon l'axe faible égale à $N_K = 1205 \text{ kN}$. La vérification au flambage suivante montre qu'un tel profilé est suffisant :

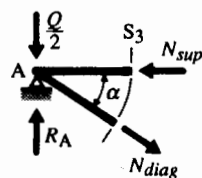
$$N_{d,sup} = 1013 \text{ kN} \leq \frac{N_K}{\gamma_R} = \frac{1205 \text{ kN}}{1.1} = 1095 \text{ kN}$$



(a) Membrures.



(b) Montant.



(c) Diagonale.

Fig. 5.34 Coupes nécessaires au calcul des efforts dans les éléments les plus sollicités.

Dimensionnement du montant

Le montant le plus sollicité se trouve au voisinage de l'appui. La valeur de dimensionnement de l'effort normal dans le montant (compression) peut être obtenue par l'équilibre du treillis partiel selon la coupe S_2 (fig. 5.34(b)) :

$$N_{d,mont} = R_{A,d} - \frac{Q_d}{2} = \frac{5 Q_d}{2} = \frac{5 \cdot 150 \text{ kN}}{2} = 375 \text{ kN}$$

La disposition des profilés, constituant le montant, conduit à considérer le flambage hors du plan du treillis (avec $l_K = 1.0 h = 2000 \text{ mm}$) et par rapport à l'axe faible du profilé comme étant déterminant. À l'aide des tables SZS C4.1, on peut choisir 2 UNP 160 ($N_K = 2 \cdot 265 \text{ kN} = 530 \text{ kN}$). En effectuant la vérification, on montre qu'une telle section est suffisante (elle l'est même largement, à cause du fait que 2 UNP 140 ne suffiraient juste pas) :

$$N_{d, \text{mont}} = 375 \text{ kN} \leq \frac{N_K}{\gamma_R} = \frac{530 \text{ kN}}{1.1} = 482 \text{ kN}$$

Dimensionnement de la diagonale

La diagonale la plus sollicitée se trouve au voisinage de l'appui. La valeur de dimensionnement de l'effort normal dans la diagonale (traction) peut être obtenue en considérant l'équilibre du nœud d'appui A, qui est isolé par la coupe S_3 (fig. 5.34(c)). On a ainsi :

$$N_{d, \text{diag}} = \frac{R_{A,d} - Q_d/2}{\sin \alpha} = \frac{450 \text{ kN} - 75 \text{ kN}}{\sin 33.7^\circ} = 676 \text{ kN}$$

La vérification de la résistance ultime en traction permet de déterminer la section d'acier nécessaire :

$$N_{d, \text{diag}} \leq \frac{N_{pl}}{\gamma_R} = \frac{f_y A}{\gamma_R} \text{ d'où } A \geq \frac{\gamma_R N_d}{f_y} = \frac{1.1 \cdot 676 \cdot 10^3 \text{ N}}{235 \text{ N/mm}^2} = 3164 \text{ mm}^2$$

À l'aide des tables SZS C5, on peut choisir 2 UNP 120 ($A_{tot} = 3400 \text{ mm}^2$).

5.8 Poutres mixtes acier-béton

5.8.1 Introduction

Les poutres mixtes acier-béton sont des éléments porteurs fléchis composés d'une poutre métallique et d'une dalle de béton. Il est évidemment souhaitable de faire participer chacun des matériaux de façon optimale, compte tenu de leur comportement physique. Rappelons que le béton a une bonne résistance à la compression, mais que sa participation à la traction doit en général être négligée. L'acier se comporte aussi bien à la compression qu'à la traction, mais l'éclatement souvent élevé des éléments les rend sensibles à des phénomènes d'instabilité dans les zones comprimées.

Sur la base de ces considérations, on peut constater que la poutre fléchie composée d'un profilé métallique et d'une dalle de béton, sans aucune liaison entre les deux, n'est pas une bonne solution, car chaque élément est fléchi d'une façon indépendante (fig. 5.35(a)). La partie tendue de la dalle de béton se fissure et ne participe ainsi pas à la résistance à la flexion longitudinale. La résistance de la poutre en acier sera probablement déterminée par un phénomène d'instabilité (déversement, voilement de l'âme ou de l'aile comprimée).

Avec une liaison parfaite entre les deux matériaux (fig. 5.35(b)), la répartition des déformations spécifiques ε montre que l'utilisation des matériaux est sensiblement différente et surtout meilleure. Toute la dalle, ou une partie importante de celle-ci (cela dépend de la position de l'axe neutre), est comprimée. L'aile supérieure de la poutre métallique est tenue, latéralement et en torsion, par la dalle. De plus, l'acier est sollicité presque exclusivement en traction (ceci dépend à nouveau de la position de l'axe neutre).

Examinons le comportement à l'interface acier-béton. Sans liaison, il y a glissement entre les deux matériaux, ce qui se traduit par une discontinuité dans la répartition des déformations spécifiques ε au niveau de l'interface acier-béton. Par contre, avec une liaison, le glissement est empêché; la section se comporte alors de façon monolithique et la répartition des déformations est continue. Ces deux cas sont cependant extrêmes, et la réalité se situe entre-deux. On parle alors de liaison souple, qui permet un certain glissement relatif des deux matériaux.

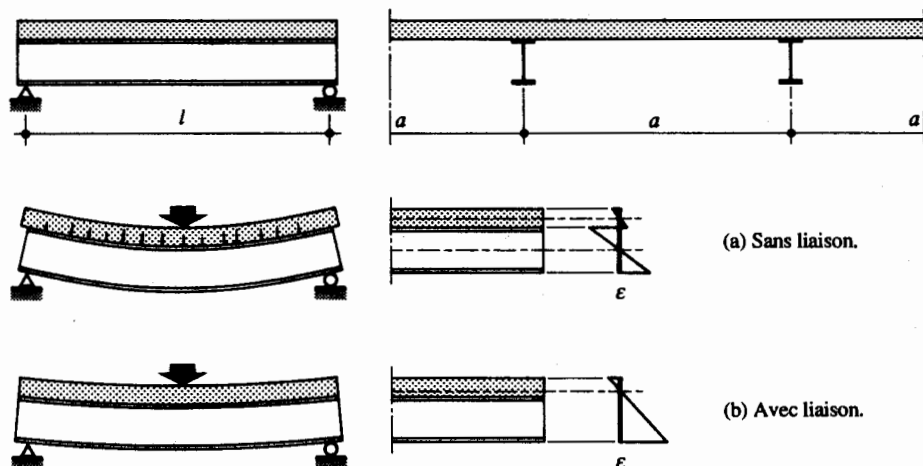


Fig. 5.35 Principe d'une poutre mixte fléchie.

Les raisonnements tenus ici ne sont valables que pour les zones de moments positifs d'une poutre. Le comportement sur appui d'une poutre continue est différent, puisque le béton est tendu et peut se fissurer; il doit par conséquent être négligé.

Signalons encore que les possibilités de réaliser des poutres mixtes sont multiples. On se référera aux volumes 11 et 12 pour plus de détails au sujet de leur conception dans le domaine des bâtiments et des ponts, et au volume 11 pour l'étude des dalles mixtes.

5.8.2 Largeur participante du béton

Le comportement élastique d'une poutre mixte fait appel à la théorie d'un disque solidaire d'une barre fléchie (fig. 5.36(a)). Pour résoudre ce problème, on choisit comme hyperstatique l'effort rasant v qui agit à l'interface acier-béton. Cet effort rasant provoque dans la dalle des contraintes normales $\sigma_x(y)$ dans le sens longitudinal de la poutre.

La figure 5.36(b) montre la variation de ces contraintes dans une section transversale de la poutre mixte. Comme ces contraintes sont dues à la diffusion de l'effort rasant à l'intérieur de la section de béton, leur répartition sur la section n'est pas uniforme (traînage de cisaillement). Pour permettre tout de même l'utilisation de la statique des barres fléchies, on définit une **largeur participante** b_{ef} (on parle aussi parfois de largeur efficace) sur laquelle on admet une contrainte uniforme égale à la contrainte maximale σ_{max} , de sorte que :

$$b_{ef} = \frac{\int \sigma_x(y) dy}{\sigma_{max}} \quad (5.33)$$

Comme le montre la figure 5.36(c), la largeur participante b_{ef} n'est pas constante le long de la poutre. Celle-ci dépend fortement, pour un système statique donné, de la nature des charges (réparties ou concentrées) et de leur position par rapport à la section considérée. Dans les cas courants, où l'on a

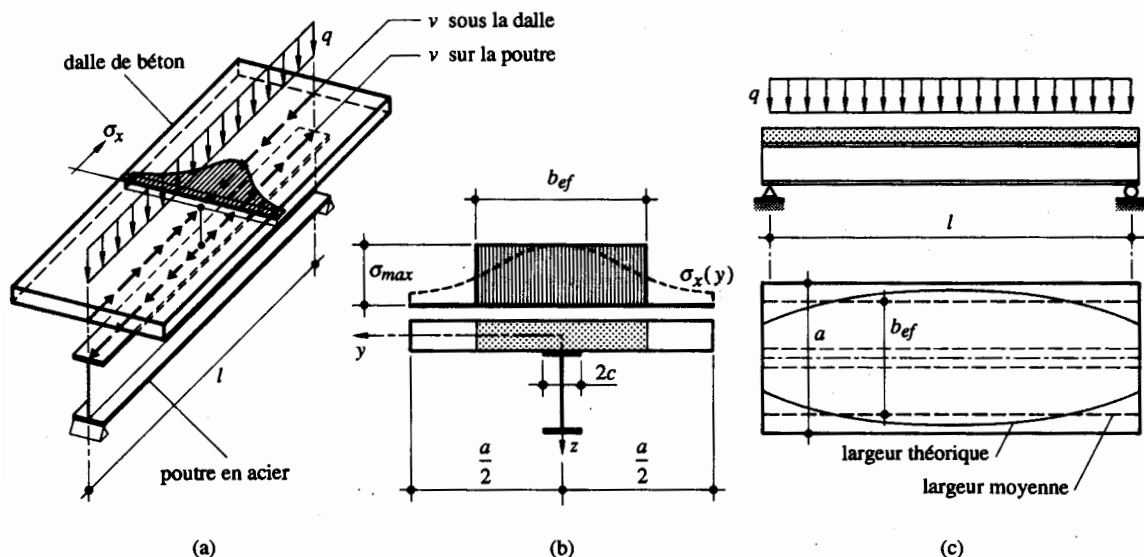


Fig. 5.36 Largeur participante.

essentiellement des charges uniformément réparties, on admet toutefois une valeur de b_{ef} constante (fig. 5.36(c)). A défaut d'étude plus approfondie, on peut admettre de façon conservatrice une largeur participante identique pour un calcul élastique ou plastique des sollicitations.

Poutres mixtes de bâtiment

Dans le domaine des poutres mixtes de bâtiment, on peut établir la largeur participante b_{ef} à l'aide de la formulation suivante, qui est conforme à celle donnée par la norme SIA 162 :

$$b_{ef} = 2c + 0.2 \alpha l \leq a \quad (5.34)$$

$2c$: largeur de l'aile du profilé (ou de la semelle d'une poutre composée à âme pleine)

l : portée

a : écartement des poutres

α : coefficient dépendant du système statique et de la travée étudiée :

$\alpha = 1.0$ pour une poutre simple

$\alpha = 0.8$ pour la travée de rive d'une poutre sur plusieurs travées

$\alpha = 0.6$ pour une travée intérieure d'une poutre sur plusieurs travées

$\alpha = 1.5$ pour une poutre en porte-à-faux

L'Eurocode 4 (§ 4.2.2.1) propose la définition suivante de la largeur participante :

$$b_{ef} = l_0 / 4 \leq a$$

l_0 : distance entre points de moments nuls

Poutres mixtes de pont

En ce qui concerne les poutres mixtes de pont, les règles sont légèrement différentes. En première approximation, on peut admettre une largeur participante constante, telle qu'elle est donnée dans la figure 5.37 pour toutes les formes de section. Cependant, dans certaines situations, notamment si les charges ne peuvent être admises uniformément réparties, une analyse élastique plus approfondie est nécessaire. On se référera dans ce cas au volume 12.

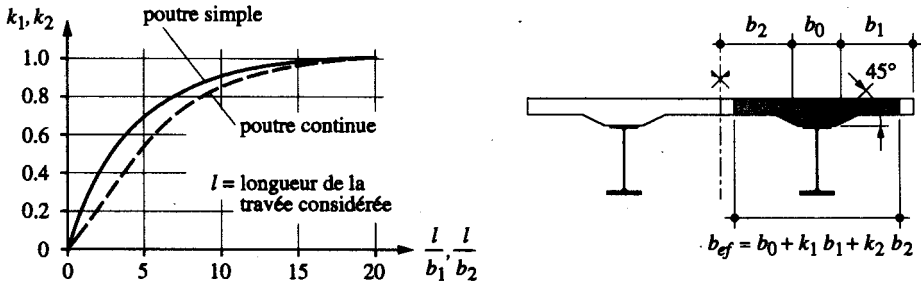


Fig. 5.37 Largeur participante généralement admise pour les poutres de pont.

5.8.3 Situations à considérer

Stade de montage

Le stade de montage correspond au moment du bétonnage de la dalle, quand le béton n'a pas encore fait prise. La résistance est alors assurée par la poutre métallique seule, qui doit également reprendre, en plus de son poids propre et de celui de la dalle, une charge temporaire de montage due à une accumulation locale éventuelle de béton, lors du bétonnage, et à la présence d'ouvriers sur la dalle.

Précisons encore que le système statique au stade de montage peut être différent de celui du stade définitif, à cause de la présence possible d'étais. Le rôle d'un étayage est double : diminuer la flèche lors du bétonnage, et, après la prise du béton et l'enlèvement des étais, reporter une partie importante du poids propre de la dalle sur la poutre mixte et non pas sur la poutre métallique seule.

La figure 5.38 montre un exemple des différentes étapes de réalisation d'une poutre mixte dont le système statique définitif est une poutre simple. Lorsque la poutre mixte est étayée à mi-portée (fig. 5.38(a)), le système statique est une poutre sur trois appuis chargée par les poids propres de la poutre métallique g_a et de la dalle g_c . Le moment maximal se situe alors au droit de l'appui intermédiaire.

Après durcissement du béton, la suppression de l'étais (fig. 5.38(b)) revient à charger la poutre mixte (le béton durci participe alors à la résistance) avec une charge concentrée R égale à la réaction d'appui de l'étais au stade précédent. Le moment maximal créé par cette force à mi-travée de la poutre simple de portée l vaut alors $RI/4$.

La superposition du diagramme des moments de la poutre étayée (fig. 5.38(a)) avec celui dû à la suppression de l'étais (fig. 5.38(b)) donne alors le stade définitif (fig. 5.38(c)) où le moment maximal vaut $(g_a + g_c) l^2/8$. On remarque ainsi qu'un étayage ne change rien aux moments de flexion, qu'il s'agit de reprendre au stade définitif, mais qu'il permet par contre de diminuer sensiblement les sollicitations et les déformations de la poutre métallique au stade de montage.

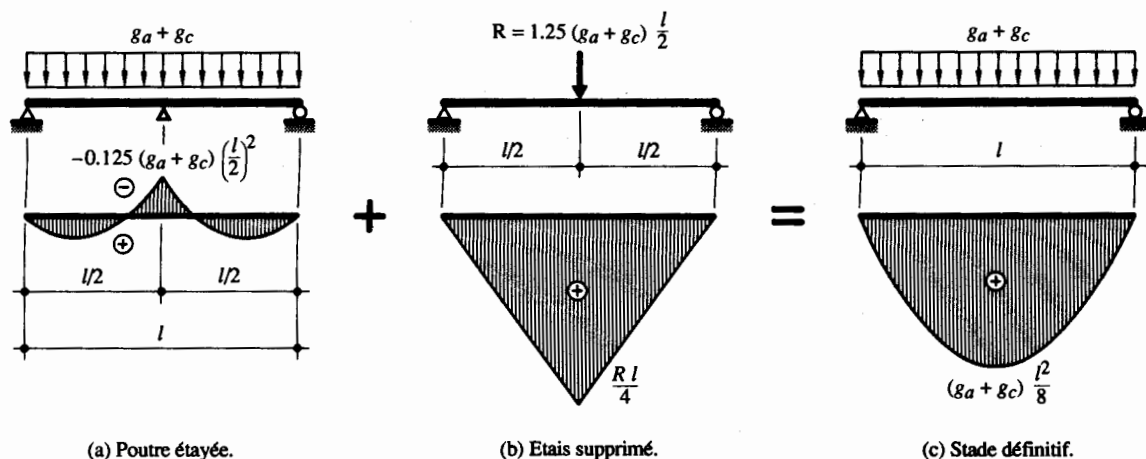


Fig. 5.38 Moments de flexion correspondant aux différentes étapes de réalisation d'une poutre mixte étayée au stade de montage.

Stade définitif

Par opposition au stade de montage, le stade définitif est surtout caractérisé par le fait que la résistance est maintenant assurée par la poutre mixte. C'est au stade définitif que la poutre mixte doit reprendre, outre les charges dues aux éventuels étais, les charges dues aux finitions (isolation, chape, etc.) ainsi que les charges utiles pour lesquelles elle a été conçue.

5.8.4 Dimensionnement d'une poutre mixte

Charges et actions à considérer

Les différents cas de charge doivent être considérés dans chaque situation de risque et état d'utilisation, qu'il s'agit d'étudier pour vérifier respectivement la sécurité structurale et l'aptitude au service. Pour le *stade de montage*, il s'agit de tenir compte des charges et des actions suivantes :

- le poids propre de la poutre métallique,
- le poids propre de la dalle,
- le poids propre du coffrage de la dalle, si celui-ci est appuyé sur les poutres métalliques,
- une charge de montage (admise en général égale à 1.0 kN/m^2),
- l'action due au vent (si la structure est à l'extérieur),

et pour le *stade définitif* :

- le poids propre du profilé,
- le poids propre de la dalle,
- les réactions des étais éventuels,
- le poids des finitions,
- la charge utile,
- l'action due au vent (si la poutre est exposée au vent ou fait partie d'un élément de contre-ventement),
- la charge de neige (s'il s'agit d'une poutre mixte de toiture),

- l'action due à la température,
- l'effet du retrait (§ 5.8.5).

On apportera encore les précisions suivantes :

- on peut en général considérer que la valeur de service de longue durée $q_{ser,long}$ de la charge utile agit de façon permanente;
- l'action due à la température peut en général être négligée pour les poutres mixtes de bâtiment;
- l'effet du retrait est d'ordinaire négligé pour la vérification de la sécurité structurale des poutres mixtes de bâtiment; par contre on en tiendra compte pour le contrôle de l'aptitude au service des poutres mixtes de bâtiment ou de pont, de même que pour la vérification de la sécurité structurale des ponts.

Calcul des efforts intérieurs

Le calcul des efforts intérieurs se fait habituellement à l'aide d'un calcul élastique. Dans la plupart des cas, les caractéristiques des poutres mixtes sont admises constantes le long de la poutre, tant au stade de montage qu'au stade définitif. C'est pourquoi ce calcul se fait en général en admettant une inertie constante pour toute la poutre.

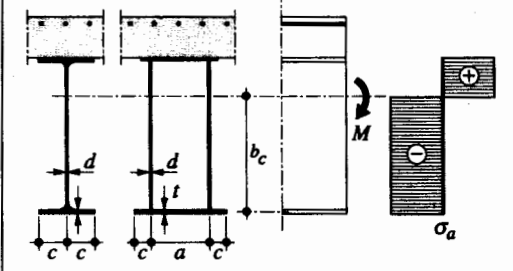
Le principal avantage du calcul élastique est de permettre l'application du principe de superposition (la sollicitation due à la somme de deux charges est égale à la somme des sollicitations dues à chacune des deux charges calculées séparément). Le calcul élastique ne permet cependant pas de faire intervenir une redistribution des moments de flexion, due par exemple à la fissuration et la plastification sur appui. En effet, pour les poutres continues, les moments sont maximaux sur appui, là où la section résistante se réduit pratiquement à la poutre métallique. L'influence de ce type de phénomène est examinée dans le volume 11.

Stabilité

Lors du dimensionnement de la poutre mixte, les conditions d'élancement des éléments de la section en compression (voilement) doivent être respectées, ainsi que, notamment au stade de montage, les longueurs de déversement. Ces conditions sont plus ou moins sévères selon la méthode de vérification choisie (EE, EP ou PP).

Au *stade de montage*, la poutre métallique agit seule et les conditions de stabilité (voilement et déversement) sont identiques à celles valables pour une structure métallique. Au *stade définitif*, la liaison entre la dalle et la poutre métallique empêche cette dernière de déverser. Il est cependant encore

Tableau 5.39 Elancements limites pour une poutre mixte.

	Nuance d'acier		Aile comprimée				Ame fléchie	
			$\frac{c}{t}$		$\frac{a}{t}$		$\frac{b_c}{d}$	
	PP	EP	PP	EP	PP	EP	PP	EP
Fe E 235	8.1	10.5	23.9	32.9	32.9	37.4		
Fe E 275	7.5	9.7	22.1	30.4	30.4	34.5		
Fe E 355	6.6	8.5	19.5	26.8	26.8	30.4		
Fe E 460	5.8	7.5	17.1	23.5	23.5	26.7		

nécessaire de vérifier les conditions d'élancement des éléments métalliques de la partie comprimée de la section mixte. On pourrait pour cela utiliser les valeurs d'élancements limites contenues dans le tableau 5.6. La norme SIA 161 définit cependant pour les poutres mixtes des *élancements limites* moins contraignants, donnés au tableau 5.39 (il s'agit de valeurs proches de celles contenues dans l'Eurocode 4).

Vérification de la sécurité structurale

Il faut à nouveau distinguer entre le stade de montage et le stade définitif. La vérification de la sécurité structurale au *stade de montage* se fait, avec les charges définies précédemment, à l'aide de la relation (5.35), pour chaque section de la poutre métallique, en tenant compte de la présence éventuelle d'un étayage :

$$M_d \leq \frac{M_{ela}}{\gamma_R} \quad (5.35)$$

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion dû aux charges à considérer au stade de montage

M_{ela} : moment élastique de la poutre métallique

On utilise au stade de montage un calcul élastique afin d'éviter une plastification de l'acier, qui entraînerait des déformations trop importantes.

Remarquons que nous avons ajouté dans cette section, tout comme à la section 4.7, un indice a aux variables relatives à l'acier afin d'éviter toute confusion avec les autres matériaux intervenant ici.

On tiendra compte de l'effet mixte au *stade définitif* en considérant la résistance de la section mixte telle qu'elle a été définie à la section 4.7. La résistance est habituellement évaluée à l'aide d'un calcul plastique pour les poutres mixtes de bâtiment, et d'un calcul élastique pour les poutres mixtes de ponts. Précisons encore que :

- les sections des poutres métalliques doivent respecter les conditions de stabilité correspondant à la méthode de calcul utilisée;
- en calcul élastique, la résistance ultime est influencée par la présence éventuelle d'étais lors du bétonnage de la dalle, car cela a une incidence sur la répartition élastique des contraintes dans la section;
- en calcul plastique, la résistance ultime n'est pas influencée par la séquence de mise en charge de la poutre (un éventuel étayage au montage n'influence aucunement la résistance ultime);
- en calcul plastique, l'influence du fluage, du retrait et de la température sur la résistance est négligeable du fait de la plastification des sections qui «efface» l'effet de ces actions.

La sécurité structurale au stade définitif est donc satisfaite si la relation suivante est vérifiée (§ 4.7.4):

$$M_d \leq \frac{M_{Rb}}{\gamma_R} \quad (5.36)$$

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment dû aux charges à considérer au stade définitif

M_{Rb} : résistance ultime à la flexion de la section mixte (M_{plb} pour un calcul plastique et M_{elb} pour un calcul élastique)

Dans le cas d'un calcul élastique, et surtout dans le domaine des ponts, la vérification est effectuée en général avec les contraintes (§ 4.7.4). Ceci permet de tenir compte des modifications de la géométrie de la section et de certaines caractéristiques des matériaux en fonction du temps, en considérant les sections avec le coefficient d'équivalence n correspondant (§ 4.7.2) :

$$\sigma_d \leq \frac{\sigma_R}{\gamma_R} \quad (5.37)$$

- σ_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement de la contrainte due aux charges à considérer au stade définitif
- σ_R : valeur limite propre au matériau (f_{yd} ou σ_D pour l'acier, f_c pour le béton, f_{ys} pour l'acier d'armature)

Vérification de l'aptitude au service

La vérification de l'aptitude au service d'une poutre mixte consiste essentiellement à vérifier sa déformation. Une déformation trop importante peut entraver la fonction pour laquelle la structure a été prévue, ou aussi nuire à son aspect.

Les différents problèmes découlant d'une déformation excessive sont décrits dans les volumes 11 et 12. Ils peuvent être résolus en réalisant une *contreflèche* ou en limitant les déformations sous charge de service. La contreflèche peut être déterminée conformément aux indications données au paragraphe 2.3.4, en considérant les charges et les actions suivantes :

- le poids propre de la poutre métallique et de la dalle (cette charge n'agit que sur la poutre métallique),
- les réactions des étais éventuels,
- le poids des finitions,
- la part permanente de la charge utile ($q_{ser,long}$),
- l'effet du retrait (§ 5.8.5).

Le contrôle de la *déformation* de la poutre mixte se fait quant à lui avec la valeur de service de courte durée ($q_{ser,court}$) de la charge utile. On tiendra non seulement compte des exigences données dans les normes SIA 160 et 161, mais également des considérations de la norme SIA 162 relatives aux ouvrages en béton.

5.8.5 Effet du retrait

L'effet du retrait sur le comportement d'une poutre mixte doit être étudié avec soin, car il influence à la fois les vérifications de la sécurité structurale (calcul élastique seulement) et celles de l'aptitude au service. La figure 5.40 illustre l'effet du retrait à l'aide du modèle de réflexion suivant :

- On considère un élément de poutre mixte de longueur dx . Si aucune liaison n'existe entre l'acier et le béton, le retrait est libre et la dalle se raccourcit de $\varepsilon_{cs} dx$, ε_{cs} étant égal à la déformation relative due au retrait, ou retrait spécifique, du béton (§ 3.3.4).
- En réalité, la liaison entre la poutre métallique et la dalle de béton empêche le libre raccourcissement de la dalle de béton. Afin de respecter la compatibilité des déformations, il faut appliquer sur le béton un effort normal de traction N_{cs} , ce qui crée dans la dalle un état de contrainte uniforme.

- L'effort normal de traction N_{CS} agissant dans la dalle de béton est équilibré par un effort normal de compression de même intensité, mais agissant sur la section mixte, à la hauteur du centre de gravité de la dalle de béton.
- L'effet de l'effort de compression N_{CS} , agissant sur la section mixte, est équivalent à celui d'une force de compression N_{CS} agissant au niveau du centre de gravité de la section mixte et d'un moment de flexion M_{CS} égal à N_{CS} , multiplié par l'excentricité du centre de gravité de la dalle de béton par rapport à l'axe neutre de la section mixte. La figure 5.40 donne également l'allure du diagramme des contraintes correspondant à ces deux efforts intérieurs.

RETRAIT LIBRE

RETRAIT EMPECHE

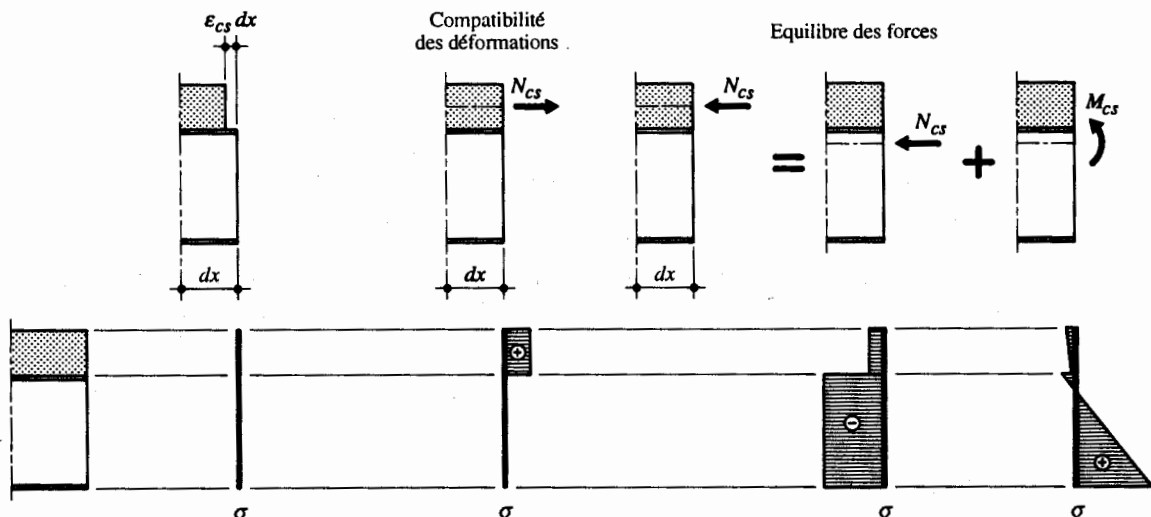


Fig. 5.40 Effet du retrait.

Le retrait du béton provoque ainsi un état de contraintes autoéquilibrées, caractérisé par un effort normal N_{CS} de traction dans la dalle, et par un effort normal N_{CS} de compression et un moment de flexion positif M_{CS} dans la section mixte. Une poutre simple subira des déformations dues à ces efforts intérieurs. En revanche, dans des systèmes hyperstatiques (poutre continue, poutre encastree, etc.), des moments hyperstatiques prendront alors naissance du fait des déformations empêchées sur les appuis.

L'effet du retrait impose donc les contrôles suivants :

- il y a lieu de considérer les efforts intérieurs N_{CS} et M_{CS} créés par le retrait lors de la vérification de la *sécurité structurale* à l'aide d'un calcul élastique; leur influence est cependant faible sur les poutres de bâtiment, pour lesquelles on peut en général négliger l'effet du retrait;
- le moment de flexion M_{CS} crée dans la poutre mixte des déformations dont il faut tenir compte pour la vérification de l'*aptitude au service*; on étudie cette influence autant pour les poutres mixtes de bâtiment que pour celles de pont; elle est surtout marquée pour les poutres simples et les travées de rive des poutres continues.

L'analyse des effets du retrait sur le dimensionnement des poutres mixtes est faite en détail dans les volumes 11 et 12 pour les poutres de bâtiment et de pont.

5.8.6 Calcul de la connexion

Toute la théorie des éléments mixtes acier-béton est basée sur l'hypothèse qu'il existe une liaison entre l'acier et le béton. L'adhérence du béton sur les poutres métalliques ou sur les tôles est non seulement trop faible, mais également trop peu durable pour réaliser cette liaison; la transmission des efforts rasants doit donc se faire par l'intermédiaire d'éléments de liaison, appelés **connecteurs**. Leur rôle est d'empêcher le glissement relatif des deux matériaux à leur surface de contact, ainsi que la séparation de la dalle et de la poutre métallique. Les connecteurs peuvent être classés en plusieurs catégories :

- *Goujons à tête* (fig. 5.41(a)) : il s'agit de connecteurs souples, soudés sur la poutre métallique avec un pistolet électrique (soudage par résistance) ou plus rarement à l'électrode. La tête du goujon permet d'empêcher l'arrachement de celui-ci et le soulèvement de la dalle de béton. C'est le type de connecteurs dont l'utilisation est la plus répandue, tant dans le domaine du bâtiment que dans celui des ponts.
- *Equerres en acier façonné à froid* (fig. 5.41(b)) : il s'agit de connecteurs souples, fixés sur la poutre métallique par clouage au pistolet. Ils sont utilisés exclusivement pour les poutres mixtes de bâtiment.
- *Butées* (fig. 5.41(c)) : il s'agit là de connecteurs rigides, soudés sur la poutre métallique, qui ne permettent pas la redistribution des efforts rasants. En Suisse, on les utilise plutôt rarement, essentiellement dans les ponts, pour l'introduction locale d'efforts rasants.

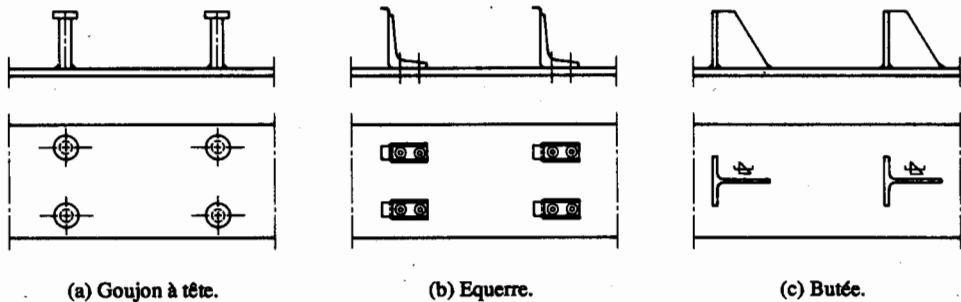


Fig. 5.41 Exemples de connecteurs utilisés dans les sections mixtes acier-béton.

Il existe encore d'autres façons de réaliser la connexion entre l'acier et le béton (par exemple des boulons précontraints ou des ancrages réalisés à l'aide de barres d'armature). L'emploi des goujons à tête est cependant de loin le plus courant, grâce à la facilité et à la rapidité de pose. De plus, ces connecteurs ont l'avantage de présenter la même résistance dans toutes les directions. Ils permettent également une bonne redistribution de l'effort rasant, en raison de leur flexibilité. Les équerres clouées, apparues plus récemment sur le marché, représentent une alternative intéressante aux goujons, dans la mesure où leur mise en œuvre est possible même en cas de mauvaises conditions atmosphériques, et cela sans recourir au courant électrique. Par la suite, nous ne parlerons plus que de ces deux types de connecteurs.

Il existe deux principes de connexion: la *connexion totale* et la *connexion partielle*. On parle de connexion totale lorsque la résistance ultime de la poutre mixte n'est pas limitée par la résistance de la liaison acier-béton. Dans le cas contraire, on parle de connexion partielle. La connexion partielle peut, dans certains cas, être préférable à la connexion totale. Elle est cependant soumise à des restrictions :

- elle n'est utilisée que pour les poutres mixtes de bâtiment,
- elle est applicable seulement lors d'un calcul plastique de la résistance ultime des sections,
- selon la norme SIA 161, seuls les connecteurs dits souples sont compatibles avec une connexion partielle,
- le nombre de connecteurs doit atteindre, selon la norme SIA 161, au minimum 40% du nombre correspondant à la connexion totale.

Nous allons examiner dans ce paragraphe le cas de la connexion totale. Le calcul de la résistance ultime des sections mixtes avec une connexion partielle est traité en détail dans le volume 11.

L'Eurocode 4 contient à plusieurs endroits des indications en cas d'utilisation de connecteurs rigides ou de connexion partielle.

Résistance ultime des goujons

La résistance ultime des goujons à tête dépend du mode de rupture de la connexion. Un des deux modes de rupture correspond à l'écrasement du béton au contact du goujon; les paramètres influençant ce phénomène sont la surface de contact du goujon, ainsi que la résistance à la compression f_c et le module d'élasticité E_c du béton. L'autre mode de rupture se produit par cisaillement de la tige du goujon; ce phénomène dépend directement de la section A_D du goujon et de la résistance à la traction de l'acier du goujon f_{uD} (de façon analogue au cisaillement des boulons).

La norme SIA 161 donne les expressions suivantes pour les résistances ultimes correspondant à ces deux modes de rupture (elles sont valables pour un béton \leq B 45/35 et des goujons ayant une hauteur $h_D > 4d$) :

$$\text{écrasement du béton :} \quad V_{R1} = 0.35 d^2 \sqrt{f_c E_c} \quad (5.38 \text{ a})$$

$$\text{cisaillement du goujon :} \quad V_{R2} = 0.7 f_{uD} A_D \quad (5.38 \text{ b})$$

- d : diamètre de la tige du goujon
 f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton (tab. 3.26)
 E_c : module d'élasticité du béton (4.103) ($E_c = 14\,000 (f_c + 4)^{0.3}$)
 f_{uD} : résistance à la traction de l'acier du goujon ($f_{uD} = 450 \text{ N/mm}^2$)
 A_D : aire de la section de la tige du goujon ($A_D = \pi d^2/4$)

La résistance ultime au cisaillement V_{RD} d'un goujon est donc égale à la plus petite des valeurs données par (5.38) :

$$V_{RD} = \min(V_{R1}, V_{R2}) \quad (5.39)$$

La valeur de la résistance ultime au cisaillement V_{RD} ainsi obtenue est valable dans le cas d'une dalle pleine (sans tôle profilée) lors d'un calcul plastique de la résistance. Le tableau 5.42 contient, selon le type de béton et le diamètre du goujon, la valeur numérique de V_{RD} selon (5.39)

Lors d'un calcul élastique de la résistance ultime des sections mixtes, le glissement relatif entre la dalle et la poutre métallique doit être limité afin de garantir un comportement élastique de la poutre mixte. Dans ce but, la valeur donnée par (5.38 a) doit être multipliée par un coefficient de réduction α :

$$V_{R1el} = \alpha V_{R1} \quad (5.40)$$

Selon la norme SIA 161, on peut admettre une valeur empirique du coefficient de réduction $\alpha = 0.6$. Les valeurs de V_{RD} , obtenues en tenant compte de cette réduction, sont également contenues dans le tableau 5.42.

Tableau 5.42 Résistance ultime au cisaillement V_{RD} des goujons à tête.

	Calcul plastique			Calcul élastique				
Diamètre d du goujon	Béton B25/15	Béton B30/20	Béton \geq B35/25	Béton B25/15	Béton B30/20	Béton B35/25	Béton B40/30	Béton B45/35
13 mm	33 kN	39 kN	42 kN	20 kN	23 kN	26 kN	30 kN	33 kN
16 mm	50 kN	58 kN	63 kN	30 kN	35 kN	40 kN	45 kN	50 kN
19 mm	70 kN	82 kN	89 kN	42 kN	49 kN	56 kN	64 kN	71 kN
22 mm	94 kN	111 kN	120 kN	56 kN	66 kN	75 kN	85 kN	95 kN

Si la dalle comporte une tôle profilée, la résistance ultime des goujons doit être réduite dans certains cas. Cette réduction est due au fait que les goujons sont noyés dans des nervures de béton et qu'ainsi, les efforts entre les goujons et le béton sont transmis dans un volume de béton plus faible. On se référera au volume 11 pour une analyse détaillée de cette influence.

L'Eurocode 4 (§ 6.3.2.1) propose les deux formules suivantes pour déterminer la résistance au cisaillement P_{Rd} des goujons à tête (il faut prendre la valeur minimale) :

$$P_{Rd} = \frac{1}{\gamma_v} 0.29 \alpha d^2 \sqrt{f_{ck} E_{cm}}$$

$$P_{Rd} = \frac{1}{\gamma_v} 0.8 f_u (\pi d^2 / 4)$$

f_u : résistance ultime à la traction du matériau du goujon ($< 500 \text{ N/mm}^2$)

d : diamètre du goujon

α : coefficient dépendant de la géométrie du goujon :

$$\alpha = 0.2 [(h/d) + 1] \quad \text{pour } 3 \leq h/d \leq 4$$

$$\alpha = 1.0 \quad \text{pour } h/d > 4$$

h : hauteur totale du goujon

f_{ck} : valeur caractéristique de la résistance à la compression du béton

E_{cm} : valeur moyenne du module d'élasticité du béton

γ_v : facteur de résistance pour le cisaillement ($\gamma_v = 1.25$)

Résistance ultime des équerres

La résistance ultime des équerres clouées HVB a été établie assez récemment sur la base d'essais. Les valeurs de résistance ultime V_{RD} ainsi obtenues sont reportées au tableau 5.43. Indépendantes de la direction de l'effort rasant, elles sont valables pour un calcul plastique de la résistance, mais seulement pour une dalle pleine avec un béton $\geq \text{B } 35/25$.

En cas de *calcul élastique* de la résistance ultime des sections mixtes, il faut multiplier la résistance ultime des étrées par un coefficient de réduction α pour les mêmes raisons que celles mentionnées pour les gousjons (sa valeur peut être prise égale à $\alpha = 0.7$) :

$$V_{RDeI} = \alpha V_{RD} \quad (5.41)$$

Les valeurs de résistance ainsi obtenues sont également reportées au tableau 5.43.

Tableau 5.43 Résistance ultime au cisaillement V_{RD} des étrées HVB.

Type d'étrée	Calcul plastique	Calcul élastique
HVB 80	23 kN	16 kN
HVB ≥ 90	28 kN	19 kN

En présence d'une *tôle profilée*, la résistance ultime des étrées devra éventuellement être réduite, comme dans le cas des gousjons. Pour cela on consultera également le volume 11.

Calcul élastique de la connexion

Un calcul élastique de l'effort tranchant est nécessaire lorsque la résistance des sections mixtes est également établie avec un calcul élastique. Dans ce cas, l'effort tranchant v_{el} dépend directement de l'effort tranchant V (fig. 5.44(a)), comme pour la liaison âme-semelle d'une poutre composée à âme pleine (sect. 5.5) :

$$v_{el} = \frac{V S_c}{I_b n_{el}} \quad (5.42)$$

V : effort tranchant dans la section considérée

S_c : moment statique de la dalle (de largeur b_{ef}) par rapport à l'axe neutre de la section mixte

I_b : inertie de la section mixte

n_{el} : coefficient d'équivalence élastique (4.111) ($n_{el} = E_a / E_c$)

Dans le domaine des ponts, il faut tenir compte des différentes valeurs du coefficient d'équivalence élastique n_{el} en fonction du type de charge et des caractéristiques de la section. L'effort tranchant v_{el} s'exprime donc ainsi (l'indice i correspond à la i -ème charge dont il faut tenir compte) :

$$v_{el} = \sum_{i=1}^n \frac{V_i S_{ci}}{I_{bi} n_{eli}} \quad (5.43)$$

Il est utile de préciser que les efforts tranchants à considérer pour le calcul des efforts rasants sont ceux dus aux charges appliquées *après* la réalisation de la liaison acier-béton. Il faut également mentionner que les efforts rasants ne sont pas créés uniquement par des efforts tranchants, mais aussi par d'autres types d'actions, tels que l'introduction de la précontrainte, le retrait du béton ou une différence de température. Ces différents points sont examinés en détail dans les volumes 11 et 12.

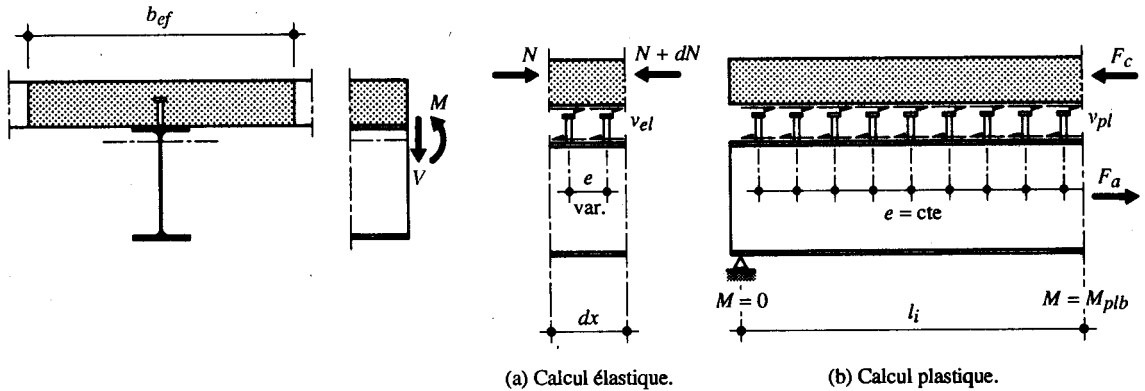


Fig. 5.44 Transmission de l'effort rasant.

La *vérification* (ou le dimensionnement) d'un goudjon se fait alors en comparant la valeur de dimensionnement de l'effort rasant v_d qu'il doit reprendre à sa résistance ultime au cisaillement V_{RD} . Cela revient donc à satisfaire la relation suivante :

$$v_d dx \leq n \frac{V_{RD}}{\gamma_R} \quad (5.44)$$

- v_d : valeur de dimensionnement de l'effort rasant obtenue avec (5.43)
- dx : longueur du tronçon examiné
- n : nombre de goudjons sur la longueur dx
- γ_R : facteur de résistance ($\gamma_R = 1.1$)

Pour des raisons pratiques de construction, on choisit en général des goudjons identiques sur toute la longueur de la poutre. On fait donc varier leur écartement e de façon à s'adapter à la variation de l'effort rasant à reprendre.

Calcul plastique de la connexion

Le calcul plastique de l'effort rasant est possible lorsque la résistance des sections mixtes est également établie avec un calcul plastique. Son principe ainsi que son application sont très simples : les connecteurs doivent être capables de supporter l'effort rasant à l'état limite ultime de la poutre mixte (rotule plastique développée). Le dimensionnement plastique est donc indépendant des charges extérieures, qui interviennent cependant de façon implicite, car elles influencent directement les dimensions de la section de la poutre mixte.

La connexion doit transmettre un effort rasant par unité de longueur v_{pl} , permettant à la section de se plastifier (fig. 5.44(b)). Cette transmission d'effort se fait sur une longueur l_i égale à la distance entre un point de moment nul et une rotule plastique, ou entre les sections où ont lieu d'importantes variations de l'effort tranchant (l'indice i désigne le i -ème tronçon de poutre à considérer). Pour chaque tronçon i de longueur l_i , l'effort rasant F_{vi} à transmettre est égal à :

$$F_{vi} = v_{pl} l_i \quad (5.45)$$

En *travée*, l'axe neutre de la section mixte est en général (lors d'un calcul plastique de la résistance) dans la dalle, qui est partiellement fissurée; la force de compression F_c agissant sur le béton est alors identique à la traction F_a due à la plastification de la poutre métallique. Si par contre l'axe neutre de la section se trouve dans la poutre métallique, la connexion doit transmettre l'effort de compression F_c , dû à la plastification de toute la section de béton. Pour chaque tronçon i de poutre mixte sollicité par un moment de flexion positif, l'effort rasant F_{vi} obtenu par un calcul plastique vaut donc, selon la position de l'axe neutre :

$$\text{axe neutre dans la dalle :} \quad F_{vi} = F_a = f_{ya} A_a \quad (5.46 \text{ a})$$

$$\text{axe neutre dans le profilé :} \quad F_{vi} = F_c = f_c A_c \quad (5.46 \text{ b})$$

A_a : aire de la section d'acier du profilé

A_c : aire de la section de béton ($A_c = b_{ef} h_c$)

Sur *appui*, la dalle est fissurée et ne reprend aucun effort de traction. La connexion doit donc reprendre l'effort de traction dû à la plastification de l'armature. L'effort rasant F_{vi} d'un tronçon de poutre sollicité par un moment de flexion négatif vaut dans ce cas :

$$F_{vi} = F_s = f_{ys} A_s \quad (5.47)$$

La *vérification* (ou le dimensionnement) des goujons se fait alors en comparant l'effort rasant F_{vi} à la résistance de l'ensemble des goujons situés sur le tronçon i étudié. Cela revient donc à satisfaire la relation suivante (dans laquelle le facteur de résistance γ_R n'intervient pas, car toutes les forces expriment une résistance) :

$$F_{vi} \leq n_i V_{RD} \quad (5.48)$$

n_i : nombre de goujons sur le tronçon i considéré

V_{RD} : résistance ultime au cisaillement d'un goujon

Le calcul plastique permet, au contraire du calcul élastique, d'adopter sur chaque tronçon de poutre de longueur l_i un écartement e constant entre goujons. Si l'on a déjà fait le choix du type de goujon (on connaît donc V_{RD} avec les tableaux 5.42 et 5.43), le nombre n_i de goujons à répartir sur le tronçon i est donné par :

$$n_i \geq \frac{F_{vi}}{V_{RD}} \quad (5.49)$$

Si par contre l'écartement e est connu ou imposé par des dispositions de construction (on connaît par conséquent le nombre de goujons n_i), le choix des goujons doit alors se faire de façon à ce que la relation suivante soit satisfaite :

$$V_{RD} \geq \frac{F_{vi}}{n_i} \quad (5.50)$$

Il est à noter que la disposition des connecteurs sur la poutre est soumise à certaines règles, qui sont données dans les volumes 11 et 12.

Résistance au cisaillement longitudinal

La résistance de la liaison acier-béton peut être limitée non seulement par les connecteurs, mais aussi par la résistance au cisaillement du béton autour des connecteurs. Une vérification de l'effort de cisaillement dans le sens longitudinal de la poutre est donc nécessaire. La figure 5.45 présente les plans de cisaillement déterminants à considérer dans le cas d'une dalle mixte. La vérification de la résistance au cisaillement longitudinal n'est cependant pas développée ici, car elle est abordée au volume 11.

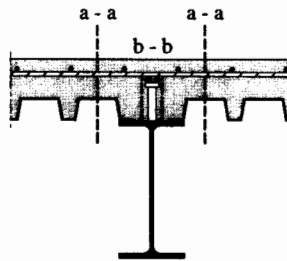


Fig. 5.45 Plans de cisaillement longitudinal.

Exemple 5.6 Vérification d'une poutre mixte

Soit la poutre mixte définie à la figure 5.46. Elle est composée d'un profilé IPE 300 en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$), d'une dalle en béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$) et d'une tôle profilée. Sa portée l est de 11.0 m alors que l'écartement a entre deux poutres est de 2.0 m. Lors du bétonnage de la dalle, on tiendra compte de la présence d'un étai placé à mi-travée et d'une charge de montage de 1 kN/m^2 . Au stade définitif, on tiendra compte des deux charges suivantes :

- finitions (chape + revêtement) : valeur représentative égale à 1.5 kN/m^2 ,
- charge utile : valeur représentative de 2.0 kN/m^2 et valeur de service de courte durée de 1.5 kN/m^2 .

Vérifier cette poutre mixte au stade de montage puis au stade définitif (comme il s'agit d'une poutre mixte de bâtiment, on négligera l'effet du retrait). Déterminer également le nombre de goujons à tête de diamètre 16 mm nécessaire pour assurer la connexion entre l'acier et le béton.

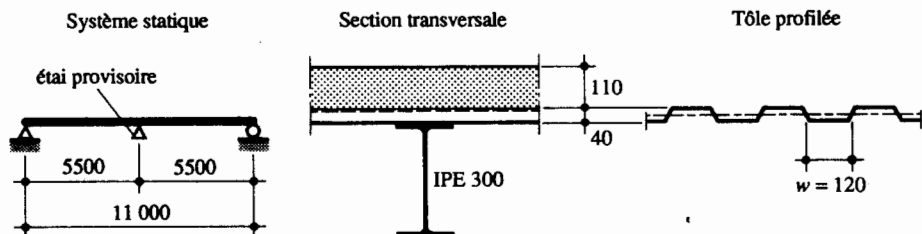


Fig. 5.46 Poutre mixte.

Largeur participante

Dans le cas d'une poutre simple, la largeur participante est donnée par (5.34):

$$b_{ef} = 2c + 0.2 \alpha l = 150 + 0.2 \cdot 1.0 \cdot 11\,000 \text{ mm} = 2350 \text{ mm} > a = 2000 \text{ mm, d'où}$$

$$b_{ef} = 2000 \text{ mm}$$

Caractéristiques de la section mixte

La section de la poutre mixte vérifiée dans cet exemple est la même que celle qui a été traitée dans les exemples 4.13 et 4.14. Son inertie et son moment plastique valent respectivement $I_b = 403 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$ (exemple 4.13, avec $n_{el} = E_a / E_c = 5.8$, valable pour des charges de courte durée) et $M_{plb} = 359 \text{ kNm}$ (exemple 4.14, avec l'axe neutre dans la dalle).

Charges à considérer

- Stade de montage :

Poids propre du profilé IPE 300 (selon les tables SZS C5) : $g_a = 0.42 \text{ kN/m}$

Poids propre de la dalle : $g_c = \gamma_c h_c a = 25 \text{ kN/m}^3 \cdot 0.15 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 7.50 \text{ kN/m}$

(comme simplification, on a pris la totalité de la hauteur de la dalle et négligé le poids de la tôle)

Charge de montage : $q_0 = 1 \text{ kN/m}^2 \cdot a = 1 \text{ kN/m}^2 \cdot 2 \text{ m} = 2 \text{ kN/m}$

Valeur de dimensionnement de la charge au stade de montage :

$$q_d = \gamma_G (g_a + g_c) + \gamma_Q q_0 = 1.3 (0.42 \text{ kN/m} + 7.50 \text{ kN/m}) + 1.5 \cdot 2.0 \text{ kN/m} = 13.3 \text{ kN/m}$$

- Stade définitif :

Poids propre du profilé et de la dalle : $g_a + g_c = 7.92 \text{ kN/m}$ (identique au stade de montage)

Finitions : $g_0 = 1.5 \text{ kN/m}^2 \cdot a = 1.5 \text{ kN/m}^2 \cdot 2 \text{ m} = 3.0 \text{ kN/m}$

Charge utile : $q_r = 2.0 \text{ kN/m}^2 \cdot a = 2.0 \text{ kN/m}^2 \cdot 2 \text{ m} = 4.0 \text{ kN/m}$

Valeur de dimensionnement de la charge au stade définitif :

$$q_d = \gamma_G (g_a + g_c + g_0) + \gamma_Q q_r = 1.3 (7.92 \text{ kN/m} + 3.0 \text{ kN/m}) + 1.5 \cdot 4.0 \text{ kN/m} = 20.2 \text{ kN/m}$$

Valeur de service de la charge utile : $q_{ser, court} = 1.5 \text{ kN/m}^2 \cdot a = 1.5 \text{ kN/m}^2 \cdot 2 \text{ m} = 3.0 \text{ kN/m}$

Vérification au stade de montage

- Vérification de la sécurité structurale (calcul élastique de la résistance) :

La résistance à la flexion du profilé IPE 300 est donnée par :

$$M_{ela} = f_{ya} W_y = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 557 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 131 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 131 \text{ kNm}$$

Valeur de dimensionnement du moment de flexion sur l'appui intermédiaire créé par l'étau :

$$M_d = \frac{q_d (l/2)^2}{8} = \frac{13.3 \text{ kN/m} (11 \text{ m} / 2)^2}{8} = 50.3 \text{ kNm}$$

Le profilé IPE 300 est donc suffisant, car la relation (5.35) est vérifiée :

$$M_d = 50.3 \text{ kNm} \leq \frac{M_{ela}}{\gamma_R} = \frac{131 \text{ kNm}}{1.1} = 119 \text{ kNm}$$

On peut vérifier la nécessité de l'étaie en calculant la valeur de dimensionnement du moment à mi-travée, dans le cas où il n'y a pas d'étau :

$$M_d = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{13.3 \text{ kN/m} (11 \text{ m})^2}{8} = 201 \text{ kNm}$$

La présence d'un étau à mi-travée se justifie donc absolument, car sinon, la relation (5.35) ne serait pas satisfaite.

- Vérification de l'aptitude au service :

La valeur de la flèche maximale sous l'effet du poids propre du profilé et de la dalle peut être obtenue à l'aide de la figure 5.4. Avec $I = 83.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$, $M_A = 0$ et $M_B = -0.125$ (en considérant une poutre à deux travées de 5.5 m de portée), on obtient $w_1 = 2.2 \text{ mm}$, ce qui ne nécessite pas de mesure particulière. On peut vérifier que ceci ne serait pas le cas sans étaie, où l'on aurait en effet une flèche $w_1 = 86 \text{ mm}$. Cette valeur élevée nécessiterait soit la réalisation d'une contreflèche, soit l'étaie de la poutre (solution choisie ici).

Vérification au stade définitif

- Vérification de la sécurité structurale (calcul plastique de la résistance) :

La résistance à la flexion de la section mixte est donnée par $M_{plb} = 359 \text{ kNm}$ (voir ci-dessus), tandis que la valeur de dimensionnement du moment de flexion vaut (la figure 5.38 montre qu'elle ne dépend pas de la présence d'un étai lors du montage) :

$$M_d = \frac{q_d l^2}{8} = \frac{20.2 \text{ kN/m} (11 \text{ m})^2}{8} = 306 \text{ kNm}$$

La section mixte est suffisante, puisque la relation (5.36) donne :

$$M_d = 306 \text{ kNm} \leq \frac{M_{plb}}{\gamma_R} = \frac{359 \text{ kNm}}{1.1} = 326 \text{ kNm}$$

- Vérification de l'aptitude au service :

La flèche de la poutre mixte, due à la charge $q_{ser, court}$, vaut :

$$w_4 = \frac{5}{384} \frac{q_{ser, court} l^4}{E_a I_b} = \frac{5}{384} \frac{3.0 \text{ kN/m} (11 \text{ m})^4}{210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 \cdot 403 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4} = 0.007 \text{ m} = 7 \text{ mm}$$

L'aptitude au service est donc vérifiée, puisqu'on respecte la valeur limite indicative donnée au tableau 2.7 pour un élément porteur principal :

$$w_4 = 7 \text{ mm} \leq \frac{l}{350} = \frac{11\,000 \text{ mm}}{350} = 31 \text{ mm}$$

Calcul du nombre de goudjons

Étant donné que la résistance des sections est calculée par la méthode plastique, le nombre de goudjons nécessaire sera également déterminé à l'aide de cette méthode en considérant le tronçon entre appui et mi-travée ($l_i = 5500 \text{ mm}$). Comme l'axe neutre plastique se trouve dans la dalle (exemple 4.14), l'effort rasant à transmettre correspond à la plastification de la section d'acier. Il est donné par (5.46 a) :

$$F_{vi} = f_{ya} A_a = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 5380 \text{ mm}^2 = 1260 \cdot 10^3 \text{ N} = 1260 \text{ kN}$$

Selon le tableau 5.42, la résistance ultime au cisaillement d'un goudjon de diamètre 16 mm vaut $V_{RD} = 63 \text{ kN}$. Le nombre de goudjons nécessaire sur la demi-longueur de la poutre est donc (5.49) :

$$n_i \geq \frac{F_{vi}}{V_{RD}} = \frac{1260 \text{ kN}}{63 \text{ kN}} = 20 \text{ goudjons}$$

ce qui correspond à un écartement e des goudjons de :

$$e = \frac{l_i}{n_i} = \frac{5500 \text{ mm}}{20} = 275 \text{ mm}$$

Les dispositions constructives relatives à la connexion sont détaillées dans le volume 11.

5.9 Éléments à parois minces

5.9.1 Domaines d'application et fabrication

On appelle éléments à parois minces les éléments porteurs constitués de tôles profilées ou de profilés dont la section est obtenue par façonnage à froid d'une tôle mince plane (§ 3.2.4). Les principaux avantages des éléments à parois minces sont la possibilité qu'on a de leur donner des formes très variées, utilisant au mieux la matière, ainsi que leur facilité de fabrication et de montage.

Le matériau de base est l'acier de construction courant, possédant souvent une limite d'élasticité f_y plus élevée due au laminage à de petites épaisseurs, et présenté sous forme de bobines (pour les tôles) ou de feuillards (pour les profilés), ces derniers étant obtenus par laminage à chaud ou à froid dans des épaisseurs variant de 0.5 à 5.0 mm. Les tôles minces sont en général galvanisées à chaud en continu et, si nécessaire, revêtues (prélaquées) en vue d'améliorer leur résistance à la corrosion ainsi que leur aspect.

Les deux procédés les plus courants pour transformer une tôle mince plane sont :

- le profilage en continu, dans une machine à galets entraînés par une force motrice, pour la fabrication des tôles profilées et des profilés formés à froid,
- le pliage, dans une presse à matrice ou une plieuse à bras, pour les profilés formés à froid de longueur limitée.

La section ainsi obtenue est identique sur toute sa longueur. Cette section est formée d'éléments plans et arrondis juxtaposés et comporte souvent des raidisseurs en forme de rainures et de plis. Elle est caractérisée, à cause du procédé de fabrication, par une épaisseur mince mais constante du matériau.

Les tôles profilées sont principalement utilisées dans les dalles mixtes, les bardages de façade et les couvertures de toiture, tandis que les profilés formés à froid le sont surtout en tant que pannes de toiture et filières de façade. Il existe une tendance actuelle à utiliser ces éléments à parois minces non seulement pour les éléments secondaires, mais aussi pour les éléments porteurs principaux tels que cadres de halles industrielles, hangars agricoles et pylônes de lignes électriques.

La figure 5.47 donne des exemples de tôles profilées utilisées en façade, en toiture et pour des planchers. La hauteur des tôles peut varier d'environ 30 à 180 mm et leur épaisseur de 0.6 à 1.5 mm. Les tôles profilées ne doivent pas seulement reprendre des actions telles que le vent ou les charges utiles dans un bâtiment, mais elles servent souvent de coffrage (dalle mixte) ou de support d'isolation (toiture). Lors de la construction, elles servent de plate-forme de travail et de coffrage. En façade, les tôles constituent, en plus de leur fonction principale d'enveloppe, un élément décoratif important.

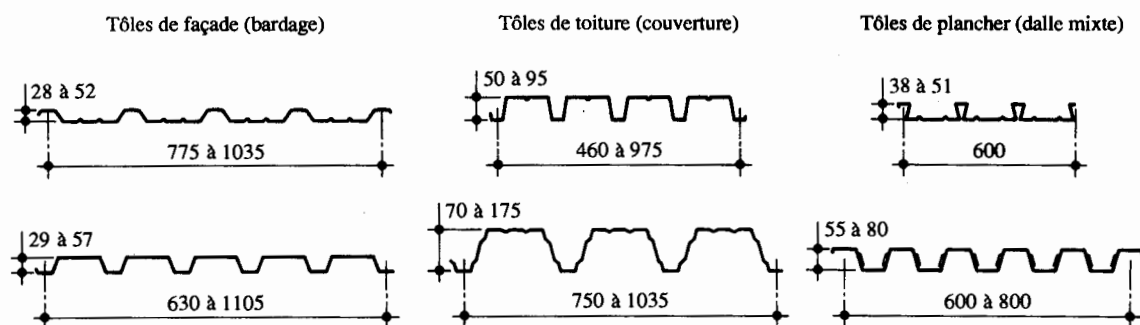


Fig. 5.47 Exemples de tôles profilées.

La figure 5.48 illustre quelques types de profilés formés à froid, utilisés en général dans les structures de bâtiment. Les formes usuelles sont les Z, les C et les I. Les formes en Σ possèdent plusieurs avantages par rapport à celles en C, tels que résistance ultime et rigidité à la torsion plus grandes pour une masse égale. En général, la hauteur de ces profilés varie de 80 à 250 mm et leur épaisseur de 1 à 5 mm. Etant donné qu'il s'agit d'éléments porteurs, leur résistance ultime (à la compression, à la flexion, à la torsion) et leur rigidité (flexionnelle, torsionnelle) sont les caractéristiques essentielles à considérer lors du dimensionnement.

Pannes / Filières

Profils

Bacs de bardage

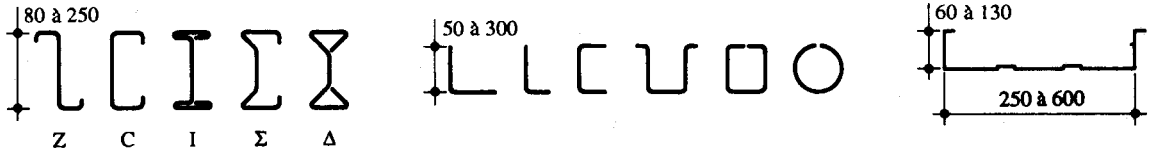


Fig. 5.48 Types de profilés formés à froid.

5.9.2 Dimensionnement

Les éléments plans constituant les éléments à parois minces sollicités par des contraintes normales de compression ou des contraintes tangentielles sont sujets au voilement. Etant donné que leur élancement (rapport largeur/épaisseur) est en général assez grand, la contrainte critique de voilement est relativement basse; la mise en place de raidisseurs pour éviter ce phénomène est difficile et coûteuse. Il est donc nécessaire d'utiliser la résistance post-critique de l'élément comprimé ou cisailé, bien qu'elle fasse appel à des méthodes d'analyse plus complexes (vol. 11).

On retrouve ainsi un comportement semblable à celui des poutres composées à âme pleine (sect. 5.5), dont les différents éléments ne satisfont pas les conditions d'élancement nécessaires pour pouvoir tenir compte de la section entière lors de l'évaluation de sa résistance ultime. La notion de largeur efficace b_{ef} est donc également utilisée, comme le montre la figure 5.49 pour l'aile comprimée d'un élément à parois minces (il en serait de même pour la partie inférieure de l'élément en cas de moment négatif). Notons que la partie comprimée de l'âme de tels éléments doit également être réduite dans certaines conditions, et qu'on peut parfois tenir compte de la réserve plastique à disposition dans la partie tendue de la section. Des précisions sur les détails de la procédure de dimensionnement des éléments à parois minces et de leurs éléments de fixation [5.7] sont contenues dans le volume 11.

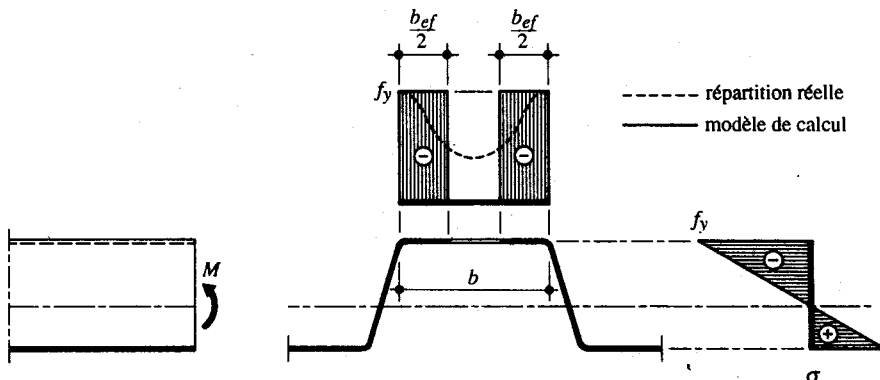


Fig. 5.49 Section réduite de l'aile comprimée d'un élément à parois minces.

Références

- [5.1] *Beton-Kalender 1980 / Teil 1*, Ernst & Sohn, Berlin, 1980.
- [5.2] BACHMANN, H., AMMANN, W., *Vibrations in Structures Induced by Man and Machines*, IABSE-AIPC-IVBH, Zurich, 1987.
- [5.3] *Wabenträger*, Beratungsstelle für Stahlverwendung, Düsseldorf, 1965 (Merkblatt 361).
- [5.4] *CELLBEAM / Design of Composite and Non-Composite Cellform Beams*, Westok Structural Services Ltd, Wakefield (UK), 1990.
- [5.5] WARD, J.K., *Design of Composite and Non-Composite Cellular Beams*, Steel Construction Institute, Ascot (UK), 1990 (SCI Publication 100).
- [5.6] RICKENSTORF, G., *Tragwerk für Hochbauten*, BSB B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig, 1972.
- [5.7] SZS B7, *Directive concernant la fixation des tôles profilées en acier*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1993.

6 Eléments comprimés



6.1 Introduction

Les structures métalliques sont pour la plupart constituées de barres fléchies, comprimées ou simultanément comprimées et fléchies (fig. 6.1). Si l'on utilise en général le terme de «poutre» pour les barres fléchies, on emploie celui de «colonne» (ou «poteau») pour les barres comprimées, et celui de «poutre-colonne» pour les barres à la fois comprimées et fléchies.

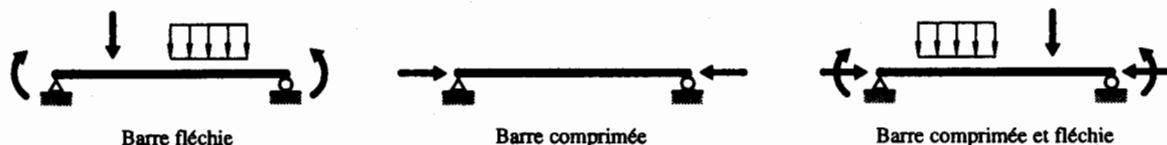


Fig. 6.1 Modes de sollicitation d'une barre.

Le but de ce chapitre est de permettre le dimensionnement des éléments comprimés, avec ou sans flexion. Pour ne pas trop alourdir la matière abordée ici, la théorie de base du flambage élastique et de la résistance ultime au flambage est exposée au chapitre 10. Le présent chapitre ne contient donc que les indications nécessaires au dimensionnement de colonnes ou de poutres-colonnes. Pour atteindre cet objectif, ce chapitre est structuré de la manière suivante :

- Section 6.2. Les principes de dimensionnement des barres comprimées sont d'abord rappelés. Les bases des vérifications de la sécurité structurale et de l'aptitude au service sont ensuite examinées.
- Section 6.3. Les barres comprimées formées d'un profilé laminé sont étudiées. On examine successivement l'effet d'un effort normal (colonne), celui d'une interaction entre un effort normal et un ou des moments de flexion (poutre-colonne) ainsi que le flambage par flexion et torsion.
- Sections 6.4 à 6.6. Les cas particuliers des barres étrépillonnées (sect. 6.4), des poteaux mixtes (sect. 6.5) et des éléments à parois minces (sect. 6.6) sont successivement examinés en détail.

Précisons encore que les barres comprimées ne sont en règle générale pas isolées du reste de la structure; leur comportement est de ce fait influencé par l'ensemble des barres auxquelles elles sont liées (citons par exemple les barres comprimées des treillis et les colonnes de cadres). Pour tenir compte de ceci, le comportement d'ensemble d'une structure peut être étudié en décomposant ses éléments comprimés en barres de remplacement, analysées indépendamment les unes des autres. Ce principe est largement utilisé pour l'étude de la stabilité d'ensemble des cadres présentée dans le volume 11.

6.2 Principes de dimensionnement

6.2.1 Rappel de la théorie du flambage

Quelques notions examinées au chapitre 10 sont rappelées ici, car elles servent de base au dimensionnement des éléments comprimés examinés dans le présent chapitre. La figure 6.2 illustre pour cela le cas d'une barre soumise uniquement à un effort normal de compression centré. Ceci permet de mettre en évidence les notions de flambage par bifurcation et par divergence (fig. 6.2(b)) :

- Le *flambage par bifurcation* constitue la base de la théorie linéaire du flambage élastique examinée à la section 10.2. Ce phénomène est caractérisé par la *charge critique de flambage élastique* N_{cr} , ou charge d'Euler N_E (10.2) :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_K^2} \quad (6.1)$$

E : module d'élasticité

I : inertie de la section par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation

l_K : longueur de flambage

La *longueur de flambage* est égale à la longueur de la barre biarticulée fictive (en allemand *Ersatzstab*) qui aurait la même charge critique que la barre considérée. C'est aussi la distance entre deux points d'inflexion de la déformée. La figure 6.3 indique la longueur de flambage l_K d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appui.

- Le *flambage par divergence* représente le comportement réel des barres industrielles (§ 10.3.1). La résistance ultime au flambage N_K correspondante s'exprime ainsi (10.28) :

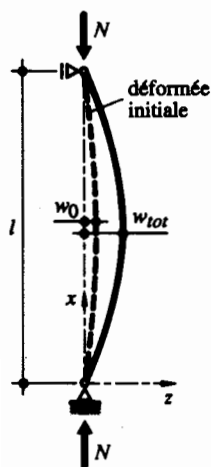
$$N_K = \sigma_K A = \kappa f_y A = \kappa N_{pl} \quad (6.2)$$

σ_K : contrainte de flambage

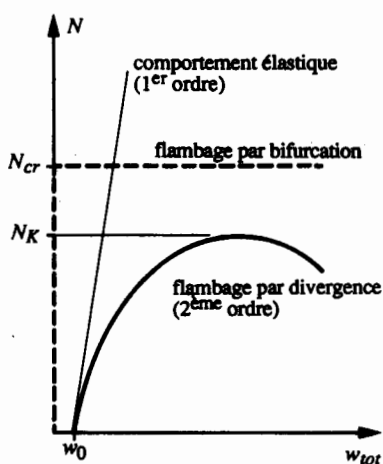
A : aire de la section

κ : coefficient de flambage ($\kappa = \sigma_K / f_y = N_K / N_{pl}$)

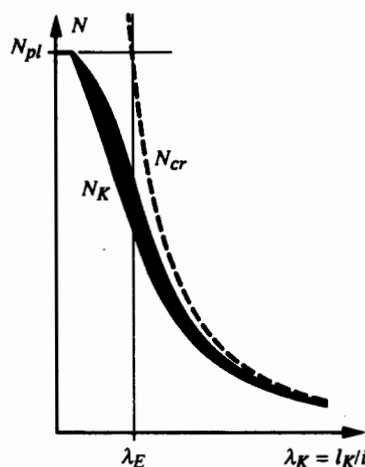
N_{pl} : effort normal plastique



(a) Système statique.



(b) Flambage par bifurcation et par divergence.



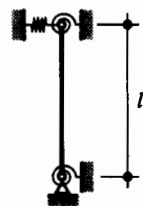
(c) Résistance ultime au flambage.

Fig. 6.2 Flambage d'une barre comprimée.

CAS GENERAL

CAS LIMITES DES CONDITIONS D'APPUI

Appuis élastiques

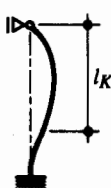


$$0.5 l \geq l_K \geq \infty$$

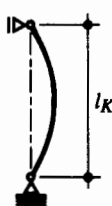
Barre tenue transversalement



$$l_K = 0.5 l$$



$$0.7 l$$

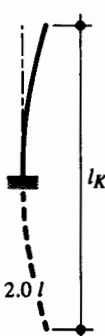


$$1.0 l$$

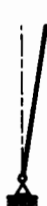
Barre non tenue transversalement



$$1.0 l$$



$$2.0 l$$



$$\infty$$

Fig. 6.3 Longueur de flambage d'une barre comprimée.

Il est intéressant de relever que le moyen le plus économique pour augmenter la résistance ultime au flambage d'une barre comprimée est généralement de diminuer sa longueur de flambage, en disposant des appuis intermédiaires, plutôt que de modifier ses conditions d'appui. Notons que la force que doit reprendre un appui intermédiaire pour constituer un point fixe est très faible : l'expérience montre qu'elle est de l'ordre de 1 % de l'effort normal de compression sollicitant la barre.

Il a été démontré au paragraphe 10.3.1 que le flambage des barres industrielles correspond à un flambage par divergence (fig. 6.2(b)), et non pas à un flambage par bifurcation, à cause des imperfections qu'elles contiennent. Les imperfections les plus influentes sont (§ 10.3.3) :

- la déformée initiale de la barre,
- les contraintes résiduelles présentes dans leur section.

Des études expérimentales ont montré que la résistance ultime au flambage N_K des barres comprimées était comprise dans la bande de dispersion illustrée à la figure 6.2(c), où N_K est donné en fonction de l'élancement λ_K :

$$\lambda_K = \frac{l_K}{i} \quad (6.3)$$

i : rayon de giration de la section de la barre par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation ($i = \sqrt{I/A}$)

Les résultats des travaux d'une commission de la CECM (Convention européenne de la construction métallique), chargée d'étudier le comportement des barres comprimées, ont montré qu'il était possible de considérer trois courbes de flambage fondamentales pour l'ensemble des barres comprimées utilisées couramment dans la pratique. Ces trois courbes, représentées à grande échelle à la figure 6.4, font intervenir les notions suivantes, qui permettent d'utiliser les mêmes courbes quelle que soit la nuance d'acier des barres comprimées :

- l'élancement limite élastique λ_E correspond à l'intersection de la courbe donnant N_{cr} avec l'effort normal plastique N_{pl} (fig. 6.2(c)). Il s'exprime par (10.25) :

$$\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (6.4)$$

et sa valeur numérique vaut :

- $\lambda_E = 94$ pour de l'acier Fe E 235,
- $\lambda_E = 87$ pour de l'acier Fe E 275,
- $\lambda_E = 76$ pour de l'acier Fe E 355,
- $\lambda_E = 67$ pour de l'acier Fe E 460;
- le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ est défini comme le rapport entre les élancements λ_K (6.3) et λ_E (6.4) :

$$\bar{\lambda}_K = \frac{\lambda_K}{\lambda_E} \quad (6.5)$$

Une représentation analytique des trois *courbes de flambage* est donnée dans les normes de construction métallique (par exemple SIA 161 ou Eurocode 3). On consultera ces dernières pour les indications concernant leur domaine d'application, qui dépend essentiellement de la répartition des contraintes résiduelles dans la section. Il est en général le suivant :

- *courbe a* : applicable aux sections dont les fibres extrêmes dans la direction de flambage considérée sont sollicitées par des contraintes résiduelles de traction ou des sections libres de contraintes résiduelles (par exemple les profilés tubulaires ou les profilés recuits),
- *courbe c* : applicable aux sections dont les fibres extrêmes dans la direction de flambage considérée sont soumises à des contraintes résiduelles de compression (par exemple les profilés en double té flambant selon leur axe faible, les cornières ou les fers ronds et carrés),
- *courbe b* : applicable aux profilés en double té flambant selon leur axe fort, ainsi qu'à tous les cas ne faisant pas partie des courbes a et c.

L'Eurocode 3 (§ 5.5.1) définit une quatrième courbe de flambage (*courbe d*), qui s'applique aux profilés laminés en double té et aux sections composées à âme pleine dont l'épaisseur des ailes dépasse respectivement 100 mm et 40 mm.

Les tables SZS C4.1 contiennent des tableaux donnant directement la résistance ultime au flambage d'une barre comprimée en fonction du type de section, du type d'acier, de la direction du flambage et de la longueur de flambage l_K . Elles représentent un outil de travail dont l'utilisation permet d'éviter de nombreux calculs, mais qu'il s'agit de mettre en œuvre en vérifiant soigneusement les conditions d'application.

Les courbes de flambage européennes ont été établies pour des barres comprimées respectant certaines conditions, dont les plus importantes sont :

- barres biarticulées de sections constantes soumises à un effort normal constant,
- sections constituées avec des profilés européens, des tubes ou avec des profilés composés à âme pleine ayant des parois suffisamment épaisses pour qu'il n'y ait pas de voilement,
- flambage par torsion empêché.

Ceci implique que les courbes obtenues ne sont strictement applicables que si ces conditions sont respectées, ce qui est rarement le cas dans une structure réelle où l'on est presque toujours confronté à des cas particuliers qui peuvent être traités à l'aide de barres de remplacement, comme par exemple :

- les barres comprimées des treillis (encastresments élastiques aux extrémités) (§ 5.7.4),
- les barres comprimées et fléchies (§ 6.3.2, 6.3.3 et 6.3.4),
- les barres dont le flambage par torsion n'est pas empêché (§ 6.3.5),

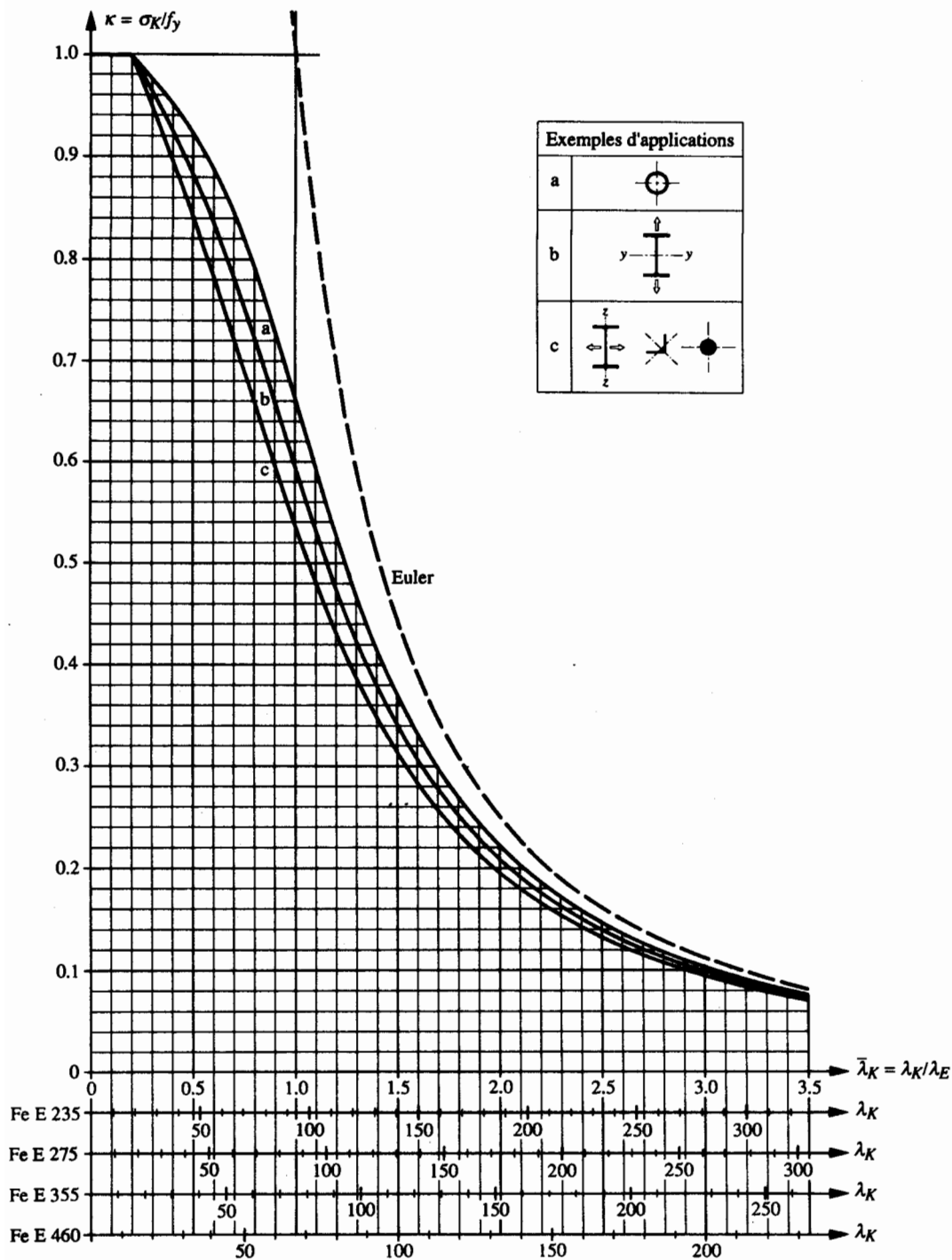


Fig. 6.4 Courbes de flambage.

- les barres étré sillonnées (sect. 6.4),
- les barres formées de sections à parois minces sujettes au voilement (sect. 6.6),
- les montants de cadres (encastresments élastiques dans les traverses) (vol. 11),
- les barres sollicitées par un effort normal variable [6.1] [6.2],
- les barres à section variable [6.1] [6.2].

Dans tous ces cas, la méthode la plus rapide consiste à déterminer la longueur de flambage l_K d'une barre de remplacement au moyen d'un calcul élastique. Il est alors possible de déterminer son élanement λ_K et de calculer ensuite sa résistance ultime au flambage, en utilisant l'une des courbes de flambage de la figure 6.4.

6.2.2 Sécurité structurale

Barre comprimée

La vérification de la sécurité structurale d'une barre comprimée consiste à contrôler la relation suivante, conforme au principe de dimensionnement exprimé par (2.13) :

$$N_d \leq \frac{N_K}{\gamma_R} \quad (6.6)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression

N_K : résistance ultime au flambage

γ_R : facteur de résistance

Précisons que les efforts de compression (N_d et N_K en sont des exemples) sont admis positifs dans l'ensemble de ce chapitre de façon à ne pas alourdir la notation, même si celle-ci n'est pas conforme à la convention de signe établie au paragraphe 1.4.3.

Barre comprimée et fléchie

La vérification de la sécurité structurale d'une barre comprimée et fléchie peut se faire de deux manières :

- soit en déterminant les efforts intérieurs en tenant compte des *effets du second ordre* (§ 10.3.2); la sécurité structurale de la barre est alors assurée si sa résistance en section, compte tenu des effets du second ordre, est suffisante (4.80) :

$$\frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} + \frac{M_d}{M_{pl}/\gamma_R} \leq 1 \quad (6.7)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression

N_{pl} : effort normal plastique

M_d : valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion du second ordre

M_{pl} : moment plastique

- soit avec des formules d'interaction, en faisant intervenir les efforts du premier ordre majorés par un *facteur d'amplification* pour tenir compte des effets du second ordre; la relation suivante

montre un exemple d'une telle formule d'interaction, sur laquelle nous reviendrons plus loin (6.14) :

$$\frac{N_d}{N_K \gamma_R} + \left(\frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \right) \frac{\omega M_{d,max}}{M_R \gamma_R} \leq 1 \quad (6.8)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression

N_K : résistance ultime au flambage (6.2)

(...) : facteur d'amplification pour tenir compte des effets du second ordre

N_{cr} : charge critique de flambage élastique (6.1)

ω : coefficient défini au paragraphe 6.3.2

M_d : valeur de dimensionnement du moment de flexion du premier ordre

M_R : résistance ultime à la flexion, définie au paragraphe 6.3.2 par (6.20) pour les barres de section quelconque et par (6.21) pour les barres réalisées avec des profilés laminés en double té

L'Eurocode 3 (§ 5.5.1) établit les éléments de base du calcul du flambement des éléments de construction métallique selon les mêmes principes que ceux énoncés ci-dessus. Il y est également permis de remplacer la vérification du flambage par une vérification de la résistance en section, à l'aide d'un calcul de second ordre tenant compte d'imperfections initiales sur les barres comprimées.

Le contenu du présent chapitre constitue essentiellement une explication des méthodes de dimensionnement et du principe des formules d'interaction pour la flexion composée à utiliser pour quelques cas particuliers, souvent rencontrés dans la pratique.

6.2.3 Aptitude au service

L'aptitude au service d'un élément comprimé n'est en général pas déterminante. La norme SIA 161 recommande cependant de ne pas dépasser un certain élanement λ_K des barres comprimées, de façon à éviter des problèmes liés à leur déformation lors de leur mise en charge. Ces valeurs limites sont les suivantes :






- $\lambda_K = 250$ pour les barres des contreventements et les éléments secondaires,
- $\lambda_K = 200$ pour les éléments porteurs principaux,
- $\lambda_K = 160$ pour les éléments faisant partie de constructions sollicitées à la fatigue.

Des indications complémentaires concernant des critères à satisfaire pour assurer une bonne aptitude au service des barres comprimées sont contenues dans le volume 11.

6.3 Profilés laminés

Les barres comprimées constituées de profilés laminés sont étudiées dans cette section. La matière correspondante est assez importante, étant donné qu'elle traite non seulement des barres uniquement comprimées, mais également de celles qui sont soumises à une interaction entre un effort normal de compression et un ou des moments de flexion. Le tableau 6.5 montre dans quels paragraphes les différents cas de sollicitations sont étudiés, ainsi que le numéro des exemples numériques correspondants.

Tableau 6.5 Structuration et contenu de la section 6.3.

N	$N + M_y$		$N + M_z$	$N + M_y + M_z$	N
					
	flambage hors plan et déversement empêchés	flambage hors plan et déversement non empêchés			flambage par flexion et torsion
§ 6.3.1	§ 6.3.2		§ 6.3.3	§ 6.3.4	§ 6.3.5
exemple 6.1	exemple 6.2	exemple 6.3	—	—	exemple 6.4

6.3.1 Effort normal

Dans le cas simple d'un profilé laminé soumis à un effort normal centré, il est nécessaire de trouver la bonne longueur de flambage l_K (fig. 6.3 et § 10.2.1) permettant d'établir la résistance ultime au flambage N_K . La vérification d'un profilé laminé soumis à un effort normal centré se fait avec la relation suivante :

$$N_d \leq \frac{N_K}{\gamma_R} \quad (6.9)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression

N_K : résistance ultime au flambage

Il est important de préciser qu'il est nécessaire de vérifier (6.9) pour le flambage selon les deux axes principaux y et z , lorsque les longueurs de flambage respectives ne sont pas identiques. Si cela est néanmoins le cas, il est alors suffisant de vérifier le flambage par rapport à l'axe de faible inertie z . Concernant les effets du poids propre sur une barre non verticale, des essais et des simulations effectués dans le cadre de l'élaboration des courbes de flambage de la Convention européenne de la construction métallique [6.5] ont montré que cette charge transversale pouvait être négligée, à condition que la déformation qu'elle crée sur une poutre simple de portée $l = l_K$ ne dépasse pas $l_K/3500$.

Exemple 6.1 Vérification d'une colonne comprimée tenue latéralement

Soit la colonne d'un cadre de halle telle que représentée à la figure 6.6. Elle est constituée d'un profilé HEA 180 en Fe E 235 soumis à un effort normal de compression N . Des filières horizontales, espacées de 1500 mm, sont nécessaires pour des raisons constructives; elles sont fixées à un contreventement de façade.

Vérifier cette colonne lorsque la valeur de dimensionnement de l'effort normal vaut $N_d = 640$ kN.

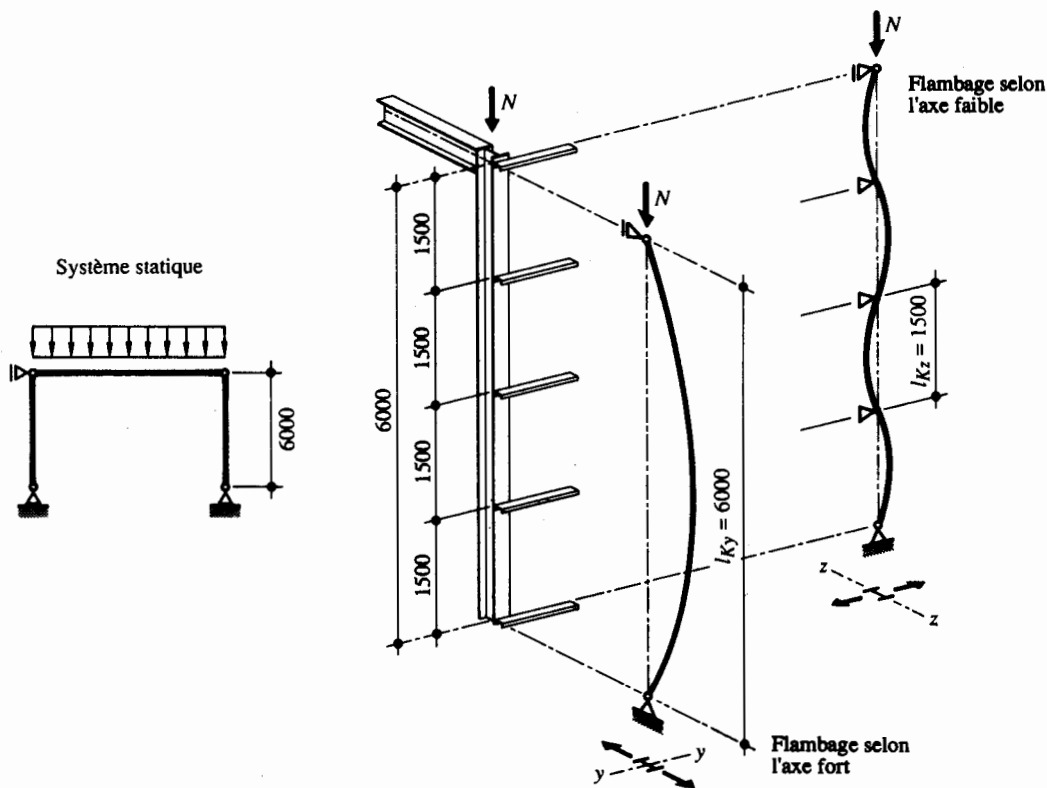


Fig. 6.6 Colonne comprimée tenue latéralement.

Les longueurs de flambage de la colonne n'étant pas identiques selon les axes y et z , il est nécessaire de vérifier son flambage selon les deux axes principaux.

Flambage selon l'axe de forte inertie

Le rayon de giration par rapport à l'axe fort d'un HEA 180 vaut, selon les tables SZS C5, $i_y = 74.5$ mm. Comme la longueur de flambage de la colonne est égale à sa hauteur totale, soit $l_{Ky} = 6000$ mm, son élanement vaut :

$$\lambda_{Ky} = \frac{l_{Ky}}{i_y} = \frac{6000 \text{ mm}}{74.5 \text{ mm}} = 80.5$$

Le coefficient de flambage κ_y peut être obtenu avec la courbe de flambage b de la figure 6.4. Avec un coefficient d'élanement $\lambda_{Ky} = \lambda_{Ky} / \lambda_E = 80.5 / 94 = 0.856$, on obtient un coefficient de flambage $\kappa_y \approx 0.69$. La résistance ultime au flambage selon l'axe de forte inertie vaut alors (6.2) :

$$N_{Ky} = \sigma_{Ky} A = \kappa_y f_y A = 0.69 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2 = 735 \cdot 10^3 \text{ N} = 735 \text{ kN}$$

La vérification avec (6.9) montre que la colonne ne flambe pas selon l'axe de forte inertie :

$$N_d = 640 \text{ kN} \leq \frac{N_{Ky}}{\gamma_R} = \frac{735 \text{ kN}}{1.1} = 668 \text{ kN}$$

Remarquons que les tables SZS C4.1 indiquent une résistance ultime au flambage $N_{Ky} = 733$ kN pour un profilé HEA 180 en acier Fe E 235 ayant une longueur de flambage $l_{Ky} = 6000$ mm. La différence, par ailleurs insignifiante, de 2 kN avec la valeur de 735 kN établie précédemment s'explique par la précision de la lecture de la figure 6.4 et par les arrondis effectués.

Flambage selon l'axe de faible inertie

Le rayon de giration par rapport à l'axe faible d'un HEA 180 vaut, selon les tables SZS C5, $i_z = 45.2$ mm. En admettant que les filières constituent des appuis intermédiaires fixes (ce qui n'est le cas que si elles sont fixées à un contreventement), la longueur de flambage de la colonne est égale au quart de sa hauteur totale, soit $l_{Kz} = 1500$ mm. Son élanement vaut alors :

$$\lambda_{Kz} = \frac{l_{Kz}}{i_z} = \frac{1500 \text{ mm}}{45.2 \text{ mm}} = 33.2$$

Le coefficient de flambage κ_z peut être obtenu avec la courbe de flambage c de la figure 6.4. Avec un coefficient d'élanement $\lambda_{Kz} = \lambda_{Kz} / \lambda_E = 33.2 / 94 = 0.353$, on en tire un coefficient de flambage $\kappa_z \approx 0.92$. La résistance ultime au flambage selon l'axe de faible inertie vaut alors (6.2) :

$$N_{Kz} = \sigma_{Kz} A = \kappa_z f_y A = 0.92 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4530 \text{ mm}^2 = 979 \cdot 10^3 \text{ N} = 979 \text{ kN}$$

La vérification avec (6.9) montre que la colonne ne flambe également pas selon l'axe de faible inertie :

$$N_d = 640 \text{ kN} \leq \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} = \frac{979 \text{ kN}}{1.1} = 890 \text{ kN}$$

Les tables SZS C4.1 permettent d'obtenir (en l'occurrence par interpolation) une résistance ultime au flambage $N_{Kz} = 980$ kN pour un profilé HEA 180 en acier Fe E 235 ayant une longueur de flambage $l_{Kz} = 1500$ mm.

Si les filières ne créaient pas d'appuis intermédiaires (on aurait donc $l_{Kz} = 6000$ mm), la résistance ultime au flambage de la colonne vaudrait $N_{Kz} = 366$ kN. La vérification avec (6.9) montrerait alors que le flambage selon l'axe de faible inertie ne serait pas évité :

$$N_d = 640 \text{ kN} >> \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} = \frac{366 \text{ kN}}{1.1} = 333 \text{ kN}$$

Pour éviter ce flambage, il faudrait augmenter considérablement la section de la colonne, en choisissant par exemple un profilé HEA 240 en acier Fe E 235.

6.3.2 Effort normal et moment de flexion selon l'axe fort

Principe de l'interaction

Examinons pour commencer le cas d'un profilé laminé soumis à une interaction entre un effort normal de compression et un moment de flexion selon son axe de forte inertie. La figure 6.7 montre le système statique et les sollicitations d'un tel élément. Cette figure illustre également les effets du second ordre qui se manifestent dans un tel cas :

- La déformée initiale de la barre (w_0 à mi-hauteur) crée une augmentation du moment M du premier ordre, en raison de l'excentricité de l'effort normal N par rapport à la position réelle de l'axe de la barre. Elle est de ce fait soumise à un moment de flexion du second ordre M (§ 10.3.2).
- La résistance ultime au flambage N_K est influencée directement par la grandeur du moment de flexion : plus le moment de flexion est grand, plus la résistance ultime N_K va diminuer.

Les moments de flexion du second ordre qui se manifestent dans ce cas proviennent donc à la fois de l'excentricité de l'effort normal par rapport à la déformée initiale de la barre et de la présence d'un moment de flexion.

Comme cela a été dit au paragraphe 6.2.2, il serait suffisant de vérifier la résistance en section d'une barre comprimée et fléchiée en tenant compte des efforts du second ordre. La norme SIA 161 donne des indications pour ce type d'analyse. Pour éviter de devoir établir les efforts du second ordre, des formules d'interaction ont été développées pour certains types de sections. Leur utilisation nécessite de vérifier les deux phénomènes qui sont susceptibles d'entraîner la ruine de la barre, à savoir :

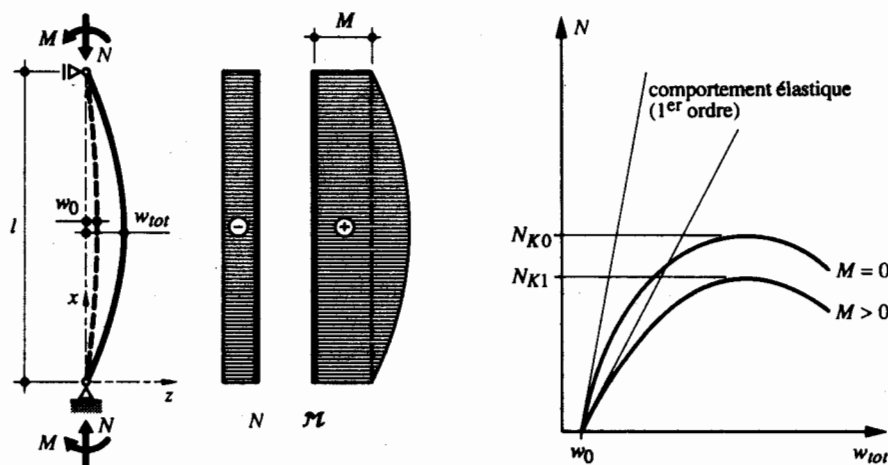


Fig. 6.7 Sollicitations et comportement d'une barre comprimée et fléchie.

- la stabilité, avec les formules d'interaction tenant compte des effets du second ordre,
- la résistance en section, avec les efforts du premier ordre (sur la base de la théorie exposée à la section 4.6).

Comme la résistance en section est examinée en détail au chapitre 4, il n'est pas nécessaire d'y revenir ici. Il est par contre utile d'expliquer le principe des formules d'interaction. Rappelons pour cela que la vérification d'une barre soumise uniquement à un effort normal de compression peut se faire avec la relation suivante, qui n'est rien d'autre qu'une formulation différente de (6.9) :

$$\frac{N_d}{N_{K1}\gamma_R} \leq 1 \quad (6.10)$$

La vérification d'une barre soumise uniquement à un moment de flexion selon l'un de ses axes principaux peut quant à elle se faire avec la relation suivante, correspondant à (5.8) dans le cas où le déversement est empêché :

$$\frac{M_d}{M_R\gamma_R} \leq 1 \quad (6.11)$$

M_R : résistance ultime à la flexion (sect. 4.3)

Comme la barre traitée dans ce paragraphe est en réalité soumise à un moment de flexion du second ordre, il faut remplacer dans (6.11) le moment du premier ordre M par le moment du second ordre \mathcal{M} . Sur la base de l'hypothèse d'une déformée initiale de forme sinusoïdale identique à celle admise pour la barre simplement comprimée (§ 10.3.2), le moment du second ordre peut être estimé avec le même facteur d'amplification que celui établi dans (10.22) :

$$\mathcal{M}_d = \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} M_d \quad (6.12)$$

La vérification d'une barre simultanément comprimée et fléchie selon un de ses axes principaux peut donc se faire en superposant (6.10) et (6.11), tout en intégrant dans cette dernière relation le moment du second ordre établi avec (6.12). Cela donne la formule d'interaction suivante :

$$\frac{N_d}{N_{K'}\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \frac{M_d}{M_{R'}\gamma_R} \leq 1 \quad (6.13)$$

La relation (6.13) est valable pour un moment de flexion M constant sur la longueur de la barre (fig. 6.7). Si ceci n'est pas le cas et que le moment de flexion varie linéairement sur la longueur de la barre (fig. 6.8(a)), on peut remplacer M_d par $\omega M_{d,max}$. On obtient ainsi une formule d'interaction qui a la forme générale suivante :

$$\frac{N_d}{N_{K'}\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \frac{\omega M_{d,max}}{M_{R'}\gamma_R} \leq 1 \quad (6.14)$$

Le coefficient ω tient compte du fait que les augmentations de N et de M ne sont pas liées, et que les moments maximaux dus au moment de flexion M et au moment du second ordre, dû à l'excentricité de l'effort normal N par rapport à la déformée de la barre, ne se situent pas forcément au même endroit; il est donné par la relation suivante :

$$\omega = 0.6 + 0.4 \frac{M_{d,min}}{M_{d,max}} \geq 0.4 \quad (6.15)$$

$M_{d,max}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment maximal en valeur absolue

$M_{d,min}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment minimal en valeur absolue

La relation (6.15) permet de constater que le coefficient ω varie de 0.4 à 1.0 lorsque le diagramme des moments est linéaire sur la longueur de la barre (le moment n'est alors causé que par des actions extérieures à la barre). Quelques cas illustrant cela sont montrés à la figure 6.8(a).

Si une charge, ponctuelle ou linéaire, transversale à la barre (due par exemple au vent, à la neige ou au poids propre d'une barre non verticale) agit entre ses deux extrémités, le diagramme des moments n'est alors plus linéaire (ligne brisée ou parabolique) (fig. 6.8(b)). Il est alors nécessaire de considérer une valeur de $\omega = 1.0$.

Les considérations ci-dessus sont volontairement assez générales, car elles n'ont pour but que d'expliquer le principe de la vérification de la stabilité à l'aide de formules d'interaction. Dans la suite de ce paragraphe, nous allons examiner l'application de (6.14) en considérant de façon séparée les cas où le flambage hors plan (en l'occurrence selon l'axe de faible inertie) et le déversement sont empêchés ou non.

L'Eurocode 3 (§ 5.5.4) propose pour la vérification des éléments comprimés et fléchis la relation générale suivante :

$$\frac{N_{Sd}}{\chi_{min} A f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_y M_{y,Sd}}{W_{pl,y} f_y / \gamma_{M1}} + \frac{k_z M_{z,Sd}}{W_{pl,z} f_y / \gamma_{M1}} \leq 1$$

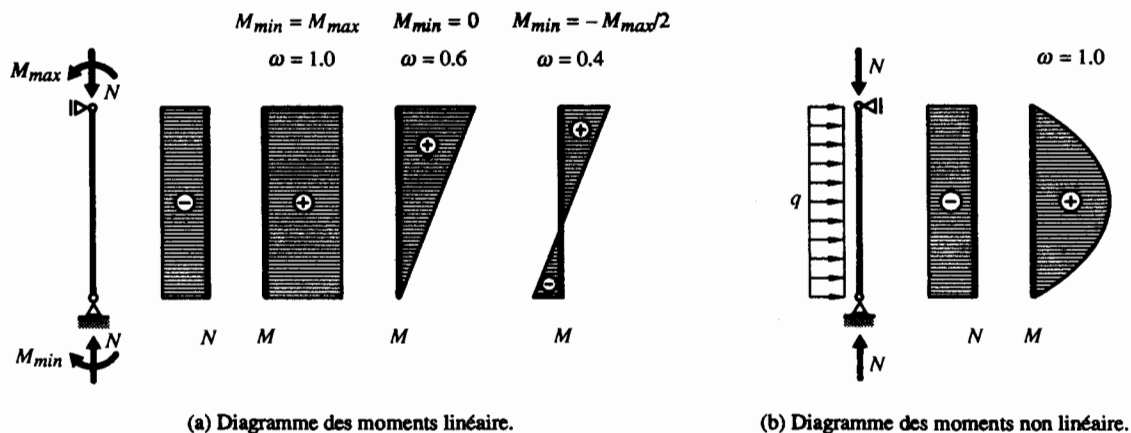


Fig. 6.8 Valeurs du coefficient ω pour quelques formes de diagrammes des moments.

Les valeurs des coefficients χ , k_y et k_z varient selon le type de section et le risque ou non de déversement. D'autres coefficients de correction sont introduits, dépendant de l'allure du diagramme des moments le long de la barre considérée. Les moments résistants sont également définis en fonction des classes de section.

Flambage hors du plan et déversement empêchés

Pour le cas particulier de l'interaction entre un effort normal et un moment de flexion selon l'axe de forte inertie, la formule d'interaction (6.14) s'exprime de la façon suivante :

$$\frac{N_d}{N_{Ky}/\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cry}}} \frac{\omega_y M_{dy,max}}{M_{Ry}/\gamma_R} \leq 1 \quad (6.16)$$

N_{cry} : charge critique de flambage élastique selon l'axe y, définie par (6.1)

$M_{dy,max}$: valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion maximal selon l'axe y

ω_y : coefficient défini par (6.17) lorsque la barre est appuyée latéralement à ses extrémités et que le moment de flexion varie linéairement sur la longueur de la barre

M_{Ry} : résistance ultime à la flexion selon l'axe y, définie par (6.20) pour les barres de section quelconque ou par (6.21) pour les barres réalisées avec des profilés laminés en double té

$$\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{M_{dy,min}}{M_{dy,max}} \geq 0.4 \quad (6.17)$$

$M_{dy,max}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment maximal (en valeur absolue) selon l'axe y

$M_{dy,min}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment minimal (en valeur absolue) selon l'axe y

Pour que la formule d'interaction (6.16) reste utilisable de façon conservatrice, il est nécessaire d'admettre une valeur de $\omega = 1.0$ dans les cas suivants :

- si l'une des extrémités de la barre n'est pas appuyée latéralement (colonne faisant partie d'un cadre non tenu transversalement, par exemple),
- si la barre est chargée transversalement (diagramme des moments non linéaire).

On peut encore préciser qu'une vérification de la résistance en section est superflue lorsque $\omega = 1.0$, car la formule d'interaction (6.16) contient implicitement dans ce cas déjà la vérification de la résistance en section.

Il est très important de préciser que la formule d'interaction (6.16) n'est valable que dans les conditions suivantes [6.3] :

- La barre comprimée et fléchie est appuyée latéralement à ses deux extrémités.
- Le flambage hors plan (autrement dit le flambage selon l'axe principal où il n'y a pas de flexion, en l'occurrence l'axe z) est empêché. Ceci est le cas si les conditions suivantes sont respectées :

$$\bar{\lambda}_{Kz} \leq 0.5 \quad \text{et} \quad N_d \leq \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} \quad (6.18)$$

$\bar{\lambda}_{Kz}$: coefficient d'élancement selon l'axe z défini par (6.5)

Le flambage hors plan ne peut en toute rigueur être empêché que si la contrainte de flambage σ_{Kz} est supérieure à la limite d'élasticité f_y ; ceci est le cas lorsque le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_{Kz}$ est égal ou inférieur à 0.2 (fig. 6.4). Selon [6.4], il est toutefois possible d'admettre que la contrainte de flambage soit légèrement inférieure à la limite d'élasticité; cela explique la valeur limite de $\bar{\lambda}_{Kz} \leq 0.5$ de la première condition à respecter dans (6.18).

La deuxième condition exprimée par (6.18) permet de s'assurer que le flambage hors plan (en l'occurrence selon l'axe faible) ne se produit pas avant celui selon l'axe fort, dont il est tenu compte dans la formule d'interaction (6.16).

- Le déversement de la barre, possible essentiellement pour des profilés en double té fléchis selon leur axe de forte inertie, est empêché. Ceci est le cas si la longueur de déversement l_D est inférieure ou égale à la longueur critique de déversement l_{cr} (§ 5.2.2) :

$$l_D \leq l_{cr} \quad (6.19)$$

Rappelons que la détermination de la longueur critique est possible avec (5.5) à condition que $N_d/(N_{pl}/\gamma_R) \leq 0.15$. Si cette valeur est dépassée, on vérifiera la stabilité de la barre en admettant que le déversement n'est pas empêché (donc avec la formule d'interaction (6.22)) [6.4].

- La formule d'interaction (6.16) est valable pour les barres prismatiques de section quelconque, pour autant que l'on considère le moment élastique M_{ely} comme résistance ultime à la flexion, à savoir :

$$M_{Ry} = M_{ely} \quad (6.20)$$

M_{ely} : moment élastique selon l'axe y ($M_{ely} = f_y W_y$)

- Pour les *profilés en double té*, il est possible de considérer M_R comme étant égal à la résistance ultime plastique à la flexion. En cas de flexion selon l'axe de forte inertie, on peut même introduire un moment plastique majoré, pour tenir compte de la forme du diagramme d'interaction $M-N$ (§ 4.6.2). On a ainsi pour le cas de la flexion selon l'axe y une relation semblable à (4.83), complétée par une valeur limite supérieure provenant du flambage :

$$M_{Ry} = \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}} \right) M_{ply} \leq \left(1 + 0.2 \frac{N_d}{N_{Ky}/\gamma_R} \right) M_{ply} \quad (6.21)$$

A_w : aire conventionnelle de l'âme du profilé en double té

A : aire de la section transversale

Flambage hors plan et déversement non empêchés

Il a été admis jusqu'ici que le flambage hors plan et le déversement étaient empêchés (ce sont deux conditions nécessaires pour appliquer la formule d'interaction (6.16)). Dès que l'une de ces conditions n'est pas satisfaite, il est important de tenir compte de ces phénomènes, car ils peuvent influencer d'une façon non négligeable la résistance d'une barre simultanément comprimée et fléchie. Les nombreuses études effectuées dans le domaine ont permis d'établir des formules approchées pour traiter le cas des *profilés en double té* soumis à une interaction entre un effort normal de compression et un moment de flexion. Nous en faisons ci-après une synthèse pour le cas de la flexion selon l'axe de forte inertie, le cas de la flexion biaxiale étant examiné au paragraphe 6.3.4.

En cas d'interaction entre un effort normal de compression et un moment de flexion selon l'axe de forte inertie y , il est possible de reprendre la formule d'interaction (6.16) en remplaçant :

- N_{Ky} par N_{Kz} , car c'est le flambage selon l'axe faible qui est en principe déterminant,
- M_{Ry} par M_D , car la résistance ultime à la flexion correspondra à un déversement.

Ces modifications permettent d'établir la formule d'interaction (6.22 a). Cette relation prend la forme de (6.6) lorsque le moment M est égal à zéro. Elle ne couvre cependant pas le cas où l'effort normal serait égal à zéro, pour lequel elle devrait prendre la forme de (5.7). Pour tenir compte de ceci, il est nécessaire de vérifier également (6.22 b) :

$$\frac{N_d}{N_{Kz}/\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cry}}} \frac{\omega_y M_{dy,max}}{M_D/\gamma_R} \leq 1 \quad (6.22 a)$$

$$M_{dy,max} \leq \frac{M_D(\eta)}{\gamma_R} \quad (6.22 b)$$

M_D : moment de déversement calculé avec un coefficient $\eta = 1$ correspondant à un diagramme de moment uniforme (§ 11.3.2)

$M_D(\eta)$: moment de déversement calculé avec le coefficient η correspondant au diagramme des moments effectif (§ 11.3.2)

La référence [6.3] contient des explications théoriques et pratiques sur la forme de (6.22 a), notamment par rapport à des essais et au contenu de certaines normes pour ce type de sollicitation.

Relevons que la norme SIA 161 présente une formule d'interaction pour les barres comprimées et fléchies, dont le flambage et/ou le déversement ne sont pas empêchés, formule qui n'a pas la même forme que (6.22 a), mais qui correspond en fait simplement à une autre représentation. La formule d'interaction proposée par la norme SIA 161 est la suivante :

$$\omega_y M_{dy} \leq \frac{M_{Ry,N}}{\gamma_R} \quad (6.23)$$

$M_{Ry,N}$: résistance ultime à la flexion selon l'axe y réduite à cause de l'effort normal N définie par (6.24)

$$M_{Ry,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{Kz}}\right) \left(1 - \frac{N_d}{N_{cry}}\right) M_D \leq \omega_y M_D(\eta) \quad (6.24)$$

On relèvera que la valeur limite de $\omega_y M_D(\eta)$ donnée pour $M_{Ry,N}$ permet de retrouver (6.22 b) à partir de (6.23) pour le cas particulier où l'effort normal est égal à zéro.

Exemple 6.2 Vérification d'une colonne comprimée et fléchie tenue latéralement

Soit la colonne d'un cadre transversal de halle telle que représentée à la figure 6.9. Elle est constituée d'un profilé HEA 280 en Fe E 235 soumis à un effort normal de compression N et à un moment de flexion M_y agissant à son extrémité supérieure. Des filières horizontales, espacées de 1500 mm, sont nécessaires pour des raisons constructives; elles sont fixées à un contreventement de façade. La longueur de flambage selon l'axe fort correspond à $l_{Ky} = 0.75 l = 4500$ mm (cette valeur inférieure à l s'explique par le système statique du cadre, qui est tenu latéralement, et par le rapport des inerties de la traverse et de la colonne (vol. 11)).

Vérifier cette colonne lorsque les valeurs de dimensionnement de l'effort normal et du moment de flexion valent respectivement $N_d = 310$ kN et $M_{dy} = 200$ kNm.

Stabilité

Pour savoir avec quelle formule d'interaction la stabilité de cette colonne doit être vérifiée, il est d'abord nécessaire de vérifier le flambage hors plan et le déversement.

- Flambage hors plan :

Le coefficient d'éclatement selon l'axe z peut être obtenu ainsi :

$$\lambda_{Kz} = \frac{l_{Kz}}{i_z} = \frac{1500 \text{ mm}}{70 \text{ mm}} = 21.4 \text{ d'où } \bar{\lambda}_{Kz} = \frac{\lambda_{Kz}}{\lambda_E} = \frac{21.4}{94} = 0.23 < 0.5$$

La résistance ultime au flambage selon l'axe z peut être établie avec les tables SZS C4.1, avec lesquelles on obtient, par interpolation, pour $l_{Kz} = 1500$ mm :

$$N_{Kz} = 2230 \text{ kN d'où } N_d = 310 \text{ kN} < \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} = \frac{2230 \text{ kN}}{1.1} = 2030 \text{ kN}$$

On a ainsi vérifié les conditions exprimées par (6.18), ce qui permet d'affirmer que le flambage hors plan est empêché.

- Déversement :

Comme $N_d/(N_{pl}/\gamma_R) = 310 \text{ kN} / (2290 \text{ kN} / 1.1) = 0.149 < 0.15$, il est possible d'établir pour un calcul EP la longueur critique de déversement avec (5.5b) majoré par (5.6). On a dans notre cas :

$$l_{cr} = 2.7 i_z \left(1 - \frac{1}{2} \psi\right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \sqrt{\frac{M_{pl}/\gamma_R}{M_d}}$$

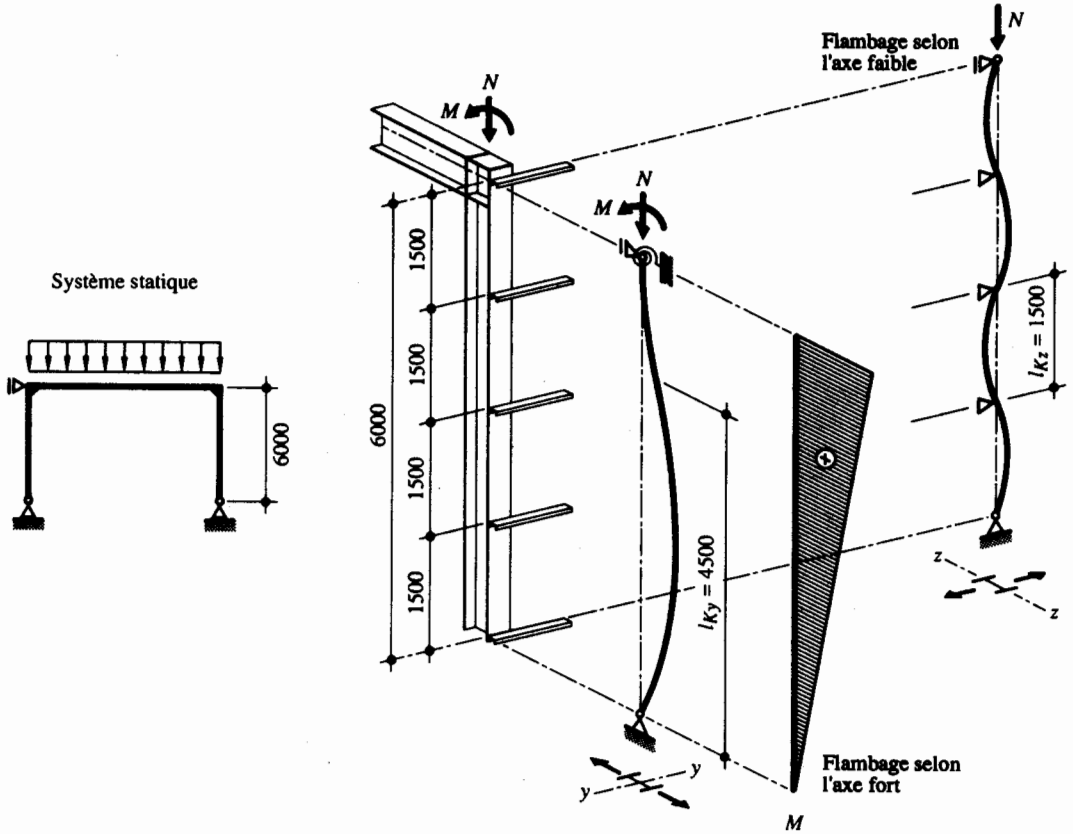


Fig. 6.9 Colonne comprimée et fléchie tenue latéralement.

$$l_{cr} = 2.7 \cdot 70.0 \text{ mm} (1 - 0) \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} \sqrt{\frac{261 \text{ kNm} / 1.1}{200 \text{ kNm}}} = 6150 \text{ mm}$$

La condition (6.19) est donc satisfaite, puisque qu'en admettant de façon conservatrice une longueur de déversement $l_D = 6000 \text{ mm}$ (on néglige ainsi le fait que les filières constituent un certain appui latéral), on a $l_D < l_{cr} = 6150 \text{ mm}$. Ceci permet d'affirmer que le déversement de la colonne est également empêché.

- Vérification de la stabilité :

Comme le flambage hors plan et le déversement sont empêchés, la vérification de la stabilité de la colonne peut être faite avec (6.16). Pour pouvoir appliquer cette formule d'interaction, il est cependant encore nécessaire d'établir les valeurs de N_{Ky} , N_{cry} , ω_y , et M_{Ry} avec respectivement les tables SZS C4.1, (6.1), (6.17) et (6.21) :

$$N_{Ky} = 2115 \text{ kN}$$

$$N_{cry} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_{Ky}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \text{ kN/mm}^2 \cdot 136.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{(4500 \text{ mm})^2} = 13\,990 \text{ kN}$$

$$\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{M_{dy,min}}{M_{dy,max}} = 0.6 + 0 = 0.6 \geq 0.4$$

$$M_{Ry} = \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}} \right) M_{ply} = \left(\frac{1}{1 - \frac{2056 \text{ mm}^2}{2 \cdot 9730 \text{ mm}^2}} \right) 261 \text{ kNm} = 292 \text{ kNm}$$

$$\text{mais } M_{Ry} \leq \left(1 + 0.2 \frac{N_d}{N_{Ky} / \gamma_R} \right) M_{ply} = \left(1 + 0.2 \frac{310 \text{ kN}}{2115 \text{ kN} / 1.1} \right) 261 \text{ kNm} = 269 \text{ kNm}$$

d'où $M_{Ry} = 269 \text{ kNm}$

La vérification de la stabilité avec la formule d'interaction (6.16) montre que le profilé HEA 280 est suffisant :

$$\frac{N_d}{N_{Ky} / \gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cry}}} \frac{\omega_y M_{dy}}{M_{Ry} / \gamma_R} = \frac{310}{2115/1.1} + \frac{1}{1 - \frac{310}{13\,990}} \frac{0.6 \cdot 200}{269/1.1} = 0.16 + 0.50 = 0.66 \leq 1.0$$

Résistance en section

Etant donné que le coefficient ω_y est inférieur à 1.0, il est nécessaire de vérifier la résistance en section de la colonne. Pour une interaction entre un effort normal et un moment de flexion selon l'axe y, la résistance en section est à vérifier avec (4.85a) et (4.83) :

$$M_{dy} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R}, \text{ avec } M_{ply,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl} / \gamma_R} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}} \right) M_{ply} \leq M_{ply}$$

Avec les valeurs tirées des tables SZS C5, on obtient :

$$N_{pl} = f_y A = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 9730 \text{ mm}^2 = 2290 \cdot 10^3 \text{ N} = 2290 \text{ kN}$$

$$M_{ply,N} = \left(1 - \frac{310 \text{ kN}}{2290 \text{ kN} / 1.1} \right) \left(\frac{1}{1 - \frac{2056 \text{ mm}^2}{2 \cdot 9730 \text{ mm}^2}} \right) 261 \text{ kNm} = 248 \text{ kNm} \leq M_{ply} = 261 \text{ kNm}$$

La vérification de la résistance en section montre que le profilé HEA 280 est suffisant :

$$M_{dy} = 200 \text{ kNm} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R} = \frac{248 \text{ kNm}}{1.1} = 225 \text{ kNm}$$

On pourrait vérifier qu'un profilé HEA 260 en Fe E 235 ne serait par contre pas suffisant, tant pour la vérification de la stabilité que pour celle de la résistance en section.

Exemple 6.3 Vérification d'une colonne comprimée et fléchie non tenue latéralement

Soit la colonne d'un cadre transversal de halle telle que représentée à la figure 6.10. Elle est constituée d'un profilé HEA 240 en Fe E 235 soumis à un effort normal N et à un moment de flexion M_y agissant à son extrémité supérieure. Il n'y a pas de filière horizontale qui pourrait constituer un appui latéral intermédiaire pour la colonne. La longueur de flambage selon l'axe fort correspond à $l_{Ky} = 0.9 l = 5.4 \text{ m}$ (cette valeur inférieure à l s'explique par le système statique du cadre, qui est tenu transversalement, et par le rapport des inerties de la traverse et de la colonne (vol. 11)).

Vérifier cette colonne lorsque les valeurs de dimensionnement de l'effort normal et du moment de flexion valent respectivement $N_d = 135 \text{ kN}$ et $M_d = 145 \text{ kNm}$.

Stabilité

Pour savoir avec quelle formule d'interaction la stabilité de cette colonne doit être vérifiée, il est d'abord nécessaire de vérifier le flambage hors plan et le déversement.

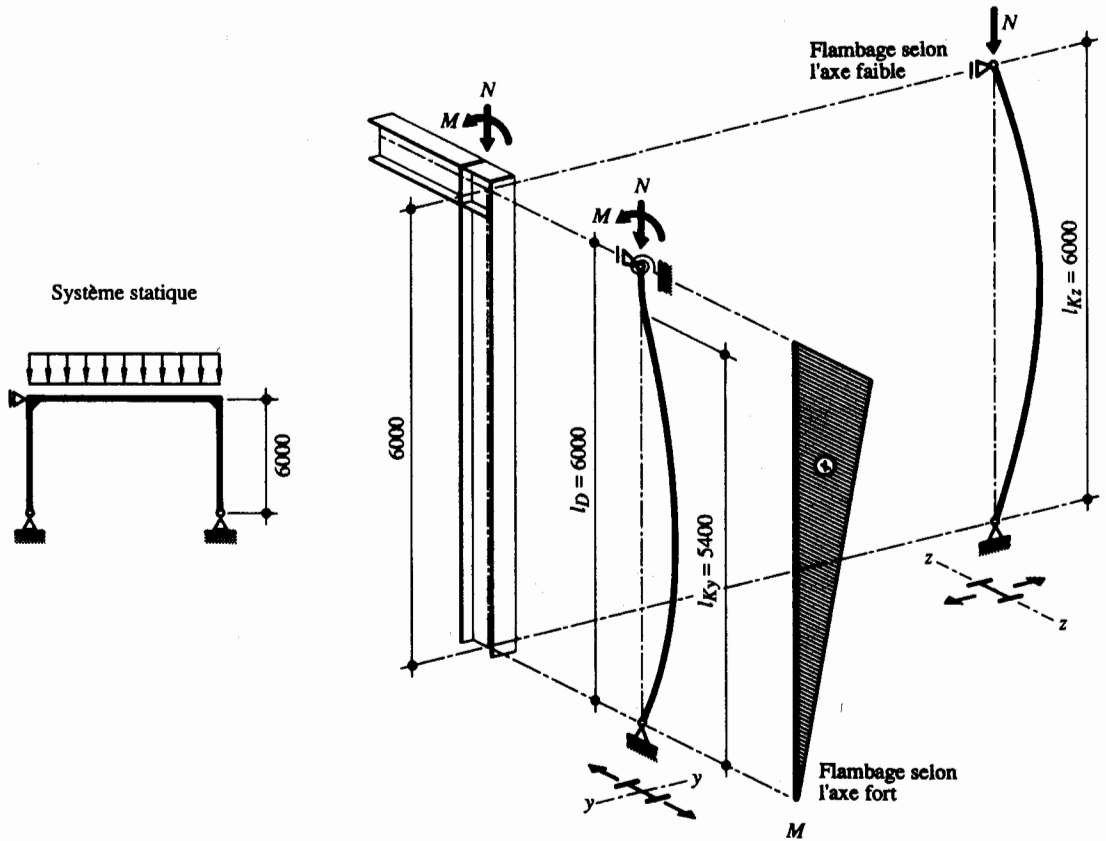


Fig. 6.10 Colonne comprimée et fléchie non tenue latéralement.

- Flambage hors plan :

Le coefficient d'élancement selon l'axe z peut être obtenu ainsi :

$$\lambda_{Kz} = \frac{l_{Kz}}{i_z} = \frac{6000 \text{ mm}}{60 \text{ mm}} = 100 \text{ d'où } \bar{\lambda}_{Kz} = \frac{\lambda_{Kz}}{\lambda_E} = \frac{100}{94} = 1.06 > 0.5$$

La résistance ultime au flambage selon l'axe z peut être établie avec les tables SZS C4.1. On obtient pour $l_{Kz} = 6000 \text{ mm}$:

$$N_{Kz} = 908 \text{ kN d'où } N_d = 135 \text{ kN} < \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} = \frac{908 \text{ kN}}{1.1} = 825 \text{ kN}$$

Le flambage hors plan n'est donc en l'occurrence pas empêché, étant donné que le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ est trop élevé, selon (6.18).

- Déversement :

Comme $N_d / (N_{pl} / \gamma_R) = 135 \text{ kN} / (1800 \text{ kN} / 1.1) = 0.083 < 0.15$, il est possible d'établir pour un calcul EP la longueur critique de déversement avec (5.5b) majoré par (5.6). On a dans notre cas :

$$l_{cr} = 2.7 i_z \left(1 - \frac{1}{2} \Psi \right) \sqrt{\frac{E}{f_y}} \sqrt{\frac{M_{pl} / \gamma_R}{M_d}}$$

$$l_{cr} = 2.7 \cdot 60.0 \text{ mm} (1 - 0) \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} \sqrt{\frac{175 \text{ kNm} / 1.1}{145 \text{ kNm}}} = 5070 \text{ mm}$$

La condition (6.19) n'est donc pas satisfaite, puisque l'on a $l_D = 6000 \text{ mm} > l_{cr} = 5070 \text{ mm}$. Le déversement de la colonne n'est donc pas empêché.

• Vérification de la stabilité :

Comme le flambage hors plan et le déversement ne sont pas empêchés, la vérification de la stabilité de la colonne est à faire avec (6.22). Pour pouvoir appliquer cette formule d'interaction, il est cependant encore nécessaire d'établir les valeurs suivantes :

$$N_{cry} = \frac{\pi^2 E I_y}{l_{Ky}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \text{ kN/mm}^2 \cdot 77.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{(5400 \text{ mm})^2} = 5520 \text{ kN}$$

$$\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{M_{dy,min}}{M_{dy,max}} = 0.6 + 0 = 0.6 \geq 0.4$$

$M_D = 154 \text{ kNm}$ selon les tables SZS C4.1 pour $l_D = 6000 \text{ mm}$ et $\eta = 1$ ($M = \text{cste}$)

$M_D(\eta) = 168 \text{ kNm}$ selon l'exemple 11.5 pour $\eta = 1.75$ (correspond au diagramme réel des moments)

La vérification de la stabilité avec la formule d'interaction (6.22) montre que le profilé HEA 240 est suffisant :

$$\frac{N_d}{N_{Kz}/\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cry}}} \frac{\omega_y M_{dy,max}}{M_D/\gamma_R} = \frac{135}{908/1.1} + \frac{1}{1 - \frac{135}{5520}} \frac{0.6 \cdot 145}{154/1.1} = 0.164 + 0.637 = 0.801 < 1.0$$

$$M_{dy,max} = 145 \text{ kNm} \leq \frac{M_D(\eta)}{\gamma_R} = \frac{168 \text{ kNm}}{1.1} = 153 \text{ kNm}$$

Si l'on avait voulu vérifier la stabilité de la colonne avec (6.23), il aurait encore fallu établir la valeur de $M_{Ry,N}$ avec (6.24) :

$$M_{Ry,N} = \left(1 - \frac{135 \text{ kN}}{908 \text{ kN}/1.1}\right) \left(1 - \frac{135 \text{ kN}}{5520 \text{ kN}}\right) 154 \text{ kNm} = 0.836 \cdot 0.976 \cdot 154 \text{ kNm} = 126 \text{ kNm}$$

mais $M_{Ry,N} \leq \omega_y M_D(\eta) = 0.6 \cdot 168 \text{ kNm} = 101 \text{ kNm}$

d'où $M_{Ry,N} = 101 \text{ kNm}$

La vérification de la stabilité avec la formule d'interaction (6.23) montre alors également que le profilé HEA 280 est suffisant :

$$\omega_y M_{dy} = 0.6 \cdot 145 \text{ kNm} = 87 \text{ kNm} \leq \frac{M_{Ry,N}}{\gamma_R} = \frac{101 \text{ kNm}}{1.1} = 92 \text{ kNm}$$

Résistance en section

Étant donné que le coefficient ω_y est inférieur à 1.0, il est nécessaire de vérifier la résistance en section de la colonne. Pour une interaction entre un effort normal et un moment de flexion selon l'axe y, la résistance en section est à vérifier avec (4.85a) et (4.83) :

$$M_{dy} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R}, \text{ avec } M_{ply,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{A_w}{2A}}\right) M_{ply} \leq M_{ply}$$

Avec les valeurs tirées des tables SZS C5, on obtient :

$$N_{pl} = f_y A = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 7680 \text{ mm}^2 = 1800 \cdot 10^3 \text{ N} = 1800 \text{ kN}$$

$$M_{ply} = f_y Z_y = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 744 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 175 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 175 \text{ kNm}$$

$$M_{ply,N} = \left(1 - \frac{135 \text{ kN}}{1800 \text{ kN}/1.1}\right) \left(\frac{1}{1 - \frac{1640 \text{ mm}^2}{2 \cdot 7680 \text{ mm}^2}}\right) 175 \text{ kNm} = 180 \text{ kNm} \leq M_{ply} = 175 \text{ kNm}$$

d'où $M_{ply,N} = 175 \text{ kNm}$

La vérification de la résistance en section de ce profilé montre que celui-ci est suffisant :

$$M_{dy} = 145 \text{ kNm} \leq \frac{M_{ply,N}}{\gamma_R} = \frac{175 \text{ kNm}}{1.1} = 159 \text{ kNm}$$

La stabilité ainsi que la résistance en section de la colonne étant satisfaites, on peut conclure que le profilé HEA 240 en acier Fe E 235 est suffisant.

6.3.3 Effort normal et moment de flexion selon l'axe faible

Il est possible d'utiliser le même principe d'interaction entre un effort normal de compression et un moment de flexion selon l'axe de faible inertie, que celui utilisé au paragraphe 6.3.2 pour l'interaction entre un effort normal de compression et un moment de flexion selon l'axe de forte inertie. Une différence fondamentale existe cependant entre ces deux cas, à savoir qu'il ne peut pas y avoir de déversement lorsque le moment agit selon l'axe de faible inertie. C'est ainsi que la formule d'interaction (6.14) peut s'exprimer de la façon suivante :

$$\frac{N_d}{N_{Kz}/\gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{crz}}} \frac{\omega_z M_{dz,max}}{M_{Rz}/\gamma_R} \leq 1 \quad (6.25)$$

- N_{crz} : charge critique de flambage élastique selon l'axe z définie par (6.1)
 $M_{dz,max}$: valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion maximal selon l'axe z
 ω_z : coefficient défini par (6.26) lorsque la barre est appuyée latéralement à ses extrémités et que le moment de flexion varie linéairement sur la longueur de la barre
 M_{Rz} : résistance ultime à la flexion selon l'axe z définie par (6.28) et (6.29)

$$\omega_z = 0.6 + 0.4 \frac{M_{dz,min}}{M_{dz,max}} \geq 0.4 \quad (6.26)$$

- $M_{dz,max}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment maximal (en valeur absolue) selon l'axe z
 $M_{dz,min}$: valeur de dimensionnement (avec son signe) du moment minimal (en valeur absolue) selon l'axe z

Pour que la formule d'interaction (6.25) reste utilisable de façon conservatrice, il est nécessaire d'admettre une valeur de $\omega = 1.0$ dans les cas suivants :

- si l'une des extrémités de la barre n'est pas appuyée latéralement,
- si la barre est chargée transversalement (diagramme des moments non linéaire).

Une vérification de la résistance en section est superflue lorsque $\omega = 1.0$, car la formule d'interaction (6.25) contient implicitement dans ce cas déjà la vérification de la résistance en section.

Comme pour le cas de l'interaction entre N et M_y , il est très important de préciser que la formule d'interaction (6.25) n'est valable que dans les conditions suivantes [6.3] :

- Le flambage hors plan (autrement dit le flambage selon l'axe principal où il n'y a pas de flexion, en l'occurrence l'axe y) est empêché. Ceci est le cas, pour les mêmes raisons que celles évoquées pour (6.16), si les conditions suivantes sont respectées :

$$\bar{\lambda}_{Kyz} \leq 0.5 \quad \text{et} \quad N_d \leq \frac{N_{Ky}}{\gamma_R} \quad (6.27)$$

$\bar{\lambda}_{Ky}$: coefficient d'élancement selon l'axe y défini par (6.5)

- La formule d'interaction (6.25) est valable pour les barres prismatiques de *section quelconque*, pour autant que l'on considère le moment élastique M_{elz} comme résistance ultime à la flexion, à savoir :

$$M_{Rz} = M_{elz} \quad (6.28)$$

M_{elz} : moment élastique selon l'axe z ($M_{elz} = f_y W_z$)

- Pour les *profilés en double té*, il est possible de considérer M_R comme étant égal à la résistance ultime plastique à la flexion. On a ainsi pour le cas de la flexion selon l'axe z :

$$M_{Rz} = M_{plz} \quad (6.29)$$

6.3.4 Effort normal et flexion gauche

En cas d'interaction entre un effort normal de compression et de la flexion gauche ($M_y + M_z$), la vérification de la stabilité peut s'effectuer, selon la norme SIA 161, à l'aide de (6.30). Cette formule d'interaction prend la forme de (6.23) lorsque le moment M_z est égal à zéro. Elle est par ailleurs similaire à la relation (4.86) utilisée pour la résistance en section d'un profilé laminé soumis à de la flexion gauche composée; elle s'en distingue dans la mesure où elle fait intervenir les éléments nécessaires pour tenir compte du flambage et du déversement :

$$\left(\frac{\omega_y M_{dy}}{M_{Ry,N}/\gamma_R} \right)^\beta + \left(\frac{\omega_z M_{dz}}{M_{Rz,N}/\gamma_R} \right)^\beta \leq 1 \quad (6.30)$$

$M_{Ry,N}$: résistance ultime à la flexion selon l'axe y réduite, définie par (6.24)

$M_{Rz,N}$: résistance ultime à la flexion selon l'axe z réduite, définie par (6.31)

ω_y, ω_z : coefficients définis respectivement par (6.17) et (6.26)

β : coefficient défini par (6.32)

$$M_{Rz,N} = \left(1 - \frac{N_d}{N_{Kz}/\gamma_R} \right) \left(1 - \frac{N_d}{N_{crz}} \right) M_{plz} \quad (6.31)$$

$$\beta = 0.4 + \frac{N_d}{N_{pl}/\gamma_R} + \frac{2c}{b} \geq 1 \quad (6.32)$$

$2c$: largeur des ailes du profilé

b : distance entre les centres des ailes du profilé

Il est important de préciser que le contrôle de la résistance en section selon les indications de la section 4.6 est également nécessaire, quand la stabilité d'une barre comprimée et fléchie est vérifiée avec la formule d'interaction (6.30) dans les cas où $\omega_y < 1.0$ ou $\omega_z < 1.0$.

6.3.5 Flambage par flexion et torsion

Comme présenté au paragraphe 10.2.1, le flambage par flexion et torsion est le phénomène d'instabilité d'une barre dont la déformation à la torsion n'est pas empêchée. Il a notamment été démontré que la relation suivante exprimait l'équilibre d'une barre comprimée biarticulée (10.10) :

$$i_C^2 (N_{cr} - N_{cry}) (N_{cr} - N_{crz}) (N_{cr} - N_{cr\phi}) - N_{cr}^2 z_C^2 (N_{cr} - N_{cry}) - N_{cr}^2 y_C^2 (N_{cr} - N_{crz}) = 0 \quad (6.33)$$

- i_C : rayon de giration pour le flambage par flexion et torsion ($i_C^2 = y_C^2 + z_C^2 + (I_y + I_z)/A$)
- N_{cr} : charge critique de flambage élastique de la barre (flambage par flexion et torsion)
- N_{cry} : charge critique de flambage élastique (flambage par flexion seule) selon l'axe y (axe fort)
($N_{cry} = \pi^2 EI_y / l_y^2$)
- N_{crz} : charge critique de flambage élastique (flambage par flexion seule) selon l'axe z (axe faible)
($N_{crz} = \pi^2 EI_z / l_z^2$)
- $N_{cr\phi}$: charge critique de flambage élastique par torsion ($N_{cr\phi} = [GK + (\pi^2 EI_\omega / l^2)] / i_C^2$)
- y_C : coordonnée y du centre de cisaillement C
- z_C : coordonnée z du centre de cisaillement C
- I_ω : moment d'inertie sectoriel de la section (4.58 b)
- G : module de glissement
- K : constante de torsion uniforme (§ 4.5.2)

La relation (6.33) est une fonction du troisième degré de la charge critique de flambage élastique N_{cr} par flexion et torsion. La plus petite valeur N_{cr} des racines de cette équation correspond à la valeur de la charge critique de flambage élastique par flexion et torsion recherchée.

Si la section de la barre possède un *axe de symétrie* selon l'axe y (c'est par exemple le cas des profilés en U), on a $z_C = 0$ et (6.33) se simplifie ainsi :

$$(N_{cr} - N_{crz}) \left[i_C^2 (N_{cr} - N_{cry}) (N_{cr} - N_{cr\phi}) - N_{cr}^2 y_C^2 \right] = 0 \quad (6.34)$$

La charge critique N_{cr} de la barre est par conséquent donnée par la plus petite valeur déduite de (6.34) : la première est égale à N_{crz} et la seconde peut être calculée en annulant l'expression entre crochets.

Dans le cas d'une *section bisymétrique* ou ayant un centre de symétrie (centre de torsion C et centre de gravité G confondus, donc avec $y_C = z_C = 0$), l'expression donnant la charge critique s'écrit :

$$(N_{cr} - N_{cry}) (N_{cr} - N_{crz}) (N_{cr} - N_{cr\phi}) = 0 \quad (6.35)$$

La charge critique N_{cr} est par conséquent égale à la plus petite des trois valeurs N_{cry} , N_{crz} et $N_{cr\phi}$ (fig. 6.11).

Remarquons encore que la théorie ci-dessus est aussi valable pour des cornières. Il est alors nécessaire de remplacer les axes y et z par respectivement les axes principaux η et ζ .

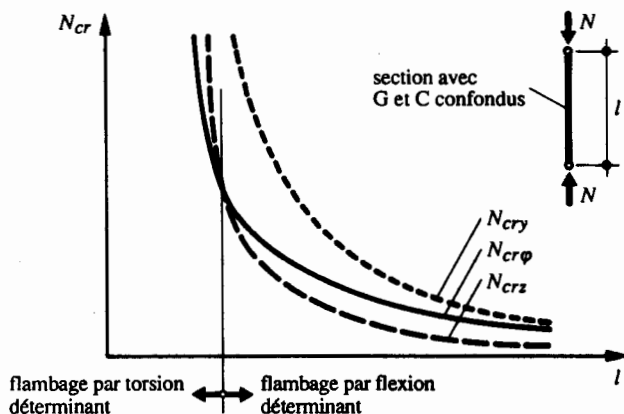


Fig. 6.11 Charges critiques de flambage pour une section ayant les centres de torsion et de gravité confondus.

Pratiquement, dans la majorité des cas, on peut assimiler le flambage par flexion et torsion au flambage par flexion seule, en calculant la résistance ultime au flambage N_K selon le paragraphe 6.3.1. Pour les profilés en double té ou les barres à section fermée, l'erreur commise est négligeable. Par contre, pour les sections dont la résistance à la torsion est faible (par exemple les cornières, les sections cruciformes ou les sections en té), le flambage par flexion et torsion peut être déterminant pour des barres à faible élancement. Dans ce cas, on établira le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ donné par (10.26) sur la base de la charge critique N_{cr} établie à partir de (6.34) ou (6.35) :

$$\bar{\lambda}_K = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} \quad (6.36)$$

Il est alors possible d'établir la résistance ultime au flambage N_K à l'aide des courbes de flambage données à la figure 6.4. Ceci permet finalement d'effectuer le dimensionnement d'une section soumise au flambage par flexion et torsion avec la relation suivante :

$$N_d \leq \frac{N_K}{\gamma_R} \quad (6.37)$$

Exemple 6.4 Flambage par flexion et torsion

Soit une poutre à treillis de 1800 mm de hauteur statique. Un de ses montants est constitué d'une cornière LNP 200 · 16 en acier Fe E 235 dont l'axe de symétrie est placé dans le plan du treillis (fig. 6.12).

Calculer la résistance ultime au flambage de cette barre, que l'on admettra soumise à un effort de compression centré.

Caractéristiques géométriques

Les tables SZS C5 donnent les caractéristiques suivantes pour une cornière LNP 200 · 16 :

$$A = 6180 \text{ mm}^2, \quad I_\eta = 37.4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, \quad I_\zeta = 9.43 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, \quad v_{\zeta 1} = 78 \text{ mm}, \quad t = 16 \text{ mm}$$

La valeur de la constante de torsion peut être déterminé avec (4.36) :

$$K = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n h_i t_i^3 = \frac{1}{3} 2 \cdot 192 \cdot 16^3 = 0.524 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

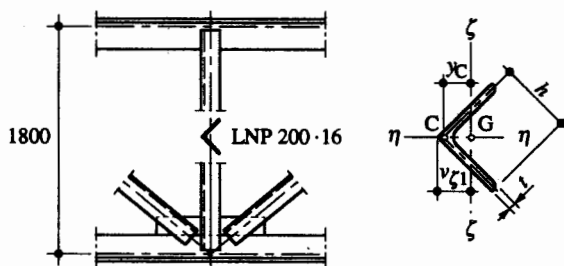


Fig. 6.12 Montant d'une poutre à treillis.

Les coordonnées du centre de cisaillement valent :

$$y_C = y_{\zeta 1} - \sqrt{2} \frac{t}{2} = 78 - \sqrt{2} \cdot \frac{16}{2} = 66.7 \text{ mm}$$

$$z_C = 0 \text{ mm (axe de symétrie)}$$

Pour une cornière à ailes égales, l'inertie sectorielle I_ω vaut zéro.

Charge critique de flambage élastique

Le rayon de giration i_C pour le flambage par flexion et torsion vaut :

$$i_C^2 = y_C^2 + z_C^2 + \frac{I_\eta + I_\zeta}{A} = (66.7 \text{ mm})^2 + 0 + \frac{37.4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 + 9.43 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{6180 \text{ mm}^2} = 12\,000 \text{ mm}^2$$

Les charges critiques de flambage élastique valent alors respectivement :

$$N_{cr\eta} = \frac{\pi^2 E I_\eta}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \text{ kN/mm}^2 \cdot 37.4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{(1800 \text{ mm})^2} = 23\,900 \text{ kN}$$

$$N_{cr\zeta} = \frac{\pi^2 E I_\zeta}{l^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \text{ kN/mm}^2 \cdot 9.43 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{(1800 \text{ mm})^2} = 6030 \text{ kN}$$

Quant à la charge critique de flambage par torsion, elle vaut :

$$N_{cr\varphi} = \frac{1}{i_C^2} \left(GK + \frac{\pi^2 E I_\omega}{l^2} \right) = \frac{1}{12\,000 \text{ mm}^2} (81 \text{ kN/mm}^2 \cdot 0.524 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 + 0) = 3540 \text{ kN}$$

Comme la section présente un axe de symétrie par rapport à l'axe η , la charge critique de flambage élastique par flexion et torsion N_{cr} doit satisfaire (6.34). Elle est donc égale au minimum entre $N_{cr\zeta} = 6030 \text{ kN}$ et la plus petite valeur de N_{cr} qui annule l'expression suivante :

$$i_C^2 (N_{cr} - N_{cr\eta}) (N_{cr} - N_{cr\varphi}) - N_{cr}^2 y_C^2 = 0$$

Cette équation du second degré peut s'écrire sous la forme suivante :

$$(i_C^2 - y_C^2) N_{cr}^2 - i_C^2 (N_{cr\eta} + N_{cr\varphi}) N_{cr} + i_C^2 N_{cr\eta} N_{cr\varphi} = 0$$

La plus petite racine de cette équation vaut, avec les valeurs numériques établies précédemment :

$$N_{cr} = 3330 \text{ kN}$$

Le flambage par flexion et torsion est donc déterminant, puisque $N_{cr} = 3330 \text{ kN} < N_{cr\zeta} = 6030 \text{ kN}$.

Résistance ultime au flambage

La résistance ultime au flambage est obtenue en déterminant le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ avec (6.36) :

$$\bar{\lambda}_K = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y A}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{235 \text{ N/mm}^2 \cdot 6180 \text{ mm}^2}{3330 \cdot 10^3 \text{ N}}} = 0.664$$

En utilisant la courbe de flambage c , qui correspond aux cornières, on trouve avec les tables SZS C4.1 un coefficient de flambage $\kappa = 0.747$. La résistance ultime au flambage (en l'occurrence par flexion et torsion) vaut alors (6.2) :

$$N_K = \kappa N_{pl} = \kappa f_y A = 0.747 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 6180 \text{ mm}^2 = 1080 \cdot 10^3 \text{ N} = 1080 \text{ kN}$$

Il est intéressant de comparer cette résistance ultime avec celle donnée par les tables SZS C4.1, à savoir 1232 kN, qui est en l'occurrence plus élevée de 14 % que la valeur de 1080 kN obtenue dans cet exemple.

6.4 Barres étré sillonnées

6.4.1 Principes de dimensionnement

L'idée à la base de la conception d'une barre étré sillonnée est de construire une barre comprimée avec un minimum de matière (§ 10.2.3). On utilise à cet effet deux ou plusieurs profilés (appelés membrures) ayant leurs centres de gravité placés à une distance b et dont les sections sont solidarisiées à intervalles réguliers (l_1) au moyen d'étré sillons (fig. 6.13). De cette façon, on augmente considérablement l'inertie de la barre par rapport à l'un de ses axes de flexion, sans pour autant augmenter le poids d'acier.

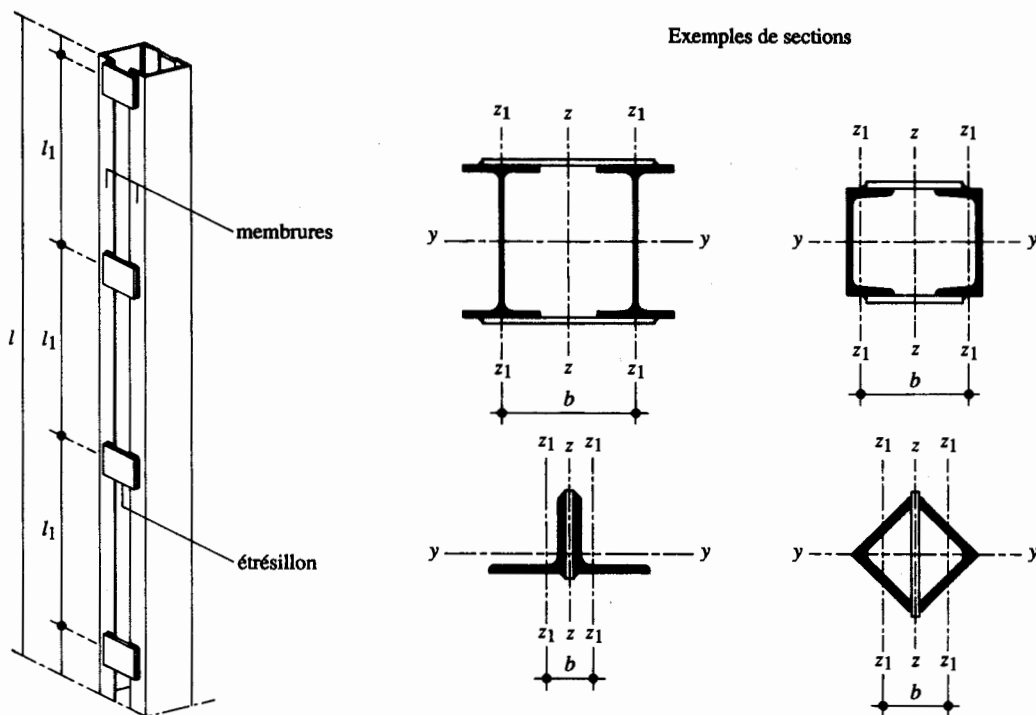


Fig. 6.13 Principe d'une barre étré sillonnée et exemples de sections.

Le flambage de la barre étré sillonnée selon l'axe y n'est pas influencé par les étré sillons, au contraire du flambage selon l'axe z . C'est en effet perpendiculairement à ce dernier que la distance entre les centres de gravité de la section des deux membrures est augmentée par les étré sillons. Lors du flambage selon

l'axe z , la barre étrésoignée se comporte comme une poutre Vierendeel (de façon similaire aux poutres ajourées) dont les montants sont constitués par les étrésoigns. La figure 6.14 montre l'influence des étrésoigns sur la déformée de la barre lors du flambage selon l'axe z : il se crée dans les membrures et les étrésoigns des moments de flexion et des efforts tranchants dus aux *effets du second ordre*.

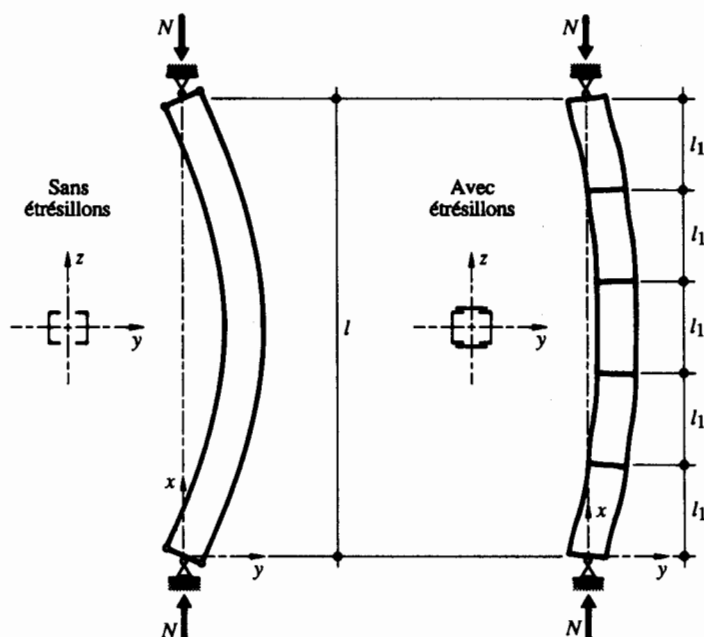


Fig. 6.14 Influence des étrésoigns sur la déformée d'une barre étrésoignée.

Sur la base de son comportement, le dimensionnement d'une barre étrésoignée doit être fait en examinant les trois cas suivants :

- l'ensemble de la barre, pour examiner le flambage selon les axes z (où les étrésoigns jouent un rôle) et y (où les étrésoigns n'ont pas d'influence),
- une membrure prise isolément, pour vérifier son flambage entre deux étrésoigns ainsi que sa résistance en section,
- un étrésoignon, pour vérifier sa résistance en section et sa liaison sur les membrures.

Ces différentes vérifications sont examinées en détail dans les paragraphes suivants.

L'Eurocode 3 (§ 5.9.3) propose une méthode complète pour le calcul des barres étrésoignées (appelées «éléments comprimés à traverses de liaison»). Cette méthode est semblable à celle présentée ici, mais tient compte explicitement de la rigidité au cisaillement et de la flexibilité des étrésoigns (traverses de liaison).

6.4.2 Ensemble de la barre

Flambage selon l'axe z

Comme cela est démontré au paragraphe 10.2.3, l'influence des étréssillons sur le flambage de la barre étréssillonnée selon l'axe z peut être considérée en tenant compte de l'*élancement idéalisé* $\lambda_{z,id}$ suivant :

$$\lambda_{z,id} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2} \quad (6.38)$$

λ_z : élancement de la barre étréssillonnée considérée comme monolithique ($\lambda_z = l / i_z$)

λ_1 : élancement d'une membrure entre deux étréssillons ($\lambda_1 = l_1 / i_{z1}$)

Rappelons toutefois que (6.38) repose sur les conditions suivantes :

- étréssillons suffisamment rigides et assemblés rigidement aux deux membrures,
- élancement λ_1 des membrures entre les étréssillons inférieur à 50,
- barre étréssillonnée composée de deux membrures (on appliquera (10.17) s'il y en a davantage) et comportant plusieurs étréssillons (au minimum deux, car un seul étréssillon au milieu de la barre est inutile, l'effort tranchant étant nul au milieu de la barre).

L'Eurocode 3 (§ 5.9.3.2) propose la relation suivante pour permettre de vérifier si les étréssillons (traverses de liaisons) sont effectivement suffisamment rigides :

$$\frac{n I_b}{h_o} \geq 10 \frac{I_f}{a}$$

n : nombre de plans d'étréssillons

I_b : inertie d'un étréssillon dans son plan

h_o : distance entre les centres de gravités des membrures (correspond à b)

I_f : inertie d'une membrure dans le plan des étréssillons

a : distance entre les axes des étréssillons (correspond à l_1)

Il est encore utile de préciser que le calcul de l'inertie I_z de la barre étréssillonnée considérée comme monolithique (nécessaire pour l'établissement de l'élancement λ_z) peut être fait, selon la norme SIA 161 et l'Eurocode 3, en tenant compte de l'inertie propre des membrures pour autant que l'élancement $\lambda_z \leq 75$. Pour $\lambda_z \geq 150$, l'inertie propre doit cependant être négligée. Une interpolation linéaire est possible entre ces deux limites, comme cela est illustré à la figure 6.15.

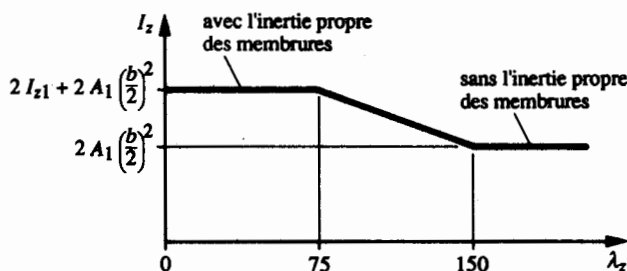


Fig. 6.15 Calcul de l'inertie I_z de la barre étréssillonnée.

La courbe de flambage à considérer, pour déterminer la résistance ultime au flambage N_{Kz} à partir de l'élancement $\lambda_{z, id}$, doit être celle correspondant au type de section des membrures (la courbe c pour les membrures constituées de profilés U ou de cornières). La résistance ultime au flambage N_{Kz} peut alors se déterminer avec la relation suivante, semblable à (6.2) :

$$N_{Kz} = \kappa_z N_{pl} \quad (6.39)$$

κ_z : coefficient de flambage de la barre étré sillonnée selon l'axe z

N_{pl} : effort normal plastique de l'ensemble de la barre ($N_{pl} = f_y \cdot 2 A_1$)

A_1 : aire de la section d'une membrure

La vérification du flambage de l'ensemble de la barre étré sillonnée selon l'axe z où les étré sillons ont une influence se fait alors avec la relation suivante :

$$N_d \leq \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} \quad (6.40)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal agissant sur l'ensemble de la barre

Flambage selon l'axe y

Le flambage de la barre étré sillonnée selon l'axe y est à vérifier en considérant le flambage selon l'axe y des deux membrures sans tenir compte des étré sillons, ceux-ci n'ayant pas d'influence sur ce mode de flambage. Pour pouvoir utiliser, dans les calculs, l'effort normal N repris par l'ensemble de la barre étré sillonnée, on raisonnera de la façon suivante :

- la longueur de flambage l_{Ky} des membrures est égale à la longueur de flambage de la barre (le tableau 5.32 donne les longueurs de flambage pour les barres faisant partie de poutres à treillis),
- l'inertie I_y de la barre étré sillonnée est égale au double de l'inertie I_{y1} d'une membrure ($I_y = 2 I_{y1}$).

La résistance ultime au flambage N_{Ky} est alors à déterminer, sur la base de l'élancement $\lambda_y = l_{Ky} / i_y$, avec la courbe de flambage correspondant au type de section des membrures. On a ainsi

$$N_{Ky} = \kappa_y N_{pl} \quad (6.41)$$

κ_y : coefficient de flambage de la barre étré sillonnée selon l'axe y

et la vérification du flambage de l'ensemble de la barre étré sillonnée selon l'axe y se fait avec la relation suivante :

$$N_d \leq \frac{N_{Ky}}{\gamma_R} \quad (6.42)$$

6.4.3 Membrures

Il a été indiqué au paragraphe 6.4.1 qu'une barre étré sillonnée pouvait être assimilée à une poutre Vierendeel. Il est possible de lever l'hyperstaticité interne de la poutre Vierendeel en admettant dans son modèle de calcul, tout comme pour la poutre ajourée (fig. 5.23), des rotules au milieu des étré sillons ainsi

que sur les membrures, à mi-distance des étréssillons. La figure 6.16 illustre cette modélisation, ainsi que les efforts intérieurs agissant sur un tronçon de la barre (pour lequel une représentation simplifiée, ne tenant pas compte de la déformation du tronçon, est utilisée).

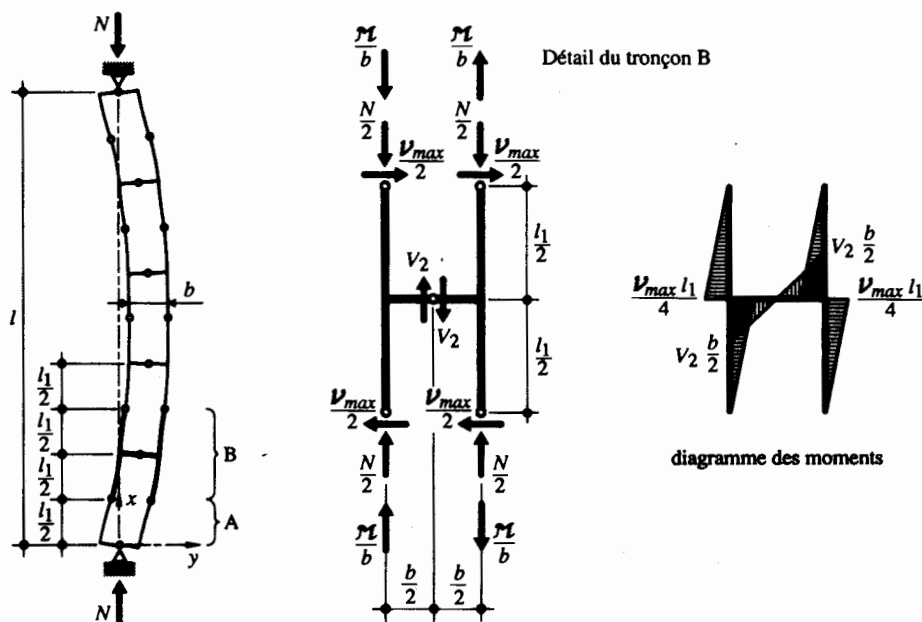


Fig. 6.16 Modèle de calcul d'une barre étréssillée.

Sur la base de la modélisation représentée à la figure 6.16, il est nécessaire d'effectuer deux vérifications pour les membrures d'une barre étréssillée :

- le flambage d'une membrure entre deux étréssillons,
- la résistance en section des membrures.

Flambage

Le flambage d'une membrure entre deux étréssillons est à vérifier sur les bases suivantes :

- la longueur de flambage est égale à la distance l_1 entre étréssillons,
- l'inertie à considérer est l'inertie I_{z1} d'une membrure,
- la courbe de flambage à utiliser est celle correspondant au type de section et au sens de flambage de la membrure.

La résistance ultime au flambage N_{K1} peut alors se déterminer avec la relation suivante :

$$N_{K1} = \kappa_1 N_{pl1} \quad (6.43)$$

κ_1 : coefficient de flambage d'une membrure entre deux étréssillons

N_{pl1} : effort normal plastique d'une membrure ($N_{pl1} = f_y A_1$)

La résistance ultime au flambage doit être comparée avec l'effort normal N_1 agissant dans la zone de la membrure la plus sollicitée. A cause des effets du second ordre mentionnés au paragraphe 6.4.1, cet effort normal n'est pas simplement égal à la moitié de l'effort normal N agissant sur l'ensemble de la barre. Si l'on admet une déformation initiale v_0 de l'axe de la barre étrésoillonnée (la notation v_0 s'explique parce que cette déformation a lieu dans la direction y , contrairement au flambage examiné au chapitre 10, pour lequel la déformation initiale w_0 avait lieu dans la direction de l'axe z), le moment maximal du second ordre M_{max} , situé au milieu de la travée, créé par l'excentricité v_0 de l'effort normal N peut s'exprimer de la façon suivante :

$$M_{max} = N v_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{crz,id}}} \right) \quad (6.44)$$

- N : effort normal agissant sur l'ensemble de la barre étrésoillonnée
 v_0 : déformation initiale à mi-hauteur de la barre, admise égale à $l/500$
 $N_{crz,id}$: charge critique de flambage élastique de l'ensemble de la barre étrésoillonnée selon l'axe z ($N_{crz,id} = \pi^2 E A / \lambda_{z,id}^2$)
 (...) : facteur d'amplification, semblable à celui utilisé dans (6.8), pour tenir compte des effets du second ordre

Ce moment peut être assimilé à un couple de forces $N = M/b$ qui a pour conséquence d'augmenter l'effort normal agissant sur une des membrures (et de le diminuer sur l'autre). L'effort normal total (compte tenu des effets du second ordre) repris par la membrure la plus sollicitée vaut alors :

$$N_1 = \frac{1}{2}N + \frac{M_{max}}{b} = \frac{1}{2}N + \frac{N}{b} \frac{l}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{crz,id}}} \right) \quad (6.45)$$

La vérification du flambage d'une membrure entre deux étrésoillons se fait alors avec la relation suivante :

$$N_{1d} \leq \frac{N_{K1}}{\gamma_R} \quad (6.46)$$

Cette procédure de vérification du flambage appelle deux remarques :

- Le respect de (6.46) dépend grandement de la distance entre étrésoillons. Un espacement élevé des étrésoillons réduit en effet l'élancement idéalisé $\lambda_{z,id}$, qui intervient lui-même dans la valeur de la charge critique de flambage élastique $N_{crz,id}$.
- Dans le cas de barres étrésoillonnées composées de cornières, on peut admettre que leur flambage a lieu, suivant leur orientation, selon leurs axes y ou z et non plus selon leurs axes principaux η et ζ . On admet ainsi que les étrésoillons forment pour les ailes des cornières des appuis créant une sorte d'encastrement à la torsion, ce qui les empêche de flamber selon leur axe de faible inertie.

Résistance

La déformation de la barre étré sillonnée provoque un moment du second ordre \mathcal{M} défini par (6.44). Ce moment introduit un effort tranchant ν , qui correspond à sa première dérivée. Si l'on utilise, comme pour les barres industrielles examinées au paragraphe 10.3.2, l'équation sinusoïdale de la déformée initiale $\nu_0(x) = \nu_0 \sin(\pi x/l)$, on obtient à partir de (6.44), en tenant compte du facteur d'amplification du second ordre :

$$\nu = \frac{d\mathcal{M}}{dx} = N \nu_0 \frac{\pi}{l} \left(\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{crz,id}}} \right) \cos \frac{\pi x}{l} \quad (6.47)$$

ν_0 : déformation initiale à mi-hauteur de la barre, admise égale à $l/500$

La valeur maximale de cet effort tranchant est obtenue aux extrémités de la barre, pour $x = 0$ et $x = l$:

$$\nu_{max} = N \frac{\pi}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{N}{N_{crz,id}}} \right) \quad (6.48)$$

En admettant pour simplifier que cet effort tranchant ne varie pas sur les tronçons A et B représentés à la figure 6.16, le dimensionnement consiste alors à vérifier, à l'extrémité de la barre étré sillonnée, la résistance en section (§ 4.6.5) d'une membrure soumise simultanément à un effort normal ($N/2$), un effort tranchant ($\nu_{max}/2$) et un moment de flexion (égal à $\nu_{max}/2 \cdot l_1/2 = \nu_{max} \cdot l_1/4$, selon la figure 6.16).

6.4.4 Etrésillons

L'équilibre des moments du tronçon B représenté à la figure 6.16 permet de déterminer l'effort tranchant V_2 au milieu du premier étrésillon, en égalant les moments $V_2 \cdot b/2$ provenant des étrésillons et $2 \cdot \nu_{max}/2 \cdot l_1/2$ provenant des membrures. Cela donne ainsi :

$$V_2 = \nu_{max} \frac{l_1}{b} \quad (6.49)$$

Cet effort tranchant est à utiliser, pour dimensionner, avec les valeurs de dimensionnement des efforts :

- la section de l'étrésillon à l'effort tranchant, au milieu de l'étrésillon, et à la flexion, au droit de son encastrement dans la membrure (§ 4.6.3) (il s'agit d'une simplification, car la géométrie des étrésillons ne permet pas vraiment de les assimiler à une poutre),
- la liaison (en général soudée) de l'étrésillon sur la membrure (§ 7.4.2).

Exemple 6.5 Vérification d'une barre étré sillonnée

Soit la barre étré sillonnée constituée de deux profilés UNP 160 en acier Fe E 235 telle que représentée à la figure 6.17. Elle constitue le montant comprimé d'une poutre à treillis de 3000 mm de hauteur statique.

Vérifier la sécurité structurale de cette barre si elle est sollicitée par un effort normal de compression N_d dont la valeur de dimensionnement vaut $N_d = 780$ kN.

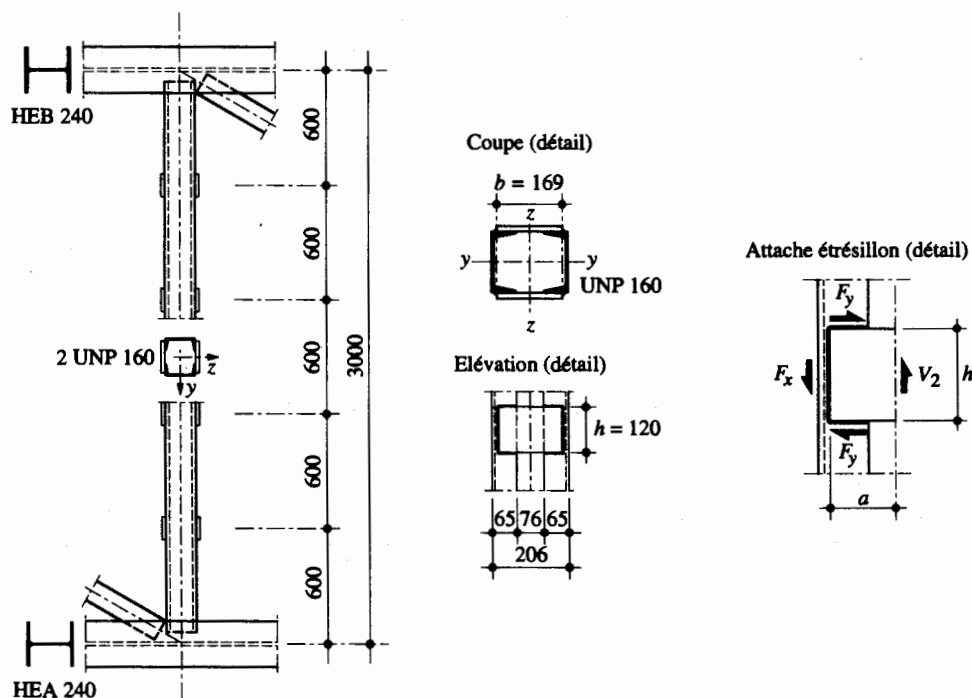


Fig. 6.17 Barre étrésoignée.

Calcul des élancements

- Flambage selon l'axe z (hors du plan du treillis) :

Il s'agit de déterminer l'élancement idéalisé $\lambda_{z,id}$ (6.38) afin de tenir compte de l'influence des étrésoillons.

Si l'on considère le flambage de la barre monolithique en faisant l'hypothèse que $\lambda_z < 75$ (fig. 6.15), on a :

$$I_z = 2 I_{z1} + 2 A_1 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \quad \text{et} \quad A = 2 A_1 = 2 \cdot 2400 \text{ mm}^2 = 4800 \text{ mm}^2$$

$$I_z = 2 \cdot 0.853 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 + 2 \cdot 2400 \text{ mm}^2 \left(\frac{169 \text{ mm}}{2} \right)^2 = 36.0 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$i_z = \sqrt{\frac{I_z}{A}} = \sqrt{\frac{36.0 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{4800 \text{ mm}^2}} = 86.6 \text{ mm}$$

$$\lambda_z = \frac{l_z}{i_z} = \frac{3000 \text{ mm}}{86.6 \text{ mm}} = 34.6$$

Comme $\lambda_z = 34.6 < 75$, la valeur de l'inertie calculée en tenant compte de l'inertie propre des membrures est bien correcte.

L'élancement d'une membrure entre deux étrésoillons vaut :

$$\lambda_1 = \frac{l_1}{i_{z1}} = \frac{600 \text{ mm}}{18.9 \text{ mm}} = 31.8$$

et on peut ainsi déterminer l'élancement idéalisé avec (6.38) :

$$\lambda_{z,id} = \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2} = \sqrt{34.6^2 + 31.8^2} = 47.0$$

- Flambage selon l'axe y (dans le plan du treillis) :

Les deux membrures constituant la barre étrésoillonnée travaillent de manière indépendante, avec une longueur de flambage $l_{Ky} = 0.8 l$ (tab. 5.32) :

$$I_y = 2 I_{y1} = 2 \cdot 9.25 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 18.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{18.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{4800 \text{ mm}^2}} = 62.1 \text{ mm}$$

$$\lambda_y = \frac{l_{Ky}}{i_y} = \frac{0.8 \cdot 3000 \text{ mm}}{62.1 \text{ mm}} = 38.6$$

Stabilité de l'ensemble de la barre

- Flambage selon l'axe z (avec $\lambda_{z, id}$) :

Dans le cas d'une nuance d'acier Fe E 235, le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_{Kz}$ vaut, avec $\lambda_E = 94$:

$$\bar{\lambda}_{Kz} = \frac{\lambda_{z, id}}{\lambda_E} = \frac{47.0}{94} = 0.5$$

Avec les tables SZS C4.1, on détermine alors, à l'aide de la courbe de flambage c valable pour les profilés UNP quel que soit leur type de flambage, le coefficient de flambage $\kappa_z = 0.843$, ce qui permet d'établir la résistance ultime au flambage N_{Kz} suivante (6.2) :

$$N_{Kz} = \kappa_z f_y A = 0.843 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4800 \text{ mm}^2 = 951 \cdot 10^3 \text{ N} = 951 \text{ kN}$$

La vérification du flambage selon cet axe montre que la barre étrésoillonnée est suffisante (6.39) :

$$N_d = 780 \text{ kN} \leq \frac{N_{Kz}}{\gamma_R} = \frac{951 \text{ kN}}{1.1} = 865 \text{ kN}$$

- Flambage selon l'axe y (avec λ_y) :

Un calcul similaire à celui selon l'axe z permet de montrer que la barre étrésoillonnée est suffisante (6.42) :

$$\bar{\lambda}_{Ky} = \frac{\lambda_y}{\lambda_E} = \frac{38.6}{94} = 0.411$$

$$\kappa_y = 0.891 \text{ (courbe } c)$$

$$N_{Ky} = \kappa_y f_y A = 0.891 \cdot 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 4800 \text{ mm}^2 = 1005 \cdot 10^3 \text{ N} = 1005 \text{ kN}$$

$$N_d = 780 \text{ kN} \leq \frac{N_{Ky}}{\gamma_R} = \frac{1005 \text{ kN}}{1.1} = 914 \text{ kN}$$

Stabilité d'une membrure entre deux étrésoillons

La valeur de dimensionnement de l'effort normal repris par la membrure la plus sollicitée peut être établie avec (6.45), compte tenu de $N_{crz, id}$ donné par la relation suivante :

$$N_{crz, id} = \frac{\pi^2 E A}{\lambda_{z, id}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 4800 \text{ mm}^2}{47.0^2} = 4500 \cdot 10^3 \text{ N} = 4500 \text{ kN}$$

$$N_{1d} = \frac{1}{2} N_d + \frac{N_d}{b} \frac{l}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{crz, id}}} \right) = \frac{1}{2} 780 \text{ kN} + \frac{780 \text{ kN}}{169 \text{ mm}} \frac{3000 \text{ mm}}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{780 \text{ kN}}{4500 \text{ kN}}} \right) = 424 \text{ kN}$$

Les tables SZS C4.1 permettent d'établir directement la résistance au flambage d'une membrure UNP 160 en acier Fe E 235 avec $l_K = l_1 = 600 \text{ mm}$, à savoir $N_{K1} = 524 \text{ kN}$. La vérification du flambage d'une membrure entre deux étrésoillons montre à nouveau que la barre étrésoillonnée est suffisante (6.46) :

$$N_{1d} = 424 \text{ kN} \leq \frac{N_{K1}}{\gamma_R} = \frac{524 \text{ kN}}{1.1} = 476 \text{ kN}$$

Sollicitation d'une membrure dans la zone d'extrémité

La valeur de dimensionnement de l'effort tranchant maximal ν_{max} est donnée par (6.48) :

$$\nu_{d,max} = N_d \frac{\pi}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{crz,id}}} \right) = 780 \text{ kN} \frac{\pi}{500} \left(\frac{1}{1 - \frac{780 \text{ kN}}{4500 \text{ kN}}} \right) = 5.93 \text{ kN}$$

La résistance en section de chaque membrure doit donc être vérifiée avec les efforts suivants :

$$N_{1d} = \frac{1}{2} N_d = \frac{1}{2} 780 \text{ kN} = 390 \text{ kN}$$

$$V_{1d} = \frac{\nu_{d,max}}{2} = \frac{5.93 \text{ kN}}{2} = 2.97 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = \frac{\nu_{d,max}}{2} \frac{l_1}{2} = 2.97 \text{ kN} \frac{0.6 \text{ m}}{2} = 0.89 \text{ kNm}$$

La vérification de l'interaction entre ces différents efforts, selon la théorie exposée au paragraphe 4.6.5, montrerait que la résistance en section serait suffisante (avec un calcul plastique).

Sollicitations des étréssillons

Chaque étréssillon doit être dimensionné avec l'effort tranchant agissant sur l'étréssillon le plus sollicité, à savoir le premier de la zone d'extrémité de la barre. L'effort tranchant à reprendre par l'ensemble des deux étréssillons est donné par (6.49) :

$$V_{2d} = \nu_{d,max} \frac{l_1}{b} = 5.93 \text{ kN} \frac{600 \text{ mm}}{169 \text{ mm}} = 21.1 \text{ kN}$$

Les cordons d'angle constituant la liaison des étréssillons sur les membrures sont donc à dimensionner avec les efforts suivants (fig. 6.17), en admettant une largeur d'étréssillon $2a = 170 \text{ mm}$:

$$F_{dx} = \frac{V_{2d}}{2} = \frac{21.1 \text{ kN}}{2} = 10.6 \text{ kN}$$

$$F_{dy} = F_{dx} \frac{a}{h} = 10.6 \text{ kN} \frac{85 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} = 7.5 \text{ kN}$$

Le dimensionnement de ces cordons d'angle, selon la théorie exposée au paragraphe 7.4.2, montrerait qu'une section de gorge de 4 mm (minimum constructif) serait largement suffisante.

6.5 Poteaux mixtes

6.5.1 Hypothèses de base

On parle de poteau mixte lorsqu'un profilé laminé (ou d'autres types de sections métalliques) soumis essentiellement à de la compression est combiné avec du béton. Les poteaux mixtes, souvent préfabriqués, sont essentiellement utilisés pour reprendre un effort normal important avec une section d'aire relativement faible. Ils sont également utilisés dans les bâtiments élevés sensibles aux actions horizontales telles que le vent (pour augmenter la rigidité des colonnes, donc diminuer les déformations horizontales) ou les séismes (pour lesquels la ductilité de l'acier est importante). La présence du béton autour d'un profilé métallique à section ouverte ou à l'intérieur d'un profilé creux contribue par ailleurs à améliorer la résistance au feu de l'élément métallique. La figure 6.18 présente quelques exemples courants de sections de poteaux mixtes, dans lesquelles on relèvera aussi parfois la présence d'armature longitudinale, qui contribue également à la résistance du poteau mixte.

Pour résoudre le problème complexe du flambage d'une colonne composée de deux matériaux, l'acier et le béton, les recherches effectuées ont montré qu'il était possible d'appliquer les théories développées pour les profilés métalliques, en étendant la notion de coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ aux sections mixtes. La résistance ultime des poteaux mixtes soumis à de la compression centrée et à de la flexion composée,

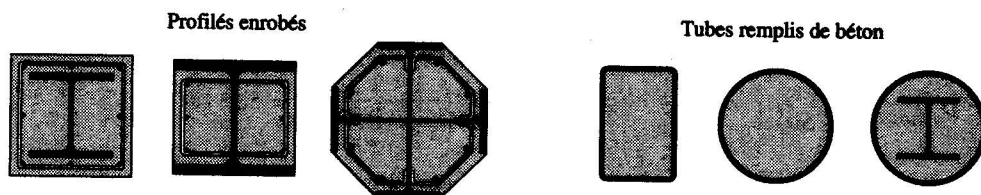


Fig. 6.18 Exemples de sections de poteaux mixtes.

qui sont les deux modes de sollicitation essentiels de ce type d'éléments, est présentée dans cette section. Certaines conditions doivent être respectées pour que les méthodes de calcul simplifiées exposées ici, pour lesquelles le retrait peut être négligé, soient applicables. Ces conditions sont les suivantes :

- Le poteau mixte est considéré comme un élément isolé (on raisonne donc avec la notion de barre équivalente introduite à la section 6.1) faisant partie d'une structure tenue latéralement ou pouvant être considérée comme rigide.

L'Eurocode 3 (§ 5.2.5.2) propose des critères permettant d'estimer la rigidité d'une structure.

- Le poteau mixte est doublement symétrique et de section constante sur toute sa longueur.
- Le taux d'armature longitudinale ne dépasse pas 4%.
- La contribution du béton à la résistance ultime de la section mixte est au maximum de 80%. Cette valeur est donnée par la norme SIA 161 pour définir la limite au-delà de laquelle l'élément comprimé est à considérer comme une colonne en béton armé.

L'Eurocode 4 (§ 4.8.3.1) fixe également une contribution du béton minimale de 10%, en dessous de laquelle l'élément est à considérer comme une colonne métallique.

- Pour tenir compte de l'influence des effets à long terme, on utilise habituellement une valeur réduite du module d'élasticité E_c du béton, que l'on admet non fissuré. La norme SIA 161 propose pour cela une valeur de E_c égale au maximum à la moitié de celle du module d'élasticité instantané E_{c0} défini par (4.103) :

$$E_c \leq \frac{E_{c0}}{2} = 7000 (f_c + 4)^{0.3} \quad (6.50)$$

E_c : module d'élasticité du béton pour les poteaux mixtes [N/mm²]

f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton [N/mm²]

L'Eurocode 4 (§ 3.1.4) propose également des valeurs réduites du module d'élasticité tout en fixant des limites, par exemple une valeur supérieure de $\bar{\lambda}_K$ ou une excentricité maximale de la charge afin de mieux prendre en compte les effets à long terme. D'autres compléments permettent de prendre en compte le type de cadre (libre ou tenu latéralement) dans lequel se situe le poteau, le type de section (profilé enrobé ou tube rempli), etc.

- La résistance au cisaillement à l'interface acier-béton qui peut être assurée par adhérence et frottement vaut :

- profilés entièrement enrobés : $\tau_u = 0.6 \text{ N/mm}^2$,
- ailes de profilés partiellement enrobés : $\tau_u = 0.2 \text{ N/mm}^2$,
- âmes de profilés partiellement enrobés : $\tau_u = 0.0 \text{ N/mm}^2$,
- profilés creux remplis de béton : $\tau_u = 0.4 \text{ N/mm}^2$.

Si ces contraintes sont dépassées, tout le cisaillement doit être repris par des connecteurs.

- Le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ du poteau mixte ne doit pas être plus grand que 2.0.
- La prise en compte des contraintes résiduelles et des imperfections s'effectue en admettant une déformée initiale, identique à celle admise pour les éléments comprimés métalliques (§ 10.3.2).
- Les effets du voilement local de la section métallique sont négligeables si les conditions suivantes sont respectées pour les profilés enrobés :

- recouvrement minimal de béton : 40 mm ou $2c/6$,
- taux d'armature longitudinale minimal : 0.6% (norme SIA 161) ou 0.3% (Eurocode 4),
- élancement des ailes : $c/t \leq 0.75 \sqrt{E_a / f_{ya}}$,

et pour les tubes remplis de béton :

- tubes ronds : $D/t \leq 0.1 E_a / f_{ya}$,
- tubes carrés ou rectangulaires : $b/t \leq 1.71 \sqrt{E_a / f_{ya}}$.

6.5.2 Effort normal

Il a été vu au paragraphe 4.7.3 que l'effort normal plastique N_{plb} d'une section mixte soumise à un effort normal pouvait s'exprimer par la relation suivante :

$$N_{plb} = f_{ya} A_a + f_{ys} A_s + f_c A_c \quad (6.51)$$

f_{ya} : limite d'élasticité de l'acier du profilé

f_{ys} : limite d'élasticité de l'acier des armatures

f_c : valeur de calcul de la résistance à la compression du béton

A_a : aire de la section d'acier du profilé

A_s : aire de la section d'armature

A_c : aire de la section de béton

Si l'élément comprimé est d'une certaine longueur, sa résistance ultime est influencée par le flambage qui risque de se produire à un niveau de charge inférieur à N_{plb} . La résistance ultime au flambage N_K peut être déterminée à l'aide du coefficient de flambage κ obtenu avec les courbes européennes de flambage, qui sont fonction du coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ défini par (10.26) :

$$\bar{\lambda}_K = \sqrt{\frac{N_{plb}}{N_{cr}}} \quad (6.52)$$

N_{cr} : charge critique de flambage élastique définie par (6.53)

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_b}{l_K^2} \quad (6.53)$$

l_K : longueur de flambage

$(EI)_b$: rigidité de la section mixte définie par (6.54)

$$(EI)_b = E_a I_a + E_s I_s + E_c I_c \quad (6.54)$$

E_a : module d'élasticité de l'acier du profilé

E_s : module d'élasticité de l'acier d'armature ($E_s = E_a$)

E_c : module d'élasticité du béton

I_a : inertie de la section du profilé

I_s : inertie de la section des armatures

I_c : inertie de la section de béton

La résistance ultime au flambage N_K peut finalement être établie à partir de la relation suivante, similaire à (6.2),

$$N_K = \kappa N_R \quad (6.55)$$

dans laquelle intervient la résistance ultime à l'effort normal N_R , établie au paragraphe 4.7.3, et dans laquelle le facteur 0.9 se justifie par le fait que les facteurs de résistance γ_R ne sont pas identiques pour une section métallique ($\gamma_R = 1.1$) et pour une section en béton armé ($\gamma_R = 1.2$) :

$$N_R = f_{ya} A_a + 0.9 (f_{ys} A_s + f_c A_c) \quad (6.56)$$

Une telle procédure a l'avantage de permettre d'employer le facteur de résistance $\gamma_R = 1.1$ utilisé habituellement pour la vérification de la sécurité structurale d'une barre comprimée en acier :

$$N_d \leq \frac{N_K}{\gamma_R} \quad (6.57)$$

N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression

N_K : résistance ultime au flambage

Il convient de relever que la norme SIA 161 n'utilise pas la même terminologie que celle adoptée ici pour N_{plb} . Nous nous sommes distancé du contenu de cette norme pour rester cohérent avec la théorie exposée dans ce volume et par ailleurs dans l'Eurocode 4.

Exemple 6.6 Poteau mixte comprimé

Soit le poteau mixte dont la section transversale et le système statique sont définis à la figure 6.19. Le profilé HEA 180 est en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$), l'armature longitudinale est en acier S 500 ($f_{ys} = 460 \text{ N/mm}^2$) et le béton utilisé pour l'enrobage est un béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$).

Calculer la résistance ultime au flambage de ce poteau mixte, dont les résistances en section élastique et plastique ont été déterminées dans l'exemple 4.12.

Caractéristiques de la section par rapport à l'axe z

Comme la longueur de flambage selon les deux axes y et z est identique, le flambage selon l'axe z est déterminant. Les caractéristiques de la section par rapport à cet axe sont les suivantes :

$$A_a = 4530 \text{ mm}^2 \text{ selon les tables SZS C5}$$

$$A_s = 2512 \text{ mm}^2 \text{ (correspond à huit barres } \varnothing 20 \text{ mm)}$$

$$A_c = A_{tot} - A_a - A_s = (320 \text{ mm})^2 - 4530 \text{ mm}^2 - 2512 \text{ mm}^2 = 95\,360 \text{ mm}^2$$

$$I_{az} = 9.25 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \text{ selon les tables SZS C5}$$

$$I_{sz} \cong 2 \cdot 3 \frac{\pi (20 \text{ mm})^2}{4} (160 \text{ mm} - 40 \text{ mm})^2 = 27.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \text{ (inertie propre négligée)}$$

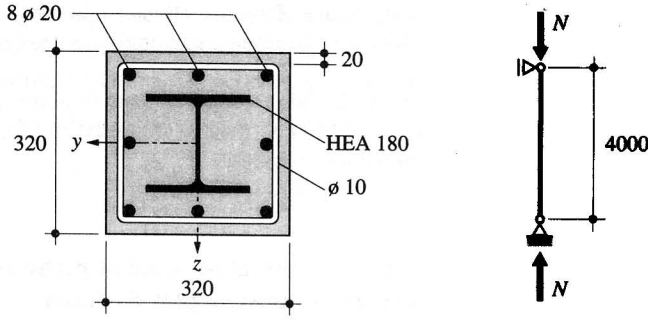


Fig. 6.19 Poteau mixte comprimé.

$$I_{cz} = \frac{b h^3}{12} - I_{az} - I_{sz} = \frac{(320 \text{ mm})^4}{12} - 9.25 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 - 27.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 837.5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2512 \text{ mm}^2}{95360 \text{ mm}^2} = 2.6 \%$$

Le taux d'armature est compris entre les valeurs limites de 0.6 % et 4 %. La méthode exposée au paragraphe 6.5.2 peut donc être utilisée.

Charge critique de flambage élastique

Pour le poteau mixte, la charge critique de flambage élastique selon l'axe z est donnée par (6.53) avec les caractéristiques suivantes :

$$l_{Kz} = l = 4000 \text{ mm}$$

$$E_a = E_s = 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 7000 (f_c + 4)^{0.3} = 7000 \cdot (19.5 + 4)^{0.3} = 18.0 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$(EI)_b = E_a I_{az} + E_s I_{sz} + E_c I_{cz} = (210 \cdot 9.25 + 210 \cdot 27.1 + 18.0 \cdot 837.5) 10^9 = 22710 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$N_{crz} = \frac{\pi^2 (EI)_b}{l_{Kz}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 22710 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2}{(4000 \text{ mm})^2} = 14010 \cdot 10^3 \text{ N} = 14010 \text{ kN}$$

Résistance ultime au flambage

Avant de pouvoir déterminer la résistance ultime au flambage, il est nécessaire de contrôler que la contribution du béton à la résistance soit inférieure à 80 %. Avec l'effort normal plastique établi à l'exemple 4.12 ($N_{plb} = 4080 \text{ kN}$), on peut vérifier que la participation du béton à la résistance est effectivement inférieure à 80 % :

$$\frac{f_c A_c}{N_{plb}} = \frac{19.5 \text{ N/mm}^2 \cdot 95360 \text{ mm}^2}{4080 \cdot 10^3 \text{ N}} = 46\% \leq 80\%$$

La résistance ultime à l'effort normal vaut donc (6.56) :

$$N_R = f_{ya} A_a + 0.9 (f_{ys} A_s + f_c A_c) = [235 \cdot 4530 + 0.9 (460 \cdot 2512 + 19.5 \cdot 95360)] 10^{-3} = 3780 \text{ kN}$$

La courbe de flambage à considérer pour la section mixte est celle qui correspond au profilé métallique, à savoir la courbe c pour le flambage selon l'axe faible d'un profilé HEA 180. La résistance ultime au flambage peut alors être obtenue en utilisant successivement (6.52) et (6.55) :

$$\bar{\lambda}_{Kz} = \sqrt{\frac{N_{plb}}{N_{crz}}} = \sqrt{\frac{4080 \text{ kN}}{14010 \text{ kN}}} = 0.54$$

d'où $\kappa_z = 0.82$ avec la courbe de flambage c (tables SZS C4.1)

$$N_{Kz} = \kappa_z N_R = 0.82 \cdot 3780 \text{ kN} = 3100 \text{ kN}$$

Sur la base d'un calcul similaire, on aurait obtenu une résistance ultime au flambage $N_{Kz} = 3410$ kN pour un HEB 180 et $N_{Kz} = 3870$ kN pour un HEM 160 (la résistance en section de ces deux profilés a été établie à l'exemple 4.12).

Remarquons pour terminer qu'un calcul selon la théorie exposée dans la norme SIA 161 permettrait d'établir une résistance ultime au flambage $N_{Kz} = 3140$ kN (pour le cas du HEA 180), ce qui représente à peine 1 % de plus que la valeur de 3100 kN déterminée ci-dessus.

6.5.3 Effort normal et flexion uniaxiale

Comme le poteau mixte est un élément porteur faisant en général partie d'une structure entière (ossature de bâtiment, par exemple), il est souvent soumis, en plus de l'effort de compression, à de la flexion, éventuellement même influencée par des effets du second ordre. Le cas général de sollicitation d'un poteau mixte est donc une interaction entre un effort normal, des moments d'extrémité et une charge transversale éventuelle (fig. 6.20).

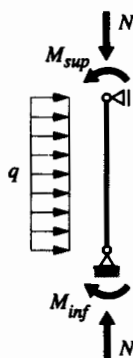


Fig. 6.20 Système statique et sollicitations d'un poteau mixte soumis à de la flexion composée.

L'Eurocode 4 (§ 4.8.3.9 ss) a servi de base à la «théorie» présentée dans ce paragraphe ainsi que dans le suivant. Malgré son côté «recette de cuisine», il nous a tout de même semblé intéressant de décrire cette matière, étant donné que les normes SIA ne donnent pas d'indications dans le cas d'une interaction entre un effort normal et de la flexion.

La résistance d'un élément mixte soumis à de la flexion composée peut être calculée à l'aide de courbes d'interaction, comme on le fait couramment pour les éléments en béton armé (vol. 7). La méthode exposée dans l'Eurocode consiste à établir la courbe d'interaction plastique $M-N$ propre à la section transversale considérée. Un exemple d'une telle courbe est donné à la figure 6.21. Cette courbe est utilisée en tenant compte de l'élancement de la barre équivalente et de la répartition des moments de flexion le long de cette barre. La marche à suivre est la suivante (fig. 6.21) :

- Le coefficient de flambage κ servant à établir avec (6.55) la résistance ultime au flambage N_K de la barre sous effort normal centré est reporté sur l'axe vertical de la courbe d'interaction $M-N$.
- La valeur du coefficient μ_K , qui représente le moment dû à l'imperfection de la barre mixte équivalente, est ensuite établi avec la courbe d'interaction.

L'influence de cette imperfection diminue linéairement avec la charge jusqu'à une valeur κ_ψ , qui tient compte du fait que l'imperfection de la barre et les moments de flexion dans la barre n'agissent pas simultanément d'une façon défavorable. En cas de moments appliqués aux extrémités de la barre, on a :

$$\kappa_\psi = \kappa \frac{1-\psi}{4} \leq \kappa_d \quad (6.58)$$

ψ : rapport entre le plus petit moment d'extrémité et le plus grand (avec leurs signes)
($\psi = 1.0$ lorsqu'une charge transversale agit le long de la barre)

κ_d : coefficient correspondant à la charge N_d , défini par (6.59)

$$\kappa_d = \frac{N_d}{N_R/\gamma_R} \quad (6.59)$$

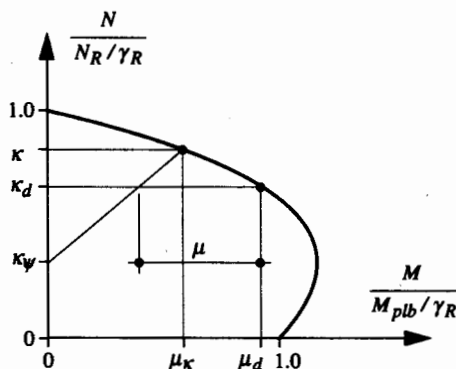


Fig. 6.21 Courbe d'interaction M - N d'une section mixte.

- Le coefficient κ_d permet d'établir, avec la courbe d'interaction, la valeur du coefficient μ_d , qui vaut par ailleurs :

$$\mu_d = \frac{M_d}{M_{plb}/\gamma_R} \quad (6.60)$$

- Le coefficient μ , caractérisant la résistance ultime à la flexion qui peut être monopolisée compte tenu de l'effort normal et des imperfections, peut alors être déterminé ainsi :

$$\mu = \mu_d - \mu_\kappa \frac{\kappa_d - \kappa_\psi}{\kappa - \kappa_\psi} \quad (6.61)$$

L'Eurocode 4 (§ 4.8.3.13) contient encore quelques indications complémentaires concernant notamment le cas où l'effort normal et le moment de flexion sont indépendants l'un de l'autre.

- La vérification de la sécurité structurale des éléments mixtes soumis à de la flexion composée peut alors être effectuée à l'aide des relations suivantes :

$$N_d \leq \frac{N_K}{\gamma_R} \quad (6.62)$$

$$M_{d,max} \leq 0.9 \mu \frac{M_{plb}}{\gamma_R} \quad (6.63)$$

- N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression
 N_K : résistance ultime au flambage, établie avec (6.55) ($N_K = \kappa N_R$)
 $M_{d,max}$: valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment de flexion maximal agissant sur le poteau ($M_{d,max}$ n'agit donc pas forcément à l'une des extrémités du poteau)
 M_{plb} : moment plastique de la section mixte, établi selon les règles de dimensionnement des sections de béton armé (vol. 7)

- Les effets du second ordre doivent être considérés si l'une des conditions suivantes est remplie :
 - $N_d / N_{cr} > 0.1$ lorsque il n'y a pas de moment aux extrémités (N_{cr} = charge critique de flambage élastique selon (6.53)),
 - $\bar{\lambda}_K > 0.2 (2 - \psi)$ lorsque la flexion est introduite par des moments d'extrémités.

Il faut alors remplacer dans (6.63) le moment du premier ordre $M_{d,max}$ par le moment du second ordre $\mathcal{M}_{d,max}$, qui peut être établi de la façon suivante :

$$\mathcal{M}_{d,max} = \left(\frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \right) \omega M_{d,max} = k M_{d,max} \geq M_{d,max} \quad (6.64)$$

- (...) : facteur d'amplification pour tenir compte des effets du second ordre
 ω : coefficient défini par (6.15) ($\omega = 1.0$ lorsqu'une charge transversale agit sur la barre)
 k : coefficient englobant le facteur d'amplification et ω ($k \geq 1.0$)

Exemple 6.7 Poteau mixte comprimé et fléchi

Soit un poteau mixte dont la section transversale (identique à celle examinée à l'exemple 6.6) et le système statique sont définis à la figure 6.22. Le profilé HEA 180 est en acier Fe E 235 ($f_{ya} = 235 \text{ N/mm}^2$), l'armature longitudinale est en acier S 500 ($f_{ys} = 460 \text{ N/mm}^2$) et le béton utilisé pour l'enrobage est un béton B 40/30 ($f_c = 19.5 \text{ N/mm}^2$).

Déterminer la valeur de dimensionnement M_{dy} du moment de flexion que peut reprendre ce poteau, s'il est soumis simultanément à un effort normal de compression centré dont la valeur de dimensionnement vaut $N_d = 2500 \text{ kN}$. On admet que le poteau est tenu latéralement selon l'axe faible z , ce qui exclut le flambage selon cet axe.

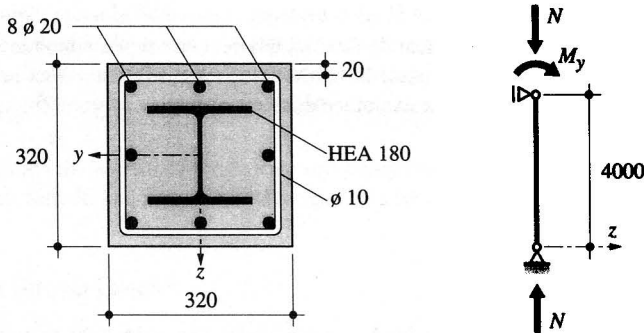


Fig. 6.22 Poteau mixte comprimé et fléchi.

Caractéristiques de la section par rapport à l'axe fort y

A l'exception des inerties, les caractéristiques de la section ont été établies à l'exemple 6.6. Les inerties par rapport à l'axe y sont les suivantes :

$$I_{ay} = 25.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \text{ selon les tables SZS C5}$$

$$I_{sy} = I_{sz} \cong 2 \cdot 3 \frac{\pi (20 \text{ mm})^2}{4} (160 \text{ mm} - 40 \text{ mm})^2 = 27.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 \text{ (inertie propre négligée)}$$

$$I_{cy} = \frac{b h^3}{12} - I_{ay} - I_{sy} = \frac{(320 \text{ mm})^4}{12} - 25.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 - 27.1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4 = 821.6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Charge critique de flambage élastique

Pour le poteau mixte, la charge critique de flambage élastique selon l'axe y est donnée par (6.53) avec les caractéristiques suivantes :

$$l_{Ky} = l = 4000 \text{ mm}$$

$$E_a = E_s = 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$E_c = 7000 (f_c + 4)^{0.3} = 7000 \cdot (19.5 + 4)^{0.3} = 18.0 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$$

$$(EI)_b = E_a I_{ay} + E_s I_{sy} + E_c I_{cy} = (210 \cdot 25.1 + 210 \cdot 27.1 + 18.0 \cdot 821.6) 10^9 = 25\,750 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2$$

$$N_{cry} = \frac{\pi^2 (EI)_b}{l_{Ky}^2} = \frac{\pi^2 \cdot 25\,750 \cdot 10^9 \text{ Nmm}^2}{(4000 \text{ mm})^2} = 15\,880 \cdot 10^3 \text{ N} = 15\,880 \text{ kN}$$

Résistance ultime au flambage

Il a été démontré dans l'exemple 6.6 que la participation du béton à la résistance était inférieure à 80 %. L'effort normal plastique ainsi que la résistance ultime à l'effort normal valent respectivement (exemple 6.6) :

$$N_{plb} = 4080 \text{ kN} \text{ et } N_R = 3780 \text{ kN}$$

La courbe de flambage pour la section mixte est celle qui correspond au profilé métallique, à savoir la courbe b pour le flambage selon l'axe fort d'un profilé HEA 180. La résistance ultime au flambage est obtenue en utilisant successivement (6.52) et (6.55) :

$$\bar{\lambda}_{Ky} = \sqrt{\frac{N_{plb}}{N_{cry}}} = \sqrt{\frac{4080 \text{ kN}}{15\,880 \text{ kN}}} = 0.507$$

d'où $\kappa_y = 0.88$ avec la courbe de flambage b (tables SZS C4.1)

$$N_{Ky} = \kappa_y N_R = 0.88 \cdot 3780 \text{ kN} = 3330 \text{ kN}$$

L'application de (6.62) montre que la résistance au flambage de ce poteau est suffisante :

$$N_d = 2500 \text{ kN} \leq \frac{N_{Ky}}{\gamma_R} = \frac{3330 \text{ kN}}{1.1} = 3030 \text{ kN}$$

Moment de flexion pouvant être repris

La valeur de dimensionnement du moment de flexion, qui peut être repris simultanément à l'effort normal $N_d = 2500$ kN, est déterminée en appliquant la méthode de calcul décrite dans le paragraphe 6.5.3. La courbe d'interaction M - N de la section mixte examinée dans cet exemple est représentée à la figure 6.23.

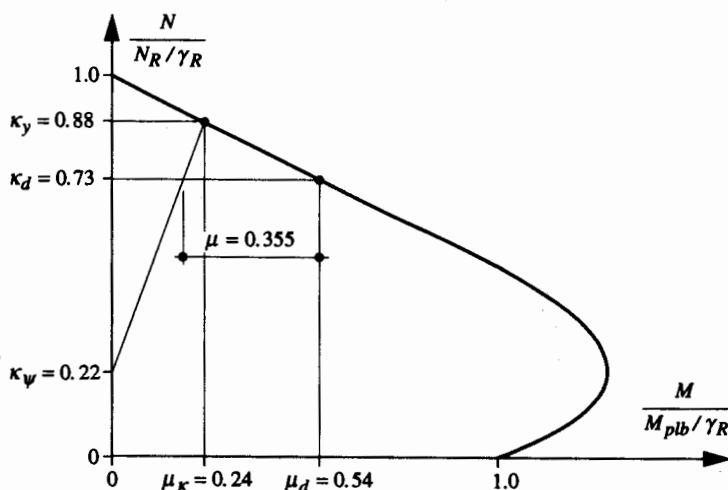


Fig. 6.23 Courbe d'interaction M - N de la section mixte examinée.

Le coefficient de flambage $\kappa_y = 0.88$ établi précédemment permet d'estimer $\mu_\kappa = 0.24$ sur la courbe d'interaction de la figure 6.23.

Comme le diagramme des moments est triangulaire, avec $M_{min} = 0$, $\psi = 0$. Les autres coefficients sont établis avec la courbe d'interaction et selon respectivement (6.58), (6.59) et (6.61) :

$$\kappa_\psi = \kappa_y \frac{1 - \psi}{4} = \kappa_y \frac{1 - 0}{4} = \frac{0.88}{4} = 0.22$$

$$\kappa_d = \frac{N_d}{N_R / \gamma_R} = \frac{2500 \text{ kN}}{3780 \text{ kN} / 1.1} = 0.73 \text{ d'où } \mu_d = 0.54$$

$$\mu = \mu_d - \mu_\kappa \frac{\kappa_d - \kappa_\psi}{\kappa_y - \kappa_\psi} = 0.54 - 0.24 \frac{0.73 - 0.22}{0.88 - 0.22} = 0.355$$

Comme le coefficient d'élancement $\lambda_{\kappa_y} = 0.507 > 0.2 (2 - \psi) = 0.40$, il est nécessaire de vérifier si les effets du second ordre sont à considérer. Le coefficient k permettant d'établir le moment du second ordre peut être établi en utilisant (6.15) pour le coefficient ω :

$$\omega_y = 0.6 + 0.4 \frac{M_{d,min}}{M_{d,max}} = 0.6 + 0 = 0.6 \geq 0.4$$

$$k = \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cry}}} \omega_y = \frac{1}{1 - \frac{2500 \text{ kN}}{15\,880 \text{ kN}}} 0.6 = 0.712 < 1.0 \text{ d'où } k = 1.0$$

Le moment de flexion du premier ordre $M_{d,max}$ ne doit donc pas être amplifié pour tenir compte de l'influence du second ordre.

Après avoir déterminé, selon la démarche présentée dans le volume 7, le moment plastique de la section mixte $M_{plb} = 194 \text{ kNm}$ (dans le diagramme d'interaction, cette valeur correspond à $N_d = 0$), on peut établir avec (6.63) la valeur de dimensionnement du moment maximal qui peut encore être repris par la section :

$$M_{d,max} \leq 0.9 \mu \frac{M_{plb}}{\gamma_R} = 0.9 \cdot 0.355 \frac{194 \text{ kNm}}{1.1} = 56.3 \text{ kNm}$$

Pour que la vérification de la sécurité structurale soit complète, il serait encore nécessaire de contrôler la résistance à l'effort tranchant, le voilement local ainsi que l'introduction des forces aux extrémités du poteau.

6.5.4 Effort normal et flexion gauche

Le calcul de la résistance d'un élément mixte soumis à de la flexion gauche composée est analogue à celui de la flexion composée présenté au paragraphe 6.5.3. Outre la vérification de la stabilité avec l'effort normal (6.62), il est nécessaire de vérifier l'interaction $M-N$ selon les axes y et z :

$$M_{dy,max} \leq 0.9 \mu_y \frac{M_{plby}}{\gamma_R} \quad (6.65 \text{ a})$$

$$M_{dz,max} \leq 0.9 \mu_z \frac{M_{plbz}}{\gamma_R} \quad (6.65 \text{ b})$$

ainsi que l'interaction entre les moments selon les deux axes :

$$\frac{M_{dy,max}}{\mu_y M_{plby}/\gamma_R} + \frac{M_{dz,max}}{\mu_z M_{plbz}/\gamma_R} \leq 1 \quad (6.66)$$

Les imperfections de la barre mixte équivalente ne doivent être considérées, pour le cas de la flexion gauche composée, que selon l'axe où la rupture est supposée se produire. On néglige les éventuelles imperfections selon l'autre axe, celles-ci n'ayant aucune influence sur l'axe déterminant. En cas de doute au sujet de l'axe déterminant, on fera la vérification selon les deux axes. La figure 6.24 montre les courbes d'interaction $M-N$ d'un poteau mixte où l'on a tenu compte des imperfections selon l'axe z .

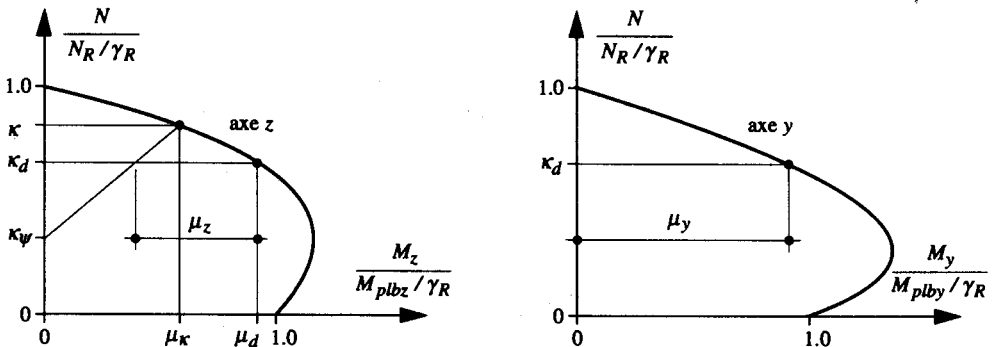


Fig. 6.24 Courbes d'interaction $M-N$ d'une section mixte soumise à de la flexion gauche composée.

6.6 Éléments à parois minces

6.6.1 Introduction

Les éléments à parois minces sont utilisés de plus en plus fréquemment en charpente métallique, que ce soit en compression simple ou en flexion composée. Citons parmi leurs applications les plus courantes les éléments verticaux des ossatures de façade, les treillis constituant des pylônes ou des mâts de lignes à haute tension ainsi que les éléments porteurs principaux et secondaires de serres.

La section des profils à parois minces est formée d'éléments plans et arrondis juxtaposés. Elle comporte souvent des raidisseurs en forme de rainures et de plis (§ 5.9.1). Plusieurs profils peuvent être assemblés par rivetage, boulonnage ou soudage pour former une section composée. De ce fait, la variété de section des éléments à parois minces est très grande. La figure 6.25 en présente quelques-unes des plus typiques, bien qu'il en existe de très particulières développées pour des applications spécifiques.

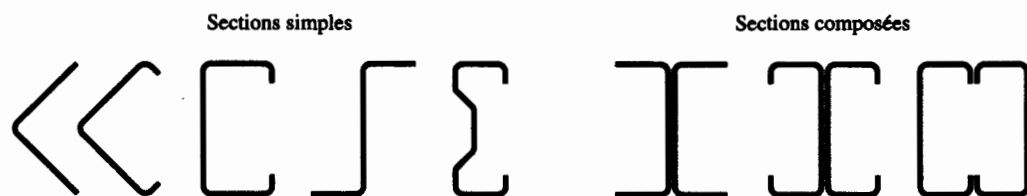


Fig. 6.25 Exemples de quelques types de section de profils à parois minces.

Contrairement aux éléments en profilés laminés à chaud, les éléments à parois minces ne remplissent pas les conditions d'élancement nécessaires pour permettre un calcul élastique de leur résistance en section. Ils doivent donc être dimensionnés avec un calcul EER (§ 2.6.3). Leur résistance ultime à la compression est ainsi limitée par un (ou une combinaison de plusieurs) phénomène(s) d'instabilité tel(s) que :

- le voilement local des parois,
- le flambage par flexion,
- le flambage par torsion,
- le flambage par flexion et torsion.

Cette section se limite à donner le principe du dimensionnement des éléments à parois minces comprimés, en mettant essentiellement en évidence la façon dont le voilement de la section est pris en compte dans les cas de compression centrée et de flexion composée. Le contenu de ce texte se réfère essentiellement à la partie 1.3 de l'Eurocode 3 [6.6], qui traite de façon détaillée ce type d'éléments.

6.6.2 Voilement local

La résistance en section d'un élément soumis à un effort normal (sect. 4.2), satisfaisant les conditions d'élancement nécessaires pour que sa section puisse se plastifier, est donnée par l'effort normal plastique :

$$N_{pl} = f_y A \quad (6.67)$$

La résistance en section d'un élément à parois mince est par contre influencée par le voilement. Il est montré au chapitre 12 qu'une façon de tenir compte de ce phénomène d'instabilité est de raisonner avec la largeur efficace des éléments comprimés composant la section (§ 12.3.2). Le rapport entre l'aire de la section efficace et l'aire totale permet de définir le *facteur de minceur* β_A , qui représente l'influence du voilement de la section sur sa résistance à la compression :

$$\beta_A = \frac{A_{ef}}{A} \quad (6.68)$$

A_{ef} : aire de la section efficace de l'élément à parois minces ($A_{ef} = b_{ef} t$)

A : aire totale de la section de l'élément à parois minces

Le facteur de minceur β_A , toujours inférieur ou égal à 1.0, est utilisé par la suite pour tenir compte de façon relativement simple du voilement local dans le calcul du flambage des éléments à parois minces.

6.6.3 Effort normal




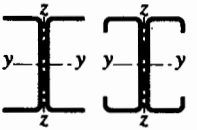
La relation générale (6.2) exprimant la résistance ultime au flambage N_K peut s'écrire ainsi, si l'on ne considère que l'aire A_{ef} de la section efficace d'un élément à parois minces comprimé :

$$N_K = \sigma_K A_{ef} = \kappa f_y A_{ef} \quad (6.69)$$

L'utilisation de (6.69) selon la même démarche que celle présentée à la section 6.2 est possible moyennant les précisions suivantes :

- Le tableau 6.26, tiré de [6.6], permet d'identifier la courbe de flambage de la figure 6.4 à considérer selon le type de section.

Tableau 6.26 Choix de la courbe de flambage.

Type de section				
Courbe de flambage	b	c	b	a (selon l'axe y) b (selon l'axe z)

- Le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ permettant de déterminer, avec les courbes de flambage, le coefficient de flambage κ est à établir avec (6.70), basée sur (10.26) mais qui tient compte de l'influence du voilement de la section sur le flambage d'un élément à parois minces avec le facteur de minceur β_A défini par (6.68) :

$$\bar{\lambda}_K = \sqrt{\frac{\beta_A N_{pl}}{N_{cr}}} \quad (6.70)$$

Précisons encore que le voilement local est déterminant pour les éléments dont le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K \leq 0.2$ (le coefficient de flambage vaut alors $\kappa = 1$), tandis que le flambage est déterminant

pour les éléments à grand élancement. Entre ces deux extrêmes se situe une zone de transition, dans laquelle (6.70) définit l'interaction entre le voilement local et le flambage.

6.6.4 Effort normal et flexion uniaxiale

La figure 6.27 montre de quelle façon une section bisymétrique (fig. 6.27(a)) d'un élément à parois minces est réduite, selon le principe de la largeur efficace introduit au paragraphe 5.9.2, en fonction du type de sollicitation :

- en cas d'effort normal centré, la section réduite est également bisymétrique (fig. 6.27(b)),
- en cas de flexion due à un effort normal introduit avec une excentricité e (fig. 6.27(c)), la section n'est à réduire que dans sa partie comprimée : elle n'est alors plus symétrique.

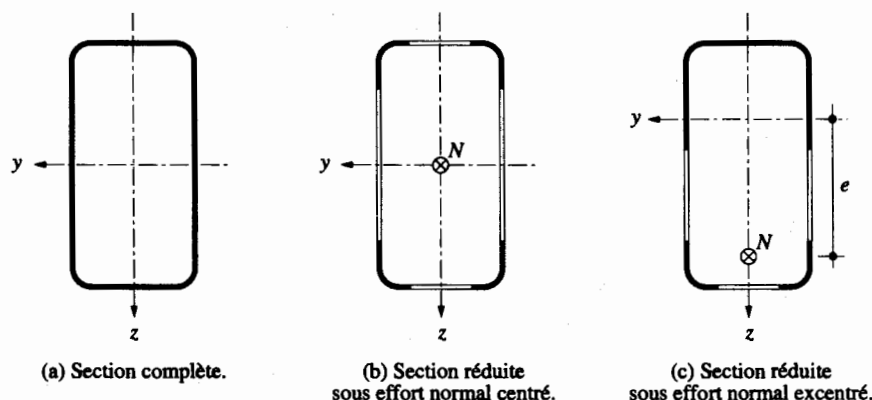


Fig. 6.27 Réduction de section d'un élément à parois minces soumis à un effort de compression.

Les caractéristiques de la section réduite d'un élément à parois minces sont prises en compte dans l'évaluation de sa stabilité en cas de flexion composée, qui peut se faire sur la base d'une relation similaire à (6.16), à condition que le flambage hors du plan soit empêché :

$$\frac{N_d}{N_K \gamma_R} + \frac{1}{1 - \frac{N_d}{N_{cr}}} \frac{\omega_y M_{d,max}}{M_R \gamma_R} \leq 1 \quad (6.71)$$

- N_d : valeur de dimensionnement de l'effort normal de compression
 N_K : résistance ultime au flambage de la section réduite selon (6.69)
 N_{cr} : charge critique de flambage élastique de la section réduite
 $M_{d,max}$: valeur absolue de la valeur de dimensionnement du moment maximal
 ω_y : coefficient défini par (6.17)
 M_R : résistance ultime à la flexion de la section réduite ($M_R = f_y W_{ef}$)

On consultera la partie 1.3 de l'Eurocode 3 [6.6] pour de plus amples informations sur le dimensionnement des éléments à parois minces comprimés et fléchis.

Références

- [6.1] TIMOSHENKO, S.P., *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod, Paris, 1966 (2^e édition).
- [6.2] *Notes techniques de la Commission pour l'étude de la construction métallique*, CRIF Centre de recherches scientifiques et techniques de l'industrie des fabricants métalliques, Bruxelles, 1957.
- [6.3] DUBAS, P., *Stabilité des structures et des barres*, SIA Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zurich, 1991 (Documentation D 070, pp. 39-49).
- [6.4] DUBAS, P., 1992 (Correspondance avec l'ICOM-Construction métallique).
- [6.5] BEER, H., SCHULZ, G., *Biegeknicken gerader, planmässig zentrisch gedrückter Stäbe aus Baustahl*, CECM Convention européenne de la construction métallique, Rotterdam, 1973 (Commission VIII-73-1).
- [6.6] Eurocode 3 - Part 1.3, *Cold Formed Thin Gauge Members and Sheeting*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1993.

7 Soudures



7.1 Introduction

Les moyens d'assemblage tels que les soudures ou les boulons permettent de relier entre elles les pièces élémentaires, de formes diverses, constituant une charpente métallique. Les assemblages soudés (fig. 7.1) représentent ainsi une composante essentielle de toute structure et méritent de ce fait une attention particulière.

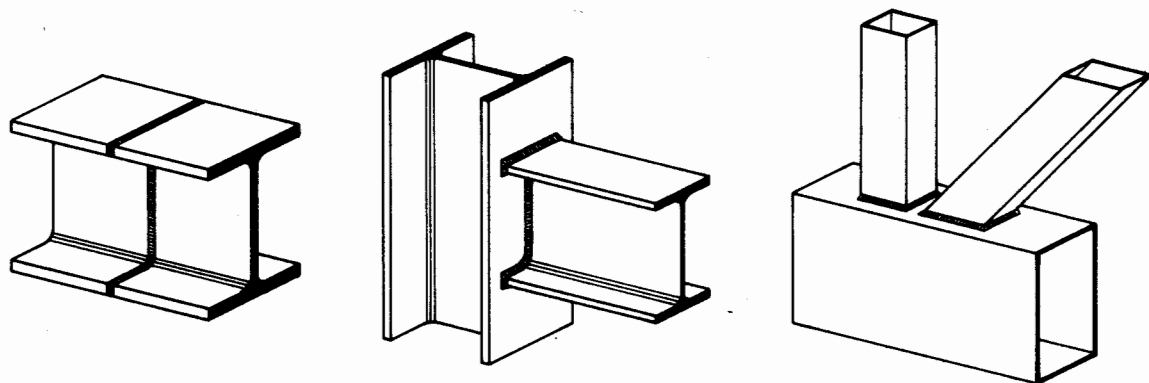


Fig. 7.1 Exemples d'assemblages soudés.

De plus, la connaissance des caractéristiques des moyens d'assemblage est indispensable pour choisir le type le mieux adapté à une structure, ainsi que pour imaginer des liaisons simples, facilement réalisables, et par conséquent économiques. Ce chapitre est, avec celui relatif aux boulons (chap. 8), un des chapitres fondamentaux de ce volume. Il sert également de base au chapitre 9 consacré aux assemblages.

Pour clarifier quelques notions souvent employées dans ce chapitre, il nous semble utile de définir les termes suivants :

- **Soudage.** Opération qui consiste à réaliser un joint soudé destiné à relier entre elles deux ou plusieurs parties d'un assemblage en assurant, par fusion, la continuité de la matière entre ces parties.
- **Joint soudé.** Ensemble de l'élément de liaison entre les pièces assemblées constitué par la soudure et les zones influencées thermiquement du métal de base.
- **Soudure.** Partie du joint soudé constituée par le métal d'apport fondu.
- **Anomalie.** Imperfection interne ou externe d'un joint soudé.
- **Défaut.** Anomalie ou groupe d'anomalies dont la taille et/ou le nombre dépassent une valeur limite normalisée.

Le but de ce chapitre est de traiter de la conception et de la résistance des joints soudés utilisés pour réaliser des assemblages soudés dans les charpentes métalliques. Les points suivants sont abordés dans ce chapitre :

- Section 7.2. Rappel des principes de dimensionnement applicables aux joints soudés.

- Section 7.3. Revue de divers procédés de soudage, de différents types de soudure et des anomalies internes inhérentes à toute soudure. Les contrôles de qualité à effectuer pour vérifier la bonne exécution des soudures ainsi que les dispositions pratiques de construction à respecter sont également abordés.
- Section 7.4. Définition de la résistance des soudures complètement pénétrées ou en cordon d'angle.

7.2 Principes de dimensionnement

7.2.1 Sécurité structurale

La vérification de la sécurité structurale des joints soudés se fait en appliquant le principe de base exprimé par (2.13) :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (7.1)$$

S_d : valeur de dimensionnement de l'effort sollicitant la soudure

R : résistance ultime de la soudure

γ_R : facteur de résistance

Dans (7.1), l'effort S sollicitant la soudure peut être exprimé par une force ou éventuellement par une contrainte. L'essentiel est qu'il soit déterminé sur la base d'une transmission d'effort correspondant au comportement physique de l'assemblage (chap. 9).

La résistance du joint soudé est en général définie pour un cas de sollicitations statiques. Il est cependant important de savoir que des phénomènes liés à la fatigue ou à la rupture fragile peuvent dans certaines conditions grandement influencer la résistance (§ 7.2.2 et 7.2.3).

Il faut encore préciser que la résistance ultime des assemblages, qu'ils soient soudés ou boulonnés, est établie de façon à ce que toute ruine prématurée dans les assemblages soit exclue (§ 2.6.3). La résistance ultime d'un joint soudé, donnée dans ce chapitre (sect. 7.4), contient donc une réserve (en l'occurrence le facteur γ_M introduit dans (2.33)) permettant de satisfaire cette exigence.

7.2.2 Résistance à la fatigue

Dans les constructions soudées soumises à des charges variables répétées, des fissures de fatigue peuvent se développer. Ces fissures prennent naissance au droit des anomalies, souvent au raccordement des soudures, et elles se propagent sous l'action des sollicitations répétées. Ce phénomène dépend essentiellement de la différence (ou étendue) de contrainte $\Delta\sigma$ appliquée, mais est également influencé par des facteurs tels que les concentrations de contraintes et les contraintes résiduelles. En outre, le danger existe qu'une fissure de fatigue devienne l'amorce d'une rupture fragile. On tiendra compte de ces phénomènes pour le dimensionnement de tous les ouvrages soumis à des charges répétées, notamment les ponts-routes, les ponts-rails et les voies de roulement de ponts roulants.

On se référera au chapitre 13 pour le développement des notions relatives à la résistance à la fatigue des assemblages soudés.

7.2.3 Rupture fragile

Quelques accidents survenus dans des constructions soudées ont mis en évidence l'influence sur la rupture fragile de la rigidité introduite dans les assemblages par le soudage. Plusieurs facteurs propices au développement d'une rupture fragile sont en outre réunis au voisinage d'un joint soudé, à savoir :

- la modification possible des propriétés métallurgiques et mécaniques de l'acier de base (chauffage et refroidissement lors du soudage);
- la présence d'anomalies, aux abords ou dans la soudure, qui constituent des amorces de fissures pouvant ensuite se propager par fatigue (chap. 13);
- les concentrations de contraintes au droit des soudures;
- l'augmentation des contraintes locales due aux contraintes résiduelles.

La rupture fragile est souvent associée uniquement à la notion de qualité d'acier (§ 3.3.1). Il y a cependant lieu de prêter une attention particulière au phénomène de la rupture fragile si l'on met en œuvre des aciers à haute résistance ou lorsque l'on prévoit des assemblages complexes comportant soit un grand nombre de joints soudés importants (contraintes résiduelles et éventuellement sollicitations tridimensionnelles), soit des épaisseurs importantes (déformation plastique empêchée par l'état tridimensionnel des contraintes). Ajoutons encore que le danger de rupture fragile est plus grand à basse température et lors d'une mise en charge soudaine (vitesse de chargement élevée).

7.2.4 Assurance de qualité

La qualité des soudures est à spécifier selon les exigences relatives à la structure; elle est ensuite à contrôler à l'aide des procédés décrits au paragraphe 7.3.5. La norme SIA 161/1 [7.1] définit les *classes de qualité* suivantes :

- QA (qualité spéciale),
- QB (qualité supérieure),
- QC (qualité normale),
- QD (qualité minimale).

Le choix de la classe de qualité est primordial aussi bien pour la sécurité de la structure que pour l'économie de la fabrication et du montage. L'ingénieur prêter donc une attention particulière à ce choix, qui est dicté par les critères suivants :

- conséquences d'une rupture pour l'utilisateur ou l'environnement,
- degré de sollicitation du joint soudé,
- type du détail de construction,
- sensibilité du détail de construction à la fatigue ou à la rupture fragile,
- type de comportement (élastique ou plastique) de la section.

La classe de qualité d'une soudure aura une influence sur :

- les mesures à prendre lors de sa réalisation,
- le type et l'étendue des contrôles à effectuer,
- les tolérances à respecter concernant le nombre et la taille des anomalies externes (forme géométrique) ou internes (pores, fissures, ...),
- les coûts de fabrication.

Il est important de préciser que la classe de qualité normale QC est en général suffisante pour des constructions usuelles. L'ingénieur doit être conscient que le choix de classes de qualité supérieures a des incidences financières non négligeables, dues essentiellement au temps supplémentaire nécessaire pour le soudage et son contrôle. C'est ainsi qu'une soudure de classe de qualité QA pourra être entre 2.5 et 4.5 fois plus chère qu'une même soudure de classe de qualité QC selon qu'il s'agit d'une soudure automatique ou manuelle [7.1].

En Suisse, les détails de construction sont classés dans l'une ou l'autre des catégories suivantes :

- Catégorie S1. Elle se caractérise par un risque élevé pour les utilisateurs et l'environnement en cas de ruine d'un élément de construction. Elle peut correspondre à un élément de construction d'une épaisseur quelconque soumis à des actions statiques ou dynamiques, réalisé par des soudures de classes de qualité QA ou QB.
- Catégorie S2. Elle correspond à un faible risque, en cas de ruine, pour les utilisateurs et l'environnement, et se limite aux éléments de construction de faible épaisseur (max. 40 mm pour de l'acier Fe E 235 et 20 mm pour de l'acier Fe E 355), non soumis à de la fatigue ou à des chocs, et réalisés avec des soudures de classes de qualité QC ou QD.

Comme ces catégories correspondent à un détail de construction précis, il est possible qu'une structure métallique ait une partie de ses détails de construction qui soient classés S1, et une autre partie S2.

Pour garantir la qualité du soudage, l'entreprise réalisant ce travail doit être porteuse d'un certificat d'exploitation S1 (qui lui donne la possibilité de réaliser des soudures de classes de qualité QA à QD) ou S2 (pour la réalisation de soudures de classe de qualité QC et QD uniquement), attesté par une institution reconnue. Ces certificats d'exploitation, qui constituent l'homologation des entreprises, prescrivent le degré d'aptitude des installations et des équipements pour la fabrication d'éléments de construction de la catégorie correspondante, ainsi que la qualification du personnel dans le domaine de la production. Ils sont valables trois ans au plus, mais peuvent être renouvelés après une nouvelle inspection.

La norme européenne prEN 1090-1 [7.2] traite des questions d'homologation des modes de soudage et de la qualification des soudeurs.

7.3 Joints soudés

La soudure est le moyen d'assemblage le plus fréquemment utilisé pour la fabrication en atelier. Sur le chantier, son emploi est moins généralisé à cause des difficultés de mise en œuvre liées souvent à des conditions climatiques pas toujours favorables. Pour les charpentes courantes, on préfère l'emploi de boulons; néanmoins, pour des structures fortement sollicitées (ponts) ou pour des constructions particulières (réservoirs), la soudure est régulièrement employée, en Suisse, même sur le chantier.

Les principaux avantages qu'offre l'emploi de la soudure sont :

- la réalisation d'assemblages rigides, donc peu déformables,
- une diminution du temps de préparation des pièces de l'assemblage, par rapport au boulonnage, notamment dans le cas de soudures non pénétrées (pas de trous à percer, réduction du nombre de couvre-joints et de plaques de tête),
- une simplification des assemblages,
- une amélioration de l'apparence de la construction,
- la réalisation d'un assemblage étanche.

Elle nécessite par contre certaines précautions de mise en œuvre, notamment :

- le recours à un personnel qualifié,
- la protection des soudeurs sur le chantier vis-à-vis des intempéries,
- l'utilisation de procédés de contrôles de qualité sur le chantier.

7.3.1 Procédés de soudage

L'opération de soudage par fusion avec fil-électrode fusible consiste à réunir deux pièces par la dépose d'un cordon de métal fondu. Le métal d'apport, nécessaire à la réalisation du cordon de soudure, provient normalement de l'électrode; il doit posséder à l'état fondu une résistance au moins égale à celle du métal de base. Les divers procédés permettant de réaliser cette opération se différencient d'une part par la source de chaleur (flamme, arc électrique, ...) et d'autre part par le type de protection (laitier, flux, gaz, ...) du bain en fusion par rapport à l'air ambiant. On distingue également entre :

- le soudage automatique (la tête de soudage est montée soit sur un chariot dont l'avancement est automatique, soit sur un robot), qui s'applique surtout aux soudures continues d'une certaine longueur (joints de tôles, joints âme-aile d'une poutre composée à âme pleine ou d'un caisson, etc.);
- le soudage semi-automatique (avancement automatique de l'électrode avec une torche tenue à la main) qui est appliqué de manière générale;
- le soudage manuel à l'arc qui est souvent le seul moyen possible pour exécuter des soudures dont l'accès est difficile; il est généralement appliqué sur le chantier.

Nous rappelons au tableau 7.2 les procédés de soudage à l'arc employés fréquemment dans la construction métallique, avec leurs termes équivalents en allemand et en anglais [7.2]. Précisons que les procédés MIG, MAG et sous flux en poudre sont soit semi-automatiques, soit automatiques. Pour la description complète de ces diverses méthodes, on se référera à [7.3] ou à [7.4].

Tableau 7.2 Procédés de soudage à l'arc : équivalence des termes français, allemands et anglais.

Français	Allemand	Anglais
<ul style="list-style-type: none"> • Soudage manuel à l'arc avec électrode enrobée • Soudage à l'arc sous protection de gaz inerte avec fil-électrode fusible (MIG) • Soudage à l'arc sous protection de gaz actif avec fil-électrode fusible (MAG) • Soudage à l'arc en atmosphère inerte avec électrode de tungstène (TIG) • Soudage à l'arc sous flux en poudre avec fil-électrode 	<ul style="list-style-type: none"> • Lichtbogenhandschweissen mit Schutzelektroden • Metall-Inertgasschweissen (MIG) • Metall-Aktivgasschweissen (MAG) • Wolfram-Inertgasschweissen (WIG) • Unterpulverschweissen mit Drahtelektroden 	<ul style="list-style-type: none"> • Metal arc welding with covered electrodes • Metal-arc inert gas welding (MIG-welding) • Metal-arc active gas welding (MAG-welding) • Tungsten inert-gas arc welding (TIG) • Submerged arc welding with wire electrode

En guise de compléments aux procédés de soudage à l'arc cités dans le tableau 7.2, nous mentionnerons également le soudage par résistance, employé notamment pour le soudage des goujons, ainsi que des procédés déjà plus particuliers, tels que le soudage au plasma et au micro-plasma, par ultrasons ou au laser. Des informations relatives à ces différents procédés de soudage peuvent également être obtenus dans [7.4].

7.3.2 Types de joints et symboles

Les combinaisons possibles entre les types de soudure et formes de joint sont montrées schématiquement au tableau 7.3. Cela illustre d'une part quelles sont les possibilités concrètes de réalisation d'un joint soudé, et permet d'autre part de classer les détails soudés selon la forme du joint ou selon le type de soudure.

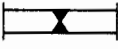








Joint	Soudure		
	complètement pénétrée	à pénétration partielle	cordon d'angle
bout à bout			
en T			
par recouvrement			

Tableau 7.3 Exécutions possibles pour différents types de soudure et formes de joint.

Classification selon la forme du joint

Selon la forme du joint, on distingue principalement (tab. 7.3) :

- les joints bout à bout (réalisés avec des soudures à pénétration complète ou partielle),
- les joints en T, ou en fers croisés (réalisés avec des soudures à pénétration complète ou partielle, ou bien avec des cordons d'angle),
- les joints par recouvrement (réalisés avec des cordons d'angle).

L'Eurocode 3 (§ 6.6.2) définit une classification légèrement différente : on y distingue en effet les soudures d'angle, en entaille, en bout, en bouchon et sur bords tombés. Pour chacun de ces types de soudure, des indications détaillées sont données quant à leur géométrie et aux caractéristiques à considérer pour le calcul de la résistance.

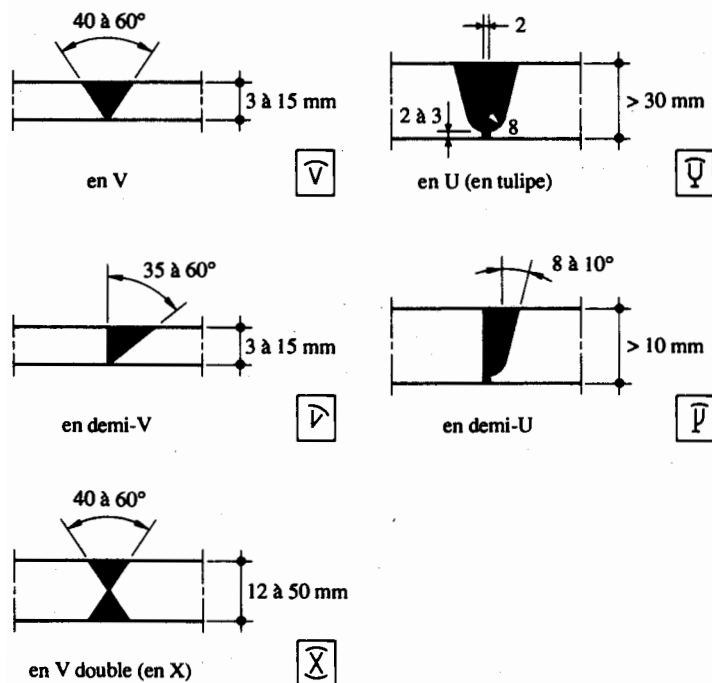
Classification selon le type de soudure

Selon les types de soudure, il est possible de distinguer (tab. 7.3) entre les soudures à pénétration complète, à pénétration partielle et les cordons d'angle.

Des exemples de soudures complètement pénétrées pour les joints bout à bout et les joints en T sont montrés à la figure 7.4. Ces soudures nécessitent une préparation du bord des pièces à assembler (chanfrein). Les formes que l'on donne à ces chanfreins dépendent de l'épaisseur des éléments à assembler, de la possibilité de souder des deux côtés de la pièce et de la nécessité de réduire la déformation angulaire (par exemple, soudure en V double à la place d'une soudure en V afin de répartir l'échauffement sur les deux faces de la pièce). Les dimensions données à la figure 7.4 sont des valeurs indicatives prescrites par la norme ISO 9692 [7.5] : elles peuvent en effet varier selon le procédé de soudage employé et les méthodes appliquées.

Pour le dessin des soudures [7.6], on utilise les représentations symboliques données à la figure 7.4, ainsi que les symboles du tableau 7.5.

JOINT BOUT A BOUT



JOINT EN T

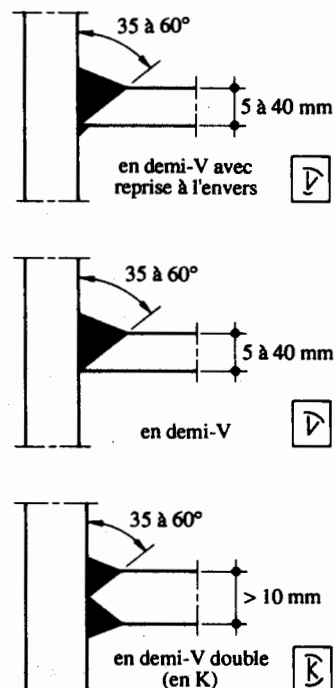


Fig. 7.4 Exemples de soudures complètement pénétrées avec leurs représentations symboliques.

Tableau 7.5 Symboles pour les soudures.

Symbole	Exemple
Soudure non meulée)
Soudure meulée à ras	∇
Reprise à l'envers	(
Soudure au montage	∇
Cordon d'angle	\triangle
Double cordon d'angle	\triangle
Cordon d'angle tout autour d'une pièce	\triangle

Classification pour le dimensionnement

Pour le dimensionnement, on peut classer les trois différents types de soudure du tableau 7.3 en deux groupes :

- Le premier groupe comprend les soudures qui créent une pénétration complète de la section des pièces à assembler; il s'agit de soudures complètement pénétrées.

- Le second groupe correspond aux cordons d'angle, auxquels sont assimilées les soudures à pénétration partielle, car la section des pièces à assembler n'est que partiellement soudée.

7.3.3 Déformations et contraintes résiduelles

Le métal déposé et les zones des pièces adjacentes à la soudure sont portés à très haute température lors du soudage. Par la suite, cette masse réchauffée se refroidit et va par conséquent se contracter. Ce phénomène peut avoir les deux conséquences suivantes :

- si la contraction n'est pas empêchée par les éléments qui entourent la soudure et la masse réchauffée, il se produit essentiellement des déformations des pièces de l'assemblage (raccourcissements, déformations angulaires) (fig. 7.6(a));
- si la masse de matière froide autour de la soudure empêche cette dernière de se contracter (cas le plus fréquent), il se crée dans la soudure et les pièces assemblées un champ de contraintes internes auto-équilibrées que l'on nomme contraintes résiduelles de soudage (fig. 7.6(b)).

La pièce de la figure 7.6(b) est formée de deux tôles reliées par une soudure longitudinale. Lorsque le cordon de soudure se refroidit, il a tendance à se contracter. Comme les tôles adjacentes, restées dans leur ensemble froides, empêchent ce mouvement, il se crée parallèlement à la soudure un champ de contraintes longitudinales de traction dans la zone influencée thermiquement et son voisinage. Par réaction, les parties extérieures des tôles sont comprimées.

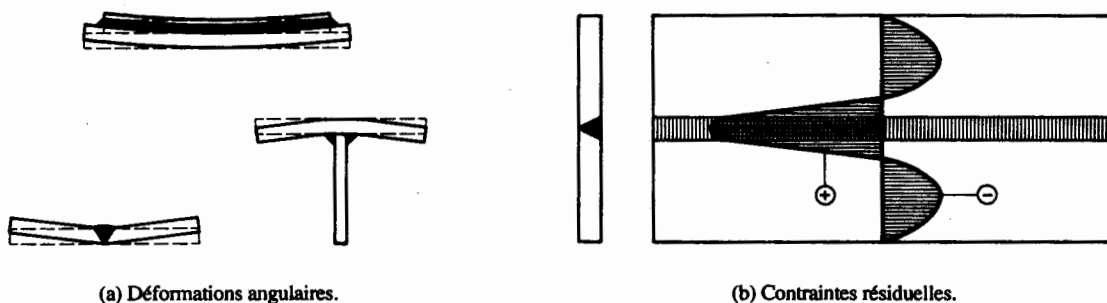


Fig. 7.6 Déformations angulaires et contraintes résiduelles longitudinales provenant du soudage.

La fabrication des éléments de structure soudés doit tenir compte des effets des apports locaux de chaleur. Par des séquences de soudage appropriées, il est possible de limiter les déformations des pièces. Quant aux contraintes résiduelles, on peut les réduire par un traitement thermique (recuit de détente, § 3.2.2). Cependant, cela est rarement possible pour des éléments de grandes dimensions ou pour des éléments soudés sur le chantier. On essaie toutefois de limiter les contraintes résiduelles à un niveau aussi bas que possible en contrôlant l'apport de chaleur par des séquences de soudages adéquates ou en exécutant des soudures de faible épaisseur. Il est même possible, par un choix judicieux des séquences de soudage, d'introduire des contraintes résiduelles de compression dans des parties de structure ultérieurement sollicitées en traction. Ceci peut atténuer l'influence négative des contraintes résiduelles lors de phénomènes de fatigue ou de rupture fragile.

Dans la mesure du possible, une concentration de soudures dans un assemblage est à éviter; cela peut en effet créer un état de contraintes tridimensionnel (contraintes résiduelles dans plusieurs directions) et réduire sa capacité de déformation (donc sa ductilité), ce qui augmente le danger de rupture fragile. Pour la même raison, on évitera des intersections de soudures en modifiant la conception de l'assemblage, par exemple en excentrant légèrement les éléments tubulaires à assembler (fig. 7.1).

7.3.4 Anomalies

Les principales anomalies qui peuvent être présentes dans les soudures sont représentées à la figure 7.7; d'autres types d'anomalies sont données dans [7.1]. On distingue celles relatives à une configuration externe ou interne de la soudure.

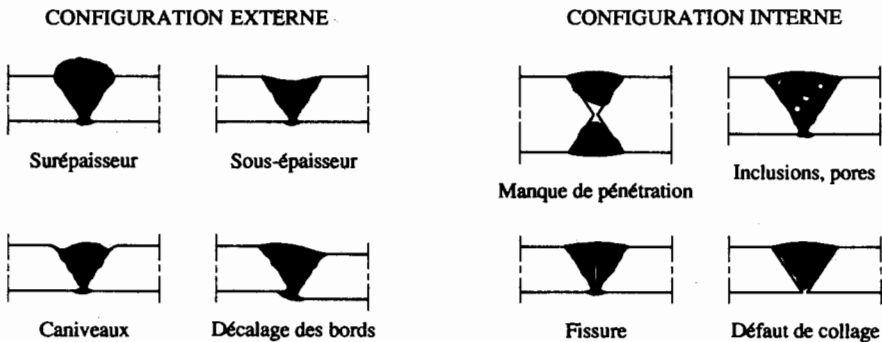


Fig. 7.7 Anomalies dans les soudures.

Du point de vue du comportement de l'assemblage vis-à-vis de la fatigue et de la rupture fragile, les anomalies les plus dangereuses sont, par ordre décroissant :

- les fissures,
- les défauts de collage,
- les défauts de pénétration,
- les inclusions,
- les porosités.

Les différents contrôles possibles pour détecter le nombre et la taille de ces anomalies sont présentés dans le paragraphe suivant.

7.3.5 Contrôle de qualité

Nous avons vu au paragraphe 7.2.4 que la classe de qualité d'une soudure définissait des exigences relatives au nombre et à la taille des anomalies. Le contrôle de qualité sert à garantir que les valeurs mesurées des anomalies ne dépassent pas les valeurs limites de la classe de qualité correspondante.

Il existe plusieurs procédés pour détecter les anomalies dans les soudures : la norme SIA 161/1 [7.1] décrit le type et l'étendue des différents examens à effectuer selon la classe de qualité de la soudure. Nous rappelons ici pour mémoire quels sont ces divers procédés; le détail de chaque type de procédure pourra être trouvé dans les références [7.3] et [7.7].

On peut classer les différentes méthodes de contrôle en deux catégories : les *contrôles destructifs*, qui s'appliquent essentiellement à des éprouvettes servant au contrôle des procédés de soudage, comprenant principalement :

- les macrographies,
- les micrographies,
- les essais de dureté,
- les essais de traction,
- les essais de pliage,
- les essais de résilience,

et les *contrôles non destructifs*, dont les plus courants sont ceux relevés dans le tableau 7.8 avec leurs termes équivalents en allemand et en anglais [7.1].

Tableau 7.8 Méthodes de contrôles non destructifs des soudures : équivalence des termes français, allemands et anglais.

Français	Allemand	Anglais
<ul style="list-style-type: none"> • Examen visuel • Examen par ressuage • Examen par magnétoscopie • Examen par radiographie • Examen par ultrasons 	<ul style="list-style-type: none"> • Sichtprüfung • Eindringprüfung • Magnetpulverprüfung • Durchstrahlungsprüfung • Ultraschallprüfung 	<ul style="list-style-type: none"> • Visual testing • Penetration testing • Magnetic particles testing • Radiation testing • Ultrasound testing

Les examens par ressuage et par magnétoscopie permettent de détecter uniquement les fissures superficielles ou celles débouchant en surface des joints soudés. Ces examens sont faciles à exécuter, ils ne demandent que très peu de matériel et sont relativement fiables.

Les examens par radiographie (rayons X) sont très utilisés pour révéler des anomalies volumiques, telles que les pores ou les inclusions de laitier à l'intérieur de la soudure; par contre, les fissures (surtout celles qui sont parallèles à la direction des rayons) sont très difficiles à détecter. L'examen par radiographie présente par contre l'avantage de fournir une pièce justificative du contrôle. Ses inconvénients sont qu'il n'est souvent pas possible de radiographier toutes les soudures, qu'il nécessite un appareillage lourd et qu'il représente un risque d'exposition aux rayonnements pour l'opérateur ainsi que pour les personnes présentes dans l'atelier ou sur le chantier.

Les examens par ultrasons permettent de localiser les anomalies telles que les fissures et les défauts de collage avec une bonne précision en grandeur et en direction; par contre, ce procédé nécessite un manipulateur très expérimenté du fait des multiples échos parasites que l'on peut observer sur l'écran et qui pourraient conduire à une interprétation erronée des résultats.

Il convient de rappeler que les contrôles non destructifs ont pour but de détecter les anomalies importantes dans les soudures. Si de telles anomalies existent, il faut comparer leur nombre et leur taille aux tolérances des normes et, suivant les cas, effectuer une correction de ces soudures. Il faut toutefois signaler que toute réparation doit être soigneusement contrôlée, car elle peut contenir des défauts encore plus dangereux que ceux que l'on cherche à éliminer. Il faut cependant être conscient qu'il reste en fait toujours des anomalies dans les joints soudés : d'une part celles qui sont tolérées et d'autre part celles qui ont échappé aux contrôles.

7.3.6 Dispositions pratiques de construction

Dimension de gorge

L'épaisseur a d'un cordon d'angle (fig. 7.9) est appelée **gorge** de la soudure. La notation a utilisée ici ne l'est pas de façon uniforme dans les différents pays; il faut donc prêter une attention particulière à cette notation, afin d'éviter des confusions dont les conséquences pourraient être parfois assez graves.

La valeur minimale a_{min} de la gorge d'un cordon d'angle transmettant un effort est fixée en fonction de l'épaisseur t_{max} de la plus grande des pièces à assembler, à savoir (fig. 7.9) :

- $a_{min} = 4 \text{ mm}$ pour $t_{max} \leq 17 \text{ mm}$,
- $a_{min} = 5 \text{ mm}$ pour $t_{max} = 18 \text{ à } 25 \text{ mm}$,
- $a_{min} = 6 \text{ mm}$ pour $t_{max} \geq 26 \text{ mm}$.

Une gorge de 4 mm constitue donc une valeur minimale dictée essentiellement par une question pratique de réalisation garantissant un apport suffisant de chaleur. Si l'épaisseur minimale d'une passe de soudure dans le domaine de la charpente métallique est de 4 mm, on peut cependant admettre à environ 6 mm l'épaisseur maximale réalisable en une seule passe. Il faudra donc réaliser plusieurs passes s'il est nécessaire de réaliser une soudure ayant une gorge supérieure à 6 mm. Dans le cas de soudures de grande longueur (liaison âme-aile d'une poutre composée à âme pleine, par exemple), on pourra réaliser, si la statique le permet, des cordons d'angle ayant une gorge inférieure à 4 mm.

L'Eurocode 3 (§ 6.6.5) prescrit une gorge minimale de 3 mm.

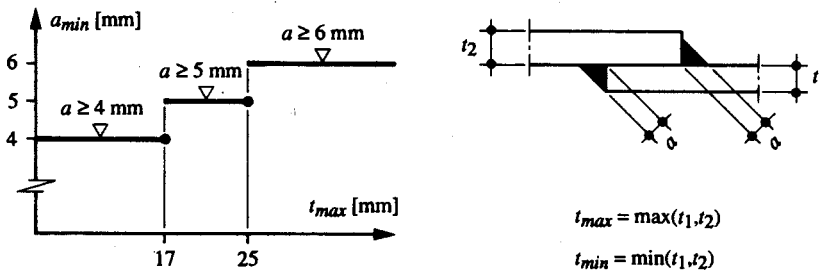


Fig. 7.9 Valeur minimale de la gorge d'un cordon d'angle en fonction de l'épaisseur des pièces assemblées.

Pour une question de géométrie, l'épaisseur maximale a_{max} de la gorge est limitée par l'épaisseur t_{min} de la plus mince des pièces à assembler (fig. 7.9) selon la relation :

$$a_{max} = 0.7 t_{min} \quad (7.2)$$

Dans le cas d'un cordon d'angle posé des deux côtés d'une tôle (fig. 7.10), la gorge a ne devrait pas dépasser la demi-épaisseur de cette tôle afin de ne pas la « brûler » totalement lors du soudage, mais surtout pour éviter que le joint soudé ne puisse plus être suffisamment plastifié :

$$a_{max} = 0.5 t \quad (7.3)$$

Il faut signaler qu'il existe pour cette forme de joint un danger d'arrachement lamellaire dans la tôle sollicitée à la traction, perpendiculairement à son épaisseur. Ce danger est d'autant plus prononcé que la tôle est épaisse et constituée d'un acier à haute résistance, car l'arrachement lamellaire peut dans ce cas déjà se produire lors du refroidissement de la soudure (à cause de contraintes résiduelles de traction perpendiculaires à la tôle). Il est donc préférable de choisir des soudures en demi-V double pour ce type de joint en T sollicité par des efforts importants de traction nécessitant des épaisseurs de tôles importantes.

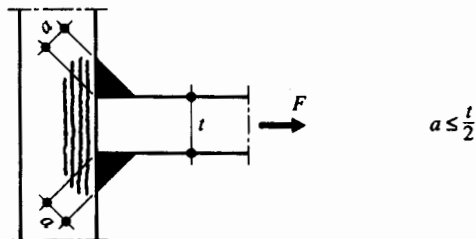


Fig. 7.10 Epaisseur maximale d'un cordon d'angle dans un joint en T.

Longueur des cordons d'angle

Les cordons d'angle doivent avoir une longueur totale ininterrompue d'au moins 40 mm si l'on veut en tenir compte pour une transmission de forces. Les cordons d'angle plus courts sont considérés comme soudures constructives (ou d'accostage) uniquement, sans transmission d'efforts.

La distribution des efforts le long d'un cordon d'angle sollicité au cisaillement est similaire à celle observée dans un assemblage boulonné. Les extrémités du cordon d'angle sont plus fortement sollicitées que sa partie médiane. Pour le dimensionnement, la norme SIA 161 admet cependant une distribution uniforme des efforts le long du cordon, quelle qu'en soit sa longueur. Dans le cas de cordons d'angle transmettant un effort de manière continue sur toute leur longueur, comme par exemple le flux de cisaillement à la jonction âme-aile d'une poutre composée à âme pleine, on admettra également que le cordon résiste uniformément sur toute sa longueur, sans limitation.

L'Eurocode 3 (§ 6.6.9) impose pour les joints par recouvrement une réduction de la résistance d'un cordon d'angle dont la longueur dans la direction de transmission de l'effort dépasse 150 a.

7.4 Résistance des joints soudés

7.4.1 Soudures complètement pénétrées

On peut en général admettre que la résistance du métal d'apport déposé lors du processus de soudage est supérieure ou égale à celle du matériau de base. Dans le cas du soudage d'éléments en acier Fe E 235 ou 355, le métal d'apport est un acier équivalent à de l'acier Fe E 355. De ce fait les soudures complètement pénétrées possèdent au minimum la même résistance ultime que les pièces qu'elles assemblent (cette hypothèse est cependant à vérifier dans le cas du soudage d'aciers à très haute résistance). Il n'est par conséquent pas nécessaire d'effectuer un calcul de dimensionnement de ces soudures.

On évitera d'utiliser un métal d'apport trop résistant pour les soudures, afin de ne pas diminuer la capacité de déformation des assemblages dans la zone de la soudure.

7.4.2 Cordons d'angle

Lors du dimensionnement d'un cordon d'angle, on doit vérifier que les forces puissent être transmises d'une pièce à l'autre à travers la soudure; elles doivent donc passer par les sections suivantes (fig. 7.11) :

- la **section de gorge** $A_w = a l$, qui est soumise à un effort de traction, et
- les **sections de contact** $A_s = s l$, sollicitées par des efforts de traction ou de cisaillement.

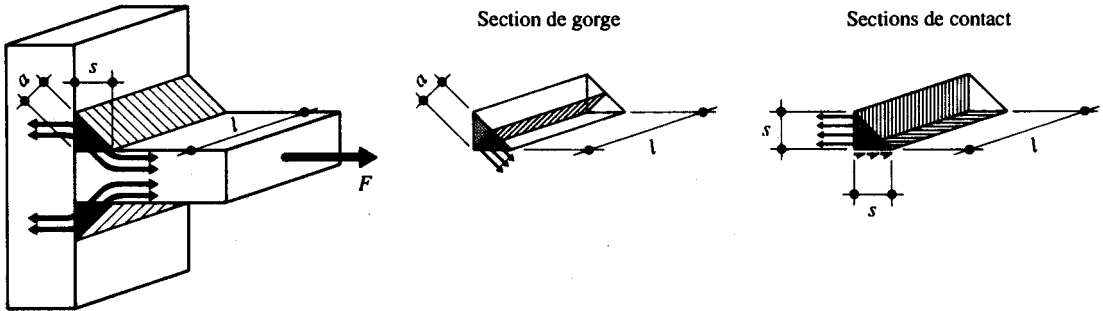


Fig. 7.11 Transmission d'un effort à travers un cordon d'angle.

Le dimensionnement d'un cordon d'angle consiste à définir à la fois sa longueur l et son épaisseur a (gorge). Il se fait avec la résistance ultime des cordons d'angle donnée par les conditions suivantes (quelle que soit la direction des forces), valables respectivement pour les sections de gorge A_w et de contact A_s :

$$R_w = 0.5 f_{uE} a l \quad (7.4a)$$

$$R_s = 0.7 f_y s l \quad (7.4b)$$

R_w : résistance ultime de la section de gorge

R_s : résistance ultime de la section de contact

f_{uE} : résistance à la traction du métal d'apport (indice E pour électrode)

f_y : limite d'élasticité de l'acier des pièces assemblées

l : longueur du cordon d'angle considéré

La résistance ultime d'un cordon d'angle donnée par (7.4) a été établie à partir d'essais; elle contient déjà la réserve évoquée au paragraphe 7.2.1 (facteur γ_M), destinée à exclure une ruine prématurée dans les assemblages. Précisons également qu'on peut admettre, comme pour les soudures complètement pénétrées (§ 7.4.1), que les caractéristiques mécaniques de résistance du métal d'apport sont supérieures ou égales aux valeurs minimales du matériau de base. Dans le cas du soudage d'éléments en acier Fe E 235 ou Fe E 355, on fera alors l'hypothèse que le métal d'apport est un acier équivalent à de l'acier Fe E 355.

Les valeurs des sections de gorge A_w (qui correspond toujours à la section minimale de la soudure) et de contact A_s , admises pour le calcul, sont celles qui correspondent respectivement à la hauteur et au côté du triangle inscrit dans le cordon d'angle (fig. 7.12). Comme on admet en général que le triangle inscrit est isocèle, on a : $s = a \sqrt{2}$.

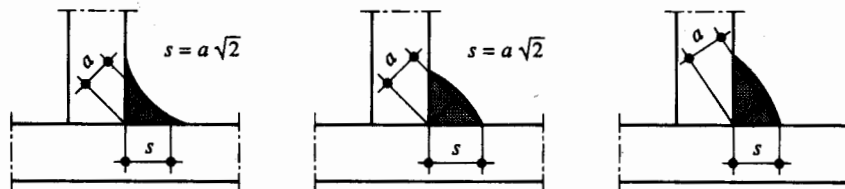


Fig. 7.12 Définition des sections de calcul des cordons d'angles.

Lorsque le cordon d'angle est exécuté par le procédé de soudage sous flux en poudre, on peut augmenter la valeur a de 2 mm au maximum, grâce à sa meilleure pénétration dans le métal de base (fig. 7.13(a)). Des essais préliminaires doivent cependant pouvoir apporter la preuve qu'une telle augmentation de pénétration peut effectivement être obtenue.

Les *soudures à pénétration partielle* (fig. 7.13(b)) sont à considérer comme des cordons d'angle qu'ils faut dimensionner comme tels. Leur résistance devra être déterminée en fonction de leur forme, car le triangle inscrit dans la soudure n'est pas forcément isocèle : il est alors nécessaire de tenir compte, selon la nuance d'acier des pièces assemblées, des dimensions s_1 et s_2 des deux sections de contact (fig. 7.13).

L'Eurocode 3 (§ 6.6.6) donne davantage d'indications concernant les *soudures à pénétration partielle*, en distinguant notamment le cas des assemblages bout à bout de ceux en T.

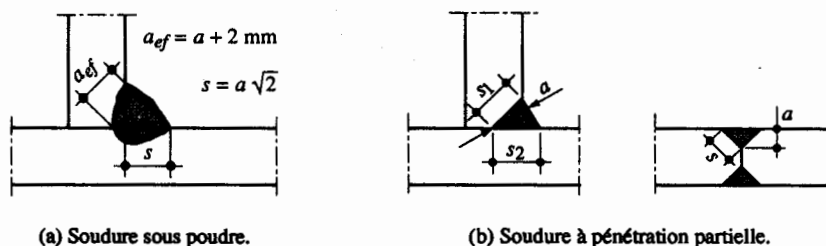


Fig. 7.13 Définition des sections de calcul des soudures sous poudre et à pénétration partielle.

Si l'on intègre la résistance ultime d'un cordon d'angle donnée par (7.4) au principe général de la vérification de la sécurité structurale (7.1), les cordons d'angle doivent satisfaire la condition suivante :

$$F_d \leq \frac{\min(R_w, R_s)}{\gamma_R} \quad (7.5)$$

F_d : valeur de dimensionnement de la force F à transmettre

Pour des sections de contact perpendiculaires ($s = a\sqrt{2}$) et pour un métal d'apport ayant une résistance à la traction $f_{uE} \geq 510 \text{ N/mm}^2$:

- la section de contact A_s est déterminante pour établir la résistance d'un joint soudé dont les pièces assemblées sont en acier Fe E 235,

- la section de gorge A_w est déterminante pour établir la résistance d'un joint soudé dont les pièces assemblées sont en acier Fe E 355.

Il est alors possible, compte tenu de ce fait, de visualiser la résistance d'un cordon d'angle en fonction de la nuance d'acier des pièces assemblées. Une telle représentation graphique est donnée à la figure 7.14 : elle permet de bien mettre en évidence l'influence de l'épaisseur de la gorge a et de la longueur l de la soudure sur sa résistance R . Les tables SZS C5 donnent ces mêmes schémas à une échelle permettant d'établir graphiquement les résistances données par (7.4). Le tableau 7.18 situé en annexe à ce chapitre indique, quant à lui, la résistance d'un cordon d'angle en kN par mm de longueur de cordon, en fonction de l'épaisseur a et de la nuance d'acier des pièces assemblées.

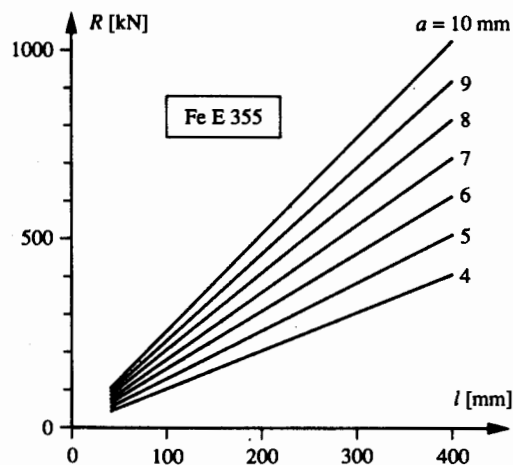
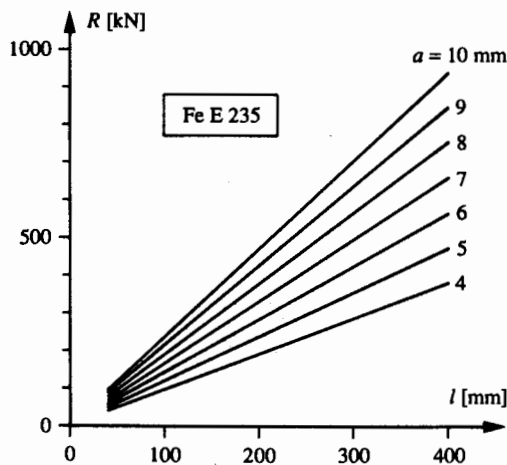
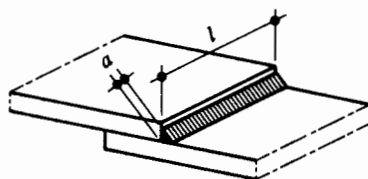


Fig. 7.14 Résistance ultime d'un cordon d'angle en fonction de sa longueur l et de sa section de gorge a pour des pièces assemblées en acier Fe E 235 et Fe E 355.

Il est important de bien déterminer la grandeur F de la force transmise par un cordon d'angle. Cette force sera donnée par un modèle de calcul de l'assemblage, qui est à établir de façon à approcher au mieux le comportement réel de l'assemblage tout en garantissant l'équilibre des efforts internes. Des précisions sur le cheminement des efforts et sur la modélisation des assemblages soudés sont données au chapitre 9, afin de fournir quelques éléments concrets nécessaires à l'application de (7.5).

L'Eurocode 3 (§ 6.6.5.3) définit la valeur de dimensionnement (de calcul) par unité de longueur $F_{w,Rd}$ de la résistance d'un cordon d'angle d'épaisseur a par la relation unique suivante :

$$F_{w,Rd} = \frac{1}{\gamma_{Mw}} \frac{f_u}{\sqrt{3}} \frac{1}{\beta_w} a$$

$F_{w,Rd}$: valeur de dimensionnement (de calcul) par unité de longueur de la résistance d'un cordon d'angle

γ_{Mw} : facteur de résistance pour les assemblages soudés ($\gamma_{Mw} = \gamma_{M2} = 1.25$)

f_u : résistance à la traction de la plus faible des parties assemblées

β_w : facteur de corrélation dépendant de la nuance d'acier des pièces assemblées ($\beta_w = 0.8$ pour de l'acier Fe E 235 et $\beta_w = 0.9$ pour de l'acier Fe E 355)

En comparant $F_{w,Rd}$ avec les «valeurs de dimensionnement» obtenues avec la norme SIA 161 (R_w/γ_R ou R_s/γ_R), on constate que cette dernière prescrit des valeurs de résistance supérieures d'environ 2 % à celles de l'Eurocode 3 lorsque la section de contact est déterminante, et inférieure d'environ 11 % lorsque c'est la section de gorge qui est déterminante.

Exemple 7.1 Cordon d'angle cisailé

Déterminer l'épaisseur a du cordon d'angle de l'assemblage de la figure 7.15, compte tenu du fait que sa résistance doit au moins atteindre la résistance des fers plats en acier Fe E 355.

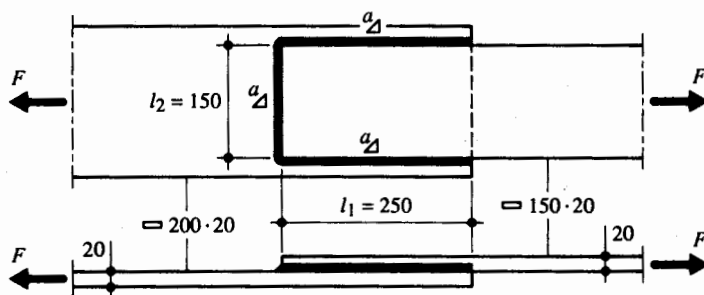


Fig. 7.15 Cordon d'angle cisailé.

La résistance du plus petit des fers plats vaut :

$$F_R = f_y A = 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 150 \text{ mm} \cdot 20 \text{ mm} = 1065 \cdot 10^3 \text{ N} = 1065 \text{ kN}$$

Comme le fer plat supérieur est soudé sur trois côtés, la longueur du cordon d'angle vaut :

$$\Sigma l = 2 l_1 + l_2 = 2 \cdot 250 \text{ mm} + 150 \text{ mm} = 650 \text{ mm}$$

Quant à l'épaisseur du cordon d'angle, elle doit à la fois respecter des dispositions de construction ainsi que le critère de résistance au cisaillement. Constructivement, on a, selon la figure 7.9 et (7.2) :

$$t_{\max} = 20 \text{ mm d'où } a_{\min} = 5 \text{ mm}$$

$$a_{\max} = 0.7 t_{\min} = 0.7 \cdot 20 \text{ mm} = 14 \text{ mm}$$

La résistance de la section de gorge, donnée par (7.4a), doit être supérieure ou égale à F_R :

$$R_w = 0.5 f_{uE} a \Sigma l \geq F_R \text{ d'où } a \geq \frac{F_R}{0.5 f_{uE} \Sigma l} = \frac{1065 \cdot 10^3 \text{ N}}{0.5 \cdot 510 \text{ N/mm}^2 \cdot 650 \text{ mm}} = 6.4 \text{ mm}$$

L'épaisseur nécessaire correspond donc à $a = 7 \text{ mm}$.

Étant donné que le fer plat est en Fe E 355, la vérification de la section de contact n'est pas déterminante. L'application numérique de (7.4b), avec $s = a\sqrt{2}$, permet de s'en convaincre :

$$R_s = 0.7 f_y s \Sigma l \geq F_R \text{ d'où } a \geq \frac{1065 \cdot 10^3 \text{ N}}{0.7 \cdot 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 650 \text{ mm} \cdot \sqrt{2}} = 4.7 \text{ mm} < 6.4 \text{ mm}.$$

Exemple 7.2 Soudures sollicitées en traction

Calculer la valeur de dimensionnement de l'effort de traction F_d que peut transmettre l'assemblage en acier Fe E 355 de la figure 7.16, selon que l'on réalise l'un des trois types de soudure suivants :

- Cas 1. Soudure en demi-V double complètement pénétrée.
- Cas 2. Soudure en demi-V double à pénétration partielle.
- Cas 3. Cordon d'angle.

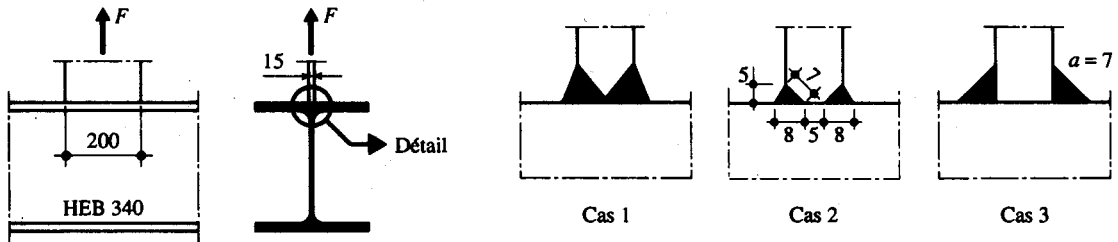


Fig. 7.16 Soudures sollicitées en traction.

- Fer plat

La résistance du fer plat vaut :

$$F_R = f_y A = 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 200 \text{ mm} \cdot 15 \text{ mm} = 1065 \cdot 10^3 \text{ N} = 1065 \text{ kN}$$

La valeur de dimensionnement de l'effort de traction vaut alors, si on considère uniquement le fer plat :

$$F_d = \frac{F_R}{\gamma_R} = \frac{1065 \text{ kN}}{1.1} = 968 \text{ kN}$$

- Cas 1. Soudure en demi-V double complètement pénétrée :

Comme la soudure pénètre toute la section, la valeur de dimensionnement F_d de l'effort qui peut être repris est identique à la valeur obtenue avec le fer plat, à savoir (voir ci-dessus) :

$$F_d = 968 \text{ kN}$$

- Cas 2. Soudure en demi-V double à pénétration partielle :

On a ici $a = 7 \text{ mm}$ et, comme les pièces assemblées sont d'un acier de même nuance (en l'occurrence Fe E 355), $s = \min(7 \text{ mm}; 8 \text{ mm}) = 7 \text{ mm}$. Les résistances des sections de gorge et de contact valent donc respectivement :

$$R_w = 0.5 f_{uE} a l = 0.5 \cdot 510 \text{ N/mm}^2 \cdot 7 \text{ mm} \cdot (2 \cdot 200 \text{ mm}) = 714 \cdot 10^3 \text{ N} = 714 \text{ kN}$$

$$R_s = 0.7 f_y s l = 0.7 \cdot 355 \text{ N/mm}^2 \cdot 7 \text{ mm} \cdot (2 \cdot 200 \text{ mm}) = 497 \cdot 10^3 \text{ N} = 497 \text{ kN}$$

Comme $R_s < R_w$, c'est la section de contact qui est déterminante (contrairement à ce qui est valable pour un cordon d'angle assemblant des pièces en acier Fe E 355), d'où :

$$F_d = \frac{R_s}{\gamma_R} = \frac{497 \text{ kN}}{1.1} = 452 \text{ kN}$$

La résistance de la soudure est déterminante par rapport à celle du fer plat.

- Cas 3. Cordon d'angle :

Pour un cordon d'angle d'épaisseur $a = 7$ mm et de longueur $2 \cdot 200$ mm = 400 mm, la résistance est donnée par la section de gorge (7.4 a), étant donné que les pièces assemblées sont en acier Fe E 355 :

$$R_w = 0.5 f_{uE} a l = 0.5 \cdot 510 \text{ N/mm}^2 \cdot 7 \text{ mm} \cdot 400 \text{ mm} = 714 \cdot 10^3 \text{ N} = 714 \text{ kN}$$

La valeur de dimensionnement F_d de l'effort qui peut être repris par l'assemblage vaut alors :

$$F_d = \frac{R_w}{\gamma_R} = \frac{714 \text{ kN}}{1.1} = 649 \text{ kN}$$

La résistance du cordon d'angle est dans ce cas également déterminante par rapport à celle du fer plat.

7.4.3 Sollicitations composées

Les joints soudés peuvent être sollicités par des forces longitudinales F_x , normales F_z et transversales F_y (fig. 7.17). Des essais ont montré que, quelle que soit la direction de la force appliquée, la ruine de la soudure se produit toujours par cisaillement de la section de gorge ou de contact, et non pas par traction. Ces essais ont également montré que la résistance des soudures sollicitées transversalement était supérieure à celle des cordons sollicités longitudinalement.

La méthode de calcul exposée ici admet comme critère de ruine la résistance ultime de la soudure dans son sens longitudinal. Ce calcul étant conservateur, il est par conséquent applicable à tous les cordons d'angle sans distinction de la direction des forces qui les sollicitent. Lorsqu'un cordon d'angle est soumis à des forces F_x , F_y et F_z , la vérification de la sécurité structurale peut donc s'effectuer en considérant la résultante F obtenue par addition vectorielle de ces forces (fig. 7.17). Il faudra cependant être prudent dans le cas où la longueur l d'une soudure soumise à des sollicitations composée est élevée : l'hypothèse d'une redistribution des contraintes due à la plastification de la soudure n'est alors plus vérifiée, ce qui peut avoir pour conséquence une répartition non uniforme des sollicitations le long de la soudure; il est alors nécessaire de calculer la résultante de force par unité de longueur en tenant compte de la transmission effective des forces.

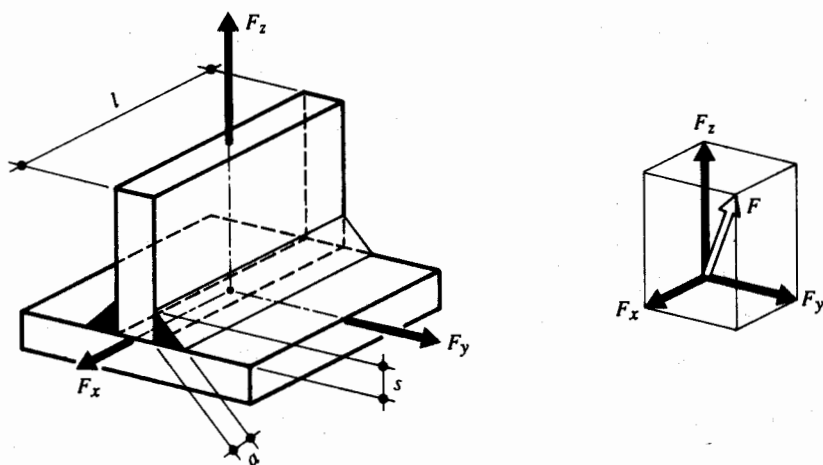


Fig. 7.17 Sollicitations composées dans un cordon d'angle.

7.5 Annexe

Cette annexe contient le tableau 7.18 dans lequel on a reporté la résistance ultime d'un cordon d'angle définie dans ce chapitre par (7.5) et (7.4). L'utilisation des valeurs qui y sont indiquées devrait fournir une aide au dimensionnement ou à la vérification des cordons d'angle, de façon similaire aux tables SZS C5, dans lesquelles les mêmes indications sont données sous forme d'abaque.

Tableau 7.18 Résistance ultime d'un cordon d'angle, en kN par mm de longueur de cordon [kN/mm].

Nuance d'acier des pièces assemblées	Résistance déterminante	Epaisseur a [mm] du cordon d'angle						
		4	5	6	7	8	9	10
Fe E 235	R_s	0.93	1.17	1.40	1.63	1.87	2.10	2.33
Fe E 355	R_w	1.02	1.28	1.53	1.79	2.04	2.30	2.55

Références

- [7.1] SIA 161/1, *Constructions métalliques / Assurance de la qualité, certificats d'exploitation, contrôles, matériaux*, SIA Société suisse des ingénieurs et des architectes, Zurich, 1990.
- [7.2] prEN 1090-1, *Exécution des structures en acier - Partie 1 : Règles générales et règles pour le bâtiment*, Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1993.
- [7.3] STEINHAUER, M.E., *Laboratoire de matériaux / Métaux / Cahiers de laboratoire*, Laboratoire de métallurgie des soudures, EPFL, Lausanne, 1990.
- [7.4] PRATT, J.L., *Introduction to the Welding of Structural Steelwork*, The Steel Construction Institute, Ascot, 1989 (SCI Publication 014).
- [7.5] ISO 9692, *Soudage à l'arc avec électrode enrobée, soudage à l'arc sous protection gazeuse et soudage aux gaz / Préparation de joint sur acier*, ISO Organisation internationale de normalisation, Genève, 1992.
- [7.6] SZS B2, *Directives pour le dessin de construction métallique*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1981.
- [7.7] HALMSHAW, R., *Introduction to the Non-Destructive Testing of Welded Joints*, The Welding Institute, Abington, 1988.

8 Boulons



8.1 Introduction

Les moyens d'assemblage tels que les soudures ou les boulons permettent de relier entre elles les pièces élémentaires, de formes diverses, constituant une charpente métallique. Les assemblages boulonnés (fig. 8.1) représentent ainsi une composante essentielle de toute structure et méritent de ce fait une attention particulière.

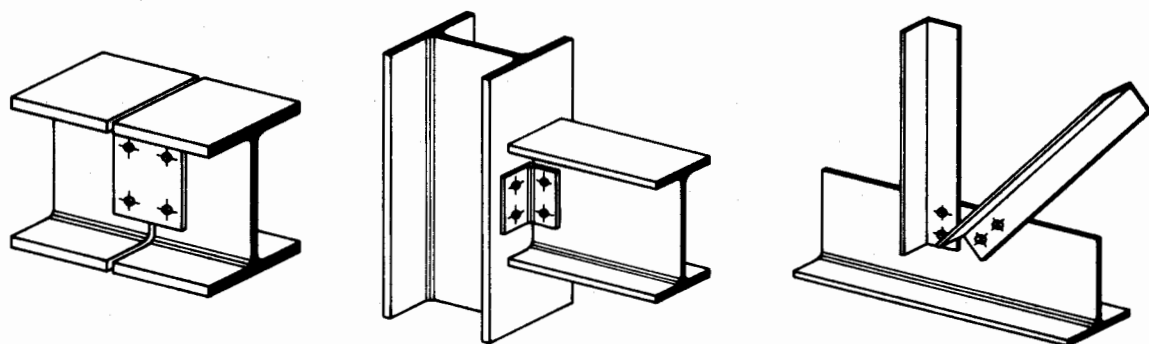


Fig. 8.1 Exemples d'assemblages boulonnés.

La connaissance des caractéristiques des moyens d'assemblages est indispensable pour choisir le type le mieux adapté à une structure, ainsi que pour imaginer des assemblages simples, facilement réalisables et par conséquent économiques. Ce chapitre est donc, avec celui relatif aux soudures (chap. 7), un des chapitres fondamentaux de ce volume.

Le but de ce chapitre est de traiter plus particulièrement de la conception et de la résistance des moyens d'assemblage boulonnés utilisés pour réaliser des assemblages boulonnés dans les charpentes métalliques. La description des moyens d'assemblage boulonnés, l'analyse de leur comportement ainsi que les méthodes de calcul à utiliser sont données dans ce chapitre qui est structuré comme suit :

- Section 8.2. Rappel des principes de dimensionnement applicables aux boulons.
- Section 8.3. Présentation des différents types de boulons et de rivets, de leurs méthodes de mise en place ainsi que des dispositions pratiques de construction dont il s'agit de tenir compte.
- Section 8.4. Etude du mode de transmission des efforts dans un assemblage boulonné, ainsi que de la résistance des boulons soumis à un effort de cisaillement, à un effort de traction ou à une interaction d'efforts.
- Section 8.5. Détermination de la résistance des pièces assemblées, pour lesquelles la pression latérale et la rupture des sections brutes et nettes doivent être vérifiées.
- Sections 8.6 et 8.7. Etude du principe de vérification d'un assemblage boulonné, selon qu'il est réalisé avec des boulons non précontraints (sect. 8.6) ou précontraints (sect. 8.7).

Le tableau 8.2 montre dans quelles parties de ce chapitre les différentes vérifications relatives aux assemblages boulonnés sont traitées.

Tableau 8.2 Vérifications à effectuer pour le dimensionnement des boulons.

Boulons			Pièces assemblées		Assemblage	
Cisaillement	Traction	Interaction	Pression latérale	Section nette / brute	Non précontraint	Précontraint
§ 8.4.2	§ 8.4.3	§ 8.4.4	§ 8.5.1	§ 8.5.2	Sect. 8.6	Sect. 8.7

8.2 Principes de dimensionnement

8.2.1 Sécurité structurale

La sécurité structurale des boulons peut être vérifiée, tout comme celle des soudures (chap. 7), selon le principe de base exprimé par (2.13) :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (8.1)$$

S_d : valeur de dimensionnement de l'effort

R : résistance ultime

γ_R : facteur de résistance

Pour les assemblages boulonnés, on peut en général exprimer les efforts et la résistance en tant que force dans un boulon ou dans les pièces assemblées. Nous verrons dans les différentes sections de ce chapitre qu'il peut s'agir d'un effort de cisaillement ou de traction, d'une pression latérale ou d'un effort normal dans une section. Tout comme pour les soudures, il est essentiel que cette force soit déterminée sur la base d'une modélisation de la transmission d'effort correspondant au comportement physique de l'assemblage.

Il faut encore préciser que la résistance ultime des assemblages soudés ou boulonnés est établie de façon à ce que toute ruine prématurée dans les assemblages soit exclue (§ 2.6.3). La résistance ultime des boulons et des pièces assemblées doit donc contenir une réserve (en l'occurrence le facteur γ_M introduit dans (2.33)) permettant de satisfaire cette exigence.

8.2.2 Aptitude au service

Pour certaines constructions, les mouvements relatifs des pièces assemblées sont à proscrire. Cela concerne par exemple les constructions qui doivent garder une géométrie exacte (antennes et radars, par exemple) ou les structures soumises à ces charges variables répétées (charges de trafic par exemple) qui pourraient subir un mouvement alterné dans les assemblages, entraînant une diminution de la résistance par fatigue des éléments. Pour éviter ces mouvements relatifs, plusieurs mesures sont possibles :

- Concevoir des assemblages boulonnés avec des trous ajustés (§ 8.3.1). On prêtera alors une attention particulière aux tolérances de fabrication et de montage.

- Utiliser des boulons précontraints pour que les assemblages travaillent par frottement (sect. 8.7). Dans de tels cas, aucun glissement n'est admis sous l'effet des charges de service S_{ser} .
- Concevoir des assemblages soudés (chap. 7).

8.2.3 Résistance à la fatigue

Il est nécessaire de tenir compte de l'influence des phénomènes de fatigue dans les ouvrages ou parties d'ouvrages sollicités par des charges variables répétées (chap. 13). En ce qui concerne plus particulièrement les moyens d'assemblage boulonnés, il faut savoir que la résistance à la fatigue d'un boulon tendu est beaucoup plus faible (à cause des concentrations de contraintes au droit du filetage) que celle d'une tige métallique de surface lisse. Il est donc nécessaire de vérifier soigneusement la résistance à la fatigue des boulons soumis à un effort de traction : ceux-ci doivent absolument être précontraints, de façon à diminuer la différence de contrainte appliquée (§ 8.7.5).

Précisons également que toute soudure sur des boulons à haute résistance (§ 8.3.1) est à proscrire : cela crée en effet des entailles d'où une fissure de fatigue peut se propager, créant ainsi un grand danger de rupture fragile, à cause de la faible ductilité des aciers pour boulons à haute résistance (§ 3.4.2).

8.2.4 Assurance de qualité

Comme pour l'acier des profilés laminés, l'acier des boulons est contrôlé lors de leur production : il n'est donc pas nécessaire de vérifier si le comportement de l'acier des boulons est satisfaisant. Divers contrôles sont cependant nécessaires pour s'assurer que les boulons utilisés sont conformes à ce qui a été projeté. Parmi les éléments à contrôler, citons :

- le diamètre des boulons, qui doit être conforme à ce qui a été prévu lors du dimensionnement;
- la longueur des boulons, importante pour l'épaisseur de serrage, et qui doit correspondre à ce qui a été commandé;
- la qualité d'acier, qui doit être conforme à celle dont il a été tenu compte dans le dimensionnement; les boulons à haute résistance doivent par ailleurs avoir une inscription indiquant leur qualité d'acier;
- la garniture (écrou et rondelles), qui doit être compatible (dimension et classe de qualité) avec les boulons;
- la mise en place des boulons, qui doit se faire en plaquant bien les pièces assemblées les unes contre les autres;
- l'éventuel effort de précontrainte appliqué à des boulons à haute résistance, qui doit se faire de façon à pouvoir garantir que la précontrainte souhaitée a effectivement été atteinte (§ 8.3.2).

8.3 Boulons et rivets

8.3.1 Types et symboles

Boulons

Les caractéristiques des différents types d'aciers utilisés pour les boulons sont présentées au paragraphe 3.4.2. Pour mémoire, le tableau 8.3 rappelle les valeurs de la limite d'élasticité f_{yB} et de la résistance à la traction f_{uB} des quatre classes de qualité d'acier utilisées pour les boulons (la signification des chiffres utilisés pour définir la classe de qualité est donnée au paragraphe 3.4.2).

Tableau 8.3 Caractéristiques mécaniques des aciers pour boulons.

Boulons	Classe de qualité	f_{yB} [N/mm ²]	f_{uB} [N/mm ²]
de charpente	4.6	240	400
	5.6	300	500
à haute résistance	8.8	640	800
	10.9	900	1000

Le tableau 8.3 montre également que l'on distingue deux types de boulons, qui se différencient par leurs caractéristiques mécaniques plus ou moins élevées :

- les boulons de charpente métallique (aciers 4.6 et 5.6),
- les boulons à haute résistance (aciers 8.8 et 10.9).

Les boulons de charpente métallique s'emploient couramment pour réaliser les assemblages faiblement sollicités des halles et des bâtiments. Les boulons à haute résistance s'utilisent en général pour les assemblages de ponts, ainsi que pour les assemblages fortement sollicités ou soumis à des effets dynamiques. Seuls les boulons à haute résistance peuvent être précontraints (sect. 8.7). Sur le marché suisse, les boulons de charpente métallique sont en acier 4.6, alors que les boulons à haute résistance sont en acier 10.9. Les autres types d'acier ne sont utilisés qu'exceptionnellement.

L'Eurocode 3 (§ 3.3.2.1) ajoute les classes de qualité 4.8, 5.8 et 6.8 à celles données dans le tableau 8.3 et utilise la notion de boulon ordinaire à la place de boulon de charpente.

Dans la suite de ce chapitre, nous parlerons de **boulons à haute résistance** pour désigner les boulons à haute résistance non précontraints, et de **boulons précontraints** pour les boulons à haute résistance précontraints.

Quel que soit le type de boulons, le jeu normal entre la tige du boulon et le trou des pièces à assembler est fixé à 2 mm pour les diamètres de boulons d inférieurs ou égaux à 24 mm, et à 3 mm pour les diamètres de boulons égaux ou supérieurs à 27 mm. Le diamètre d_o du trou vaut donc :

- $d_o = d + 2$ mm pour $d \leq 24$ mm,
- $d_o = d + 3$ mm pour $d \geq 27$ mm.

L'Eurocode 3 (§ 7.5.2) propose les mêmes diamètres de trous, sauf pour les diamètres de boulons $d \leq 14$ mm, pour lesquels $d_o = d + 1$ mm.

Dans certains cas, un jeu plus petit peut être exigé. On parle de **boulons ajustés** lorsque le jeu est de 0.3 mm seulement. L'emploi de boulons ajustés offre l'avantage de créer des assemblages avec un mouvement relatif possible très petit, donc des structures très peu déformables. Cependant, la réalisation des trous doit être précise, ce qui augmente sensiblement le coût de ce type d'assemblage. On n'utilisera de ce fait les boulons ajustés qu'en cas de nécessité absolue.

La figure 8.4 montre les différentes parties composant un boulon de charpente et un boulon à haute résistance. Ces derniers se distinguent des boulons de charpente métallique par l'inscription de la classe de qualité de l'acier du boulon sur leur tête et leurs rondelles, ces dernières étant également moins épaisses. Les dimensions des boulons disponibles sur le marché suisse se trouvent dans les tables SZS C5.

Il faut toujours prévoir une rondelle sous la partie qui sera tournée lors de la mise en place du boulon (en général l'écrou, parfois la tête, souvent les deux). Pour placer des boulons dans les ailes des profilés

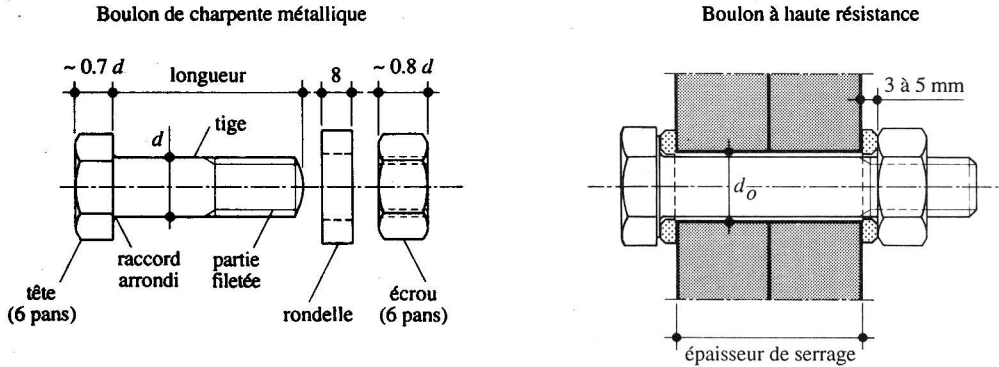


Fig. 8.4 Boulon de charpente et boulon à haute résistance.

en double té à ailes étroites (INP) et en U avec ailes inclinées (UNP), il existe des cales obliques qui permettent de compenser l'inclinaison de la face intérieure des ailes et d'offrir ainsi deux surfaces parallèles pour le serrage.

Le tableau 8.5 donne les principales caractéristiques et symboles des boulons normalisés les plus utilisés. Les tables SZS C5 fournissent davantage d'informations à ce sujet.

Tableau 8.5 Caractéristiques et symboles des boulons.

	M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
Diamètre de la tige d [mm]	12	16	20	24	27
Diamètre du trou d_o [mm]	14	18	22	26	30
Section de la tige A [mm ²]	113	201	314	452	573
Section résistante A_s [mm ²]	84	157	245	353	459
Symbole boulon de charpente					
Symbole HR non précontraint					
Symbole HR précontraint					

Concernant les types de boulons, il est utile de donner les précisions suivantes :

- En Suisse, les boulons et leur garniture (rondelles + écrou) sont généralement zingués à chaud par le fournisseur. Il existe cependant également des boulons noirs qui n'ont pas subi ce traitement : ils ont les mêmes caractéristiques que ceux qui sont zingués à chaud, à l'exception du couple de serrage à appliquer en cas de précontrainte (§ 8.3.2).
- Les boulons ne sont filetés que sur une partie de la longueur de leur tige. On commande ainsi leur longueur en fonction de l'épaisseur de serrage désirée.
- Il existe également des boulons de diamètres inférieurs ou supérieurs à ceux donnés dans le tableau 8.5 : ils ne sont cependant utilisés que dans des cas spéciaux.

- Des boulons en acier inoxydable existent également. Ils s'utilisent pour l'assemblage de structures réalisées avec des éléments en acier inoxydable (§ 3.3.1). Leurs caractéristiques sont fournies par les fabricants.

La pratique et la normalisation européenne n'est pas uniforme et peut parfois être différente des habitudes suisses, notamment dans les domaines suivants :

- sauf indications spéciales, des rondelles ne sont pas nécessaires pour les boulons non précontraints (quelle que soit leur classe de qualité), et une seule rondelle placée sous la partie du boulon tournée lors de la mise en précontrainte (si possible l'écrou) est suffisante [8.1];
- une tendance se précise pour utiliser des boulons filetés sur toute la longueur de leur tige, afin de simplifier la gestion du stock de boulons.

Rivets

Les rivets (fig. 8.6) ont été le premier moyen d'assemblage utilisé en construction métallique. Actuellement, l'emploi des rivets est limité et on leur préfère, dans la plupart des pays industrialisés, les boulons et la soudure. On les rencontre donc essentiellement dans des structures existantes, datant du début de ce siècle. Leur diamètre varie généralement de 10 à 28 mm. Quelques précisions concernant le type d'acier des rivets sont données au paragraphe 3.4.1 et dans la référence [8.2].

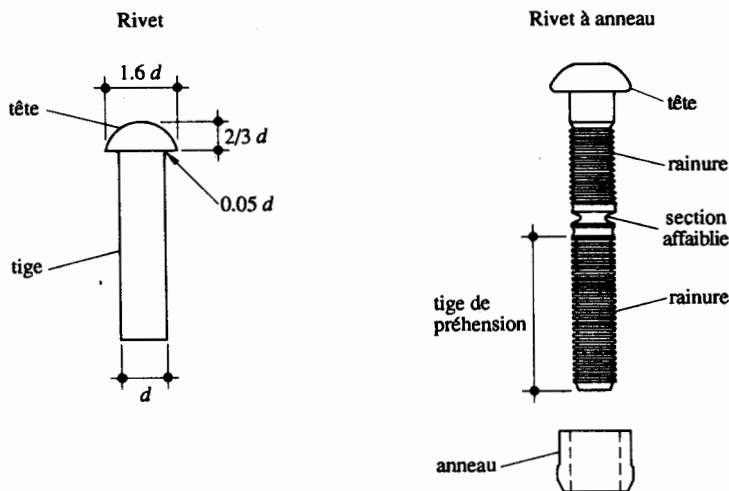


Fig. 8.6 Rivet et rivet à anneau.

Rivets à anneau

Les rivets à anneau (rivelons) sont des éléments de connexion mécanique qui tiennent à la fois du rivet (dans la mesure où il a une même forme de tête et qu'il introduit une force de précontrainte) et du boulon (car une partie de sa tige est rainurée). La figure 8.6 en montre les principales caractéristiques : la tige se compose de deux parties rainurées (et non pas filetées), séparées par une portion de tige dont la section est affaiblie. L'acier des rivets à anneau est un acier à haute résistance de type 8.8 (§ 3.4.2).

8.3.2 Mise en place

Boulons non précontraints

La mise en place des boulons non précontraints (boulons de charpente ou à haute résistance) au moyen d'une clé ne nécessite pas d'explications particulières. Il faut toutefois veiller à ce que les pièces assemblées soient bien mises en contact.

Boulons précontraints

Pour les boulons à haute résistance, l'acier employé permet de les précontraindre en les serrant très fortement. Ce serrage provoque une forte pression sur les pièces assemblées, autour des boulons. Cette pression empêche un glissement relatif des pièces assemblées : on parle alors d'assemblage précontraint (sect. 8.7). La mise en précontrainte, obtenue de préférence par serrage des écrous, exige un contrôle soigneux de ce serrage. Il existe principalement deux méthodes de contrôle :

- La première méthode consiste à mesurer le couple de serrage appliqué à l'écrou pour obtenir la précontrainte nécessaire. Ce couple est obtenu au moyen d'une clé dynamométrique manuelle ou d'une clé à chocs pneumatique ou électrique, qui se déclenche lorsque le couple nécessaire est atteint.
- La deuxième méthode est un procédé dit combiné, consistant à appliquer à l'écrou environ 75 % du couple nécessaire pour obtenir la précontrainte requise, puis à donner à l'écrou un quart de tour supplémentaire.

La norme européenne prEN 1990-1 [8.1] définit les conditions de mise en œuvre des boulons à serrage contrôlé; quatre méthodes, dont celles décrites ci-dessus, sont indiquées dans cette norme.

Concernant les boulons précontraints, il est utile de donner les précisions suivantes :

- à cause d'une différence de frottement entre l'écrou et le filetage, le couple de serrage à appliquer aux boulons noirs est supérieur d'environ 30 % à celui nécessaire pour les boulons zingués à chaud lubrifiés avec un produit à base de molybdène;
- une réutilisation des boulons précontraints mis en tension avec le procédé combiné n'est pas possible, car leur serrage provoque une plastification de leur section.

Nous citerons également deux procédés particuliers permettant un contrôle de la précontrainte appliquée aux boulons, même s'ils ne sont pas encore utilisés couramment en Suisse :

- les boulons TC (pour *Torque Control*) sont conçus de façon à ce que leur tige se casse lorsque le couple de serrage nécessaire est atteint; le contrôle du serrage se fait donc sur la base d'un principe analogue à celui des rivets à anneau, sauf que la rupture de la tige a lieu par torsion et non pas par traction;
- les rondelles de précontrainte LIW (*Load Indicator Washer*) se différencient des rondelles courantes par des bosselages qui s'écrasent partiellement lors de la mise en tension du boulon; une mesure de la hauteur de ces bosselages (analogue à la mesure de l'écartement des bougies de voitures) après la mise en tension du boulon permet de vérifier si la précontrainte nécessaire a bien été appliquée.

Rivets

Les rivets bruts (fig. 8.6) sont des pièces métalliques formées d'une tige cylindrique et d'une tête ronde. Lors de la pose (fig. 8.7), les rivets sont chauffés puis introduits dans les trous des pièces à

assembler. La partie du rivet dépassant les pièces est refoulée de manière à remplir le trou et à former la deuxième tête. La tige empêche ainsi le glissement relatif des éléments assemblés et assure la transmission des efforts, tandis que les têtes tiennent la tige en place.

Comme l'acier des rivets est porté à environ 1000 °C lors de la mise en place des rivets, son refroidissement peut créer une précontrainte qui peut donner à l'assemblage riveté une résistance au glissement semblable à celle obtenue avec des boulons précontraints (sect. 8.7).

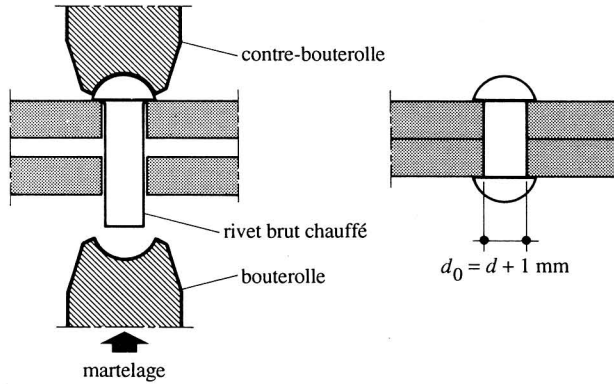


Fig. 8.7 Pose d'un rivet.

Rivets à anneau

La mise en place des rivets à anneau (fig. 8.8) s'effectue au moyen d'un pistolet hydraulique. Ce pistolet prend appui sur le second élément rainuré du rivet et presse l'anneau contre les pièces à assembler. L'anneau se déforme et vient remplir les rainures du premier élément. La tige du rivet, fortement tendue, se rompt alors au droit de la section affaiblie pour un effort de traction déterminé par l'aire de cette section. Cette mise en place provoque une forte compression des pièces autour du rivet : par conséquent, ce type d'assemblage possède des caractéristiques analogues à celles des assemblages par boulons précontraints.

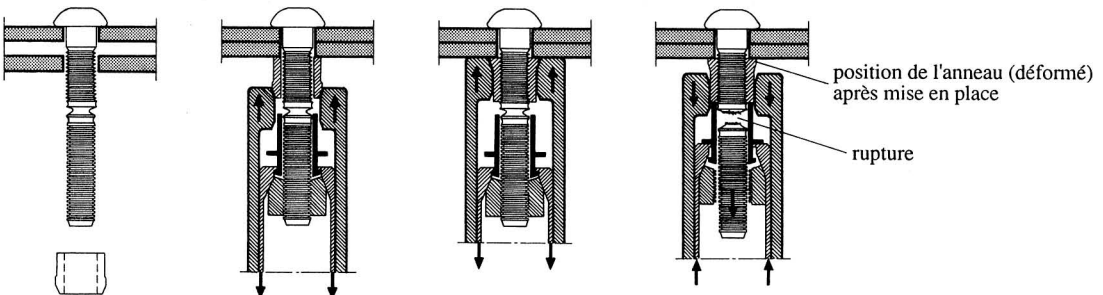


Fig. 8.8 Mise en place d'un rivet à anneau.

8.3.3 Dispositions pratiques de construction

Certaines mesures constructives sont à respecter pour que les assemblages boulonnés puissent être facilement réalisés et pour qu'ils puissent assurer pleinement leur rôle d'élément de liaison. Il s'agit notamment de choisir un diamètre de boulon bien adapté à l'épaisseur des pièces à assembler, ainsi que de disposer les boulons de façon adéquate.

Diamètre des boulons

Pour des raisons pratiques, on évitera la mise en œuvre dans un même assemblage de boulons de diamètres différents, tandis que l'utilisation de boulons de même diamètre mais de classe de qualité différente est carrément proscrite.

Le choix du diamètre des boulons se fera en déterminant leur résistance ou celle des pièces assemblées sur la base d'une bonne estimation des efforts à transmettre. Comme le diamètre d des boulons et l'épaisseur t des pièces à assembler ne sont pas totalement indépendants, le domaine d'utilisation des différents types de boulons est à peu près le suivant (entre parenthèses les diamètres utilisés moins couramment) :

- $t < 10 \text{ mm}$: $d = (12), 16 \text{ mm}$,
- $10 \text{ mm} \leq t \leq 25 \text{ mm}$: $d = 16, 20, 24 \text{ mm}$,
- $t > 25 \text{ mm}$: $d = 24, (27), (30) \text{ mm}$.

Disposition des boulons

Les distances entre les axes des boulons (entraxe p) ainsi qu'entre les axes des boulons et les bords de la pièce (pince e) (fig. 8.9) doivent être comprises entre certaines limites pour les raisons suivantes :

- *valeurs minimales*; pour permettre la mise en place des boulons (outillage) et pour éviter la rupture de la tôle lorsque la pince est trop faible;
- *valeurs maximales*; pour qu'il existe toujours un contact entre les pièces de l'assemblage (corrosion) et pour éviter de réaliser des assemblages trop longs (§ 8.6.2).

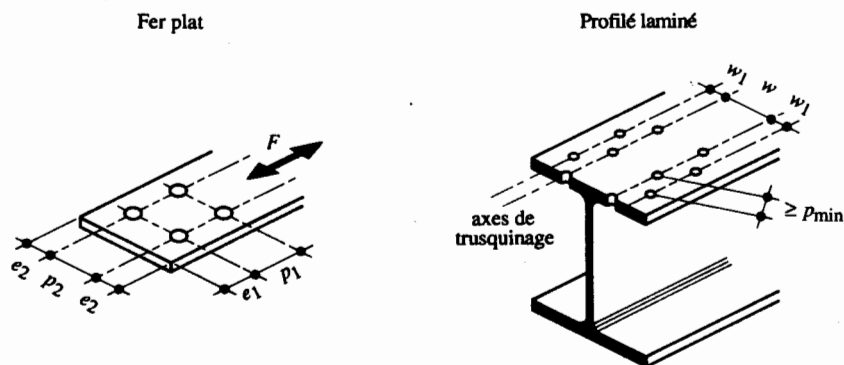


Fig. 8.9 Désignation des entraxes et des pinces en fonction de la direction de l'effort.

Le tableau 8.10 donne des indications sur les valeurs usuelles (entraxe $p_1 \approx 3d$ et pince $e_1 \approx 2d$) et minimales ($e_1 \approx 1.4d$) à donner à l'entraxe des boulons et à la pince. Il faut de plus tenir compte des exigences particulières pour la mise en œuvre, ou autrement dit prévoir une place suffisante pour manœuvrer les clés de serrage manuelles ou pneumatiques (voir pour cela les tables SZS C5).

Pour les profilés laminés, la disposition des trous est fixée sur les axes de *trusquinage* (fig. 8.9). On trouve la position de ces axes correspondant aux divers profilés dans les tables SZS C5.

Tableau 8.10 Entraxes des boulons et pinces.

Boulons	Valeurs usuelles [mm]			Valeurs minimales [mm]		
	p_1, p_2	e_1	e_2	p_1, p_2	e_1	e_2
M 12	40	25	20	35	20	15
M 16	50	35	25	40	25	20
M 20	60	40	30	45	30	25
M 24	70	50	40	55	35	30
M 27	80	55	45	65	40	35

L'Eurocode 3 (§ 6.5.1) donne les valeurs minimales suivantes (d_o est le diamètre du trou) : $e_1 = 1.2 d_o$, $e_2 = 1.5 d_o$, $p_1 = 2.2 d_o$ et $p_2 = 3.0 d_o$.

Exemple 8.1 Dispositions pratiques de construction

Soit une diagonale en acier Fe E 235 d'une poutre à treillis, dont l'assemblage avec la membrure est exécutée au moyen de quatre boulons M 24 en acier 4.6.

En dehors de toute considération de résistance, déterminer les principales dimensions de l'assemblage nécessaire dans les cas où la diagonale est un fer plat ou une cornière LNP 100 · 10 (fig. 8.11).

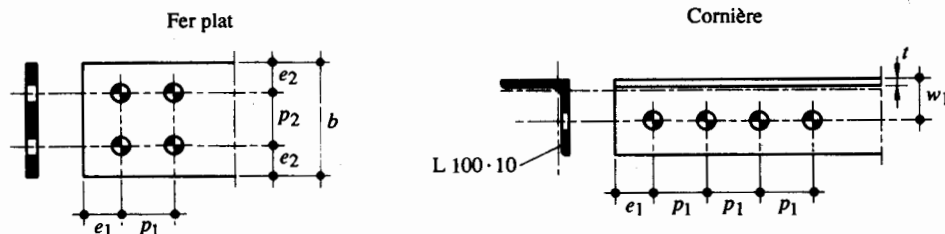


Fig. 8.11 Dispositions pratiques de construction.

Fer plat

Pour des boulons M 24, on peut par exemple choisir une épaisseur $t = 15$ mm. Quant à la largeur minimale du fer plat et la disposition longitudinale des boulons, elles seront établies en tenant compte des valeurs usuelles pour les pinces et les entraxes données dans le tableau 8.10. Pour les pinces, on a $e_1 = 50$ mm et $e_2 = 40$ mm alors que pour les entraxes on trouve $p_1 = p_2 = 70$ mm. La largeur minimale de la section vaut donc : $b = p_2 + 2 e_2 = 150$ mm.

En consultant les tables SZS C5, on constate que le fer plat correspondant aux dimensions déterminées ci-dessus est disponible directement du stock et on choisit par conséquent un fer plat FLA 150 · 15.

Cornière LNP 100 · 10

La position de l'axe de trusquinage donnée par les tables SZS C5 correspond à $w_1 = 55$ mm. On peut contrôler dans les tables SZS C5 que les boulons M 24 choisis peuvent effectivement être utilisés avec ce profilé. Quant à la disposition des boulons dans le sens longitudinal, elle se fera sur la base des mêmes critères adoptés précédemment, à savoir avec $p_1 = 70$ mm et $e_1 = 50$ mm.

Il s'agit également de vérifier que l'on dispose d'un dégagement suffisant pour le serrage des boulons au moyen d'une clé pneumatique. Dans le cas présent, on constate qu'un tel serrage est effectivement possible :

$$w_1 - t = 55 \text{ mm} - 10 \text{ mm} = 45 \text{ mm} \geq b_{\min} = 40 \text{ mm} \text{ (donné par les tables SZS C5).}$$

8.4 Résistance des boulons

Les rivets à anneau et les rivets ne sont plus mentionnés dans la suite de ce chapitre, qui traite exclusivement de la résistance des boulons. On apportera cependant à leur sujet les précisions suivantes :

- les rivets à anneau peuvent être considérés comme des boulons constitués d'un acier à haute résistance qui correspond à une classe de qualité 8.8 (§ 3.4.2); ils ne doivent cependant pas être utilisés en traction, car leur ruine se produit par rupture de l'anneau et non par rupture de la tige;
- les rivets présentent, en cisaillement, un comportement similaire à celui des boulons; quelques indications concernant leur résistance peuvent être trouvées dans [8.2].

L'Eurocode 3 (§ 6.5.6) donne pour les rivets des indications pour le calcul de la résistance au cisaillement, à la pression latérale et à la traction.

8.4.1 Mode de transmission des forces

Le joint boulonné représenté à la figure 8.12 montre que ce sont les boulons qui assurent la transmission des efforts à l'intérieur de l'assemblage. Les boulons sont de ce fait sollicités par une *pression latérale* transmise par contact avec les tôles, qui les fléchit et les cisaille.

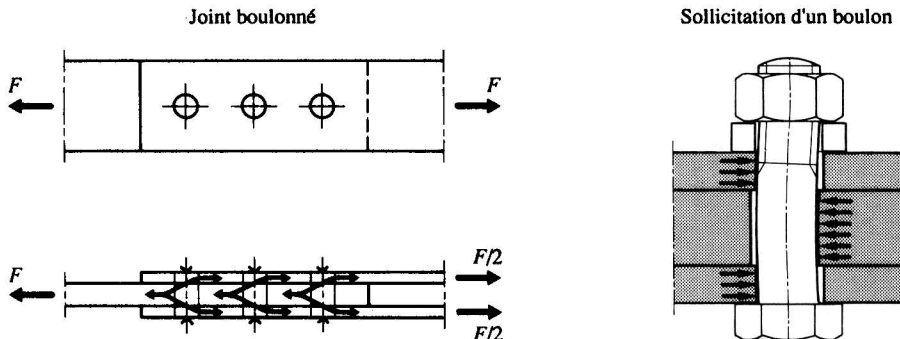


Fig. 8.12 Transmission des forces.

Pour autant que les pièces assemblées soient plaquées les unes contre les autres, on peut négliger la flexion de la tige des boulons. Il ne reste ainsi à vérifier que les deux phénomènes suivants :

- le cisaillement des boulons (§ 8.4.2),
- la pression latérale sur les pièces assemblées (§ 8.5.1), l'acier de ces dernières ayant en général une résistance moins élevée que celle de l'acier des boulons.

8.4.2 Résistance à un effort de cisaillement

La résistance ultime au cisaillement d'une section cisillée d'un boulon est directement proportionnelle à son aire. Dans l'assemblage de la figure 8.13, les boulons sont cisillés selon deux surfaces, qui peuvent se situer, selon la longueur du filetage du boulon, soit dans la section de la tige ($A = \pi d^2/4$), soit dans la section du filetage. Dans ce dernier cas, la section à introduire dans le calcul est la section résistante A_s , qui correspond à la section d'un cylindre équivalent qui offre la même résistance à la rupture que la partie filetée du boulon. Les valeurs numériques de la section résistante des boulons sont données dans le tableau 8.5 ainsi que dans les tables SZS C5.

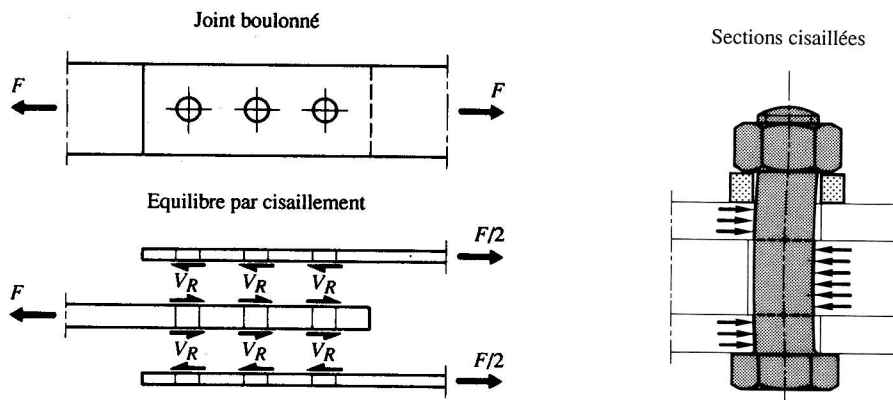


Fig. 8.13 Cisaillement des boulons.

La résistance ultime au cisaillement d'une *section cisillée* d'un boulon, précontraint ou non, est donnée par les relations suivantes, selon que le cisaillement se fait respectivement dans la tige ou dans le filetage :

$$V_R = \frac{1}{\gamma_M} \tau_{uB} A \quad (8.2 a)$$

$$V_R = \frac{1}{\gamma_M} \tau_{uB} A_s \quad (8.2 b)$$

V_R : résistance ultime au cisaillement d'une section d'un boulon

τ_{uB} : contrainte ultime de cisaillement de l'acier du boulon

A : aire de la section de la tige du boulon ($A = \pi d^2/4$) (tab. 8.5)

A_s : aire de la section résistante (tab. 8.5)

γ_M : marge supplémentaire pour la résistance des moyens d'assemblage ($\gamma_M = 1.25$)

où la contrainte ultime de cisaillement de l'acier du boulon vaut environ :

$$\tau_{uB} = \frac{f_{uB}}{\sqrt{3}} \quad (8.3)$$

f_{uB} : valeur de calcul de la résistance à la traction de l'acier du boulon (tab. 8.3)

Les relations (8.2 a) et (8.3) permettent d'exprimer la résistance ultime V_R d'une section cisailée dans la tige d'un boulon par la relation suivante (arrondie pour le dimensionnement), valable quelle que soit la classe de qualité de son acier :

$$V_R = 0.5 f_{uB} A \quad (8.4)$$

Si la section cisailée se trouve dans la zone du *filetage*, il suffit de remplacer dans (8.4) la section A de la tige du boulon par la section résistante A_s . Pour les boulons en acier 10.9, la norme SIA 161 impose cependant encore une réduction de la résistance au cisaillement au 80 % de cette valeur. On a ainsi :

$$\text{aciers 4.6, 5.6 et 8.8 :} \quad V_R = 0.5 f_{uB} A_s \quad (8.5 \text{ a})$$

$$\text{acier 10.9 :} \quad V_R = 0.4 f_{uB} A_s \quad (8.5 \text{ b})$$

Les valeurs de la résistance ultime V_R d'une section cisailée (on parle alors de section simple) dans la tige d'un boulon sont données dans le tableau 8.32(a), qui regroupe les différentes valeurs de résistance des boulons de charpente et à haute résistance. Elles se trouvent également dans les tables SZS C5.

Pour les aciers avec une haute limite d'élasticité, certaines normes donnent une valeur de résistance ultime légèrement différente de celle donnée par les relations ci-dessus. Cette différence s'explique par la variation du rapport f_{yB}/f_{uB} qui a comme conséquence une légère modification du comportement à la ruine des boulons.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.5) donne les résistances de calcul suivantes pour une section cisailée dans la tige d'un boulon, quelle que soit la classe de qualité de l'acier :

$$F_{v,Rd} = \frac{0.6 f_{ub} A}{\gamma_{Mb}}$$

$F_{v,Rd}$: résistance de calcul au cisaillement d'une section cisailée

f_{ub} : valeur de calcul de la résistance à la traction de l'acier du boulon (correspond à f_{uB})

A : aire de la section de la tige du boulon

γ_{Mb} : facteur de résistance pour les assemblages boulonnés ($\gamma_{Mb} = \gamma_{M2} = 1.25$)

Si la section cisailée se trouve dans la zone du *filetage*, les valeurs suivantes sont données selon la classe de qualité de l'acier des boulons :

$$F_{v,Rd} = \frac{0.6 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}} \quad \text{pour les classes de qualité 4.6, 5.6 et 8.8}$$

$$F_{v,Rd} = \frac{0.5 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}} \quad \text{pour les classes de qualité 4.8, 5.8, 6.8 et 10.9}$$

A_s : aire de la section résistante

En comparant $F_{v,Rd}$ avec les «valeurs de dimensionnement» obtenues avec la norme SIA 161 (V_R/γ_R), on constate que cette dernière prescrit des valeurs de résistance inférieures à celles de l'Eurocode de 5 % pour une section cisailée dans la tige et de 9 % pour une section cisailée dans le filetage.

8.4.3 Résistance à un effort de traction

Dans les assemblages sollicités en traction, comme par exemple l'attache en traction de la figure 8.14(a), les forces se transmettent d'un élément à l'autre directement par l'intermédiaire des boulons. La résistance ultime de ces assemblages dépend de la résistance à la traction f_{uB} de l'acier des boulons.

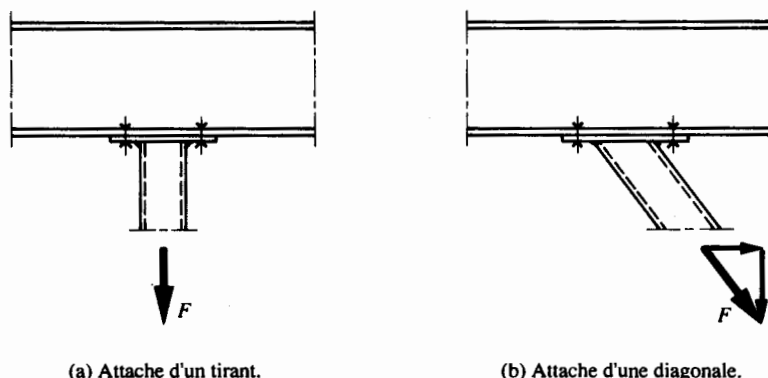


Fig. 8.14 Assemblages sollicités à la traction et à la traction avec cisaillement.

La résistance ultime à la traction d'un boulon est donnée par les relations suivantes, selon que le boulon est précontraint ou non :

$$\text{boulon précontraint :} \quad T_R = \frac{1}{\gamma_M} f_{uB} A_s \quad (8.6a)$$

$$\text{boulon non précontraint :} \quad T_R = 0.75 \frac{1}{\gamma_M} f_{uB} A_s \quad (8.6b)$$

T_R : résistance ultime à la traction

f_{uB} : valeur de calcul de la résistance à la traction de l'acier du boulon (tab. 8.3)

A_s : aire de la section résistante du boulon

γ_M : marge supplémentaire pour la résistance des moyens d'assemblage ($\gamma_M = 1.25$)

Le facteur 0.75 qui multiplie la résistance théorique $f_{uB} A_s$ d'un boulon non précontraint tient compte d'une sensibilité très prononcée de ce type de boulons vis-à-vis des sollicitations variables répétées conduisant à une fissuration par fatigue (§ 8.7.5). La mise en précontrainte d'un boulon constitue de plus un contrôle implicite de la qualité du boulon, qui justifie également une résistance ultime supérieure pour un boulon précontraint. L'utilisation de boulons précontraints est de ce fait fortement recommandée s'ils sont soumis à des charges de traction, et même obligatoire s'ils sont sollicités par des charges de fatigue (§ 8.7.5).

Sur la base de (8.6 a), la résistance ultime à la traction d'un *boulon précontraint* vaut donc :

$$\text{boulon précontraint :} \quad T_R = 0.8 f_{uB} A_s \quad (8.7)$$

Les valeurs de la résistance ultime à la traction selon (8.7) sont données dans le tableau 8.32(b). Elles se trouvent également dans les tables SZS C5.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.5) donne la relation suivante pour la résistance à la traction des boulons :

$$F_{t,Rd} = \frac{0.9 f_{ub} A_s}{\gamma_{Mb}}$$

ce qui correspond (avec $\gamma_{Mb} = \gamma_{M2} = 1.25$) à 1 % près à la « valeur de dimensionnement » (T_R/γ_R) obtenue avec (8.7).

Précisons d'ores et déjà ici, même si cette question est traitée plus en détail au paragraphe 8.7.4, qu'un assemblage dont les boulons sont soumis à un effort de traction n'aura pas un comportement à la ruine (et donc de mode de transmission des efforts) différent selon que les boulons sont précontraints ou non.

8.4.4 Résistance à une interaction entre cisaillement et traction

La figure 8.14(b) représente un exemple d'assemblage, en l'occurrence une attache de diagonale, dans lequel les boulons sont sollicités à la fois au cisaillement (composante horizontale) et à la traction (composante verticale). La résistance ultime de tels boulons est dictée par une loi d'interaction, obtenue à partir d'essais, faisant intervenir les résistances ultimes au cisaillement pur et à la traction pure des boulons. Cette loi d'interaction (fig. 8.15), valable aussi bien pour les boulons non précontraints que pour les boulons précontraints, se formule ainsi :

$$\left(\frac{T_{dB}}{T_R/\gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{V_{dB}}{V_R/\gamma_R} \right)^2 \leq 1.0 \quad (8.8)$$

T_{dB} : valeur de dimensionnement de l'effort de traction transmis par le boulon

T_R : résistance ultime à la traction du boulon (8.6)

V_{dB} : valeur de dimensionnement de l'effort de cisaillement transmis par une section du boulon

V_R : résistance ultime d'une section cisailée du boulon (8.4)

L'Eurocode 3 (§ 6.5.5) propose pour une interaction entre cisaillement et traction une relation légèrement différente de (8.8) :

$$\frac{F_{t,Sd}}{1.4 F_{t,Rd}} + \frac{F_{v,Sd}}{F_{v,Rd}} \leq 1.0$$

$F_{t,Sd}$: valeur de calcul de l'effort de traction

$F_{t,Rd}$: résistance de calcul à la traction

$F_{v,Sd}$: valeur de calcul de l'effort de cisaillement

$F_{v,Rd}$: résistance de calcul au cisaillement

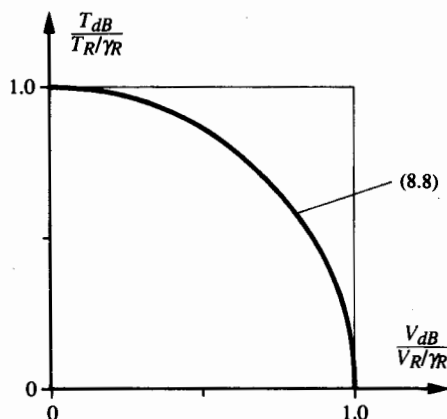


Fig. 8.15 Résistance ultime d'un boulon pour une interaction entre cisaillement et traction.

Exemple 8.2 Interaction entre traction et cisaillement

Soit un boulon M 20 précontraint, en acier 10.9, sollicité à la traction par un effort T dont la valeur de dimensionnement correspond à 50 % de sa résistance ultime en traction.

Déterminer la valeur de dimensionnement de l'effort de cisaillement V que ce boulon peut encore transmettre en admettant que la section cisillée se situe dans la tige du boulon.

Traction du boulon

La résistance à la traction du boulon vaut, selon (8.7) :

$$T_R = 0.8 f_{uB} A_s = 0.8 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 245 \text{ mm}^2 = 196 \cdot 10^3 \text{ N} = 196 \text{ kN}$$

La valeur de dimensionnement de la sollicitation, correspondant à 50 % de la résistance en traction du boulon, vaut donc :

$$T_d = 0.5 T_R = 0.5 \cdot 196 \text{ kN} = 98 \text{ kN}$$

Cisaillement du boulon

La résistance ultime du boulon soumis à un cisaillement dans la tige correspond à (8.4) :

$$V_R = 0.5 f_{uB} A = 0.5 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 314 \text{ mm}^2 = 157 \cdot 10^3 \text{ N} = 157 \text{ kN}$$

Sollicitation combinée

L'effort de cisaillement que peut alors encore reprendre le boulon est donné par (8.8) :

$$\left(\frac{T_d}{T_R / \gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{V_R / \gamma_R} \right)^2 = \left(\frac{98 \text{ kN}}{196 \text{ kN} / 1.1} \right)^2 + \left(\frac{V_d}{157 \text{ kN} / 1.1} \right)^2 \leq 1.0$$

d'où l'on peut tirer $V_d \leq 119 \text{ kN}$ (ce qui représente 76 % de V_R).

8.5 Résistance des pièces assemblées

Si la section 8.4 traitait de la résistance des boulons eux-mêmes, c'est la résistance des pièces assemblées à l'aide de boulons qui est examinée dans cette section. La figure 8.16 illustre les différents modes de ruine possibles des pièces assemblées, à savoir :

- rupture par pression latérale (§ 8.5.1), qui peut se manifester par une ovalisation du trou du boulon si la pince est grande ou par un arrachement de la pince si elle est petite;
- rupture de la section brute ou nette (§ 8.5.2), selon la disposition des boulons.

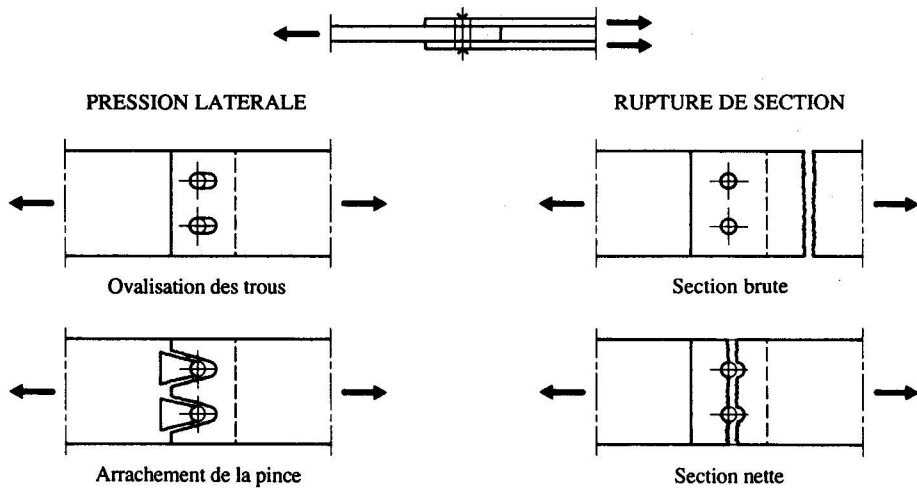


Fig. 8.16 Modes de rupture des pièces assemblées.

8.5.1 Pression latérale

La figure 8.17 montre schématiquement la position relative, à l'état chargé, d'un boulon et des pièces de l'assemblage de la figure 8.12. Rappelons que la position initiale des pièces assemblées présente un jeu entre le boulon et le bord des trous (§ 8.3.1). Lorsque l'on charge l'assemblage, on observe un glissement relatif des pièces qui se mettent en contact avec le boulon. La force F dans le tirant se transmet d'abord au boulon le long de la surface A-A et ensuite aux couvre-joints supérieur et inférieur le long des surfaces B-B'. Les pressions subies par les pièces au droit des surfaces de contact sont appelées **pressions latérales**.

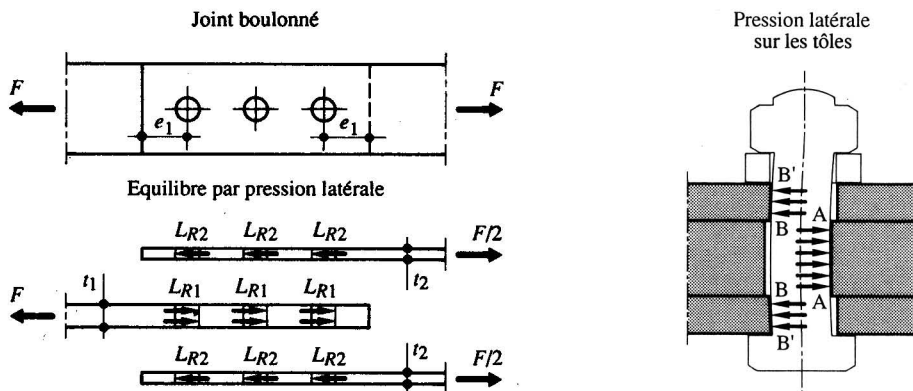


Fig. 8.17 Pressions latérales dans un assemblage boulonné.

La vérification de la pression latérale sur les pièces assemblées se base sur l'hypothèse que la pression de contact est uniformément répartie sur la hauteur des tôles, même si elle est en réalité variable avec des valeurs maximales aux points A et B. Comme la ruine par pression latérale peut se manifester notamment par l'arrachement de la pince e_1 , la résistance ultime à la pression latérale est influencée par la distance e_1 séparant les boulons du bord de la pièce dans la direction de l'effort. La vérification de la pression latérale consiste donc à éviter une ovalisation du trou ou un arrachement de la pince (fig. 8.16).

La résistance ultime à la pression latérale L_R de chacune des pièces assemblées s'exprime par :

$$L_R = \frac{1}{\gamma_M} \left(\frac{e_1}{d} \right) f_u d t = 0.8 \left(\frac{e_1}{d} \right) f_u d t \leq 2.4 f_u d t \quad (8.9)$$

L_R : résistance ultime à la pression latérale de la pièce assemblée

f_u : résistance à la traction de l'acier de la pièce assemblée

e_1 : pince dans la direction de l'effort

d : diamètre de la tige du boulon

t : épaisseur de la pièce assemblée (dans l'exemple de la figure 8.17, t_1 ou t_2 selon la pièce assemblée considérée)

γ_M : marge supplémentaire pour la résistance des moyens d'assemblage ($\gamma_M = 1.25$)

La relation (8.9) est valable pour $e_1 \leq 3 d$. En outre, les conditions de mise en place limitent la valeur de la pince à $e_1 \geq 1.4 d$. Il faut de plus prêter attention aux valeurs relatives de la pince e_1 et de l'entraxe p_1 des boulons : lorsque $p_1 < e_1 + d/2$, la norme SIA 161 utilise l'expression de la pression latérale donnée par (8.9) en remplaçant e_1 par $(p_1 - d/2)$. Signalons également que la pression latérale ne dépend pas du fait que les boulons soient précontraints ou non.

Comme de nombreux assemblages standardisés utilisent les pinces usuelles selon le tableau 8.10, à savoir $e_1 \approx 2 d$, la résistance ultime à la pression latérale s'exprime alors par :

$$L_R = 1.6 f_u d t \quad (8.10)$$

Les valeurs de résistance ultime à la pression latérale selon (8.9) sont données dans le tableau 8.33, en kN par mm d'épaisseur de tôle. Elles se trouvent également dans les tables SZS C5.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.5) donne la formule suivante pour le calcul de la pression latérale, appelée en l'occurrence pression diamétrale :

$$F_{b,Rd} = \frac{2.5 \alpha f_u d t}{\gamma_{Mb}}$$

$F_{b,Rd}$: résistance de calcul à la pression diamétrale

f_u : résistance à la traction de l'acier de la pièce assemblée

d : diamètre de la tige du boulon

t : épaisseur de la pièce assemblée

γ_{Mb} : facteur de résistance pour les assemblages boulonnés ($\gamma_{Mb} = \gamma_{M2} = 1.25$)

α : coefficient : $\alpha = \min \left(\frac{e_1}{3d_0} ; \frac{p_1}{3d_0} - \frac{1}{4} ; \frac{f_{ub}}{f_u} ; 1.0 \right)$

8.5.2 Sections brutes et nettes

En plus de la vérification des boulons et de la pression latérale, il est encore nécessaire de vérifier la résistance en section des pièces assemblées (fers-plats, couvre-joints, profilés, etc.). Il est pour cela nécessaire de définir deux types de sections (fig. 8.18) :

- la **section brute** A , qui est la section de la pièce hors de l'assemblage, perpendiculairement à la direction de l'effort;
- la **section nette** A_n , qui correspond à la section dans l'assemblage possédant la plus courte de toutes les lignes de rupture possibles (elle est donc plus petite que la section brute, et sa valeur dépend du nombre de trous qu'elle traverse et de leur disposition).

Pour les pièces assemblées comprimées, on admet que l'effort de compression se transmet par contact entre les tôles et les moyens d'assemblage : la vérification de la section brute est donc suffisante. Par contre, pour la vérification des éléments tendus faisant partie d'assemblages boulonnés, il est important de distinguer entre les sections brute et nette, dont la résistance ultime est donnée respectivement par :

$$\text{section brute :} \quad F_R = f_y A \quad (8.11 a)$$

$$\text{section nette :} \quad F_{Rn} = \frac{1}{\gamma_M} f_u A_n = 0.8 f_u A_n \quad (8.11 b)$$

F_R : résistance ultime de la section brute de la pièce assemblée

F_{Rn} : résistance ultime de la section nette de la pièce assemblée

f_y : limite d'élasticité de l'acier de la pièce assemblée

f_u : résistance à la traction de l'acier de la pièce assemblée

A : aire de la section brute

A_n : aire de la section nette

γ_M : marge supplémentaire pour la résistance des moyens d'assemblage ($\gamma_M = 1.25$)

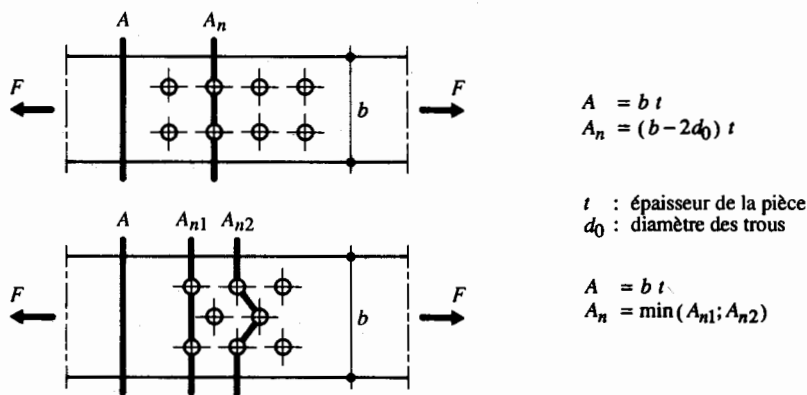


Fig. 8.18 Définitions de la section brute A et de la section nette A_n .

L'Eurocode 3 (§ 5.4.3) donne la formule suivante pour la résistance de calcul de la section nette :

$$N_{u,Rd} = \frac{0.9 f_u A_{net}}{\gamma_{M2}}$$

A_{net} : aire de la section nette

γ_{M2} : facteur de résistance pour la vérification des assemblages ($\gamma_{M2} = 1.25$)

ce qui correspond à 1 % près à la « valeur de dimensionnement » (F_{Rn}/γ_R) obtenue avec (8.11 b).

8.6 Vérification d'un assemblage boulonné

8.6.1 Principes

Nous avons vu dans les sections 8.4 et 8.5 que la ruine d'un assemblage boulonné pouvait être atteinte par la rupture des boulons ou des pièces assemblées. Le type de ruine déterminant (celui qui apparaît le premier) dépend d'une part de la résistance de l'acier des pièces assemblées et des boulons, et d'autre part de leurs dimensions (diamètre, épaisseur, écartement, pince). D'une façon générale, on peut dire que la vérification de la sécurité structurale (8.1) d'un assemblage réalisé à l'aide de boulons non précontraints (le cas de l'assemblage précontraint est examiné à la section 8.7) nécessite le contrôle des modes de ruine suivants, relatifs aux boulons :

- cisaillement, avec (8.4),
- traction, avec (8.7),
- interaction traction - cisaillement, avec (8.8),

et aux pièces assemblées :

- pression latérale, avec (8.9),
- section brute, avec (8.11 a),
- section nette, avec (8.11 b).

Pour effectuer ces vérifications, il est extrêmement important d'établir un modèle de calcul de l'assemblage qui soit réaliste : le chapitre 9 traite de la modélisation et du dimensionnement des assemblages. En effet, malgré le fait que différentes approches soient possibles, il est recommandé de raisonner, pour le transfert des efforts, au niveau d'un boulon. Même si en général chacun des boulons de l'assemblage transmet une part égale de l'effort, il arrive dans certains types d'assemblages que tous les boulons ne soient pas sollicités de la même façon : on vérifiera dans ce cas la résistance du boulon le plus sollicité, et on mettra partout ailleurs des boulons du même type, pour une question d'homogénéité de l'assemblage.

Lorsque le cisaillement du boulon détermine la résistance de l'assemblage, une augmentation de celle-ci peut être obtenue en augmentant le nombre de boulons ou en choisissant des boulons d'un plus grand diamètre ou des boulons en acier à plus haute résistance. Dans le cas où la résistance de l'assemblage est déterminée par la pression latérale des tôles, une augmentation de cette résistance est possible avec une augmentation de l'épaisseur t des tôles (ou éventuellement de la pince e_1).

Il est important de préciser que lorsque la section nette est déterminante, aucune rotation plastique et par conséquent aucune redistribution des efforts intérieurs (calcul PP (tab. 2.27)) ne peuvent être prises en considération dans cette zone.

L'exemple 8.3 illustre les principes de vérification d'un assemblage boulonné pour un cas simple de joint de tirant, pour lequel différentes approches sont possibles. Il est cependant important de préciser que nous recommandons d'utiliser les principes de vérification suivants :

- pour les boulons (cisaillement, traction ou interaction), raisonner sur une section du boulon (en l'occurrence celle qui est la plus sollicitée);
- pour les pièces assemblées (pression latérale, sections brute ou nette), raisonner de façon séparée pour chaque pièce assemblée.

Ces principes de vérification seront appliqués aux assemblages étudiés au chapitre 9.

Exemple 8.3 Vérification de l'assemblage d'un tirant

Soit l'assemblage boulonné d'un tirant en acier Fe E 235 (fig. 8.19) devant transmettre une charge F ayant une valeur de dimensionnement de $F_d = 650$ kN. Les boulons sont de type M 20 en acier 4.6, dont on admet que les sections cisillées sont situées dans leur tige.

Vérifier que le nombre de boulons ainsi que les fers plats de l'assemblage sont suffisants pour transmettre cette charge.

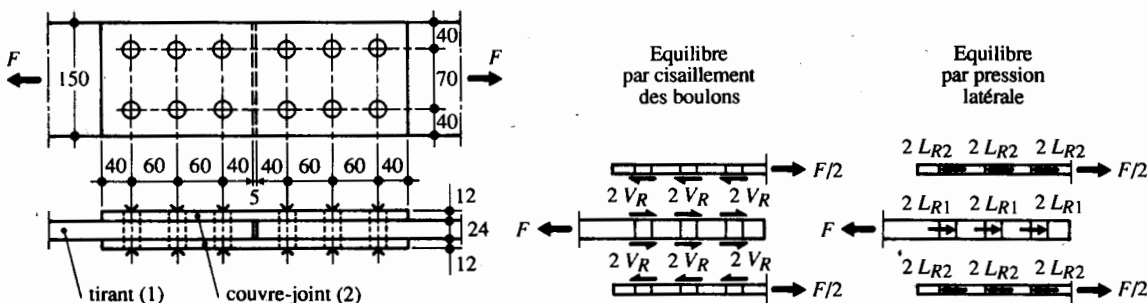


Fig. 8.19 Vérification de l'assemblage d'un tirant.

Le but de cet exemple est d'illustrer les différentes approches possibles pour vérifier un assemblage boulonné relativement simple, même si nous recommandons (voir ci-dessus) de toujours raisonner pour une section cisillée d'un boulon ou séparément pour chaque pièce assemblée.

Résistance au cisaillement des boulons

La résistance au cisaillement d'une section cisillée d'un boulon M20 en acier 4.6 est donnée par (8.4) :

$$V_R = 0.5 f_{uB} A = 0.5 \cdot 400 \text{ N/mm}^2 \cdot 314 \text{ mm}^2 = 62.8 \cdot 10^3 \text{ N} = 62.8 \text{ kN}$$

L'équilibre par cisaillement (fig. 8.19) des fers plats s'exprime de la façon suivante, selon que l'on considère le tirant (1) ou un couvre-joint (2) :

- Equilibre du tirant (1) :

$$F_d \leq 6 \cdot 2 V_R / \gamma_R, \text{ en considérant la force qui agit sur l'ensemble des boulons,}$$

$$F_d / 6 \leq 2 V_R / \gamma_R, \text{ en considérant la force agissant sur chaque boulon doublement cisillé,}$$

$$F_d / 12 \leq V_R / \gamma_R, \text{ en considérant la force qui agit sur une section cisillée d'un boulon.}$$

On constate que ces différentes vérifications aboutissent au même résultat. Numériquement, la dernière d'entre elles montre que la résistance au cisaillement des boulons est suffisante :

$$650 \text{ kN} / 12 = 54.2 \text{ kN} \leq 62.8 \text{ kN} / 1.1 = 57.1 \text{ kN}$$

- Equilibre d'un couvre-joint (2) :

$F_d / 2 \leq 6 \cdot 1 V_R / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur l'ensemble des boulons,

$(F_d / 2) / 6 \leq 1 \cdot 1 V_R / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur une section cisailée d'un boulon.

Ces deux vérifications aboutissent au même résultat, par ailleurs identique dans le cas particulier de cet exemple à celui obtenu avec l'équilibre du tirant (1).

Résistance à la pression latérale

La résistance à la pression latérale vaut respectivement sur le tirant et les couvre-joints (8.10) :

$$L_{R1} = 1.6 f_u d t_1 = 1.6 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 24 \text{ mm} = 276 \cdot 10^3 \text{ N} = 276 \text{ kN}$$

$$L_{R2} = 1.6 f_u d t_2 = 1.6 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} = 138 \cdot 10^3 \text{ N} = 138 \text{ kN}$$

L'équilibre par pression latérale (fig. 8.19) des fers plats s'exprime de la façon suivante, selon que l'on considère le tirant (1) ou un couvre-joint (2) :

- Equilibre du tirant (1) :

$F_d \leq 6 L_{R1} / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur l'ensemble des boulons,

$F_d / 6 \leq L_{R1} / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur chaque boulon.

- Equilibre d'un couvre-joint (2) :

$F_d / 2 \leq 6 L_{R2} / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur l'ensemble des boulons,

$(F_d / 2) / 6 \leq L_{R2} / \gamma_R$, en considérant la force qui agit sur chaque boulon.

On constate, en l'occurrence parce que l'épaisseur des couvre-joints est exactement la moitié de celle du tirant, que les vérifications de l'équilibre du tirant (1) et d'un couvre-joint (2) aboutissent au même résultat. Numériquement, la dernière d'entre elles montre que la vérification à la pression latérale est satisfaite :

$$650 \text{ kN} / 12 = 54.2 \text{ kN} \leq 138 \text{ kN} / 1.1 = 125 \text{ kN}$$

Vérification des sections brute et nette

La résistance des fers plats correspond à la valeur minimale des résistances des sections brute et nette. Il s'agit donc de vérifier :

$$F_{di} \leq \min(F_{Ri}; F_{Rni}) / \gamma_R$$

Les résistances des sections brute et nette valent pour le tirant (1) :

$$F_{R1} = f_y A_1 = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 150 \text{ mm} \cdot 24 \text{ mm} = 846 \cdot 10^3 \text{ N} = 846 \text{ kN}$$

$$F_{Rn1} = 0.8 f_u A_{n1} = 0.8 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 (150 \text{ mm} - 2 \cdot 22 \text{ mm}) 24 \text{ mm} = 733 \cdot 10^3 \text{ N} = 733 \text{ kN}$$

et pour les couvre-joints (2) :

$$F_{R2} = f_y A_2 = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 150 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm} = 423 \cdot 10^3 \text{ N} = 423 \text{ kN}$$

$$F_{Rn2} = 0.8 f_u A_{n1} = 0.8 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 (150 \text{ mm} - 2 \cdot 22 \text{ mm}) 12 \text{ mm} = 366 \cdot 10^3 \text{ N} = 366 \text{ kN}$$

On peut ainsi vérifier que les sections du tirant et des couvre-joints sont suffisantes :

$$F_{d1} = F_d = 650 \text{ kN} \leq \min(F_{R1}, F_{Rn1}) / \gamma_R = 733 \text{ kN} / 1.1 = 666 \text{ kN}$$

$$F_{d2} = F_d / 2 = 325 \text{ kN} \leq \min(F_{R2}, F_{Rn2}) / \gamma_R = 366 \text{ kN} / 1.1 = 333 \text{ kN}$$

On remarque dans le cas particulier de cet exemple que les vérifications du tirant et des couvre-joints aboutissent au même résultat. Cela s'explique parce que leurs largeurs sont identiques tandis que l'épaisseur des couvre-joints est exactement la moitié de celle du tirant. Comme ceci n'est pas forcément le cas d'une façon générale, on prendra soin de vérifier chaque fois l'élément le moins résistant de l'assemblage.

8.6.2 Effet de la longueur de l'assemblage

Il convient de remarquer que l'hypothèse d'une répartition uniforme de l'effort sur tous les boulons (calcul plastique) n'est en fait pas tout à fait exacte. Sous l'effet d'une charge, les tôles viennent d'abord se mettre en contact avec les boulons après le glissement initial des pièces de l'assemblage. Quand la charge extérieure augmente, les tôles se déforment de manière inégale sur la longueur de l'assemblage. Les plus grandes déformations se situent aux extrémités de l'assemblage; une redistribution uniforme des efforts ne peut donc pas se faire, et les boulons des extrémités sont par conséquent plus sollicités que les boulons centraux (fig. 8.20). Ce phénomène est d'autant plus prononcé que le nombre de boulons dans la direction de l'effort est élevé et que la distance qui les sépare est grande. Des essais ont montré que les boulons

situés aux extrémités de l'assemblage se rompent les premiers; les charges qu'ils transmettaient sont alors reportées sur les boulons suivants qui se rompent à leur tour.

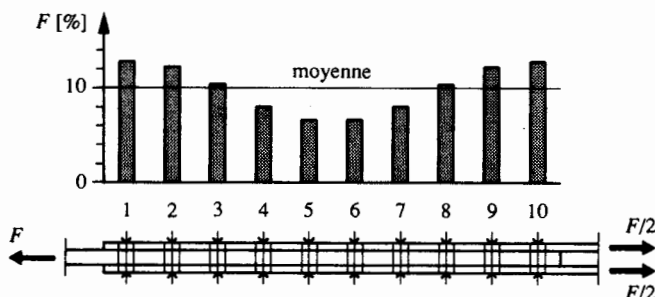


Fig. 8.20 Répartition de l'effort sur les boulons dans un assemblage de grande longueur.

L'hypothèse que tous les boulons d'un assemblage sollicité au cisaillement transmettent le même effort n'est donc pas tout à fait juste. La résistance ultime théorique de l'assemblage que l'on détermine avec cette hypothèse est supérieure à la résistance ultime réelle. Même si la norme SIA 161 ne prescrit rien à ce sujet, une réduction devrait être considérée pour des assemblages avec plus de cinq boulons sur le même axe dans la direction de l'effort, pour autant que les entraxes normaux entre boulons soient respectés.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.10) tient compte des assemblages longs par un coefficient de réduction β_{Lf} de la résistance au cisaillement donné pour le cas où la distance L_j entre le centre des boulons d'extrémités, mesurée dans la direction de l'effort, est supérieure à $15d$:

$$\beta_{Lf} = 1 - \frac{L_j - 15d}{200d}, \text{ mais } 0.75 \leq \beta_{Lf} \leq 1.0$$

Cette disposition ne s'applique pas dans le cas où l'on est assuré d'une répartition uniforme de transmission d'effort sur la longueur de l'assemblage, par exemple pour la transmission de l'effort de cisaillement entre l'âme d'une section et la semelle.

8.6.3 Effet de la dimension des trous

Pour tenir compte des tolérances de fabrication ou de montage, de même que des assemblages devant permettre une dilatation ou assurant un raccord sur une construction existante, il peut s'avérer nécessaire de permettre un déplacement en prévoyant :

- des trous agrandis présentant un jeu a plus grand que le jeu normal,
- des trous oblongs courts ou longs.

Les tables SZS C5 se réfèrent aux indications de l'Eurocode 3 (tab. 8.21) pour les jeux usuels des trous oblongs, définis par l'entraxe a des centres de perçage utilisés pour les réaliser (fig. 8.22).

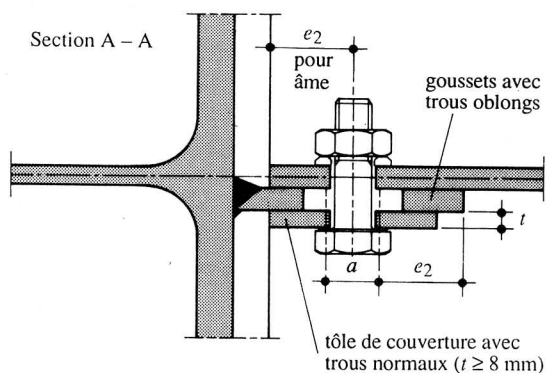
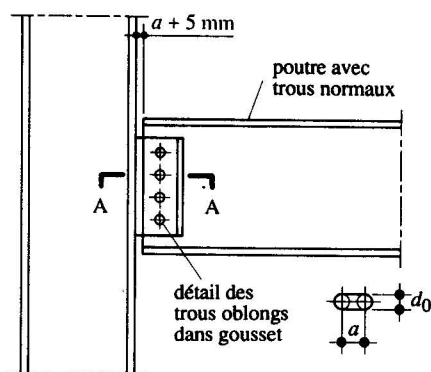
L'Eurocode 3 (§ 7.5.2) propose pour les trous agrandis ou oblongs les jeux a donnés dans le tableau 8.21.

Tableau 8.21 Jeux a des trous agrandis et oblongs selon l'Eurocode 3.

Type de trou	M12	M16	M20	M24	M27
agrandi	3 mm	4 mm	4 mm	6 mm	8 mm
oblong court	4 mm	6 mm	6 mm	8 mm	10 mm
oblong long	18 mm	24 mm	30 mm	36 mm	43 mm

Dans le cas de l'utilisation de trous agrandis ou oblongs, il est nécessaire de disposer au choix, selon les dispositions de construction, entre la tête du boulon et la tôle ou entre l'écrou et la tôle :

- une rondelle trempée de dimension adéquate,
- une tôle de couverture avec des trous normaux (fig. 8.22) lorsque les trous agrandis ou oblongs se situent sur les tôles extérieures de l'assemblage.

**Fig. 8.22** Assemblage avec des trous oblongs.

La transmission des efforts à travers les assemblages boulonnés avec des trous agrandis ou oblongs peut être totalement modifiée. Il est donc important d'adopter un modèle de calcul qui tienne compte de ces nouvelles conditions, notamment d'une diminution de la résistance au glissement (§ 8.7.2).

8.7 Vérification d'un assemblage précontraint

8.7.1 Principes

Comportement

Pour certaines constructions, le déplacement relatif des pièces de l'assemblage n'est pas toléré sous l'effet des charges de service (§ 8.2.2). Rappelons que cette possibilité de mouvement est possible à cause

du jeu entre les boulons et les trous; le mouvement peut déjà se produire pour une charge relativement faible. Afin de l'empêcher, il existe deux possibilités :

- prévoir des boulons ajustés, pour lesquels le jeu entre les boulons et les trous n'est que de 0.3 mm (§ 8.3.1);
- prévoir des boulons précontraints, de manière à ce que le frottement entre les pièces assemblées empêche le glissement de l'assemblage avant que la charge appliquée n'ait atteint la valeur pour laquelle on veut éviter un glissement.

Le comportement des assemblages avec des *boulons précontraints* est influencé par le frottement entre les pièces assemblées. Du fait de la précontrainte qui agit sur les éléments assemblés, les pièces, dans une première phase, ne peuvent pas glisser les unes par rapport aux autres et ne viennent donc pas en contact avec la tige du boulon. Par conséquent, la transmission des forces n'a pas lieu par cisaillement et pression latérale, mais s'effectue par frottement entre les éléments (fig. 8.23). Le frottement entre les pièces est proportionnel à la force de précontrainte des boulons et dépend de l'état de surface des pièces assemblées.

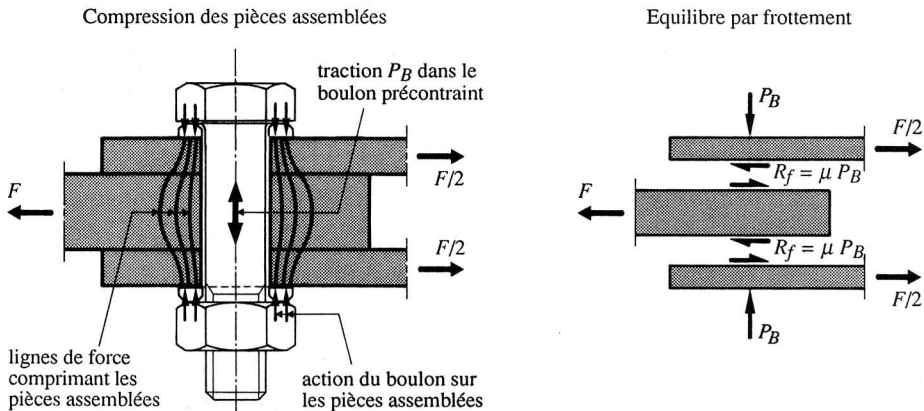


Fig. 8.23 Mécanisme de transmission d'un effort par frottement.

Dans une deuxième phase, si l'on augmente la charge, les pièces vont glisser les unes par rapport aux autres (lorsque le frottement est vaincu) et se mettre en contact avec la tige des boulons. A partir de cette charge, l'assemblage résiste par cisaillement des boulons et pression latérale des tôles. La résistance ultime est alors dictée par les mêmes critères que ceux provoquant la ruine des assemblages non précontraints.

La figure 8.24 représente la courbe charge-déplacement pour quelques moyens d'assemblage sollicités jusqu'à la ruine. La courbe relative aux boulons précontraints montre bien les trois phases du comportement de l'assemblage précontraint, soit :

- transmission des forces par frottement; dans cette phase, l'assemblage précontraint présente une rigidité élevée nécessaire à certaines constructions à l'état de service;
- glissement relatif des pièces lorsque la résistance par frottement est vaincue;
- transmission des forces par cisaillement et pression latérale jusqu'à l'état de ruine.

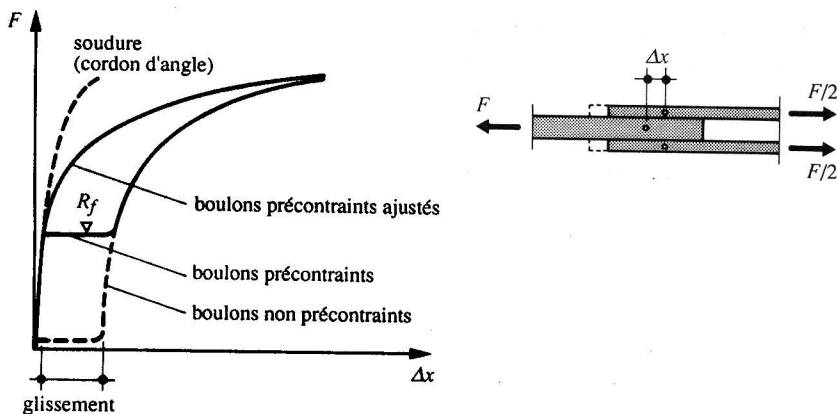


Fig. 8.24 Courbes charge-déplacement de quelques moyens d'assemblage.

Vérification

Le comportement des assemblages illustré à la figure 8.24 montre bien que leurs résistances ultimes ne dépendent pas du fait que les boulons soient ajustés ou non, ou bien qu'ils soient précontraints ou non. C'est donc souvent le comportement à l'état de service qui caractérise un assemblage précontraint. Les assemblages devant résister par frottement nécessitent donc une double vérification :

- Vérification de l'*aptitude au service*, avec la valeur de service des sollicitations S_{ser} et la résistance au glissement R_f donnée au paragraphe 8.7.2 par (8.15) ou (8.16) selon le type de trou :

$$S_{ser} \leq R_f \quad (8.12)$$

- Vérification de la *sécurité structurale*, avec les valeurs de dimensionnement S_d des sollicitations (les différentes conditions à remplir sont celles mentionnées au paragraphe 8.6.1) :

$$S_d \leq \frac{R}{\gamma_R} \quad (8.13)$$

Dans le cas relativement rare d'un assemblage devant assurer à l'état limite ultime la transmission d'un effort sans aucun glissement et conçu avec des trous agrandis ou oblongs dans le sens de l'effort, la sécurité structurale sera vérifiée à l'aide d'un critère de déformation, où la valeur de dimensionnement S_d est comparée à la résistance au glissement R_f donnée au paragraphe 8.7.2 par (8.16) :

$$S_d \leq \frac{R_f}{\gamma_R} \quad (8.14)$$

Dans le cas de trous oblongs perpendiculaires à la direction de l'effort à transmettre, la sécurité structurale se vérifie de la même façon que pour un assemblage avec des trous normaux (cisaillement des boulons et pression latérale selon respectivement les paragraphes 8.4.2 et 8.5.1).

8.7.2 Résistance au glissement

La résistance au glissement est proportionnelle à la force de précontrainte P_B du boulon (§ 8.7.3), ainsi qu'au coefficient de frottement μ des surfaces en contact. La valeur de calcul de la résistance au glissement R_f vaut donc, par surface de frottement :

$$R_f = \mu P_B \quad (8.15)$$

Le coefficient de frottement μ dépend de l'état des surfaces en contact. Lors de la réalisation d'un assemblage devant résister par frottement, il faut donc apporter un soin particulier à la préparation de ces surfaces afin que le coefficient de frottement admis dans les calculs soit conforme à la réalité.

Pour les structures de bâtiments, pour lesquelles on ne prépare en général pas les surfaces des éléments assemblés de façon particulière, on peut admettre un coefficient de frottement $\mu = 0.25$. Pour des surfaces en acier nettoyées par sablage (degré de préparation Sa 2), de même que pour des surfaces protégées par des peintures à base de silicates de zinc, un coefficient de frottement $\mu = 0.4$ peut être utilisé selon la norme SIA 161. Pour d'autres types de surfaces, la valeur du coefficient de frottement μ est à déterminer sur la base d'essais; l'Eurocode 3 (tab. 8.25) et la référence [8.3] contiennent quelques indications complémentaires à ce sujet, tandis que les valeurs numériques de la résistance au glissement R_f obtenue avec (8.15) sont données au tableau 8.34 pour un coefficient de frottement μ égal à 0.25 et 0.4.

La résistance au glissement donnée par (8.15) est valable pour des boulons dont le trou est réalisé avec un jeu normal (§ 8.3.1). Pour des trous agrandis ou oblongs dans le sens de l'effort, la résistance au glissement est plus basse, du fait d'une plus faible surface de frottement que dans le cas de trous normaux :

$$\text{trous agrandis ou oblong courts :} \quad R_f = 0.85 \mu P_B \quad (8.16a)$$

$$\text{trous oblongs longs :} \quad R_f = 0.7 \mu P_B \quad (8.16b)$$

L'Eurocode 3 (§ 6.5.8) définit la résistance de calcul au glissement $F_{s,Rd}$ d'un boulon à haute résistance précontraint de la façon suivante, par surface de frottement :

$$F_{s,Rd} = \frac{k_s \mu}{\gamma_{Ms}} F_{p,Cd}$$

$F_{p,Cd}$: précontrainte de calcul (correspond à la force de précontrainte P_B définie par (8.17))

k_s : coefficient dépendant de la forme du trou

$k_s = 1.0$ pour les trous normaux

$k_s = 0.85$ pour les trous agrandis ou oblongs courts

$k_s = 0.7$ pour les trous oblongs longs

μ : coefficient de frottement dépendant de la classe de traitement de surface (tab. 8.25)

γ_{Ms} : coefficient partiel de sécurité dépendant de l'orientation du trou et de l'état limite examiné

$\gamma_{Ms} = 1.40$ pour l'état limite ultime des boulons placés dans des trous agrandis ou oblongs parallèles à l'axe de l'effort à transmettre

$\gamma_{Ms} = 1.25$ pour l'état limite ultime des boulons placés dans des trous normaux ou oblongs perpendiculaires à l'axe de l'effort à transmettre

$\gamma_{Ms} = 1.10$ pour l'état limite de service des boulons placés dans des trous normaux ou oblongs perpendiculaires à l'axe de l'effort à transmettre

Tableau 8.25 Classes de traitement de surface et coefficients de frottement selon l'Eurocode 3.

Type de surface	Classe	μ
Surface décapée par grenaillage ou sablage <ul style="list-style-type: none"> avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes et sans piqûres de corrosion métallisées par projection d'aluminium métallisées par projection d'un revêtement à base de zinc garantissant un coefficient de frottement $\mu \geq 0.5$ 	A	0.5
Surface décapée par grenaillage ou sablage et recouvertes d'une couche de peinture au silicate de zinc alcalin d'épaisseur 50 à 80 mm	B	0.4
Surface nettoyée par brossage métallique ou à la flamme avec enlèvement de toutes les plaques de rouille non adhérentes	C	0.3
Surfaces non traitées	D	0.2

8.7.3 Force de précontrainte

Pour réaliser un assemblage précontraint, on introduit lors de la mise en place des boulons (§ 8.3.2) une force de précontrainte P_B dont la valeur à considérer dans les calculs vaut :

$$P_B = 0.7 f_{uB} A_s \quad (8.17)$$

f_{uB} : résistance ultime de l'acier du boulon

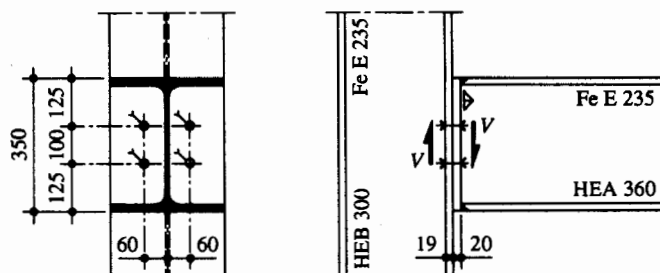
A_s : section résistante

C'est cette précontrainte qui crée autour des boulons la pression sur les pièces assemblées (fig. 8.23) nécessaire à la résistance de l'assemblage par frottement.

Exemple 8.4 Boulons précontraints travaillant par frottement

Soit une liaison poutre-colonne réalisée à l'aide de boulons M 20 en acier 10.9 précontraints (fig. 8.26). La valeur de service de courte durée de l'effort tranchant V à transmettre vaut $V_{ser,court} = 250$ kN, tandis que sa valeur de dimensionnement vaut $V_d = 400$ kN. On admettra un coefficient de frottement $\mu = 0.4$.

Déterminer le nombre de boulons précontraints nécessaire à la transmission par frottement de la réaction d'appui $V_{ser,court}$. Vérifier ensuite que ce nombre est suffisant pour assurer la transmission de la valeur de dimensionnement V_d .

**Fig. 8.26** Boulons précontraints cisailés.

Aptitude au service

La force de précontrainte P_B introduite dans chaque boulon et la résistance au glissement R_f correspondante sont données respectivement par (8.17) et (8.15) :

$$P_B = 0.7 f_{uB} A_s = 0.7 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 245 \text{ mm}^2 = 171.5 \cdot 10^3 \text{ N} = 171.5 \text{ kN}$$

$$R_f = \mu P_B = 0.4 \cdot 171.5 \text{ kN} = 68.6 \text{ kN}$$

Comme il n'y a qu'une surface de frottement par boulons, le nombre n de boulons nécessaires pour éviter le glissement (afin d'assurer l'aptitude au service) est obtenu en vérifiant la relation suivante, basée sur (8.12) (trous normaux) :

$$Q_{ser,court} \leq n R_f \text{ d'où } n \geq \frac{Q_{ser,court}}{R_f} = \frac{250 \text{ kN}}{68.6 \text{ kN}} = 3.6$$

Il faut donc quatre boulons M 20 en acier 10.9 pour transmettre sans glissement la réaction d'appui $Q_{ser,court}$.

Sécurité structurale

Si l'on admet que le cisaillement a lieu dans la tige du boulon, la résistance d'une section cisailée d'un boulon M 20 en acier 10.9 vaut (8.4) :

$$V_R = 0.5 f_{uB} A = 0.5 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 314 \text{ mm}^2 = 157 \cdot 10^3 \text{ N} = 157 \text{ kN}$$

Une vérification basée sur (8.13) montre que les quatre boulons nécessaires pour satisfaire l'aptitude au service sont suffisants pour assurer la sécurité structurale de l'assemblage :

$$Q_d = 400 \text{ kN} \leq \frac{4 V_R}{\gamma_R} = \frac{4 \cdot 157 \text{ kN}}{1.1} = 570 \text{ kN}$$

Etant donné la géométrie de l'assemblage ($e_1 > 3d$), on peut vérifier la pression latérale avec la valeur maximale donnée par (8.9), à savoir :

$$L_R = 2.4 f_u d t = 2.4 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 19 \text{ mm} = 328 \cdot 10^3 \text{ N} = 328 \text{ kN}$$

Le calcul de la résistance à la pression latérale montre alors que l'assemblage prévu avec quatre boulons est suffisamment résistant :

$$V_d = 400 \text{ kN} \leq \frac{4 L_R}{\gamma_R} = \frac{4 \cdot 328 \text{ kN}}{1.1} = 1192 \text{ kN}$$

8.7.4 Comportement sous un effort de traction

Rappelons d'abord que la résistance ultime d'un boulon en traction est directement proportionnelle à la résistance à la traction f_{uB} de l'acier du boulon. Etant donné que les boulons précontraints sont déjà sollicités par la précontrainte initiale P_B à une contrainte au moins égale à $0.7 f_{uB}$ (8.17), on pourrait en déduire que l'assemblage ne peut reprendre qu'une faible force de traction extérieure.

En fait, ceci n'est pas le cas, car ce ne sont pas les boulons seuls qui transmettent la force extérieure de traction (comme c'est le cas pour les boulons non précontraints), mais l'ensemble du joint formé des boulons tendus et des pièces comprimées de l'assemblage. La force extérieure N est compensée en grande partie par décompression des pièces assemblées; il ne se produit par conséquent qu'une faible augmentation de la traction dans les boulons, comme il le sera démontré plus loin (8.22). La figure 8.27 montre les différentes phases du comportement d'un assemblage précontraint soumis à une force extérieure de traction N :

- la position initiale, avant la mise en précontrainte du boulon, est illustrée à la figure 8.27(a) ; l'effort de traction T_B dans le boulon est encore nul;
- la mise en précontrainte du boulon est représentée à la figure 8.27(b); le boulon est soumis à un effort de traction égal à la force de précontrainte P_B , et les pièces assemblées, soumises à une pression de contact p_c , se compriment d'une grandeur e ;

- l'application de la force extérieure N est illustrée à la figure 8.27(c); elle crée une décompression Δe des pièces assemblées, qui a pour effet de réduire la pression de contact de Δp_c et d'augmenter l'effort de traction dans le boulon de ΔT_B ;
- le cas du boulon précontraint par une force P_B soumis à une force extérieure N est représenté à la figure 8.27(d); il s'agit de la superposition des cas (b) et (c) (on admet que le décollement des pièces n'a pas encore eu lieu);
- la situation après le décollement des pièces assemblées jusqu'à la ruine de l'assemblage est décrite à la figure 8.27(e); comme il n'y a plus de pression de contact entre les pièces assemblées, l'effort de traction T_B dans le boulon est égal à la force extérieure N appliquée.

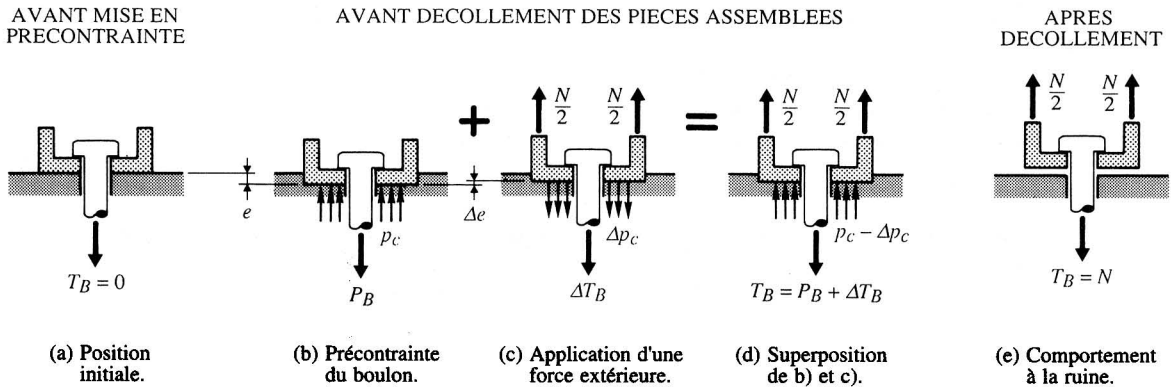


Fig. 8.27 Comportement d'un assemblage précontraint sollicité en traction.

Pour bien comprendre le comportement des boulons précontraints, examinons d'abord l'équilibre des forces dans l'assemblage précontraint sans force extérieure (fig. 8.27(b)), qui s'écrit :

$$P_B = \int_A p_c dA \quad (8.18)$$

P_B : force de précontrainte dans le boulon

p_c : pression de contact entre les pièces assemblées

A : surface de contact sur laquelle agit la pression de contact entre les pièces assemblées

Lorsqu'une force extérieure N agit sur l'assemblage (fig. 8.27(c)), elle a pour effet de diminuer de Δp_c la pression de contact entre les pièces assemblées et de provoquer une faible augmentation ΔT_B de la traction dans le boulon. Cela s'explique par les rigidités différentes du boulon et des pièces assemblées, comprimées par la précontrainte : pour les assemblages usuels, la rigidité K_C des pièces assemblées est en effet de 10 à 20 fois supérieure à la rigidité K_B des boulons. La plus grande partie de la force extérieure est par conséquent absorbée par la décompression Δp_c des pièces assemblées, tandis que l'effort de traction dans le boulon n'est augmenté que d'une faible quantité ΔT_B (fig. 8.27(d)).

Lors de l'application d'une force extérieure (fig. 8.27(c)), la décompression Δe des pièces assemblées est égale à l'allongement Δe du boulon : on respecte ainsi la compatibilité des déformations. Avec l'hypothèse d'un comportement élastique, la variation des forces agissant dans chacun des deux éléments est proportionnelle à leur rigidité K , pour une variation de longueur Δe donnée :

$$\int_A \Delta p_c dA = K_c \Delta e \quad (8.19a)$$

$$\Delta T_B = K_B \Delta e \quad (8.19b)$$

Δp_c : variation de la pression de contact dans les pièces assemblées

ΔT_B : variation de la force de traction dans le boulon

K_c : rigidité des pièces assemblées

K_B : rigidité des boulons

L'équilibre des forces, toujours dans le cas de l'application d'une force extérieure N (fig. 8.27(c)), s'exprime quant à lui par :

$$N = \int_A \Delta p_c dA + \Delta T_B \quad (8.20)$$

En éliminant Δe de (8.19), on peut exprimer la variation de la pression de contact par :

$$\int_A \Delta p_c dA = \frac{K_c}{K_B} \Delta T_B \quad (8.21)$$

Avec (8.21), la grandeur de l'augmentation ΔT_B de l'effort de traction dans le boulon peut alors s'établir d'après l'équilibre des forces exprimé par (8.20) :

$$\Delta T_B = \frac{N}{\left(1 + \frac{K_c}{K_B}\right)} \quad (8.22)$$

Ceci montre (avec $K_c/K_B \approx 10$ à 20) que ce n'est qu'environ 5 à 10 % de la force extérieure N qui est reprise par le boulon précontraint, le reste l'étant par la décompression des pièces assemblées, tant que celles-ci sont encore en contact.

Le décollement des pièces assemblées correspond au moment où la pression de contact $p_c - \Delta p_c$ entre les pièces assemblées (fig. 8.27(d)) est nulle, ou, autrement dit, lorsque la décompression Δp_c atteint la valeur initiale p_c créée par la précontrainte. Avec (8.18), le décollement des pièces assemblées correspond donc au moment où la variation de la force sur les pièces assemblées est égale à la précontrainte du boulon :

$$\int_A \Delta p_c dA = P_B \quad (8.23)$$

L'équilibre des forces correspondant à cette situation (fig. 8.27(d)) permet alors d'exprimer que $N = P_B + \Delta T_B$. Au moment du décollement des pièces assemblées, la force de traction extérieure N_1 est donnée, avec (8.21) et (8.23), par :

$$N_1 = P_B + P_B \frac{K_B}{K_C} = P_B \left(1 + \frac{K_B}{K_C} \right) \quad (8.24)$$

Etant donné l'ordre de grandeur du rapport des rigidités des pièces assemblées et des boulons, (8.24) montre que la force extérieure N_1 qui provoque le décollement des pièces assemblées est supérieure de 5 à 10 % à la force de précontrainte P_B .

Sur la base des équations ci-dessus, le comportement d'un assemblage précontraint peut être décrit, jusqu'au moment où le décollement des pièces assemblées a lieu, avec le schéma de la figure 8.28. La mise en précontrainte introduit dans le boulon un effort de traction P_B sans qu'une force extérieure ne soit appliquée. L'application d'une force extérieure N n'augmente ensuite que légèrement l'effort de traction dans le boulon, selon (8.22), jusqu'au décollement des pièces assemblées, qui se produit pour une force extérieure égale à N_1 . Après la séparation des pièces assemblées, l'effort normal de traction T_B sollicitant le boulon est égal à la force extérieure N (fig. 8.27(e)), et le comportement de l'assemblage est identique à celui d'un assemblage non précontraint. On remarque également que la force extérieure de traction N_u correspondant à la ruine du boulon est indépendante de la grandeur de la force de précontrainte P_B .

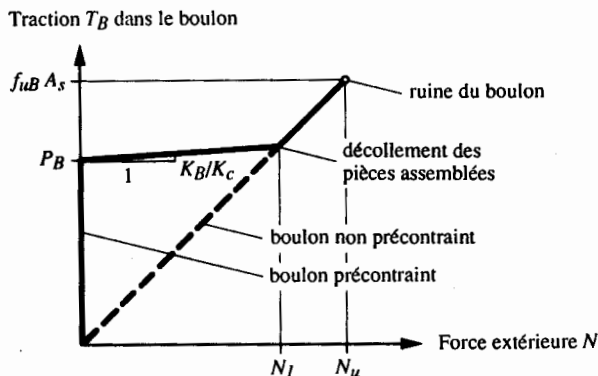


Fig. 8.28 Evolution de la force de traction dans un boulon précontraint en fonction de la force extérieure.

8.7.5 Effet de la fatigue

Le comportement d'un assemblage précontraint, tel qu'il a été expliqué ci-dessus, permet de comprendre pourquoi il est essentiel que les boulons tendus soient précontraints dans des assemblages soumis à des efforts variables répétés. La relation (8.22) montre en effet que seule une petite part (5 à 10 %) de la force de traction extérieure est reprise directement par le boulon précontraint. Comme le paramètre principal dont dépend la résistance à la fatigue d'un détail de construction est la différence de contraintes (chap. 13), due en l'occurrence à la variation ΔT_B de l'effort de traction dans les boulons, on a donc tout intérêt à précontraindre les boulons tendus afin que la différence de contraintes reste en dessous de leur résistance à la fatigue.

Cela est visualisé à la figure 8.29, qui montre dans quelle mesure une charge de fatigue ΔN_{fat} (dont la valeur maximale doit rester inférieure à celle correspondant au décollement des pièces assemblées) fait varier l'effort de traction T_B dans un boulon. La variation ΔT_B de l'effort de traction dans un boulon précontraint est beaucoup plus faible que celle qu'il y aurait dans un assemblage avec des boulons non précontraints, dans lequel l'intégralité de la force de traction extérieure est reprise par les boulons.

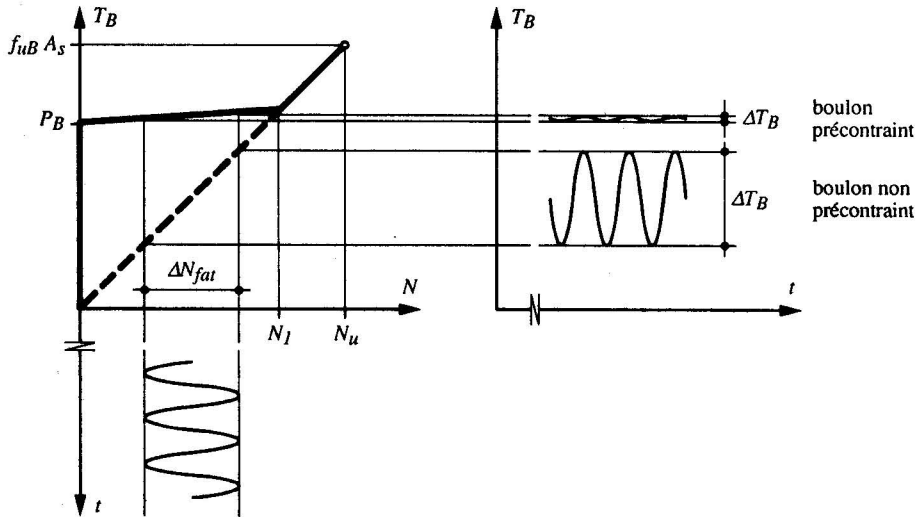


Fig. 8.29 Variations de l'effort de traction dans un boulon précontraint et dans un boulon non précontraint sous l'effet d'une charge de fatigue.

8.7.6 Force de levier

Un assemblage dont les boulons travaillent en traction doit être composé de tôles suffisamment rigides. Si les tôles n'ont pas une épaisseur suffisante, elles peuvent en effet fléchir comme le montre schématiquement la figure 8.30. Cette déformation de plaque a pour conséquence la création d'une force H , appelée *force de levier*.

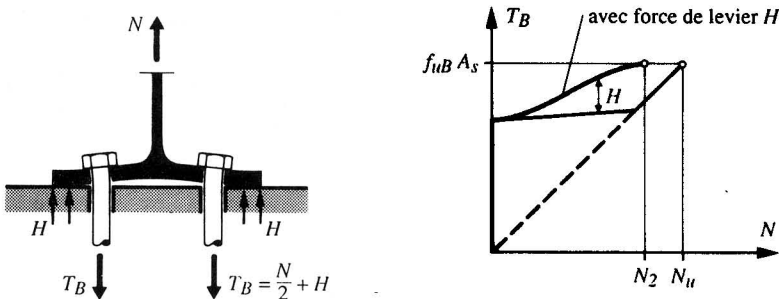


Fig. 8.30 Force de levier dans les assemblages sollicités par une force de traction.

La force de levier augmente l'effort de traction dans les boulons : pour que l'équilibre des forces représentées à la figure 8.30 soit respecté, l'effort de traction T_B dans les boulons est alors donné par :

$$T_B = \frac{N}{2} + H \quad (8.25)$$

N : force extérieure

H : force de levier

La force de levier H peut donc provoquer une rupture prématurée des boulons. Le schéma de la figure 8.30 montre l'évolution de la traction T_B dans un boulon dans un assemblage sollicité à la traction : la rupture du boulon a lieu pour une force extérieure N_2 plus petite que la charge ultime N_u d'un assemblage composé de tôles rigides.

On remarque (fig. 8.30) que cette augmentation de force dans les boulons n'influence que très peu le comportement de l'assemblage à l'état de service (petites valeurs de N). Ceci est vrai pour autant que les tôles possèdent une rigidité suffisante par rapport à la géométrie de l'assemblage et que les charges soient de nature statique. En revanche, dans le cas où un tel assemblage est soumis à des charges variables répétées (ouvrage d'art ou voies de roulement de pont roulant sollicité à la fatigue), la force de levier est à réduire à un minimum, car elle contribue à augmenter l'effort normal de traction repris par le boulon.

Une estimation de la force de levier est donnée dans différents ouvrages [8.3] [8.4]. Les tables SZS C9.1 [8.5] proposent une méthode de calcul pour une liaison poutre-colonne avec plaque frontale débordante avec des boulons à haute résistance basée sur des essais; l'ordre de grandeur de la force de levier agissant à l'extrémité de la plaque débordante a été admise égale à environ 30 % de la résistance à la traction des boulons situés dans la zone débordante. Cette grandeur de force de levier est prise en compte dans l'exemple 9.2 traitant d'une liaison poutre-colonne avec plaque frontale.

Il faut cependant relever que la force de levier ne peut se développer que si un contact entre les pièces assemblées se crée lorsque celles-ci se déforment. Sa grandeur est donc influencée directement par les paramètres suivants [8.6] :

- épaisseur des pièces assemblées; étant donné que des pièces assemblées de grande épaisseur ne vont pas se déformer beaucoup, la force de levier correspondante restera relativement faible;
- forme initiale des éléments assemblés; si la forme initiale des pièces assemblées, suite par exemple au soudage, est telle que le contact à leurs extrémités n'est pas possible, la force de levier ne pourra pas se développer;
- dispositions de construction particulières; il est possible d'intercaler entre les pièces assemblées des rondelles ou des fourrures empêchant leur contact direct, de façon à éviter le développement de la force de levier.

8.7.7 Interaction entre cisaillement et traction

La résistance au glissement d'un assemblage sollicité simultanément au cisaillement et à la traction est inférieure à celle donnée au paragraphe 8.7.2 (assemblage uniquement cisailé), car la force de traction extérieure va diminuer la pression de contact entre les pièces assemblées. L'équilibre des forces illustrées

à la figure 8.27(d) permet de déterminer la pression de contact présente au moment où la force de traction extérieure est égale à sa valeur de service N_{ser} :

$$\int_A (p_c - \Delta p_c) dA = T_B - N_{ser} = P_B + \Delta T_B - N_{ser} \quad (8.26)$$

- P_B : précontrainte initiale du boulon
 ΔT_B : part de la force extérieure de traction reprise par le boulon
 N_{ser} : valeur de service de la force extérieure de traction

Comme la part ΔT_B de la force extérieure de traction reprise par le boulon est une valeur relativement petite par rapport à la précontrainte P_B du boulon (8.22), on peut la négliger dans (8.26). Il en résulte une valeur conservatrice de la résistance au glissement d'un tel boulon, qui vaut, pour chaque surface de frottement :

$$R_f = \mu (P_B - N_{ser}) \quad (8.27)$$

Précisons encore que la vérification de la sécurité structurale au moyen de la formule d'interaction (8.8) donnée au paragraphe 8.4.4 doit également être effectuée.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.8.4) donne des formules d'interaction pour les assemblages par boulons précontraints et à serrage contrôlé soumis à un effort de traction F_t et à un effort de cisaillement F_v . Pour un assemblage résistant au glissement à l'état limite de service, la résistance de calcul au glissement $F_{s,Rd,ser}$ d'un boulon vaut, par surface de frottement :

$$F_{s,Rd,ser} = \frac{k_s \mu (F_{p,Cd} - 0.8 F_{t,Sd,ser})}{\gamma_{Ms,ser}}$$

- k_s : coefficient dépendant de la forme du trou (§ 8.7.2)
 μ : coefficient de frottement dépendant de la classe de traitement de surface (tab. 8.25)
 $F_{p,Cd}$: précontrainte de calcul (correspond à la force de précontrainte P_B définie par (8.17))
 $F_{t,Sd,ser}$: effort de traction de calcul par boulon à l'état limite de service
 $\gamma_{Ms,ser}$: coefficient partiel de sécurité pour l'état limite de service ($\gamma_{Ms,ser} = 1.10$)

Pour un assemblage résistant au glissement à l'état limite ultime, la résistance de calcul au glissement $F_{s,Rd}$ d'un boulon vaut, par surface de frottement :

$$F_{s,Rd} = \frac{k_s \mu (F_{p,Cd} - 0.8 F_{t,Sd})}{\gamma_{Ms,ult}}$$

- $F_{t,Sd}$: effort de traction de calcul par boulon à l'état limite ultime
 $\gamma_{Ms,ult}$: coefficient partiel de sécurité pour l'état limite ultime ($\gamma_{Ms,ser} = 1.25$)

Exemple 8.5 Attache d'une diagonale

Soit l'attache entre une colonne et une diagonale de contreventement sollicitée par un effort normal F (fig. 8.31). Sa valeur de service de courte durée vaut $F_{ser,court} = 250$ kN et sa valeur de dimensionnement $F_d = 400$ kN. On admet que les éléments de l'attache sont en acier Fe E 235 et que la section cisailée des boulons se situe dans la tige. De plus, on prend un coefficient de frottement $\mu = 0.4$.

Déterminer le nombre de boulons précontraints M 20 en acier 10.9 nécessaire pour assurer que l'assemblage travaille effectivement par frottement au stade de service. Vérifier ensuite que ces boulons permettent de transmettre l'effort de dimensionnement de la diagonale à la colonne.

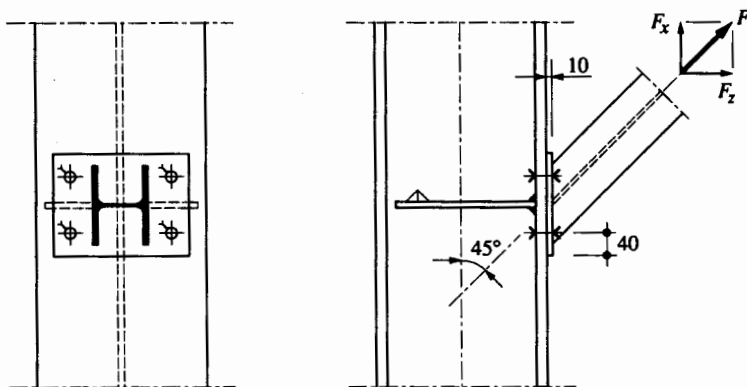


Fig. 8.31 Attache d'une diagonale de contreventement.

Aptitude au service

En décomposant la force F en une force F_x (cisaillement des boulons) et une force F_z (traction des boulons), il s'agit de vérifier la relation suivante, basée sur (8.12) et (8.27), avec n correspondant au nombre de boulons :

$$\frac{F_{ser,court,x}}{n} \leq \mu \left(P_B - \frac{F_{ser,court,z}}{n} \right)$$

L'effort normal de service et la force de précontrainte valent respectivement :

$$F_{ser,court,x} = F_{ser,court,z} = F_{ser,court} \cdot \cos 45^\circ = 250 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ = 177 \text{ kN}$$

$$P_B = 0.7 f_{uB} A_s = 0.7 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 245 \text{ mm}^2 = 171 \cdot 10^3 \text{ N} = 171 \text{ kN}$$

Le nombre de boulons nécessaire est alors donné par :

$$n \geq \frac{F_{ser,court,x} + \mu F_{ser,court,z}}{\mu P_B} = \frac{177 \text{ kN} + 0.4 \cdot 177 \text{ kN}}{0.4 \cdot 171 \text{ kN}} = 3.6$$

Il faut donc quatre boulons M 20 en acier 10.9 pour s'assurer que l'assemblage travaille bien par frottement sous l'effet de $F_{ser,court}$.

Sécurité structurale

La vérification de la sécurité structurale de cet assemblage est indépendante du fait que le glissement est empêché à l'état limite de service. La valeur de dimensionnement des deux composantes de l'effort agissant sur l'assemblage valent :

$$F_{dx} = F_{dz} = F_d \cdot \cos 45^\circ = 400 \text{ kN} \cdot \cos 45^\circ = 283 \text{ kN}$$

La résistance au cisaillement et à la traction d'un boulon valent respectivement, selon (8.4) et (8.7) :

$$V_R = 0.5 f_{uB} A = 0.5 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 314 \text{ mm}^2 = 157 \cdot 10^3 \text{ N} = 157 \text{ kN}$$

$$T_R = 0.8 f_{uB} A_s = 0.8 \cdot 1000 \text{ N/mm}^2 \cdot 245 \text{ mm}^2 = 196 \cdot 10^3 \text{ N} = 196 \text{ kN}$$

Il est ainsi possible de vérifier avec (8.8) que la résistance d'un boulon à une interaction d'efforts est suffisante :

$$\left(\frac{F_{dx}/4}{T_R/\gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{F_{dx}/4}{V_R/\gamma_R} \right)^2 = \left(\frac{283 \text{ kN}/4}{196 \text{ kN}/1.1} \right)^2 + \left(\frac{283 \text{ kN}/4}{157 \text{ kN}/1.1} \right)^2 = 0.40 \leq 1.0$$

Il faut également contrôler que la résistance à la pression latérale est suffisante. Avec une pince de 40 mm correspondant à la valeur usuelle de $e_1 = 2d$, et en sachant que l'épaisseur de la plaque frontale vaut $t = 10 \text{ mm}$ (on admettra que l'aile de la colonne est au moins aussi épaisse), la résistance à la pression latérale est égale à (8.10) :

$$L_R = 1.6 f_u d t = 1.6 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 \cdot 20 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 115 \cdot 10^3 \text{ N} = 115 \text{ kN}$$

On constate ainsi que l'épaisseur de la plaque est suffisante pour une telle disposition de boulons :

$$\frac{F_{dx}}{4} = \frac{283 \text{ kN}}{4} = 70.8 \text{ kN} \leq \frac{L_R}{\gamma_R} = \frac{115 \text{ kN}}{1.1} = 105 \text{ kN}.$$

8.8 Annexe

Cette annexe regroupe trois tableaux dans lesquels on a reporté la résistance ultime des boulons ou des pièces assemblées définie dans ce chapitre. L'utilisation des valeurs qui y sont indiquées devrait fournir une aide au dimensionnement ou à la vérification des boulons, de façon similaire aux tables SZS C5, dans lesquelles les mêmes indications sont données, sous une forme et avec des valeurs (à cause des arrondis) parfois différentes.

Les valeurs numériques qui sont contenues dans ces tableaux ont été établies à partir des relations suivantes :

- (8.4) : Résistance ultime au cisaillement V_R .
- (8.6) : Résistance ultime à la traction T_R .
- (8.9) : Résistance ultime à la pression latérale L_R .
- (8.17) : Force de précontrainte P_B .
- (8.15) : Résistance au glissement R_f .

Tableau 8.32 Résistance ultime au cisaillement et à la traction des boulons non précontraints.

(a) Résistance ultime au cisaillement V_R [kN]
dans la section de tige.

Acier des boulons	Type de boulon				
	M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
4.6	23	40	63	90	115
5.6	28	50	79	113	143
8.8	45	80	126	181	229
10.9	57	101	157	226	286

(b) Résistance ultime à la traction T_R [kN].

Acier des boulons	Type de boulon				
	M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
4.6	20	38	59	85	110
5.6	25	47	74	106	138
8.8	40	75	118	169	220
10.9	50	94	147	212	275

Tableau 8.33 Résistance ultime à la pression latérale L_R d'une pièce assemblée, en kN par mm d'épaisseur de la pièce assemblée [kN/mm].

Acier des pièces assemblées	Ecartement et pince	Type de boulon				
		M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
Fe E 235	valeurs minimales selon tab. 8.10 ($e_1 \approx 1.4 d$)	5.8	7.2	8.6	10.1	11.5
	valeurs usuelles selon tab. 8.10 ($e_1 \approx 2.0 d$)	7.2	10.1	11.6	14.4	15.8
	valeurs maximales ($p_1 \geq 3.5 d$, $e_1 \geq 3.0 d$)	10.4	13.8	17.3	20.7	23.3
Fe E 355	valeurs minimales selon tab. 8.10 ($e_1 \approx 1.4 d$)	8.2	10.2	12.2	14.3	16.3
	valeurs usuelles selon tab. 8.10 ($e_1 \approx 2.0 d$)	10.2	14.3	16.3	20.4	22.4
	valeurs maximales ($p_1 \geq 3.5 d$, $e_1 \geq 3.0 d$)	14.7	19.6	24.5	29.4	33.0

Tableau 8.34 Résistance à la traction T_R , force de précontrainte P_B et résistance au glissement R_f des boulons précontraints [kN].

(a) Boulons en acier 8.8.

	Type de boulon				
	M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
T_R	54	100	157	226	294
P_B	47	88	137	198	257
$R_f (\mu = 0.25)$	11.8	22.0	34.3	49.4	64.3
$R_f (\mu = 0.4)$	18.8	35.2	54.9	79.1	103

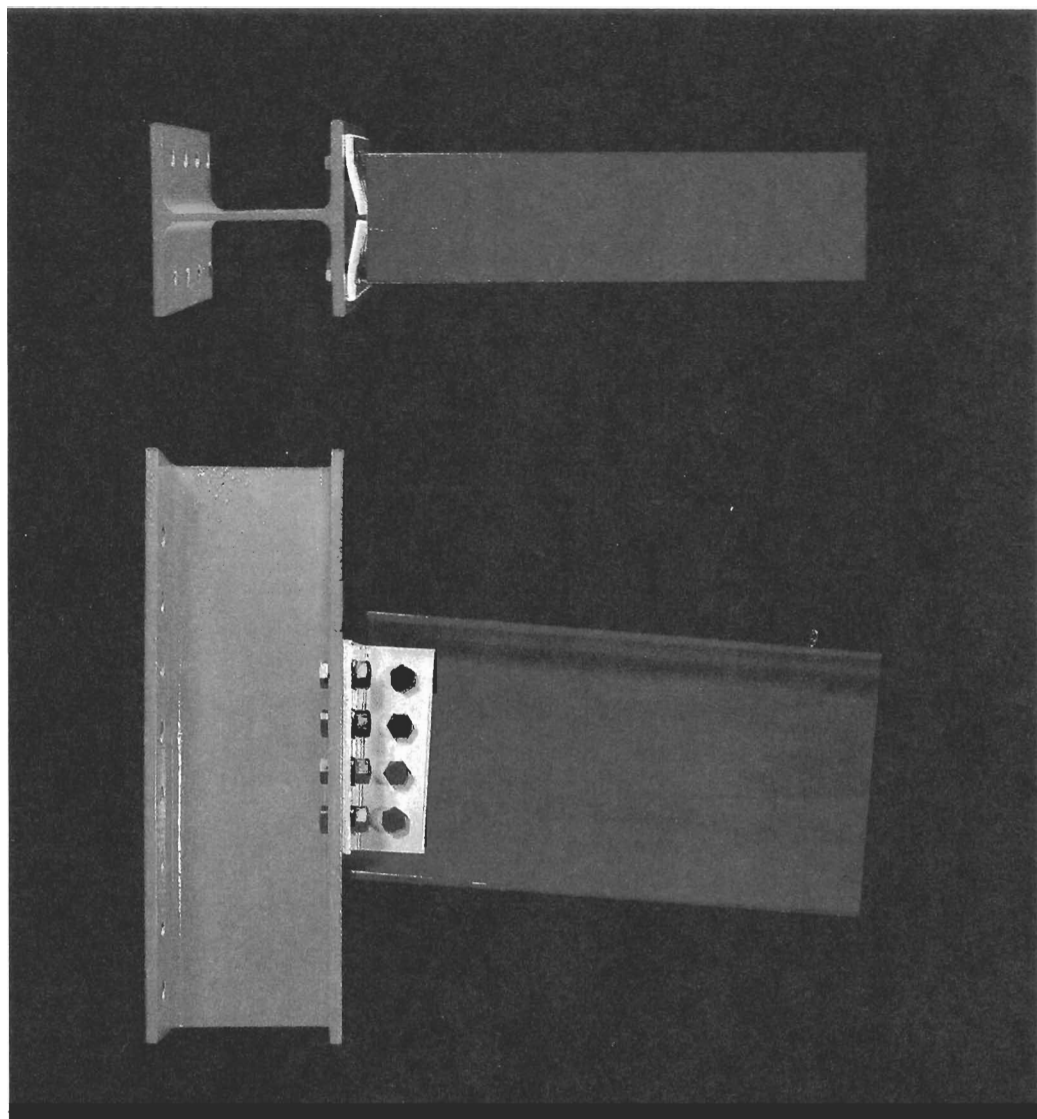
(b) Boulons en acier 10.9.

	Type de boulon				
	M 12	M 16	M 20	M 24	M 27
T_R	67	126	196	282	367
P_B	59	110	172	247	321
$R_f (\mu = 0.25)$	14.7	27.5	42.9	61.8	80.3
$R_f (\mu = 0.4)$	23.5	44.0	68.6	98.8	129

Références

- [8.1] prEN 1090-1, *Exécution des structures en acier - Partie 1 : Règles générales et règles pour le bâtiment*, Comité européen de normalisation, Bruxelles, 1993.
- [8.2] CFF, *Directive pour l'évaluation des ponts-rails en construction rivetée*, CFF Chemins de fers fédéraux, Direction des travaux, Berne, 1992.
- [8.3] KULAK, G.L., FISHER, J.W., STRUIK, J.H.A., *Guide to Design Criteria for Bolted Riveted Joints*, John Wiley & Sons, New York, 1987 (Second Edition).
- [8.4] PICARD, A., BEAULIEU, D., *Calcul des charpentes en acier*, Institut canadien de la construction en acier, Willowdale, 1991.
- [8.5] SZS C9.1, *La construction métallique*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1983.
- [8.6] ECCS/CECM, *European Recommendations for Bolted Connections in Structural Steelwork*, European Convention for Constructional Steelwork / Convention européenne de la construction métallique, Bruxelles, 1985.

9 Assemblages



9.1 Introduction

Les deux chapitres précédents ont traité des moyens d'assemblage couramment utilisés dans la construction métallique, à savoir la soudure (chap. 7) et les boulons (chap. 8). Le but du présent chapitre est de mettre en évidence la modélisation et le dimensionnement de quelques assemblages réalisés à l'aide de soudures et/ou de boulons. L'influence des éléments suivants y est notamment examinée :

- type d'efforts transmis : effort tranchant V , moment de flexion M ou interaction d'efforts;
- modèle d'assemblage utilisé : rigide, semi-rigide ou articulé;
- moyen d'assemblage utilisé : uniquement des soudures, à la fois des soudures et des boulons ou uniquement des boulons.

Parmi les nombreux types d'assemblages existant dans la pratique, ce chapitre se limite à l'étude des joints de poutres et des liaisons poutre-colonne (fig. 9.1); leur modélisation nécessite une démarche qui présente l'avantage d'être aisément applicable à d'autres types d'assemblages. Les assemblages propres aux halles et aux bâtiments (angle de cadre, pied de colonne, attaches panne-traverse, solive-sommier, sommier-colonne, joints de colonne, etc.), ainsi que les assemblages semi-rigides sont abordés dans le volume 11.

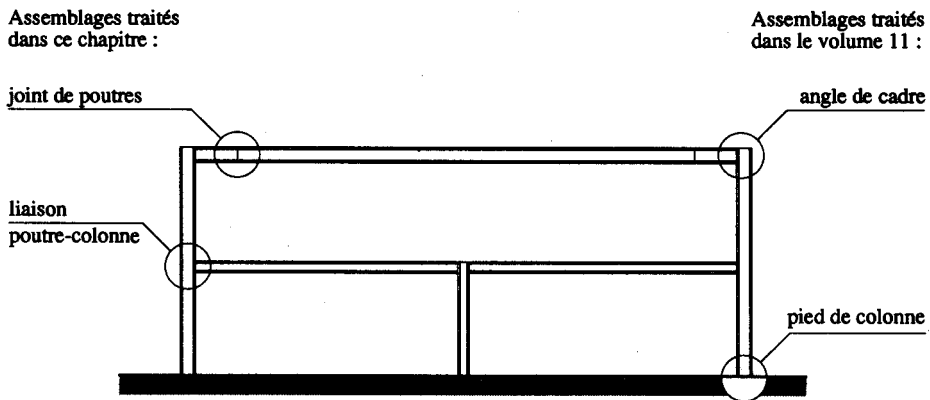


Fig. 9.1 Assemblages traités dans ce chapitre ou dans le volume 11.

Comme les objectifs de ce chapitre peuvent être particulièrement bien atteints en examinant les assemblages selon le type d'efforts qu'ils transmettent, ce chapitre est structuré de la façon suivante :

- Section 9.2. Rappel des principes de dimensionnement applicables aux assemblages.
- Section 9.3. Etude des assemblages transmettant un effort tranchant.
- Section 9.4. Etude des assemblages transmettant un moment de flexion.
- Section 9.5. Etude des assemblages transmettant une interaction d'efforts.
- Section 9.6. Illustration du contenu des sections 9.2 à 9.5 par trois exemples numériques.

9.2 Principes de dimensionnement

On se référera aux sections 7.2 et 8.2 pour les principes de dimensionnement à appliquer aux moyens d'assemblage utilisés. En ce qui concerne les principes de dimensionnement des assemblages eux-mêmes, il est nécessaire de relever l'importance et l'interdépendance de certaines de leurs caractéristiques, à savoir :

- leur rigidité,
- leur résistance,
- leur capacité de rotation.

Ces différentes caractéristiques, définies graphiquement à la figure 9.2(a), influencent directement le comportement des assemblages. Ceci est illustré schématiquement à la figure 9.2(b) avec les relations moment de flexion-rotation de trois types d'assemblages fléchis constituant une liaison poutre-colonne.

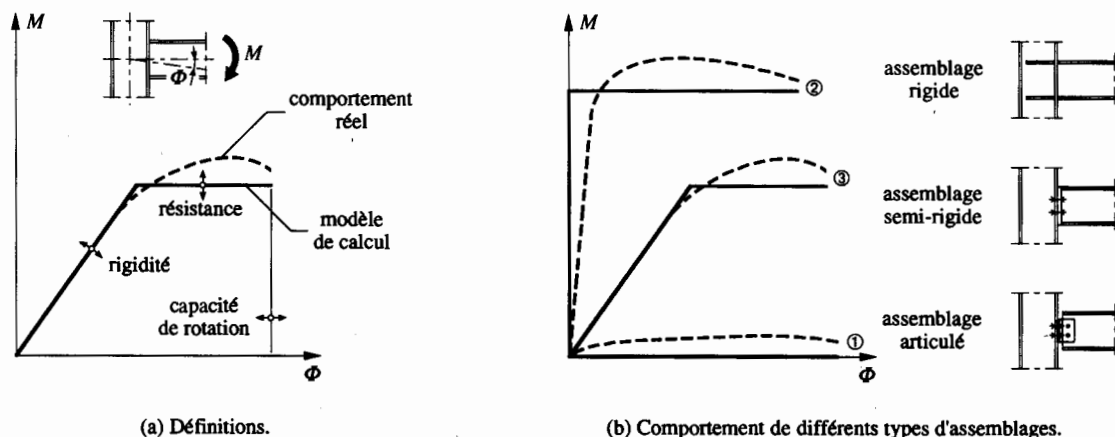


Fig. 9.2 Relations moment de flexion-rotation.

9.2.1 Rigidité

La courbe ① de la figure 9.2(b) concerne le cas d'un assemblage ne transmettant qu'un effort tranchant : il s'agit d'un *assemblage articulé* qui ne présente pas de rigidité à la flexion. La courbe ② correspond quant à elle à un assemblage capable de transmettre un certain moment de flexion déjà pour une faible rotation : on parle alors d'*assemblage rigide* à cause de la rigidité à la flexion qu'il présente. Il faut cependant préciser que la transmission d'un certain moment de flexion est aussi possible avec des assemblages moins rigides que celui correspondant à la courbe ② : on parle alors d'*assemblages semi-rigides*, dont le comportement illustré par la courbe ③ montre qu'une grande rotation est nécessaire pour atteindre le moment de flexion à transmettre.

La rigidité des assemblages a bien évidemment une influence sur la déformabilité d'une structure, et par conséquent sur la vérification de son aptitude au service. Les assemblages doivent donc posséder une rigidité comparable à celle admise dans le calcul de la structure : il est donc particulièrement important que la modélisation des assemblages corresponde à leur comportement réel. On relèvera que cette rigidité

est influencée par les déformations des éléments minces comme les ailes des profilés ou les plaques frontales, les jeux des boulons ainsi que par les effets de levier.

Comme cela l'a déjà été dit à la section 9.1, les assemblages semi-rigides sont traités dans le volume 11. Dans la suite de ce chapitre, nous admettrons que nous avons des assemblages rigides (modèle de calcul de la courbe ②) représentant un encastrement parfait des éléments assemblés pour transmettre un moment de flexion, et des assemblages parfaitement articulés (modèle de calcul de la courbe ①) pour transmettre un effort tranchant.

9.2.2 Résistance

Il est particulièrement important que les assemblages dont la fonction est de relier les différents éléments d'une structure aient une résistance suffisante. Dans le cas de l'utilisation de la méthode de calcul PP (§ 2.6.3), la résistance des assemblages doit être au moins égale à celle des éléments assemblés, afin qu'ils n'entravent pas la *redistribution des efforts* intérieurs dans la structure. Pour les autres méthodes de calcul (EP, EE et EER), pour lesquelles aucune redistribution des efforts n'est nécessaire, on dimensionne les assemblages pour qu'ils transmettent les efforts intérieurs calculés; leur résistance peut donc être inférieure à celle des éléments assemblés.

Les principes de dimensionnement utilisés en général pour les structures métalliques sont faits pour éviter que les assemblages ne soient la cause première de la ruine. C'est précisément dans ce but que le facteur de résistance γ_M , déjà introduit dans les paragraphes 2.6.3, 7.2.1 et 8.2.1, est utilisé (de façon implicite dans la norme SIA 161, et de manière explicite dans l'Eurocode 3) pour la vérification de la sécurité structurale des moyens d'assemblage.

Il faut encore relever qu'un assemblage fléchi, qu'il soit rigide ou semi-rigide, doit présenter une certaine résistance à la flexion. Il est donc important de soigner sa conception pour éviter qu'une rupture prématurée d'un élément de l'assemblage (soudure, boulon, raidisseurs, etc.), due par exemple à une mauvaise redistribution des efforts, ne permette pas d'atteindre la résistance prévue.

9.2.3 Capacité de rotation

Il faut également relever l'importance de la capacité de rotation d'un assemblage. Les remarques suivantes s'imposent donc à ce sujet :

- Une grande capacité de rotation est nécessaire en cas de calcul plastique des efforts intérieurs (méthode de calcul PP), car la *redistribution des efforts* dans une structure se fait grâce aux rotations dans les rotules plastiques qui permettent de soulager certaines parties de la structure au détriment d'autres. La résistance ultime du mécanisme ne peut donc être atteinte que si les rotules plastiques permettent une rotation suffisante, tout en restant capables de transmettre le moment plastique pour lequel elles ont été dimensionnées.
- Une certaine capacité de rotation est également nécessaire afin de pouvoir atteindre le moment plastique dans l'assemblage dimensionné avec la méthode de calcul EP; elle est cependant plus faible que celle nécessaire pour un calcul PP. Relevons encore que les capacités de rotation nécessaires pour les calcul EP et PP ne sont pas compatibles avec des assemblages où la section nette est déterminante, étant donné les importantes concentrations de contraintes et l'impossibilité d'une redistribution des efforts dans une telle section. De ce fait, l'utilisation des méthodes de calcul EP ou PP n'est pas autorisée dans les zones où la section nette est déterminante.
- Les assemblages articulés doivent être à même de supporter les rotations prévues par le comportement général de la structure.

9.3 Transmission d'un effort tranchant

9.3.1 Conception et modélisation

On peut envisager différents types d'assemblages transmettant uniquement un effort tranchant. La figure 9.3 montre trois exemples de joints de poutres ainsi que trois exemples de liaisons poutre-colonne pouvant être considérés comme des articulations. Pour chacun de ces assemblages, la *position théorique de l'articulation* est indiquée : elle se trouve toujours au droit de la section de l'assemblage qui subit la plus grande rotation lors de sa mise en charge. Précisons encore que pour transmettre uniquement un effort tranchant, des assemblages entièrement soudés sont à éviter, car leur rigidité peut leur faire transmettre des moments de flexion indésirables.

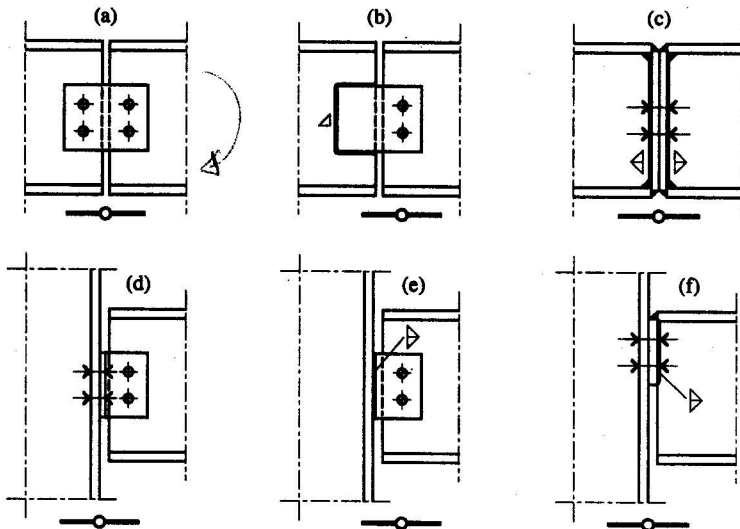


Fig. 9.3 Exemples de joints de poutres et de liaisons poutre-colonne transmettant essentiellement un effort tranchant.

Les exemples d'assemblages présentés à la figure 9.3 appellent les commentaires suivants :

- Fig. 9.3(a). Joint de poutre avec deux couvre-joints d'âme boulonnés. Cet assemblage entièrement boulonné présente l'avantage d'être très simple et de pouvoir être facilement réalisé sur chantier. Pour ce joint, on admet que la position de l'articulation se situe entre les deux poutres.
- Fig. 9.3(b). Joint de poutre avec un seul couvre-joint (pour une question de montage). L'avantage de cet assemblage soudé et boulonné, par rapport au précédent, est qu'il permet de diminuer le nombre d'opérations à effectuer sur le chantier ainsi que le nombre de pièces à assembler. Pour ce joint, on admet que l'articulation se situe au droit des boulons; ceci s'explique par le fait que les soudures sont beaucoup plus rigides que les boulons, au droit desquels la rotation de l'assemblage est possible. Une des conséquences de cet emplacement est de ne pas créer dans les boulons des forces additionnelles dues à l'excentricité de l'effort tranchant par rapport aux boulons (§ 9.3.2).

- Fig. 9.3(c). Joint de poutre avec deux plaques frontales soudées et boulonnées. Ce type d'assemblage peut être utilisé lorsqu'il y a, en plus de l'effort tranchant, un effort normal relativement important à transmettre. Ce joint de poutre possède également une plus grande rigidité selon l'axe faible que les autres exemples de joints de poutre. Pour diminuer sa rigidité (selon l'axe fort ou l'axe faible), il est possible de placer entre les deux plaques frontales une fourrure réduisant la surface de contact des plaques frontales. La position de l'articulation se situe entre les deux plaques frontales.
- Fig. 9.3(d). Liaison poutre-colonne entièrement boulonnée, réalisée à l'aide de deux cornières. Comme dans le cas du joint de poutre tout boulonné de la figure 9.3(a), cet assemblage est simple et peut être facilement réalisé sur chantier. On admet que l'articulation se situe entre la colonne et les cornières, l'assemblage étant très déformable à cet endroit.
- Fig. 9.3(e). Liaison poutre-colonne soudée et boulonnée présentant les mêmes particularités que le joint de poutre de la figure 9.3(b). A l'instar de celui-ci, la position de l'articulation est admise au droit des boulons.
- Fig. 9.3(f). Liaison poutre-colonne soudée et boulonnée utilisant une plaque frontale, comme le joint de poutre représenté à la figure 9.3(c). Dans ce cas-ci, la position de l'articulation sera prise entre la plaque frontale et la colonne.

Précisons encore que la réalisation de *trous oblongs* permet parfois de faciliter la mise en place des différents éléments composant ces assemblages, cas échéant par la compensation des *tolérances de fabrication ou de montage*. Il faudra cependant veiller, dans ce cas, à bien identifier la position théorique de l'articulation, qui ne correspond plus forcément à celle indiquée sur la figure 9.3.

9.3.2 Couver-joint d'âme boulonné

La figure 9.4 présente la conception d'un joint de poutre avec un ou deux couver-joints boulonnés, de même que le mode de transmission de l'effort tranchant. On y voit notamment que l'effort tranchant est transmis d'une poutre à l'autre par cisaillement du ou des couver-joint(s).

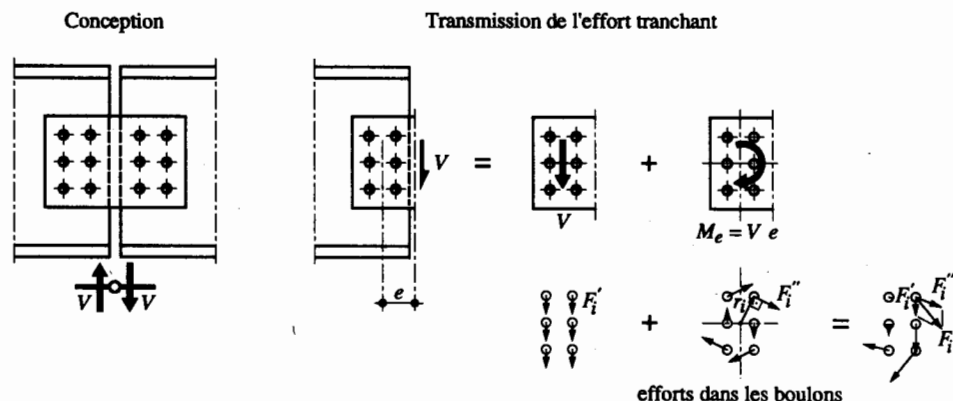


Fig. 9.4 Joint de poutre par couver-joint(s) d'âme entièrement boulonné(s).

Si l'on effectue un calcul élastique des forces en admettant que le centre de rotation d'un demi couvre-joint correspond au centre de gravité du groupe de boulons, chaque boulon est sollicité non seulement par une force de cisaillement F_i' due à l'effort tranchant V , mais également par une force F_i'' due à l'excentricité de V par rapport aux centres de gravité des groupes de boulons :

$$F_i' = \frac{V}{n} \quad (9.1)$$

$$F_i'' = \frac{M_e r_i}{\sum_{i=1}^n r_i^2} \quad (9.2)$$

n : nombre de boulons

M_e : moment d'excentricité ($M_e = V e$)

r_i : distance entre le centre de gravité du groupe de boulons et le $i^{\text{ème}}$ boulon

L'effort transmis par chaque boulon est alors égal à l'addition vectorielle des deux forces F_i' et F_i'' :

$$\vec{F}_i = \vec{F}_i' + \vec{F}_i'' \quad (9.3)$$

La vérification de l'assemblage se fait par conséquent par le contrôle des trois conditions suivantes :

- Cisaillement des boulons :

Il est nécessaire de connaître l'effort de cisaillement repris par *une section* du boulon le plus sollicité. Sa valeur de dimensionnement V_{dB} vaut, selon le nombre de sections cisailées par boulons (qui correspond en fait au nombre de couvre-joints) :

$$\text{une section cisailée :} \quad V_{dB} = \max(F_{di}) \quad (9.4a)$$

$$\text{deux sections cisailées :} \quad V_{dB} = \frac{1}{2} \max(F_{di}) \quad (9.4b)$$

F_{di} : valeur de dimensionnement de l'effort repris par le boulon le plus sollicité ($F_{di} = |\vec{F}_{di}|$)

Ce qui permet de faire la vérification du cisaillement des boulons avec la relation suivante :

$$V_{dB} \leq \frac{V_R}{\gamma_R} \quad (9.5)$$

V_R : résistance au cisaillement d'une section de boulon

- Pression latérale dans le(s) couvre-joint(s) et dans l'âme des profilés :

$$F_{di} \leq \frac{L_R}{\gamma_R} \quad (9.6)$$

L_R : résistance à la pression latérale dans le(s) couvre-joint(s) ou dans l'âme des profilés

- Effort tranchant dans le(s) couvre-joint(s) :

$$V_d \leq \frac{V_R}{\gamma_R} = \frac{\tau_y A}{\gamma_R} \quad (9.7)$$

τ_y : contrainte limite élastique de cisaillement ($\tau_y = f_y / \sqrt{3}$)

A : section brute du ou des couvre-joint(s)

Le calcul de l'effort de cisaillement dans les boulons, présenté ci-dessus, est basé sur une analyse élastique. Cette dernière repose sur plusieurs hypothèses simplificatrices, en particulier en ce qui concerne le centre de rotation de chaque moitié de l'assemblage, que l'on admet confondu avec le centre de gravité du groupe de boulons; cela entraîne une incompatibilité entre les forces et les déformations des boulons en cisaillement. Une telle analyse élastique offre toutefois l'avantage d'être simple à utiliser et d'être conservatrice. Certains auteurs préconisent cependant l'emploi d'une analyse dite à l'état limite ultime, qui prend en compte la position variable du centre instantané de rotation des boulons, déterminée à l'aide de la relation cisaillement-déformation transversale du boulon. Cette méthode itérative relativement complexe, présentée entre autres dans [9.1], n'est pas développée ici.

L'Eurocode 3 (§ 6.5.4) propose plusieurs méthodes de calcul possibles pour le dimensionnement d'un tel assemblage. Dans les cas où l'assemblage résiste au glissement, ou si la résistance de calcul au cisaillement $F_{v,Rd}$ d'un élément d'attache est inférieure à sa résistance de calcul à la pression diamétrale $F_{b,Rd}$, la répartition des efforts internes entre les éléments d'attache doit être prise proportionnelle à la distance au centre de rotation. Dans les autres cas, toute répartition raisonnable des efforts peut être envisagée, à condition qu'elle satisfasse les conditions adoptées dans le calcul des efforts intérieurs.

9.3.3 Couvre-joint d'âme soudé et boulonné

La figure 9.5 représente en détail le joint de poutre de la figure 9.3(b) réalisé par un couvre-joint d'âme soudé d'un côté et boulonné de l'autre, pour lequel on peut admettre que la rotule se situe au droit des boulons. Ces derniers sont donc uniquement sollicités par les forces de cisaillement dues à l'effort tranchant (pas d'excentricité). Le couvre-joint devra par contre être vérifié en tenant compte du moment supplémentaire dû à l'excentricité de l'effort tranchant V .

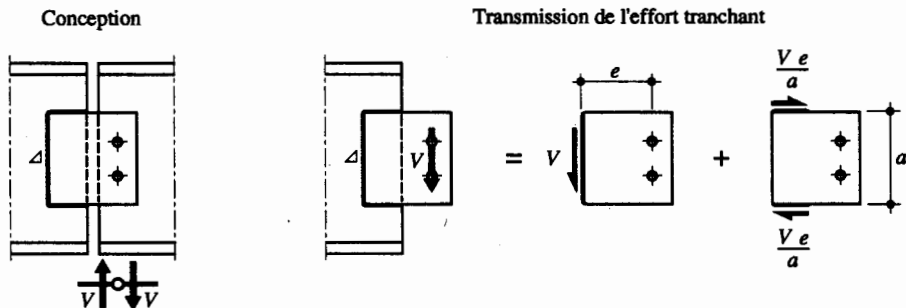


Fig. 9.5 Joint de poutre par couvre-joint d'âme boulonné et soudé.

Pour le dimensionnement des soudures, on peut par exemple procéder de la manière suivante : on admet que la soudure verticale reprend l'effort tranchant V et que les deux soudures horizontales reprennent le moment dû à l'excentricité de V . Les soudures horizontales sont dans ce cas à dimensionner pour reprendre un couple de forces valant chacune Ve/a .

9.3.4 Attache par cornières

La liaison poutre-colonne réalisée à l'aide de cornières (fig. 9.3(d)) mérite une attention particulière concernant la transmission des efforts. Examinons pour cela l'assemblage de la figure 9.6, où la force V doit être transmise de la poutre à la colonne. En admettant que l'articulation de l'assemblage se trouve au droit de la face extérieure de l'aile de la colonne, il existe une excentricité e de la force V par rapport au centre de gravité des boulons de l'âme de la poutre : cette excentricité crée un moment $M_e = Ve$. On se retrouve donc dans le cas du couvre-joint boulonné du joint de poutre examiné au paragraphe 9.3.2, pour lequel les boulons situés sur l'âme de la poutre sont sollicités à la fois par les forces F_t' (due à l'effort tranchant) et F_t'' (due à l'excentricité de V).

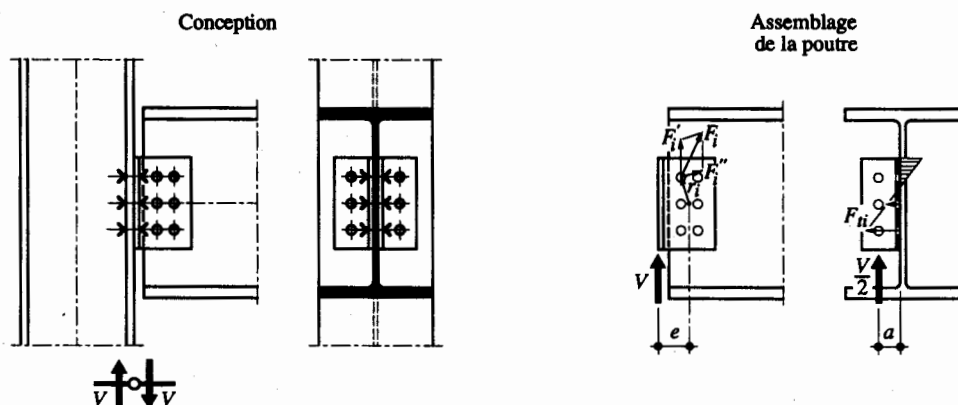


Fig. 9.6 Transmission des efforts dans une liaison poutre-colonne réalisée à l'aide de deux cornières boulonnées.

Il convient de remarquer qu'il faut encore tenir compte du moment d'excentricité $(V/2)a$ dû à la position excentrée des boulons assemblant les cornières sur la colonne : si cela crée un effort de compression par contact dont il n'est pas besoin de tenir compte, cela produit également une force de traction F_t sur certains boulons. L'influence de cette force de traction est souvent faible, mais elle ne peut pas toujours être négligée, notamment lorsque le nombre de boulons constituant l'attache est faible (sect. 9.6, exemple 9.1).

Les boulons situés sur l'aile de la colonne ne reprennent quant à eux que la force de cisaillement V , dans la mesure où ils sont situés au droit de l'articulation de l'assemblage.

Lors de la vérification de l'assemblage, on contrôlera également la résistance des cornières sous l'effet de l'effort tranchant et du moment d'excentricité dans le plan de l'aile de la colonne : l'exemple 9.1 de la section 9.6 montre de quelle façon un tel contrôle pourrait être fait. Mentionnons que les tables SZS C9.1 [9.2] contiennent de nombreux tableaux donnant les dimensions et la résistance de liaisons poutre-

colonne par doubles cornières, conçues de façon à ce que la résistance des cornières (cisaillement, flexion, pression latérale) ne soit pas déterminante.

Dans le cas d'un assemblage avec gousset soudé sur la colonne et boulonné sur la poutre (fig. 9.3(e)), la position de l'articulation est différente. Comme elle se situe au droit des boulons, il n'y a pas d'excentricité e pour les boulons, mais la soudure du gousset sur la colonne doit être vérifiée pour reprendre l'effort tranchant ainsi que le moment d'excentricité créé par celui-ci.

L'exemple 9.1 de la section 9.6 présente en détail la vérification d'une liaison poutre-colonne réalisée à l'aide de cornières boulonnées sur la colonne et boulonnées ou soudées sur la poutre.

9.4 Transmission d'un moment de flexion

9.4.1 Conception et modélisation

La section 9.4 traite uniquement la transmission d'un moment de flexion. Une telle approche a été choisie pour des raisons didactiques; en effet, un moment de flexion est presque toujours accompagné d'un effort tranchant, mais il nous a semblé utile de bien séparer les raisonnements à faire pour transmettre ces deux types d'efforts. La transmission d'une interaction d'efforts est d'ailleurs examinée à la section 9.5. La figure 9.7 montre trois exemples de joints de poutres ainsi que trois liaisons poutre-colonne pouvant transmettre un moment de flexion.

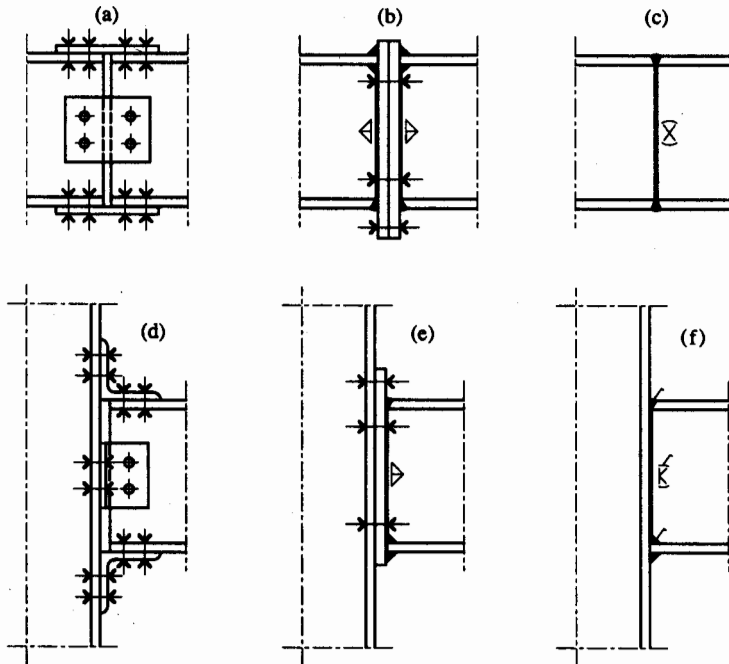


Fig. 9.7 Exemples de joints de poutres et de liaisons poutre-colonne transmettant essentiellement un moment de flexion.

Les exemples d'assemblages présentés à la figure 9.7 appellent les commentaires suivants :

- Fig. 9.7(a). Joint de poutre transmettant le moment de flexion à l'aide des couvre-joints d'âles et d'âme boulonnés. Cet assemblage simple et réalisable sur chantier présente cependant le désavantage de nécessiter l'emploi de beaucoup de pièces, tout en étant plus long à mettre en place que l'assemblage présenté à la figure 9.7(b).
- Fig. 9.7(b). Joint de poutre avec deux plaques frontales soudées et boulonnées, prévu pour transmettre un moment de flexion positif. La soudure des plaques frontales est réalisée en atelier, ce qui permet de réduire au maximum le temps de montage sur chantier.
- Fig. 9.7(c). Joint de poutre entièrement soudé, conçu pour être en général réalisé en atelier. Les soudures entre les âles nécessitent en effet que l'on puisse retourner la poutre.
- Fig. 9.7(d). Liaison poutre-colonne dont le principal avantage est celui de pouvoir être montée entièrement sur chantier sans aucune soudure. Le nombre important de pièces lui font souvent préférer l'assemblage décrit à la figure 9.7(e).
- Fig. 9.7(e). Liaison poutre-colonne soudée et boulonnée, conçue pour transmettre un moment négatif. Comme pour le joint de poutre correspondant (fig. 9.7(b)), la soudure de la plaque frontale est effectuée en atelier afin de permettre un montage très rapide.
- Fig. 9.7(f). Liaison poutre-colonne conçue pour transmettre un moment négatif. Elle correspond au joint de poutre de la figure 9.7(c), mais avec des soudures réalisées sur chantier nécessitant une préparation de chanfreins différente.

Il faut encore relever que les assemblages illustrés à la figure 9.7 ne permettent pas tous une compensation aisée des *tolérances de fabrication ou de montage*. Ils ne devront donc être choisis que si ce critère n'est pas déterminant.

9.4.2 Couvre-joints boulonnés

La figure 9.8 présente le cas particulier d'un joint de poutre entièrement boulonné semblable à celui de la figure 9.7(a). On peut envisager pour ce type d'assemblage deux méthodes de calcul différentes

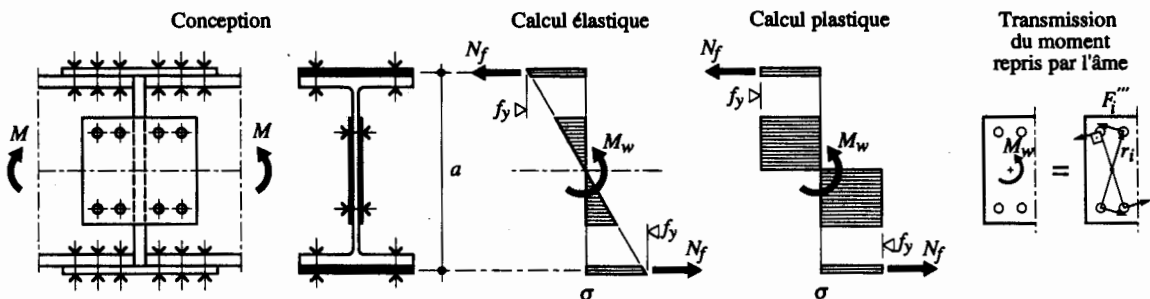


Fig. 9.8 Transmission du moment de flexion dans un joint de poutre réalisé avec des couvre-joints boulonnés.

pour la répartition du moment de flexion sur les couvre-joints d'ailes et d'âme : un calcul élastique ou un calcul plastique. Pour chacune de ces méthodes, l'équilibre suivant doit toujours être respecté :

$$M = M_w + M_f \quad (9.8)$$

M : moment total à transmettre

M_w : moment transmis par les couvre-joints d'âme

M_f : moment transmis par les couvre-joints d'ailes

Calcul élastique

On admet que le moment M se répartit entre l'âme (M_w) et les ailes (M_f) selon la théorie d'élasticité, à savoir avec des contraintes dans les couvre-joints proportionnelles à la distance de l'axe neutre (fig. 9.8). On a ainsi :

$$M_w = \frac{I_{CJw}}{I_{CJ}} M \quad (9.9)$$

I_{CJw} : inertie des couvre-joints d'âme

I_{CJ} : inertie de l'ensemble des couvre-joints

Les couvre-joints d'ailes sont donc sollicités par un moment M_f , ce qui produit un effort normal $N_f = M_f/a$, où a correspond à la distance entre les centres de gravité des couvre-joints d'ailes. Ils doivent être dimensionnés de façon analogue aux assemblages cisailés (chap. 8, exemple 8.3). Les boulons des couvre-joints d'âme sont quant à eux sollicités par des forces F_i''' analogues aux forces F_i'' (9.2) déterminées pour le couvre-joint d'âme boulonné, mais avec le moment d'excentricité M_e remplacé par le moment M_w repris par les couvre-joints d'âme :

$$F_i''' = \frac{M_w r_i}{\sum_{i=1}^n r_i^2} \quad (9.10)$$

Calcul plastique

- Avec participation de l'âme

Le moment M se répartit entre l'âme (M_w) et les ailes (M_f) conformément à une plastification complète des couvre-joints (fig. 9.8). La méthode de dimensionnement des boulons est la même que celle utilisée pour le calcul élastique (l'équilibre donné par (9.8) doit toujours être satisfait), mais avec une valeur du moment M_w repris par l'âme donnée par :

$$M_w = \frac{Z_{CJw}}{Z_{CJ}} M \quad (9.11)$$

Z_{CJw} : module plastique des couvre-joints d'âme

Z_{CJ} : module plastique de l'ensemble des couvre-joints

- Avec participation des ailes uniquement

En négligeant la participation des couvre-joints d'âme, on admet que le moment de flexion est entièrement repris par les ailes : on a ainsi $M_f = M$. La vérification des couvre-joints d'aile et de leurs boulons se fait comme pour un assemblage cisailé (chap. 8, exemple 8.3), avec $N_f = M/a$, alors que les couvre-joints d'âme ainsi que leurs boulons ne servent qu'à la reprise de l'effort tranchant, de la même manière que les assemblages décrits à la section 9.3.

9.4.3 Plaques frontales

Un joint de poutre transmettant un moment de flexion peut se faire à l'aide d'une plaque frontale non débordante ou débordante (fig. 9.9). La transmission du moment de flexion peut se modéliser en admettant une force de compression F_c transmise directement par contact, et des efforts de traction F_t sur les boulons les plus proches de l'aile tendue (les autres boulons sont réservés à la transmission d'un éventuel effort tranchant).

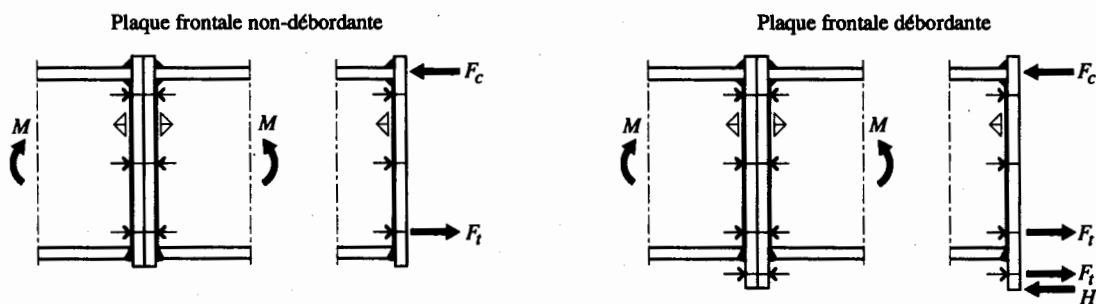


Fig. 9.9 Joints de poutres avec plaque frontale non débordante ou débordante.

Dans le cas de la plaque frontale débordante avec des boulons de préférence précontraints, il convient de tenir compte de l'éventuelle force de levier H (§ 8.7.6). Pour le type de détail illustré à la figure 9.9, les tables SZS C9.1 [9.2] suggèrent une valeur de la force H égale à environ 30 % de la résistance à la traction des boulons situés dans la zone débordante de la plaque frontale. Les boulons doivent être dimensionnés en traction selon les indications du paragraphe 8.4.3.

L'exemple 9.2 de la section 9.6 présente en détail la vérification d'une liaison poutre-colonne avec plaque frontale débordante.

9.4.4 Liaison entièrement soudée

Les joints soudés ne peuvent pas toujours être réalisés en atelier, par exemple pour des raisons de transport. La figure 9.10 montre un joint de poutre réalisé en atelier et un joint de poutre effectué lors du montage sur chantier.

Dans le cas du *soudage en atelier* (fig. 9.10(a)), les profilés sont assemblés au moyen de soudures bout à bout en V ou en V double selon l'épaisseur des éléments à assembler. Si l'on a un changement de section, on se rappellera (§ 3.2.3) qu'en utilisant des profilés à larges ailes de séries différentes, mais de même numéro, la distance entre les faces intérieures des ailes est identique (par exemple pour les profilés HEA 300, HEB 300 et HEM 300, on a $h - 2t = 262$ mm).

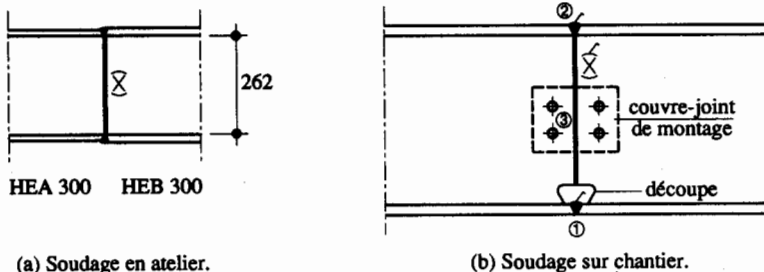


Fig. 9.10 Joints de poutres soudés.

En cas de *soudage sur chantier* (fig. 9.10(b)), il est nécessaire de découper l'âme afin de pouvoir souder les ailes en position normale (en atelier, cette découpe n'est pas nécessaire, car le profilé peut être tourné pour être placé dans n'importe quelle position). Afin de limiter les *contraintes résiduelles* dues au retrait des soudures, on adopte la séquence de soudage suivante : ① et ② soudage des ailes (un couvre-joint de montage provisoire permet de maintenir en place les profilés lors de cette opération), ③ soudage de l'âme (après avoir enlevé le couvre-joint de montage).

Les soudures de ces joints sont généralement des soudures complètement pénétrées et ne nécessitent pas de dimensionnement. Il faut cependant relever que la classe de qualité des soudures doit être définie en vue de fixer les exigences de qualité (§ 7.2.4).

9.5 Interaction d'efforts

Ce paragraphe a pour but de mettre en évidence certaines particularités des joints de poutres et des liaisons poutre-colonne devant transmettre simultanément un moment de flexion et un effort tranchant. Dans certains cas, il peut également y avoir une interaction avec un effort normal, auquel cas les sollicitations provenant de cet effort normal seraient à ajouter à celles dues aux autres efforts.

9.5.1 Joint de poutre

La figure 9.11 présente deux exemples de joints de poutres boulonnés prévus pour transmettre à la fois un moment de flexion M et un effort tranchant V .

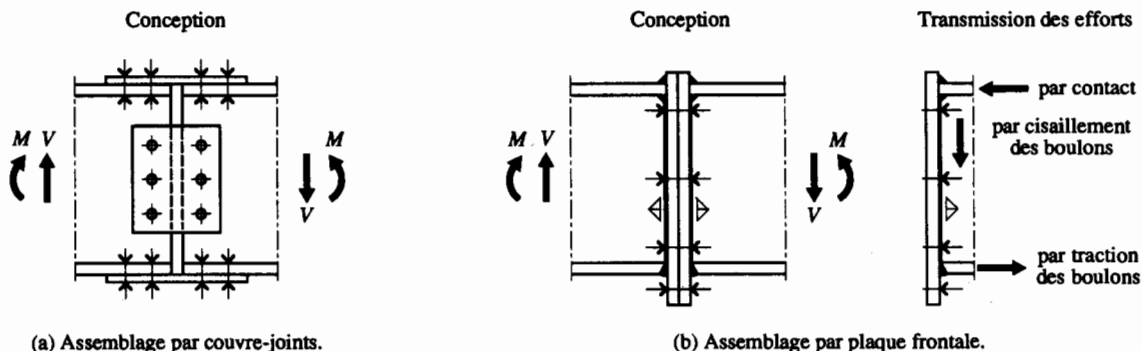


Fig. 9.11 Joints de poutres boulonnés transmettant à la fois un moment de flexion et un effort tranchant.

Le dimensionnement des boulons et des couvre-joints de l'assemblage de la figure 9.11(a) se fait de la même manière que celui des assemblages des figures 9.4 et 9.8, sauf que le couvre-joint d'âme reprend également, en plus de l'éventuel moment de flexion M_w , un effort tranchant V . Les boulons des couvre-joints d'âme sont donc sollicités simultanément par les forces F_i' , F_i'' et F_i''' décrites dans les paragraphes 9.3.2 et 9.4.2. Pour le dimensionnement de ce type de joint de poutre, il est plus simple de considérer, dans la mesure du possible, que les couvre-joints d'âmes reprennent la flexion à eux seuls et que les couvre-joints d'âme reprennent uniquement l'effort tranchant. Cette méthode correspond au calcul plastique avec participation, à la flexion, des ailes uniquement (§ 9.4.2). L'exemple 9.3 de la section 9.6 présente en détail la vérification d'un tel joint de poutre.

Dans le cas du joint de poutre avec plaque frontale (fig. 9.11(b)), il est possible de modéliser la transmission des efforts sur la base d'un raisonnement plastique en réservant certains boulons pour transmettre l'effort tranchant par cisaillement. Les autres boulons servent quant à eux à la reprise du moment de flexion, qui peut être décomposé, conformément à ce qui a été présenté au paragraphe 9.4.3, en un couple de forces se transmettant respectivement par contact et par traction des boulons.

9.5.2 Liaison poutre-colonne

Les liaisons poutre-colonne transmettent en général une interaction d'effort. Il est donc particulièrement important de créer des assemblages homogènes : c'est ainsi qu'une transmission des forces, réalisée à la fois avec des soudures et des boulons, n'est pas toujours une bonne solution. La figure 9.12(a) montre un exemple d'assemblage à éviter : l'effort tranchant risquerait de passer dans les soudures, celles-ci étant beaucoup plus rigides que l'assemblage boulonné de l'âme. Deux meilleures solutions sont présentées à la figure 9.12(b) : un assemblage entièrement boulonné, ainsi qu'un assemblage soudé et boulonné pour lequel les soudures sur la colonne sont exécutées en atelier, pour permettre d'assembler la poutre sur le chantier à l'aide de boulons. Cette dernière variante présente par ailleurs l'avantage d'éviter tout glissement vertical de l'assemblage.

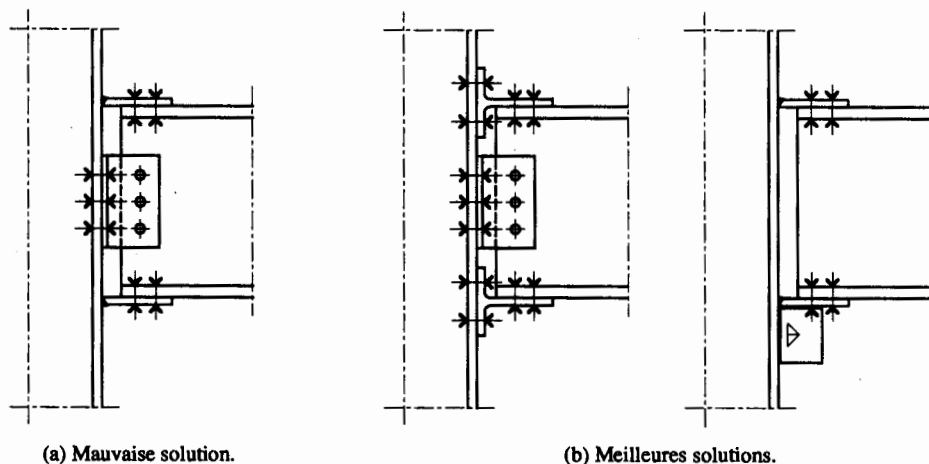


Fig. 9.12 Exemples de liaisons poutre-colonne transmettant à la fois un moment de flexion et un effort tranchant.

Il faut encore préciser que les assemblages illustrés à la figure 9.12 ne permettent pas une compensation aisée des *tolérances de fabrication ou de montage*. Une façon d'améliorer ceci serait de

prévoir, déjà dès leur conception, la mise en place, lors du montage de l'assemblage, de fourrures entre la poutre et les éléments d'attache horizontaux.

L'Eurocode 3 (§ 6.9) donne une méthode complète de calcul de la liaison poutre-colonne, comprenant en outre les courbes moment-rotation, la capacité de rotation, la rigidité en rotation ainsi qu'une classification des assemblages selon les rigidités des éléments et leur résistance.

9.6 Exemples numériques

Cette section contient trois exemples numériques illustrant les notions relatives à la modélisation et à la vérification des assemblages étudiés dans ce chapitre :

- Exemple 9.1. Liaison poutre-colonne avec doubles cornières transmettant un effort tranchant.
- Exemple 9.2. Liaison poutre-colonne avec plaque frontale transmettant un moment de flexion et un effort tranchant.
- Exemple 9.3. Joint de poutre avec couvre-joints transmettant un moment de flexion et un effort tranchant.

Dans ces exemples, les valeurs numériques relatives à la résistance des soudures (sections de contact ou de gorge) et des boulons (cisaillement, traction, pression latérale, glissement) ont été tirées des tableaux 7.18, 8.32, 8.33 et 8.34, afin d'en démontrer l'application.

Exemple 9.1 Liaison poutre-colonne avec doubles cornières

Soit l'assemblage en acier Fe E 235 entre une poutre (IPE 270) et une colonne (HEB 160), réalisé à l'aide de doubles cornières (LNP 90 · 60 · 6) et représenté à la figure 9.13. Il doit permettre de transmettre un effort tranchant $V_d = 45$ kN.

Vérifier les différents éléments de cet assemblage pour les deux cas suivants :

- les cornières sont fixées sur l'âme de la poutre à l'aide de boulons M16 en acier 4.6,
- les cornières sont fixées sur l'âme de la poutre par un cordon de soudure d'épaisseur $a = 4$ mm.

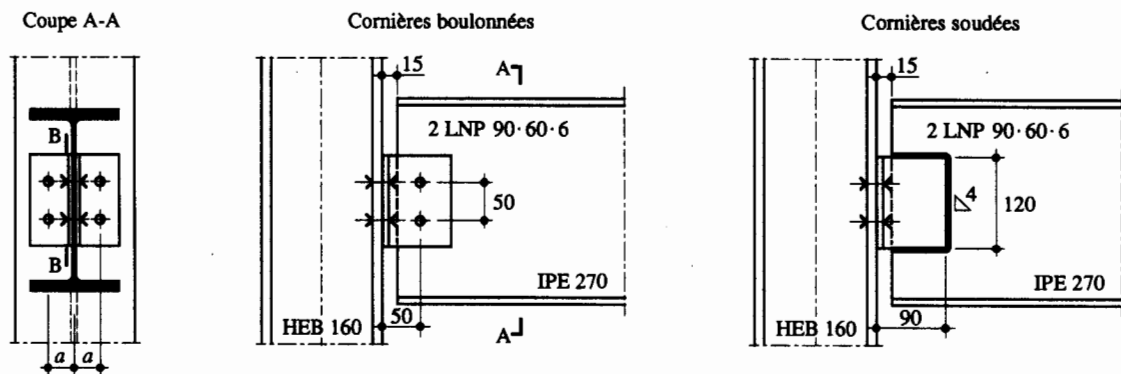


Fig. 9.13 Liaison poutre-colonne avec doubles cornières.

Dans le cas de ces deux assemblages, on peut admettre que l'articulation se situe au droit de l'aile de la colonne, comme indiqué à la figure 9.3(d).

Cornières boulonnées

Selon le modèle de transmission des efforts représenté à la figure 9.14, on constate que les boulons de la colonne et de la poutre doivent reprendre la force de cisaillement V_d , tandis que les boulons de la poutre reprennent en plus les moments dus aux excentricités e (dans le plan de l'âme de la poutre) et a (dans le plan de l'aile de la colonne).

- Vérification des boulons au cisaillement :

Comme les boulons de la poutre sont les plus sollicités, on peut se contenter de vérifier ceux-ci. La valeur de dimensionnement de la force de cisaillement F_{dB} agissant sur une section de ces boulons est égale à la somme vectorielle des deux forces suivantes :

$$F_{d'} = \frac{V_d/2}{2} = \frac{45 \text{ kN} / 2}{2} = 11.3 \text{ kN}$$

$$F_{d''} = \frac{(V_d/2) e}{p_1} = \frac{(45 \text{ kN} / 2) \cdot 50 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 22.5 \text{ kN}$$

$$F_{dB} = \sqrt{(F_{d'})^2 + (F_{d''})^2} = \sqrt{(11.3 \text{ kN})^2 + (22.5 \text{ kN})^2} = 25.2 \text{ kN}$$

Dans le cas d'un assemblage avec deux boulons d'âme, comme celui examiné ici, on peut de façon raisonnable estimer que le bras de levier de la force de traction F_t due à l'excentricité a (fig. 9.6) est égal à l'entre-axe vertical des boulons p_1 . La valeur de dimensionnement de cette force de traction vaut ainsi :

$$F_{dt} = \frac{(V_d/2) a}{p_1} = \frac{(45 \text{ kN} / 2) \cdot 39 \text{ mm}}{50 \text{ mm}} = 17.6 \text{ kN}$$

La vérification d'un boulon sollicité par une interaction traction-cisaillement se fait avec (8.8). Pour des boulons M16 en acier 4.6 (dont les résistances à la traction et au cisaillement d'une section simple valent respectivement, selon le tableau 8.32, $T_R = 38 \text{ kN}$ et $V_R = 40 \text{ kN}$), on peut vérifier que leur résistance est suffisante :

$$\left(\frac{F_{dt}}{T_R / \gamma_R} \right)^2 + \left(\frac{F_{dB}}{V_R / \gamma_R} \right)^2 = \left(\frac{15.8}{38.0 / 1.1} \right)^2 + \left(\frac{25.2}{40.0 / 1.1} \right)^2 = 0.69 \leq 1.0$$

- Vérification de la cornière pour l'interaction flexion-cisaillement :

La vérification se fait au droit de la section B-B. (Une vérification analogue devrait être faite pour la section C-C). Les contraintes tangentielles sollicitant chaque cornière valent :

$$\tau = \frac{V/2}{A} = \frac{V/2}{t h} = \frac{45.0 \cdot 10^3 \text{ N} / 2}{6 \text{ mm} \cdot 120 \text{ mm}} = 31.3 \text{ N/mm}^2$$

Selon (4.92) et (4.93), la limite d'élasticité réduite f_{yr} et le moment plastique réduit $M_{ply,V}$ valent :

$$f_{yr} = \sqrt{f_y^2 - 3 \tau^2} = \sqrt{(235 \text{ N/mm}^2)^2 - 3(31.3 \text{ N/mm}^2)^2} = 229 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{ply,V} = f_{yr} \frac{t h^2}{4} = 229 \text{ N/mm}^2 \frac{6 \text{ mm} \cdot (120 \text{ mm})^2}{4} = 4.9 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 4.9 \text{ kNm}$$

En négligeant l'influence du congé de raccordement, on peut vérifier que les dimensions de la cornière sont largement suffisantes :

$$M_d = \frac{V_d}{2} (w_3 - t) = \frac{45 \text{ kN}}{2} (35 \text{ mm} - 6 \text{ mm}) = 0.65 \text{ kNm} \leq \frac{M_{ply,V}}{\gamma_R} = \frac{4.9 \text{ kNm}}{1.1} = 4.5 \text{ kNm}$$

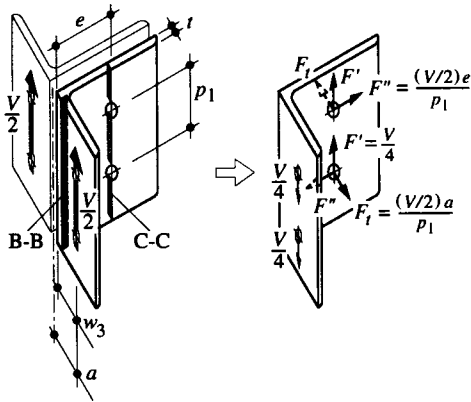
- Vérification de l'âme à la pression latérale :

L'épaisseur de l'âme de la poutre (6.6 mm) est déterminante dans le cas de la vérification de la résistance à la pression latérale (l'épaisseur de chacune des deux cornières étant de 6 mm). Avec la résistance ultime à la pression latérale L_R , obtenue avec les valeurs usuelles du tableau 8.33 (on néglige de ce fait l'inclinaison de la force de cisaillement F_{dB}), on peut vérifier que l'épaisseur de l'âme de la poutre est suffisante :

$$L_R = 10.1 \text{ kN/mm} \cdot 6.6 \text{ mm} = 66.7 \text{ kN}$$

$$F_d = 2 F_{dB} = 2 \cdot 25.2 \text{ kN} = 50.4 \text{ kN} \leq \frac{L_R}{\gamma_R} = \frac{66.7 \text{ kN}}{1.1} = 60.7 \text{ kN}$$

Cornières boulonnées



Cornières soudées

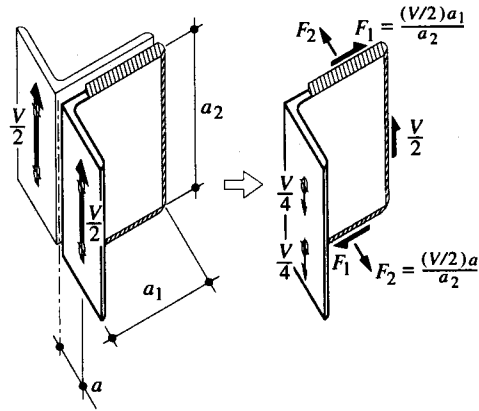


Fig. 9.14 Transmission des efforts.

Cornières soudées

Selon le modèle de transmission des efforts représenté à la figure 9.14, on admettra que le cordon de soudure vertical reprend l'effort tranchant V_d et que les cordons de soudure horizontaux reprennent les moments dus aux excentricités a_1 (dans le plan de l'âme de la poutre) et a (dans le plan de l'aile de la colonne).

• Dispositions de construction :

Dans le cas présent, l'épaisseur minimale du cordon est de $a_{min} = 4 \text{ mm}$ (§ 7.3.6). Quant à l'épaisseur maximale, elle est obtenue avec (7.2) à partir de l'épaisseur des cornières, qui est déterminante dans ce cas :

$$a_{max} = 0.7 t_{min} = 0.7 \cdot 6.0 \text{ mm} = 4.2 \text{ mm}$$

Un cordon d'angle d'épaisseur $a = 4 \text{ mm}$ satisfait donc les dispositions de construction à respecter.

• Cordon d'angle vertical :

Etant donné que les cornières et la poutre sont en acier Fe E 235, la résistance R_s d'un des deux cordons d'angle vertical de 4 mm d'épaisseur peut être obtenue avec les valeurs du tableau 7.18, et l'on peut vérifier qu'un tel cordon d'angle est largement suffisant :

$$R_s = 0.93 \text{ kN/mm} \cdot 120 \text{ mm} = 112 \text{ kN}$$

$$\frac{1}{2} V_d = \frac{1}{2} \cdot 45 \text{ kN} = 22.5 \text{ kN} \leq \frac{R_s}{\gamma_R} = \frac{112 \text{ kN}}{1.1} = 102 \text{ kN}$$

• Cordons d'angle horizontaux :

Les forces sollicitant chacun des cordons d'angle horizontaux valent, dans le plan de l'âme de la poutre (excentricité a_1) et perpendiculairement à ce plan (excentricité a) :

$$F_1 = \frac{(V_d/2) a_1}{a_2} = \frac{(45 \text{ kN} / 2) \cdot 90 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} = 16.9 \text{ kN}$$

$$F_2 = \frac{(V_d/2) a}{a_2} = \frac{1}{2} \frac{(45 \text{ kN} / 2) \cdot 39 \text{ mm}}{120 \text{ mm}} = 7.3 \text{ kN}$$

Selon les indications du paragraphe 7.4.3, valables pour les cas de sollicitations composées des cordons d'angle, la résultante sollicitant un cordon d'angle horizontal vaut :

$$F_d = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{(16.9 \text{ kN})^2 + (7.3 \text{ kN})^2} = 18.4 \text{ kN}$$

Avec la résistance R_s d'un cordon d'angle, d'épaisseur $a = 4$ mm et de longueur $l = 75$ mm, obtenue avec les valeurs du tableau 7.18, on peut vérifier que les cordons d'angle horizontaux sont largement suffisants dans ce cas :

$$R_s = 0.93 \text{ kN/mm} \cdot 75 \text{ mm} = 69.8 \text{ kN}$$

$$F_d = 18.4 \text{ kN} \leq \frac{R_s}{\gamma_R} = \frac{69.8 \text{ kN}}{1.1} = 63.5 \text{ kN}$$

Exemple 9.2 Liaison poutre-colonne avec plaque frontale

Soit l'assemblage en acier Fe E 235 entre une poutre (IPE 330) et une colonne (HEM 240), réalisé à l'aide d'une plaque frontale débordante, et représenté à la figure 9.15. Les boulons précontraints utilisés sont des boulons M 20 en acier 10.9.

Vérifier les différents éléments de cet assemblage pour des efforts à transmettre dont les valeurs de dimensionnement valent respectivement $M_d = 160$ kNm et $V_d = 280$ kN.

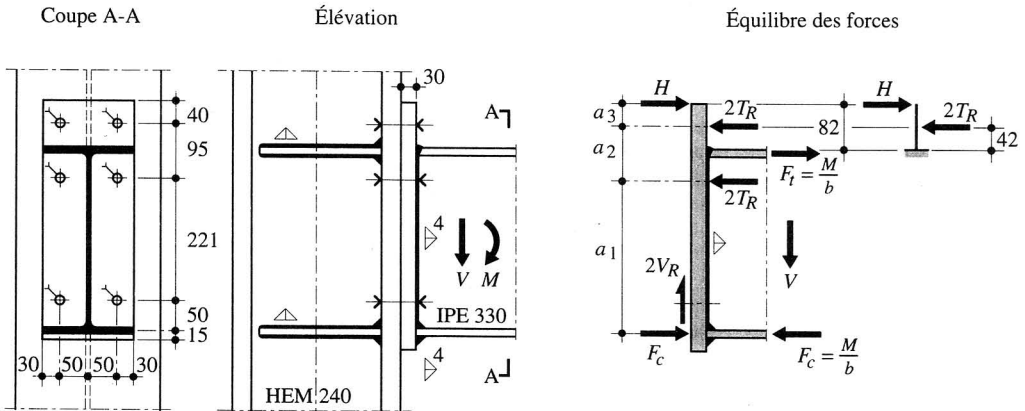


Fig. 9.15 Liaison poutre-colonne avec plaque frontale.

Transmission des efforts

On modélisera cet assemblage en admettant que le moment de flexion est décomposé en un couple de forces agissant dans les ailes de la poutre (pas de participation de l'âme de la poutre). L'effort de traction F_t est transmis par la soudure de l'aile supérieure de la poutre dans la plaque frontale, puis dans la colonne par les quatre boulons supérieurs de l'assemblage. L'effort de compression F_c est quant à lui transmis directement par contact au niveau de l'aile inférieure de la poutre.

L'effort tranchant V passe par la soudure de l'âme de la poutre dans la plaque frontale. On admet ensuite qu'il est repris par les deux boulons inférieurs de l'assemblage qui doivent être, pour des raisons pratiques, de même type que les boulons supérieurs.

Préalablement à tout calcul, il convient de vérifier si la colonne est capable de reprendre les efforts provenant de la traverse (vérification non effectuée dans cet exemple). On vérifiera ensuite les soudures entre la poutre et la plaque frontale, puis on procédera à la vérification des boulons qui reprennent la traction au niveau de l'aile supérieure et par la suite de ceux qui reprennent l'effort tranchant. La plaque frontale sera vérifiée en dernier.

Soudures

- Soudure sur l'aile tendue :

Il est recommandé d'exécuter une soudure en V complètement pénétrée, du fait des importants efforts de traction au niveau de l'aile tendue. On peut s'en convaincre en déterminant l'épaisseur du cordon d'angle qui serait nécessaire. L'effort normal à transmettre par les ailes correspond à :

$$N_d = F_t = \frac{M_d}{b} = \frac{160 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{318.5 \text{ mm}} = 502 \cdot 10^3 \text{ N} = 502 \text{ kN}$$

Avec les valeurs du tableau 7.18, on peut vérifier que la résistance R_s d'un cordon d'angle de 8 mm d'épaisseur et de $2 \cdot 160 \text{ mm}$ de longueur est suffisante :

$$R_s = 1.87 \text{ kN/mm} \cdot 2 \cdot 160 \text{ mm} = 598 \text{ kN}$$

$$N_d = F_t = 502 \text{ kN} \leq \frac{R_s}{\gamma_R} = \frac{598 \text{ kN}}{1.1} = 544 \text{ kN}$$

Une telle épaisseur n'est cependant pas possible, car l'épaisseur du cordon d'angle ne doit pas excéder, selon (7.3), $a_{\max} = 0.5 t_{\min} = 0.5 \cdot 11.5 \text{ mm} \approx 6 \text{ mm}$. Une soudure complètement pénétrée est ainsi nécessaire.

- Soudure sur l'aile comprimée :

Comme l'effort de compression est transmis par contact, une épaisseur minimale de 4 mm du cordon d'angle est suffisante.

- Soudure sur l'âme :

Les dispositions pratiques de construction (§ 7.3.6) imposent un cordon d'angle de 4 mm d'épaisseur (pour une épaisseur de 7.5 mm de l'âme du profilé IPE 330). Comme l'effort de cisaillement à transmettre vaut $V_d = 280 \text{ kN}$, on peut vérifier, avec la résistance R_s obtenue avec les valeurs du tableau 7.18, qu'un tel cordon d'angle est largement suffisant :

$$R_s = 0.933 \text{ kN/mm} \cdot 2 \cdot 270 \text{ mm} = 504 \text{ kN}$$

$$V_d = 280 \text{ kN} \leq \frac{R_s}{\gamma_R} = \frac{504 \text{ kN}}{1.1} = 458 \text{ kN}$$

Boulons sollicités en traction

En admettant la présence d'une force de levier H , la résistance des boulons est suffisante si l'inégalité suivante est satisfaite (équilibre par rapport à l'axe de l'aile comprimée) :

$$M_d \leq [(2 T_R a_1 + 2 T_R (a_1 + a_2) - H (a_1 + a_2 + a_3))] \frac{1}{\gamma_R}$$

$2 T_R$: résultante de traction dans les boulons, donnée par la résistance ultime à la traction T_R des boulons

H : force de levier agissant à l'état de ruine à l'extrémité supérieure de la plaque, provenant de la déformation de la plaque (§ 8.7.6), et admise ici égale à $H = 0.30 \cdot 2 T_R$ (§ 9.4.3)

La vérification montre que quatre boulons M 20 en acier 10.9 précontraints ($T_R = 196 \text{ kN}$ selon tableau 8.34) sont suffisants :

$$160 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \leq [(2 \cdot 196 \cdot 10^3 \text{ N} (268 \text{ mm} + 363 \text{ mm} - 0.3 \cdot 403 \text{ mm}))] \frac{1}{1.1} = 182 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Boulons sollicités en cisaillement

- Vérification au cisaillement :

Le tableau 8.32 indique une résistance au cisaillement d'un boulon M 20 en acier 10.9 égale à $V_R = 157 \text{ kN}$. On peut ainsi vérifier que les deux boulons prévus pour reprendre l'effort tranchant V sont suffisants :

$$V_d = 280 \text{ kN} \leq \frac{2 V_R}{\gamma_R} = \frac{2 \cdot 157 \text{ kN}}{1.1} = 285 \text{ kN}$$

- Vérification à la pression latérale :

La pince à prendre en compte correspond à la pince maximale (§ 8.5.1), à savoir $e_1 = 3d = 60$ mm. Avec la valeur de la pression latérale L_R sur l'aile de la colonne d'épaisseur 12.5 mm obtenue avec les valeurs maximales du tableau 8.32, on peut vérifier que la résistance à la pression latérale est également satisfaite :

$$L_R = 17.3 \text{ kN/mm} \cdot 12.5 \text{ mm} = 216 \text{ kN}$$

$$V_d = 280 \text{ kN} \leq \frac{2 L_R}{\gamma_R} = \frac{2 \cdot 216 \text{ kN}}{1.1} = 393 \text{ kN}$$

Plaque frontale

Les boulons sont arrangés de telle sorte que les valeurs usuelles des pincés (tab. 8.10) sont respectées.

La vérification de la plaque frontale peut se faire avec le modèle illustré à la figure 9.15, où l'on admet que la partie débordante de la plaque frontale est encastrée au niveau de la face extérieure de l'aile supérieure de la poutre (les tables SZS C9.1 [9.2] utilisent un même modèle mais avec une position de l'encastrement légèrement différente).

Si l'on désire exclure la ruine de l'assemblage par flexion de la plaque frontale, celle-ci doit pouvoir être sollicitée, par chaque boulon, par une force correspondant à sa résistance à la traction T_R . En comparant la sollicitation de la plaque frontale à sa résistance à la flexion, on doit vérifier la relation suivante :

$$2 T_R \cdot 42 \text{ mm} - H \cdot 82 \text{ mm} \leq M_R$$

Si l'on admet (§ 9.4.3) que la force de levier $H = 0.30 \cdot 2 T_R$, la sollicitation de la plaque frontale vaut :

$$2 T_R \cdot 42 \text{ mm} - H \cdot 82 \text{ mm} = 2 \cdot 196 \text{ kN} \cdot 0.042 \text{ m} - 0.3 \cdot 2 \cdot 196 \text{ kN} \cdot 0.082 \text{ m} = 6.82 \text{ kNm}$$

tandis que son moment plastique vaut, avec une épaisseur $t_1 = 30$ mm et une largeur $2c = 160$ mm :

$$M_R = \frac{2 c t_1^2}{4} f_y = \frac{160 \text{ mm} \cdot (30 \text{ mm})^2}{4} \cdot 235 \text{ N/mm}^2 = 8.46 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 8.46 \text{ kNm}$$

Remarquons que les tables SZS C9.1 [9.2] déterminent cette résistance à la flexion avec une contrainte égale à $0.8 f_u$ au lieu de f_y .

La comparaison entre la sollicitation de la plaque frontale et sa résistance à la flexion montre que son épaisseur de 30 mm est suffisante :

$$6.82 \text{ kNm} \leq M_R = 8.46 \text{ kNm}$$

On remarque que le facteur de résistance γ_R n'a pas besoin d'être pris en compte dans cette vérification. Cela provient du fait que ce qui est appelé ici sollicitation (la partie gauche de la vérification) n'est pas dû à une action, mais dépend d'une résistance (en l'occurrence la résistance à la traction T_R des boulons).

Exemple 9.3 Joint de poutre avec couvre-joints

Soit le joint de poutre boulonné en acier Fe E 235 réalisé à l'aide de couvre-joints d'âme et d'ailes (boulons M 20 en acier 4.6) défini à la figure 9.16. Il doit transmettre entre les deux poutres HEA 400 un moment de flexion M et un effort tranchant V .

Vérifier cet assemblage afin de garantir la transmission de ces efforts dont les valeurs de dimensionnement valent respectivement $M_d = 250$ kNm et $V_d = 200$ kN.

Transmission des efforts

On effectuera un calcul plastique de l'assemblage en admettant que le moment de flexion est entièrement transmis dans les ailes du profilé. La valeur de dimensionnement de la force F due à la décomposition du moment de flexion est donnée par :

$$F_d = \frac{M_d}{b} = \frac{250 \cdot 10^6 \text{ Nmm}}{371 \text{ mm}} = 674 \cdot 10^3 \text{ N} = 674 \text{ kN}$$

On admettra que l'effort tranchant est repris quant à lui uniquement par l'âme du profilé.

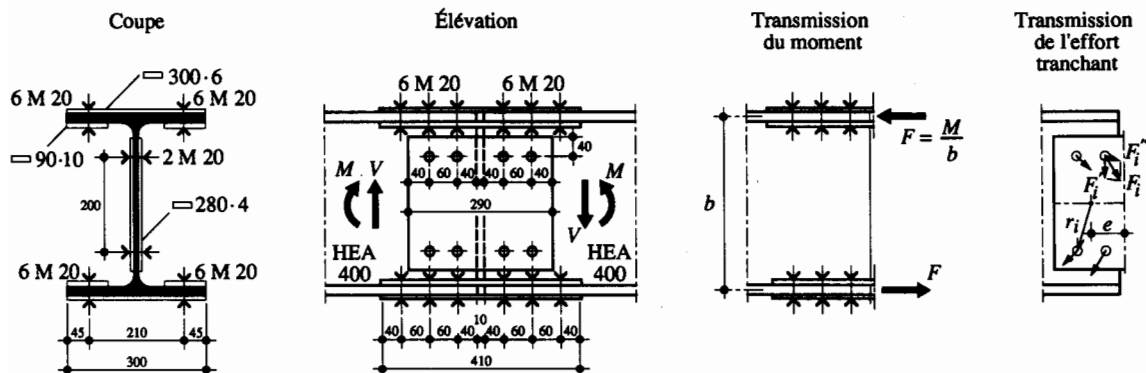


Fig. 9.16 Joint de poutre avec couvre-joints.

On vérifiera tout d'abord que ce modèle de calcul est réaliste en contrôlant si l'assemblage des ailes est suffisant (boulons et couvre-joints, ces derniers étant déterminants par rapport aux ailes de la poutre). On vérifiera ensuite les couvre-joints et les boulons d'âme.

Boulons d'aile

L'effort dans chaque aile étant transmis par trois couvre-joints (un à l'extérieur du profilé, deux à l'intérieur), chaque boulon est cisailé dans deux sections. Etant donné que le couvre-joint extérieur a une surface égale à celle des deux couvre-joints intérieurs, les deux sections cisailées de chaque boulon sont sollicitées de la même manière. Au cas où cette égalité de surface ne serait pas satisfaite, une modélisation adéquate devrait alors être faite.

Sachant que la résistance d'une section cisailée d'un boulon M 20 en acier 4.6 vaut $V_R = 63 \text{ kN}$ (tab. 8.32), on peut vérifier que les boulons d'aile sont suffisants (en raisonnant par rapport aux 12 sections cisailées) :

$$\frac{F_d}{12} = \frac{674 \text{ kN}}{12} = 56.2 \text{ kN} \leq \frac{V_R}{\gamma_R} = \frac{63 \text{ kN}}{1.1} = 57.3 \text{ kN}$$

Couvre-joint d'aile

- Dispositions de construction :

La largeur des couvre-joints est limitée par les dimensions du profilé, soit $2c = 300 \text{ mm}$ pour le couvre-joint extérieur. Quant à la largeur des couvre-joints intérieurs, elle est limitée par l'épaisseur de l'âme et par les congés de raccordement, d'où une largeur maximale de 117 mm ; une largeur de 90 mm est donc possible.

Etant donné que les pinces et écartements des boulons correspondent aux valeurs usuelles (tab. 8.10), les dispositions de construction sont respectées.

- Vérification de la pression latérale :

La résistance à la pression latérale L_R déterminante se rapporte aux couvre-joints extérieurs d'aile (de plus faible épaisseur que les couvre-joints intérieurs) et vaut, par boulon et par surface de contact, en utilisant les valeurs usuelles du tableau 8.33 :

$$L_R = 11.6 \text{ kN/mm} \cdot 6 \text{ mm} = 69.6 \text{ kN}$$

La vérification de la résistance à la pression latérale des couvre-joints extérieurs d'aile permet donc de s'assurer que l'épaisseur des couvre-joints est suffisante :

$$\frac{F_d}{12} = \frac{674 \text{ kN}}{12} = 56.2 \text{ kN} \leq \frac{L_R}{\gamma_R} = \frac{69.6 \text{ kN}}{1.1} = 63.3 \text{ kN}$$

- Vérification de la section brute :

La section brute ainsi que la résistance correspondante des couvre-joints extérieurs d'ailes valent respectivement (8.11 a) (calculs identiques pour les couvre-joints intérieurs d'ailes) :

$$A = 300 \text{ mm} \cdot 6 \text{ mm} = 1800 \text{ mm}^2$$

$$F_R = f_y A = 235 \text{ N/mm}^2 \cdot 1800 \text{ mm}^2 = 423 \cdot 10^3 \text{ N} = 423 \text{ kN}$$

On constate que la section brute des couvre-joints d'ailes est suffisante :

$$F_d = \frac{674 \text{ kN}}{2} = 337 \text{ kN} \leq \frac{F_R}{\gamma_R} = \frac{423 \text{ kN}}{1.1} = 385 \text{ kN}$$

- Vérification de la section nette (déterminante pour les couvre-joints intérieurs d'ailes) :

Une démarche semblable permet de s'assurer que la section nette des couvre-joints extérieurs d'ailes est également suffisante (8.11 b) :

$$A_n = 1800 \text{ mm}^2 - 2 \cdot 22 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm} = 1360 \text{ mm}^2$$

$$F_{Rn} = 0.8 f_u A_n = 0.8 \cdot 360 \text{ N/mm}^2 \cdot 1360 \text{ mm}^2 = 391.7 \cdot 10^3 \text{ N} = 392 \text{ kN}$$

$$F_d = \frac{674 \text{ kN}}{2} = 337 \text{ kN} \leq \frac{F_{Rn}}{\gamma_R} = \frac{392 \text{ kN}}{1.1} = 356 \text{ kN}$$

Les dimensions des couvre-joints d'ailes indiquées à la figure 9.16 satisfont ainsi les exigences liées aux dispositions de construction et à la résistance.

Boulons d'âme

- Dispositions de construction :

La géométrie de l'assemblage est donnée par des considérations pratiques sur les dimensions de la poutre et la disposition des boulons. Pour des raisons d'uniformité, ces boulons sont identiques à ceux qui sont utilisés pour l'assemblage des ailes. Ils sont également cisailés en deux sections. Comme auparavant, il est nécessaire de s'assurer que les dispositions de construction sont respectées.

La hauteur maximale des couvre-joints d'âme est donnée par la hauteur de l'âme entre les congés de raccordement, soit $h_1 = 298 \text{ mm}$. Une hauteur de couvre-joints $h = 280 \text{ mm}$ satisfait donc ce critère.

La largeur du couvre-joint correspond aux valeurs usuelles des pinces et des écartements des boulons. Dans le cas présent elle vaut en effet : $2 (40 \text{ mm} + 60 \text{ mm} + 40 \text{ mm}) + 10 \text{ mm} = 290 \text{ mm}$.

- Détermination du moment d'excentricité :

L'excentricité de V_d par rapport au centre de gravité du groupe de boulons crée un moment d'excentricité M_e dont la valeur de dimensionnement vaut :

$$M_{de} = V_d e, \text{ avec } e = (60 \text{ mm} / 2) + 40 \text{ mm} + (10 \text{ mm} / 2) = 75 \text{ mm}$$

$$M_{de} = 200 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 75 \text{ mm} = 15 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 15 \text{ kNm}$$

- Sollicitations des boulons :

Chaque boulon est sollicité par les forces F_{di}' (due à l'effort tranchant V) et F_{di}'' (due au moment d'excentricité M_e) définies par (9.1) et (9.2). Leurs valeurs de dimensionnement valent respectivement :

$$F_{di}' = \frac{V_d}{4} = \frac{200 \text{ kN}}{4} = 50.0 \text{ kN}$$

$$F_{di}'' = \frac{M_{de} r_i}{\sum r_i^2}$$

La géométrie de l'assemblage donne pour chaque boulon $r_i = \sqrt{100^2 + 30^2} = 104 \text{ mm}$, d'où :

$$F_{di}'' = \frac{15 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 104 \text{ mm}}{4 \cdot (104 \text{ mm})^2} = 35.4 \cdot 10^3 \text{ N} = 35.4 \text{ kN}$$

La somme vectorielle permet d'obtenir l'effort résultant pour le boulon le plus sollicité, ce qui donne numériquement :

$$\max(F_{di}) = 69.2 \text{ kN}$$

Avec deux sections cisailées par boulons, la vérification de la résistance des boulons montre qu'ils sont suffisants :

$$\frac{\max(F_{di})}{2} = \frac{69.2 \text{ kN}}{2} = 34.6 \text{ kN} \leq \frac{V_R}{\gamma_R} = \frac{63 \text{ kN}}{1.1} = 57.3 \text{ kN}$$

Couvre-joints d'âme

Etant donné que l'épaisseur de l'âme de la poutre est supérieure à l'épaisseur cumulée des deux couvre-joints, c'est la résistance de ces derniers qui est déterminante. Il faut donc les vérifier au cisaillement (section brute) et à la pression latérale.

- Cisaillement d'un couvre-joint :

Avec la contrainte limite élastique de cisaillement $\tau_y = f_y / \sqrt{3} = 135 \text{ N/mm}^2$
et l'aire d'un couvre-joint $A = 280 \text{ mm} \cdot 4 \text{ mm} = 1120 \text{ mm}^2$, on a :

$$\frac{V_d}{2} = \frac{200 \text{ kN}}{2} = 100 \text{ kN} \leq \frac{V_R}{\gamma_R} = \frac{\tau_y A}{\gamma_R} = \frac{135 \text{ N/mm}^2 \cdot 1120 \text{ mm}^2}{1.1} = 137 \cdot 10^3 \text{ N} = 137 \text{ kN}$$

- Pression latérale :

Avec la résistance ultime à la pression latérale L_R obtenue avec les valeurs usuelles du tableau 8.33, on peut vérifier que l'épaisseur de 4 mm des couvre-joints d'âme est suffisante :

$$L_R = 11.6 \text{ kN/mm} \cdot 4 \text{ mm} = 46.4 \text{ kN}$$

$$\frac{F_{di}}{2} = \frac{69.4 \text{ kN}}{2} = 34.7 \text{ kN} \leq \frac{L_R}{\gamma_R} = \frac{46.4 \cdot 10^3 \text{ N}}{1.1} = 42.2 \cdot 10^3 \text{ N} = 42.2 \text{ kN}$$

Les dimensions des couvre-joints d'âme indiquées à la figure 9.16 satisfont ainsi les exigences liées aux dispositions de construction et à la résistance.

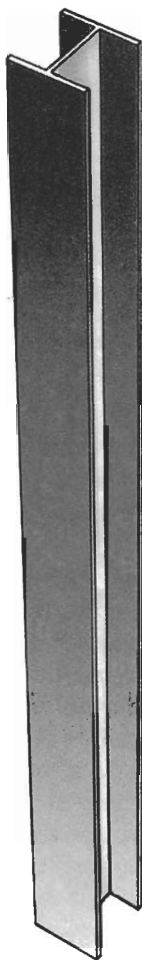
Références

- [9.1] PICARD, A., BEAULIEU, D., *Calcul des charpentes en acier*, Institut canadien de la construction en acier, Willowdale, 1991.
- [9.2] SZS C9.1, *La construction métallique*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1983.

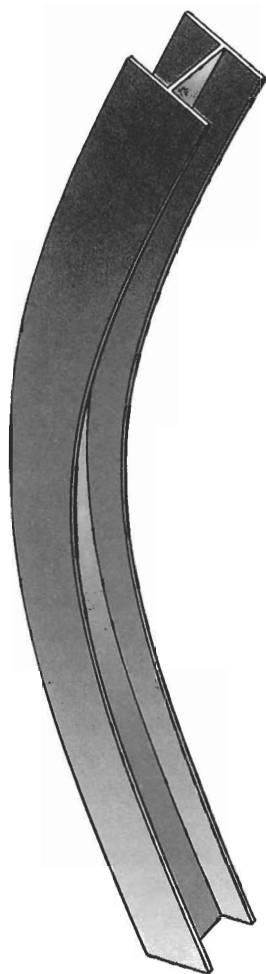
10 Flambage



Système statique



Position
non déformée



Position
déformée

10.1 Introduction

La résistance ultime des éléments comprimés est très souvent définie non pas par un critère de résistance en section, mais par un critère de stabilité de forme. Afin d'illustrer en quoi consiste un problème de stabilité de forme, on peut faire une analogie entre le flambage d'une barre biarticulée parfaitement rectiligne et l'équilibre d'une balle parfaitement sphérique sur une surface sans frottement (fig. 10.1).

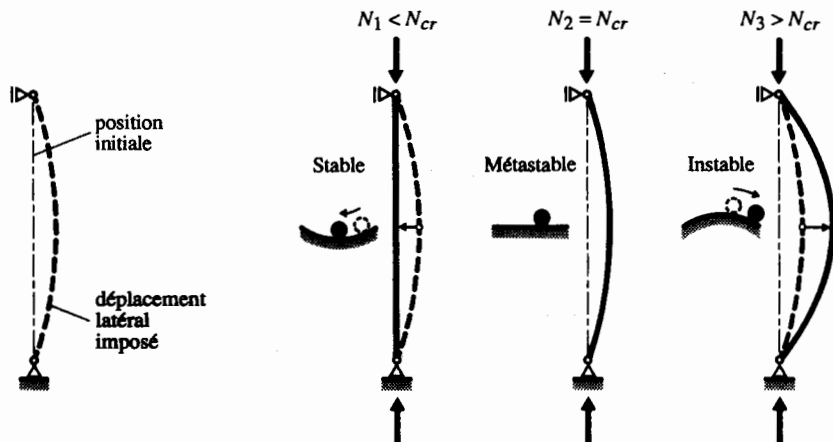


Fig. 10.1 Stabilité de forme d'une barre comprimée.

La barre étant soumise à une charge axiale de compression N_1 , supposons qu'on lui impose un petit déplacement latéral; si la barre revient à sa position initiale lorsque la cause de ce déplacement est supprimée, on dit qu'elle est en *équilibre stable*. Il existe une charge N_2 , supérieure à N_1 , pour laquelle la barre garde sa position déformée après la suppression de la cause du déplacement latéral, quelle que soit la grandeur de ce dernier; elle a alors trouvé un nouvel état d'équilibre et on dit qu'elle est en *équilibre métastable* ou *indifférent*. La charge N_2 est appelée **charge critique de flambage élastique** N_{cr} . Pour une charge N_3 supérieure à N_{cr} , la barre se dérobe si on lui impose un petit déplacement latéral; la déformation s'accroît et devient inacceptable : le système est alors *instable*.

L'étude de la stabilité d'un système consiste à déterminer la valeur de la charge critique pour laquelle le système est en équilibre métastable. La charge critique dépend de la forme de la barre à l'état métastable, qui est caractérisée par la longueur de flambage l_K . La théorie développée dans ce chapitre se concentre essentiellement sur la détermination de cette longueur.

On peut classer les problèmes de *stabilité* en plusieurs catégories suivant que l'on étudie une structure dans son ensemble ou les différents éléments qui la composent :

- **Stabilité d'une barre** : analyse d'un élément linéaire à axe rectiligne (barre droite), curviligne (arc) ou quelconque, soumis à des actions conduisant à des sollicitations d'effort normal N , de moment de flexion M , d'effort tranchant V et de moment de torsion T . Dans ce volume, ne seront traitées que les barres droites sollicitées en compression simple (chap. 6 et 10), en flexion simple (chap. 5 et 11) et en flexion composée (chap. 6).

- *Stabilité d'un ensemble d'éléments linéaires et plans* : étude des cadres bi- ou tridimensionnels (vol. 11).
- *Stabilité d'une plaque ou d'une coque* : analyse de plaques sollicitées par des charges agissant dans leur plan (chap. 12) et de coques, tels que cylindres ou voiles (vol. 5).

Le but de ce chapitre est d'examiner le phénomène d'instabilité qu'est le flambage des barres comprimées, en mettant en évidence les principaux paramètres qui régissent ce phénomène. Pour atteindre ce but, les points suivants y sont traités :

- Section 10.2. Présentation de la théorie linéaire du flambage élastique.
- Section 10.3. Etude de la résistance ultime au flambage d'une barre réelle.

La connaissance de la matière de ce chapitre est importante, car elle forme la base du dimensionnement des éléments comprimés présenté au chapitre 6.

10.2 Théorie linéaire du flambage élastique

10.2.1 Principes

Cette théorie, établie dans ses fondements les plus simples par Euler en 1744 [10.1], est traitée dans le volume 2; elle ne fait donc ici que l'objet d'un bref rappel pour le flambage plan (ou flambage par flexion) d'une barre droite simplement comprimée. Les principales hypothèses à la base de cette théorie sont :

- barre prismatique biarticulée parfaitement rectiligne,
- barre idéale sans imperfections (déformation initiale, contraintes résiduelles, etc.),
- barre sollicitée en compression pure par une charge parfaitement centrée,
- matériau infiniment élastique linéaire,
- déformation par torsion empêchée.

Considérons la barre comprimée de la figure 10.2. La charge critique N_{cr} est égale à la charge pour laquelle la barre est en équilibre indifférent. Pour obtenir cette valeur, on impose une déformation à la

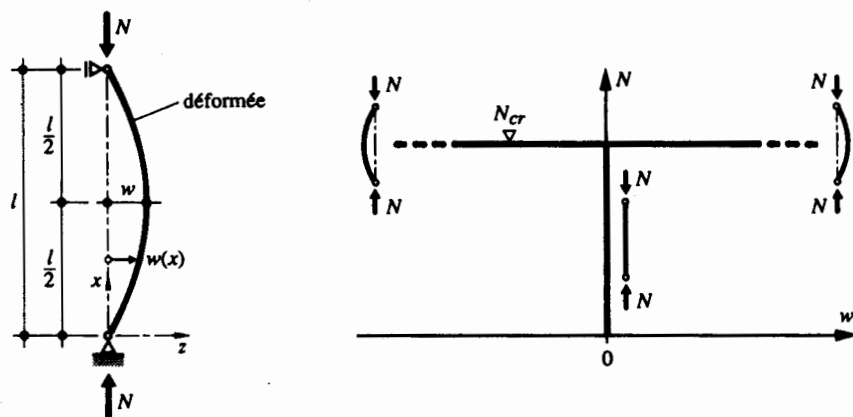


Fig. 10.2 Flambage plan d'une barre biarticulée (bifurcation de l'équilibre).

barre chargée et l'on écrit son équation d'équilibre dans la position déformée. Cette position représente donc un état d'équilibre possible. La représentation graphique du phénomène est caractérisée par une augmentation de la charge N sans aucune déformation w jusqu'à une valeur de charge $N = N_{cr}$, où le déplacement latéral w comporte un point de bifurcation. L'ensemble des points situés sur les deux tronçons horizontaux de la courbe $N-w$ de la figure 10.2 représentent également un état d'équilibre possible. Ce phénomène est par conséquent appelé **flambage par bifurcation**.

La condition d'équilibre entre les moments extérieur et intérieur permet d'écrire les équations différentielles ci-après, suivant le type de flambage :

$$\text{selon l'axe } y : \quad EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N w(x) = 0 \quad (10.1 \text{ a})$$

$$\text{selon l'axe } z : \quad EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N v(x) = 0 \quad (10.1 \text{ b})$$

Il est nécessaire de préciser la terminologie employée ici pour désigner le type de flambage, que nous allons toujours considérer selon un axe. Ainsi, le flambage selon l'axe y dépend de l'inertie I_y , mais correspond à une déformation w dans la direction de l'axe z , donc perpendiculairement à l'axe y . De même, le flambage selon l'axe z dépend de l'inertie I_z , mais correspond à une déformation v dans la direction de l'axe y , donc perpendiculairement à l'axe z .

En admettant une déformée sinusoïdale et une rigidité EI constante, on obtient par intégration, en introduisant les conditions aux limites pour une barre biarticulée (à savoir $w = w'' = 0$ pour $x = 0$ et l), la valeur de la charge critique de flambage élastique N_{cr} , ou charge critique d'Euler N_E , donnée par :

$$N_{cr} \equiv N_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (10.2)$$

E : module d'élasticité

I : inertie de la section de la barre par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation

l : longueur de la barre

Il est important de préciser que la charge critique correspond en fait à une résistance, et non pas à une sollicitation (même si l'on utilise le terme de charge), d'une barre idéale comprimée.

Le cas de la barre biarticulée correspond au cas fondamental de flambage. Il est possible de déduire la charge critique de barres présentant d'autres conditions d'appui en introduisant la notion de **longueur de flambage** l_K . Celle-ci est égale à la longueur de la barre biarticulée fictive (en allemand *Ersatzstab*) qui aurait la même charge critique que la barre étudiée; c'est aussi la distance entre deux points d'inflexion de la déformée (fig. 10.3). D'où l'expression généralisée donnant la valeur de la charge critique de flambage élastique :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l_K^2} \quad (10.3)$$

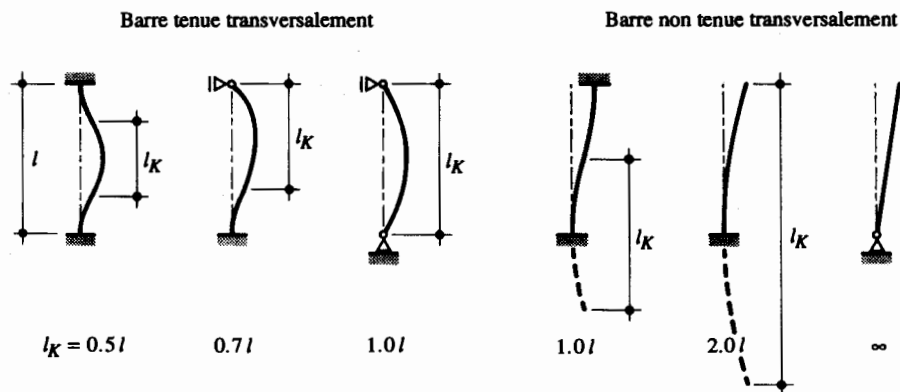


Fig. 10.3 Longueurs de flambage l_K d'une barre comprimée pour différentes conditions d'appui.

La contrainte moyenne de compression, définie comme la **contrainte critique de flambage élastique**, vaut alors :

$$\sigma_{cr} = \frac{N_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{l_K^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_K^2} \quad (10.4)$$

A : aire de la section

i : rayon de giration de la section de la barre par rapport à l'axe perpendiculaire au plan de déformation ($i = \sqrt{I/A}$)

avec l'élancement λ_K de la barre défini comme étant égal au rapport entre sa longueur de flambage l_K et son rayon de giration i :

$$\lambda_K = \frac{l_K}{i} \quad (10.5)$$

Il faut relever que (10.4) permet d'exprimer l'élancement λ_K en fonction de la charge critique de flambage élastique selon l'expression suivante, qui sera utilisée au paragraphe 10.3.3 :

$$\lambda_K = \pi \sqrt{\frac{EA}{N_{cr}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{cr}}} \quad (10.6)$$

Si l'on représente (10.4) graphiquement, on obtient la courbe de σ_{cr} en fonction de λ_K donnée à la figure 10.4(a), appelée hyperbole d'Euler, qui est la courbe de flambage pour des barres parfaitement rectilignes constituées d'un matériau infiniment élastique linéaire. Dans le cas de l'acier, en admettant le diagramme idéalisé contrainte-déformation spécifique défini pour le calcul plastique à la figure 4.1, la courbe de flambage est limitée par la droite horizontale correspondant à la limite d'élasticité f_y (fig. 10.4(b)).

Pratiquement, si l'on effectue des essais en employant des barres industrielles, on obtient les courbes de flambage de la figure 10.4(c). Pour de grands élancements, ces courbes sont très proches de

l'hyperbole d'Euler; mais lorsque l'élancement diminue, elles s'en écartent passablement, pour s'approcher de la limite d'élasticité dans le cas de très faibles élancements. On constate que la contrainte de flambage σ_K est plus faible que la contrainte critique de flambage élastique σ_{cr} obtenue par la théorie élastique. Ceci est dû principalement à l'effet défavorable des *contraintes résiduelles* et des imperfections géométriques inhérentes à chaque profilé (§ 10.3.2).

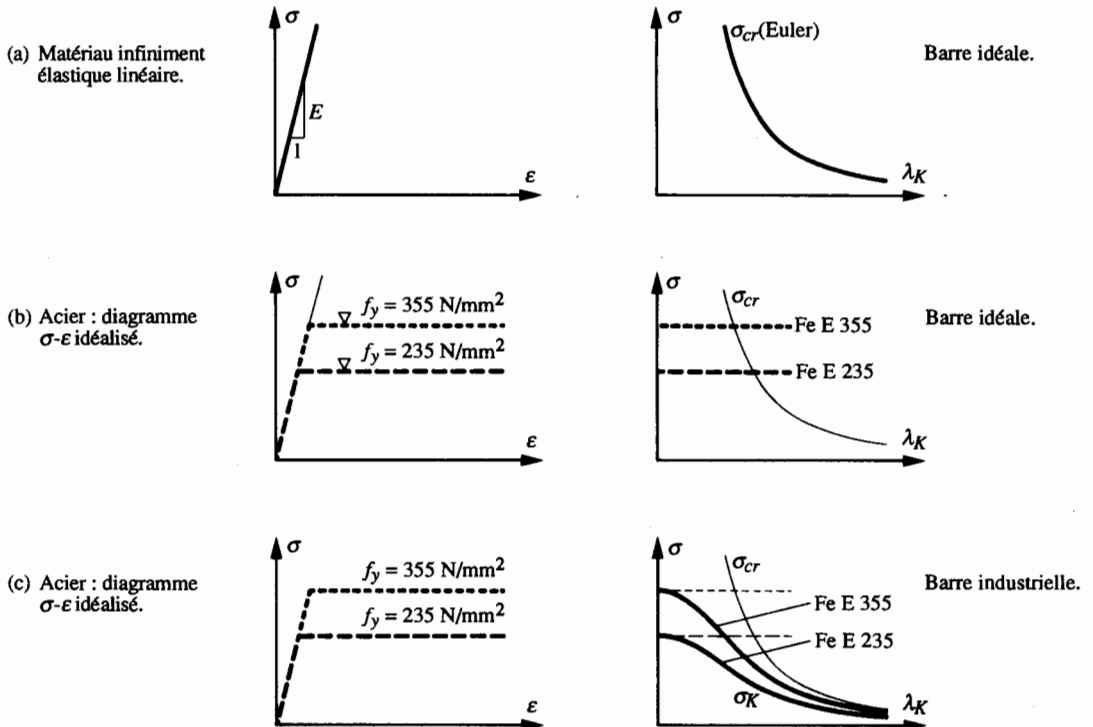


Fig. 10.4 Allure des courbes de flambage selon les hypothèses effectuées.

En conclusion, la théorie linéaire du flambage élastique est insuffisante pour déterminer la résistance ultime d'une barre comprimée. Elle montre cependant l'importance de l'élancement λ_K sur la valeur de la charge critique (N_{cr} est inversement proportionnelle au carré de l'élancement λ_K). Notons enfin que l'emploi d'un acier à haute résistance n'est pas avantageux pour les pièces élancées, car la charge critique n'est pas directement proportionnelle à la limite d'élasticité de l'acier. En fait, pour les grands élancements, le calcul de la charge critique n'est pas un problème de résistance, mais plutôt de déformation (flèche inacceptable), fortement influencé par le module d'élasticité du matériau. Ce phénomène est d'ailleurs encore plus marqué pour des éléments élancés en aluminium, car le module d'élasticité de ce matériau vaut environ le tiers de celui de l'acier (§ 3.3.2).

10.2.2 Cas particulier du flambage par flexion et torsion

Nous avons étudié jusqu'ici le phénomène du flambage par flexion en admettant que la déformation par torsion de la barre était empêchée. Or, pratiquement, cette condition n'est pas toujours réalisée; le

phénomène d'instabilité qui dicte la ruine d'une barre est alors le flambage par flexion et torsion. Ce dernier représente en fait le mode d'instabilité le plus général d'une barre droite ; le flambage par flexion seule ou par torsion seule (enroulement hélicoïdal autour de l'axe de la barre) sont des cas particuliers (fig. 10.5).

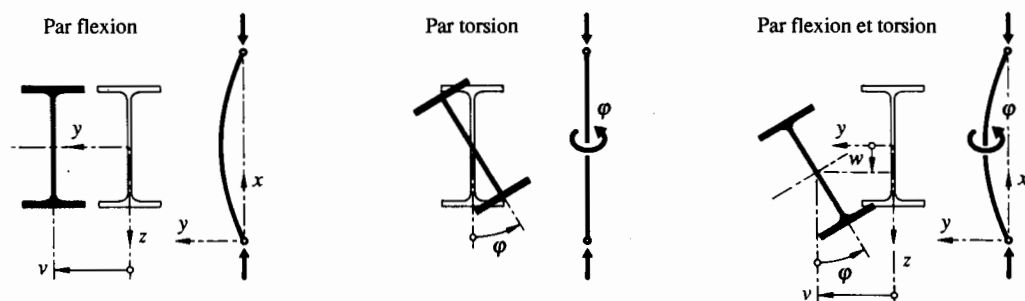


Fig. 10.5 Différents modes de flambage d'une barre comprimée.

Le phénomène du flambage par flexion et torsion (appelé aussi flambage spatial) d'une barre simplement comprimée peut être étudié comme un phénomène d'instabilité par bifurcation de l'équilibre. La position d'équilibre indifférent de la barre est une position dans laquelle les sections ont subi une translation et une rotation par rapport à l'état non déformé de la barre (fig. 10.5). Les équations différentielles de la déformée, pour une charge axiale dont le point d'application est au centre de gravité G de la section (fig. 10.6), sont très semblables à l'équation différentielle (10.1) utilisée pour le flambage par flexion; elles sont les suivantes [10.1] :

Flexion selon l'axe y :

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N [w(x) - y_C \varphi(x)] = 0 \quad (10.7)$$

Flexion selon l'axe z :

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N [v(x) + z_C \varphi(x)] = 0 \quad (10.8)$$

Torsion autour de l'axe x (axe longitudinal) :

$$EI_\omega \frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} + (N i_C^2 - GK) \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + N z_C \frac{d^2 v(x)}{dx^2} - N y_C \frac{d^2 w(x)}{dx^2} = 0 \quad (10.9)$$

y_C : coordonnée y du centre de cisaillement C

z_C : coordonnée z du centre de cisaillement C

v : déplacement du centre de cisaillement C dans la direction de l'axe y

- w : déplacement du centre de cisaillement C dans la direction de l'axe z
 φ : rotation de la section
 I_ω : moment d'inertie sectoriel de la section (4.58 b)
 i_C : rayon de giration pour le flambage par flexion et torsion ($i_C^2 = y_C^2 + z_C^2 + (I_y + I_z)/A$)
 G : module de glissement
 K : constante de torsion uniforme (§ 4.5.2)

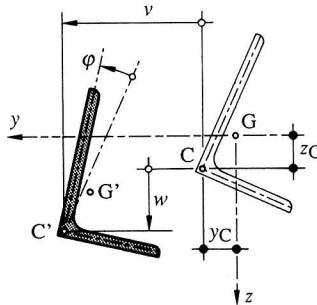


Fig. 10.6 Flambage par flexion et torsion.

En intégrant le système d'équations ci-dessus et en tenant compte des conditions aux limites pour une barre biarticulée selon ses deux axes d'inertie (à savoir $v = w = \varphi = v'' = w'' = \varphi'' = 0$ pour $x = 0$ et l), on obtient l'expression suivante :

$$i_C^2 (N_{cr} - N_{cry})(N_{cr} - N_{crz})(N_{cr} - N_{cr\varphi}) - N_{cr}^2 z_C^2 (N_{cr} - N_{cry}) - N_{cr}^2 y_C^2 (N_{cr} - N_{crz}) = 0 \quad (10.10)$$

- N_{cr} : charge critique de flambage élastique de la barre (flambage par flexion et torsion)
 N_{cry} : charge critique de flambage élastique (flambage par flexion seule) selon l'axe y (axe fort)
 $(N_{cry} = \pi^2 EI_y / l_y^2)$
 N_{crz} : charge critique de flambage élastique (flambage par flexion seule) selon l'axe z (axe faible)
 $(N_{crz} = \pi^2 EI_z / l_z^2)$
 $N_{cr\varphi}$: charge critique de flambage élastique par torsion ($N_{cr\varphi} = [GK + (\pi^2 EI_\omega / l^2)] / i_C^2$)

La résolution de (10.10) pour le dimensionnement de certains cas particuliers est traitée au paragraphe 6.3.5.

10.2.3 Cas particulier de la barre étré sillonnée

L'idée, à la base de la conception d'une barre étré sillonnée, est de construire une barre comprimée avec un minimum de matière. On utilise à cet effet deux ou plusieurs profilés ayant leur centre de gravité placé à une distance b et dont les sections sont solidarisiées à intervalles réguliers au moyen d'étré sillons (fig. 10.7(a)). De cette façon, on augmente considérablement l'inertie de la barre par rapport à l'un de ses axes de flexion, sans pour autant augmenter le poids d'acier.

La résistance ultime au flambage d'une telle barre ne peut toutefois pas être calculée en considérant une section monolithique. En effet, les déformations dues à l'effort tranchant, d'ordinaire négligées,

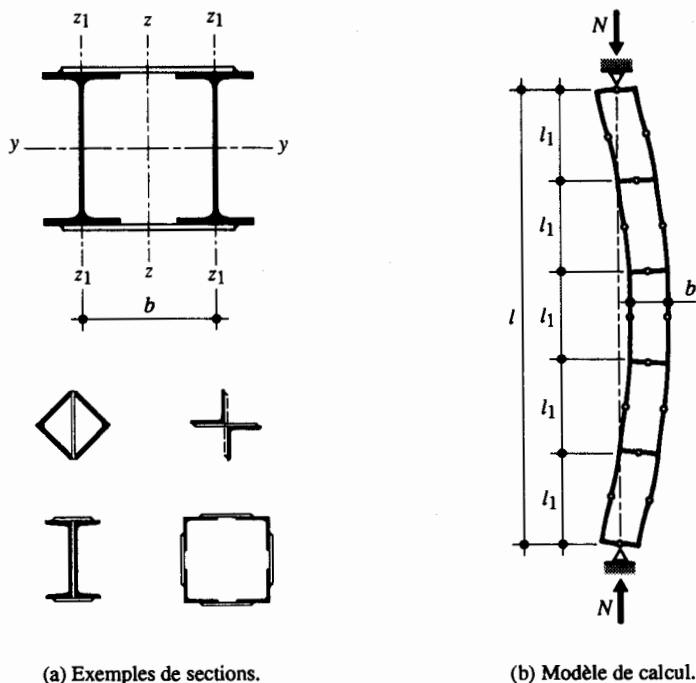


Fig. 10.7 Barre étrépillonnée.

deviennent importantes : elles peuvent être du même ordre de grandeur que les déformations dues à la flexion.

Pour calculer la charge critique de flambage élastique d'une barre étrépillonnée, constituée de deux membrures, on assimile cette barre à une poutre Vierendeel dont on lève l'hyperstaticité en admettant des rotules au milieu des membrures entre chaque étrépillon et au milieu de chaque étrépillon (fig. 10.7(b)).

En considérant l'état déformé de la barre, on a l'équation différentielle suivante, qui n'est autre que (10.1 b) à laquelle le terme correspondant à l'effort tranchant est ajouté :

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + N v(x) + EI_z \frac{\eta N}{A G} \frac{d^2 v(x)}{dx^2} = 0 \quad (10.11)$$

I_z : inertie de la section totale de la barre par rapport à l'axe z

η : coefficient dépendant de la géométrie de la section de la barre

A : aire de la section totale de la barre (somme des aires A_1 de chaque membrure)

Pour une barre biarticulée, on peut obtenir par intégration de (10.11), la valeur de la charge critique de flambage élastique suivante :

$$N_{cr} = \frac{N_E}{1 + \frac{\eta N_E}{A G}} \quad (10.12)$$

N_E : charge critique d'Euler de la barre considérée comme étant monolithique (flambage selon l'axe z) ($N_E = \pi^2 EI_z/l^2$)

Dans (10.12), le terme η/AG représente l'inclinaison additionnelle de la barre due à un effort tranchant unitaire. Pour une barre étré sillonnée, dont l'écartement b des centres de gravité des deux membrures n'est pas trop grand et dont les étré sillons présentent une grande rigidité (ce qui est en général le cas), on peut adopter la valeur suivante, résultant d'un calcul simplifié :

$$\frac{\eta}{AG} = \frac{l_1^2}{24 EI_{z1}} \quad (10.13)$$

l_1 : écartement entre étré sillons

I_{z1} : inertie de la section d'une membrure par rapport à son axe z_1 (fig. 10.7(a))

En remplaçant N_E par son expression analytique (10.2), on obtient la charge critique de flambage élastique suivante :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\frac{l^2}{I_z} + \frac{\pi^2 l_1^2}{24 I_{z1}}} \quad (10.14)$$

A partir de (10.14) et de (10.6), on peut calculer l'**élancement idéalisé** $\lambda_{z,id}$ de la barre étré sillonnée, qui correspond à l'élancement d'une barre biarticulée dont la charge critique de flambage élastique est identique :

$$\lambda_{z,id} = \sqrt{\frac{\pi^2 EA}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{A l^2}{I_z} + \frac{A \pi^2 l_1^2}{24 I_{z1}}} \quad (10.15)$$

En posant $A = 2A_1$ (A_1 : section d'une membrure) dans le deuxième terme de (10.15), on obtient alors, en faisant l'hypothèse conservatrice que $\pi^2/12 \approx 1$,

$$\lambda_{z,id} = \sqrt{\lambda_z^2 + \frac{\pi^2}{12} \lambda_1^2} \approx \sqrt{\lambda_z^2 + \lambda_1^2} \quad (10.16)$$

λ_z : élancement de la barre étré sillonnée considérée comme monolithique (flambage selon l'axe z)

λ_1 : élancement d'une membrure (la longueur de flambage est égale à l'écartement l_1 des étré sillons)

La relation (10.16) repose sur les conditions suivantes :

- étré sillons rigides, assemblés rigidement aux deux membrures,
- élancement λ_1 des membrures entre les étré sillons inférieur à 50,
- barre composée de deux membrures et comportant plusieurs étré sillons (au minimum deux, car un seul étré sillon au milieu de la barre est inutile, l'effort tranchant étant nul au milieu de la barre).

Pour des barres étré sillonnées comportant plus de deux membrures, on peut employer la formule approchée suivante :

$$\lambda_{z,id} = \sqrt{\lambda_z^2 + \left(\frac{m}{2}\right)\lambda_1^2} \quad (10.17)$$

m : nombre de membrures

La théorie exposée dans ce paragraphe sert de base au dimensionnement des barres étré sillonnées traité à la section 6.4.

10.3 Résistance ultime au flambage

10.3.1 Principe du flambage par divergence

L'étude classique du phénomène d'instabilité d'une barre comprimée considère une barre idéale, exécutée en un matériau homogène, ayant un axe parfaitement rectiligne et une application centrée de la charge : il s'agit des hypothèses à la base de la théorie linéaire du flambage élastique traité à la section 10.2. En réalité, l'axe d'une barre industrielle présente une déformée initiale due aux *tolérances d'exécution*; elle n'est de ce fait jamais absolument rectiligne et les charges sont appliquées avec une certaine excentricité w_0 par rapport à l'axe x , comme le montre la figure 10.8. La section d'une barre industrielle se différencie également de celle d'une barre idéale par la présence de *contraintes résiduelles* dues au laminage et au refroidissement de la section (§ 3.2.7). L'ensemble de ces imperfections conduit à des efforts supplémentaires dans la barre (efforts du second ordre) et à chaque valeur de la charge N correspond une déformation w non nulle.

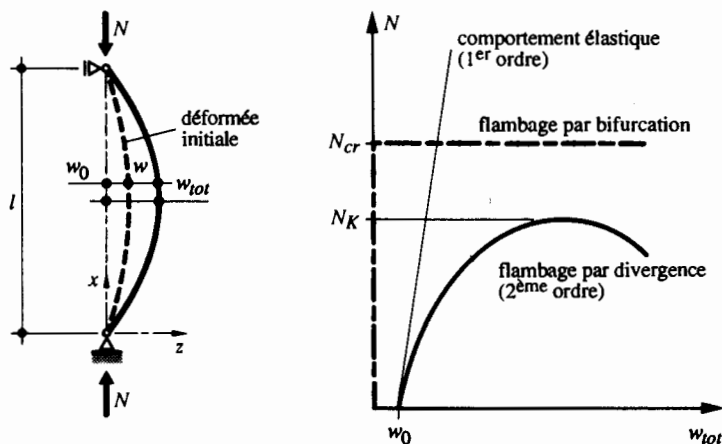


Fig. 10.8 Flambage par divergence de l'équilibre.

Lors de la mise en charge de la barre, la courbe charge-déformation commence déjà avec une déformation w_0 , puis elle va s'éloigner de la droite correspondant au comportement élastique (1^{er} ordre)

de la barre (fig. 10.8). La déformation w_{tot} devient rapidement excessive, et la résistance ultime au flambage N_K de la barre est alors atteinte lorsque les efforts intérieurs excèdent sa résistance en section. A noter que la résistance ultime au flambage N_K est toujours inférieure à la charge critique de flambage N_{cr} . On parle dans ce cas de **flambage par divergence**, par opposition au flambage par bifurcation (§ 10.2.1).

On peut calculer la valeur de la résistance ultime au flambage N_K à partir des courbes de flambage européennes établies par la CECM (Convention Européenne de la Construction Métallique) [10.2], en tenant compte des différentes imperfections affectant les barres industrielles. Ces imperfections sont de différentes natures comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

10.3.2 Imperfections des barres industrielles

Déformée initiale

Comme nous l'avons déjà vu au paragraphe 3.2.6, les barres industrielles (profilés laminés ou composés soudés) comportent des imperfections géométriques. Les imperfections de fabrication font que l'axe des barres n'est pas absolument rectiligne, mais qu'il décrit une courbe quelconque dans l'espace. Cette déformée initiale engendre des efforts secondaires qui se traduisent par une réduction de la résistance ultime au flambage.

Considérons une barre biarticulée comprimée comportant une déformée initiale $w_0(x)$ (fig. 10.9). Admettons que l'équation de sa déformée initiale soit sinusoïdale :

$$w_0(x) = w_0 \sin \frac{\pi x}{l} \quad (10.18)$$

w_0 : déformation initiale de la barre à mi-hauteur ($x = l/2$)

On remarquera la simplification de notation utilisée pour la déformation initiale de la section à mi-hauteur de la barre : on utilise w_0 à la place de $w_0(x = l/2)$ pour alléger l'écriture.

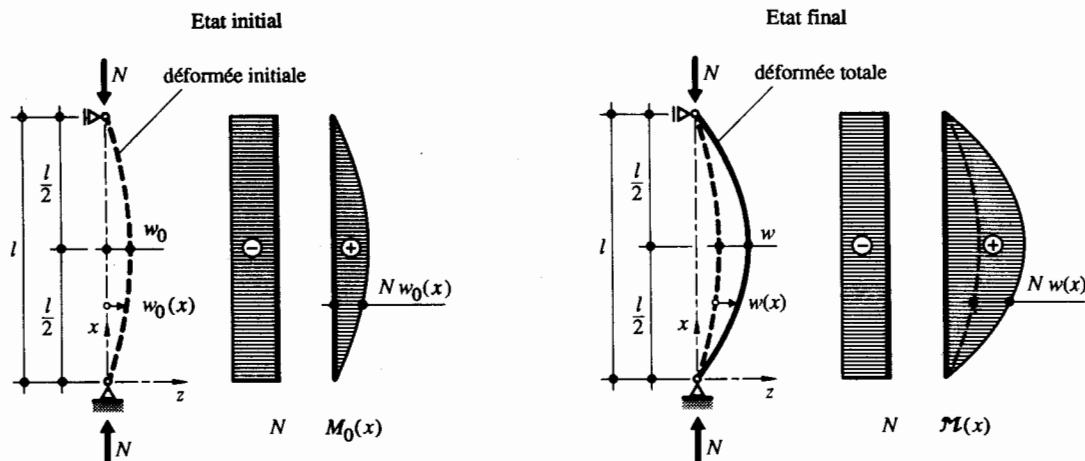


Fig. 10.9 Effet du second ordre.

A cause de la déformée initiale $w_0(x)$, la barre est soumise non seulement à un effort normal de compression, mais également à un moment de flexion $M_0(x)$ qui vaut $Nw_0(x)$. Ce moment provoque une déformation supplémentaire $w_1(x)$, qui crée à son tour un moment de flexion supplémentaire $M_1(x)$ égal à $Nw_1(x)$. Ce dernier provoque alors une déformation $w_2(x)$, qui crée à son tour un moment $M_2(x)$, et ainsi de suite ... On parle alors d'**effet du second ordre** (ou du deuxième ordre). La déformée totale due à l'effet du second ordre, qui correspond en fait à la somme des déformations $w_i(x)$, est désignée par $w(x)$, tandis que le moment dû à $w(x)$ sera noté $M(x)$.

En écrivant selon (10.1) l'équation différentielle de la barre :

$$EI \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N [(w_0(x) + w(x))] = EI \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + N \left[(w_0 \sin \frac{\pi x}{l} + w(x)) \right] = 0 \quad (10.19)$$

et en intégrant celle-ci en tenant compte des conditions aux limites (à savoir $w(x) = 0$ pour $x = 0$ et l), on peut calculer l'expression de la déformée additionnelle $w(x)$ due à l'effet du second ordre :

$$w(x) = \frac{w_0}{\frac{\pi^2}{\left(\frac{Nl^2}{EI}\right)} - 1} \sin \frac{\pi x}{l} \quad (10.20)$$

Sachant que $\pi^2 EI/l^2 = N_{cr}$ (charge critique de flambage élastique (10.3)), la déformation additionnelle au milieu de la barre ($x = l/2$) vaut :

$$w(x = l/2) = w = \frac{w_0}{\frac{N_{cr}}{N} - 1} \quad (10.21)$$

et la déformation totale :

$$w_{tot} = w_0 + w = w_0 \frac{1}{1 - \frac{N}{N_{cr}}} \quad (10.22)$$

On remarquera également la simplification de notation utilisée pour la déformation additionnelle de la section à mi-hauteur due à l'effet du second ordre : on utilise w à la place de $w(x = l/2)$ pour alléger l'écriture.

La relation (10.22) permet de constater que la déformation totale w_{tot} correspond à la déformation initiale w_0 majorée par un facteur d'amplification, qui ne dépend que du rapport entre la charge appliquée N et la charge critique de flambage élastique N_{cr} de la barre. On retrouve ce même facteur d'amplification, par exemple dans (6.16), quand il s'agit d'établir le moment de flexion M dû aux effets du second ordre, connaissant le moment de flexion M du premier ordre.

Du fait de la flèche totale maximale w_{tot} , la section à mi-hauteur de la barre est donc sollicitée par un effort normal N et par un moment de flexion $M = N w_{tot}$ dû à l'effet du second ordre. Par exemple, pour un profilé HEA 200 flambant selon l'axe de faible inertie avec $l_K = 3500$ mm, $w_0 = 4$ mm et $N = 820$ kN, on trouve $w_{tot} = 6.3$ mm. L'augmentation de la flèche (environ 50 %) et le moment de flexion M qui en résulte ne sont donc pas négligeables.

La figure 10.10 illustre l'influence de la déformée initiale sur la résistance ultime au flambage pour deux valeurs d'élancement. Les diagrammes charge-déformation représentés sont déduits d'essais [10.3] effectués sur des barres comprimées biarticulées de section rectangulaire, auxquelles on a imposé une courbure initiale dans le plan de flexion. On constate que pour un élancement faible ($\lambda_K = 40$), le comportement des barres est quasi linéaire jusqu'à la ruine. Pour de grands élancements ($\lambda_K = 120$), les flèches sont beaucoup plus grandes et les courbes ne sont plus linéaires. On y voit également que la diminution de la résistance ultime peut être très importante suivant la valeur de la flèche initiale.

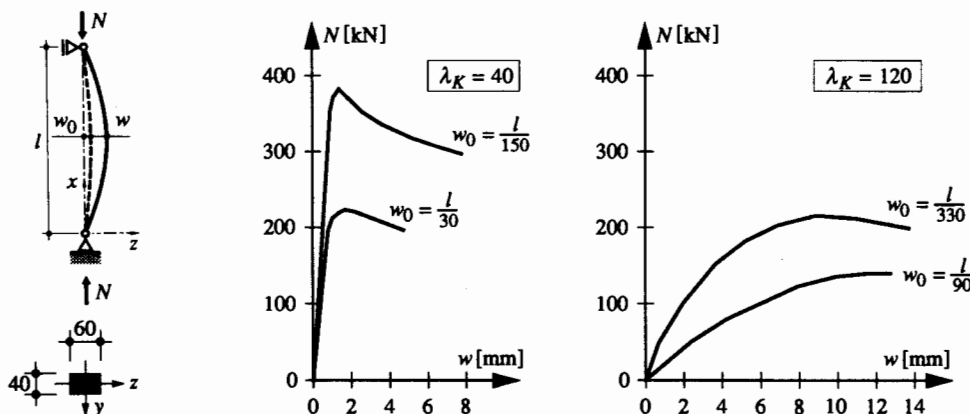


Fig. 10.10 Influence de la déformée initiale sur la résistance ultime au flambage.

Contraintes résiduelles

Les contraintes résiduelles, qui forment un état de contraintes auto-équilibré sur une section droite, peuvent être d'origine thermique (laminage, découpage au chalumeau, soudage) ou mécanique (dressage) (§ 3.2.7 et 7.3.3). La figure 3.15 montre la répartition des contraintes résiduelles dans la section d'un profilé en double té. L'évolution des contraintes dans une section rectangulaire comprimée, soumise à des contraintes résiduelles, est mise schématiquement en évidence à la figure 10.11, de façon analogue à la figure 4.3, qui montrait ceci pour une section tendue.

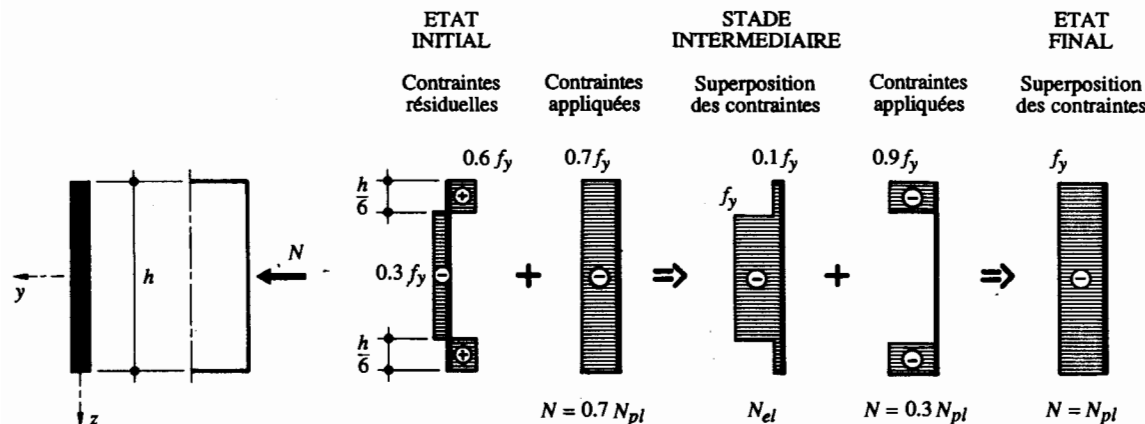


Fig. 10.11 Influence des contraintes résiduelles dans une section comprimée.

La figure 10.11 montre que certaines fibres de la section se plastifient avant que l'effort normal appliqué ne soit égal à l'effort normal plastique N_{pl} . Les contraintes résiduelles influencent donc le comportement d'une barre comprimée, car les zones plastifiées prématurément diminuent la rigidité de la section. En effet, lorsque la déformation spécifique ε d'une fibre dépasse l'allongement limite élastique ε_y , le module d'élasticité E de cette fibre est nul. Ce phénomène est illustré à la figure 10.12, qui montre que la rigidité de la section est constante jusqu'à un effort normal de compression N égal à la charge N_{el} , correspondant à la charge maximale que peut supporter la section sans qu'aucune fibre ne soit plastifiée. Dès que la charge dépasse N_{el} , la rigidité de la section baisse alors relativement rapidement, pour finalement être nulle lorsque toutes les fibres de la section sont plastifiées ($N = N_{pl}$).

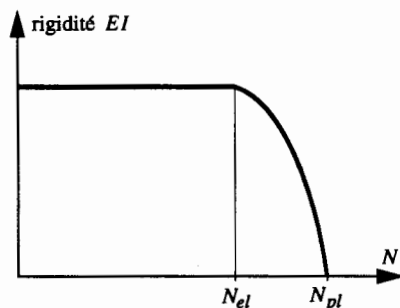


Fig. 10.12 Influence des contraintes résiduelles sur la rigidité d'une section.

10.3.3 Courbes de flambage européennes

La conclusion la plus importante des travaux de la CECM est que l'on ne peut pas vérifier toutes les pièces comprimées à partir d'une seule et unique courbe de flambage. Il est nécessaire de considérer chaque cas séparément, en tenant compte des caractéristiques relatives à la forme de la section, à son mode d'élaboration et à sa géométrie. Les imperfections influençant la résistance ultime de barres comprimées ont pu être classées, selon leur ordre d'importance, de la manière suivante:

- *La déformée initiale.* Les mesures effectuées sur des barres comprimées d'ouvrages existants ont montré qu'il était conservateur d'adopter une déformée initiale de forme sinusoïdale avec un rapport entre la déformation initiale w_0 et la longueur l de la barre de $1/1000$. Les courbes de flambage ont donc été établies en considérant des barres dont la déformée initiale était de ce type.
- *Les contraintes résiduelles.* Celles-ci ont un effet plus ou moins défavorable selon que le flambage de la barre crée une flexion selon l'axe faible ou l'axe fort, c'est-à-dire suivant que les contraintes dues à la flexion sont superposées à des contraintes résiduelles de compression ou de traction. Par ailleurs, la répartition des contraintes résiduelles étant semblable pour un ensemble de sections de même type, il est possible de classer certaines sections dans une seule catégorie. Par exemple, on peut considérer tous les profilés en double té laminés (IPE, HEA, HEB, etc.) ensemble.
- *La variation de la limite d'élasticité f_y .* La valeur moyenne de la limite d'élasticité de l'acier dépend en effet de l'épaisseur du produit (§ 3.3.1). On doit tenir compte de cette influence en

adoptant des valeurs de f_y différentes suivant l'épaisseur maximale de la section (la norme SIA 161 contient ce type d'information).

Parmi les autres imperfections ayant une influence sur la résistance au flambage des barres, on peut notamment citer :

- la dispersion de la valeur du module d'élasticité E , qui peut en général être négligée car son influence est très faible;
- la forme réelle de la section d'une barre (*tolérances de laminage*), dont l'influence est déjà incluse dans les courbes de flambage, qui sont basées sur des essais effectués avec des barres réelles;
- l'excentricité des charges axiales, qui est déjà considérée par la déformée initiale admise lors de l'établissement des courbes de flambage, mais dont il s'agit de tenir compte dans le modèle de calcul adopté si elle ne peut pas être évitée par des dispositions de construction adéquates.

Les courbes de flambage adoptées pour le dimensionnement découlent des travaux d'une commission de la CECM chargée de l'étude du flambage des barres simplement comprimées. Ces travaux comprennent d'une part des essais (plus de mille), effectués sur des profilés du commerce et sur des sections composées à âme pleine, et d'autre part une simulation sur ordinateur du comportement de telles barres [10.2].

Pour chaque paramètre étudié expérimentalement (excentricité des charges, rectitude des barres, limite d'élasticité des aciers, distribution des contraintes résiduelles, intensité de ces contraintes, etc.), on disposait d'un certain nombre de valeurs déduites de mesures. A partir de ces valeurs, la résistance ultime des différentes barres a été calculée analytiquement. Pour un type de section et pour un élancement donné, on a constaté que la valeur de la résistance ultime avait une distribution statistique correspondant à peu près à une courbe de Gauss (fig. 10.13). Les valeurs adoptées pour tracer les courbes de flambage théoriques sont des valeurs caractéristiques, obtenues en retranchant deux fois l'écart type à la valeur moyenne. Les courbes ainsi obtenues ont été comparées aux valeurs caractéristiques de la résistance ultime déduites des essais. Cette comparaison a montré une bonne concordance entre les essais et les simulations.

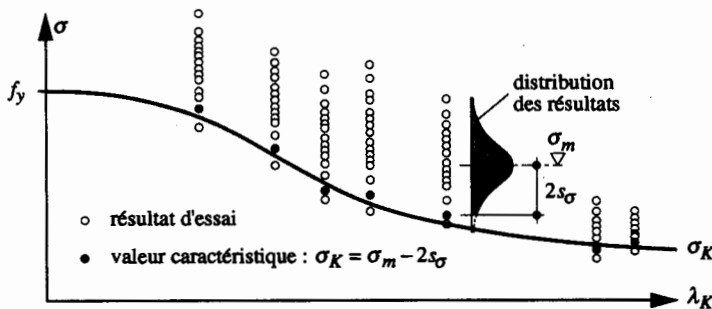


Fig. 10.13 Principe d'établissement des courbes de flambage.

Les résultats des études de la CECM ont finalement montré qu'il était possible de considérer trois courbes de flambage fondamentales pour l'ensemble des barres comprimées utilisées couramment dans la pratique. La figure 10.14(a) montre l'allure générale de ces courbes, pour lesquelles la contrainte de flambage σ_K est donnée en fonction de l'élancement λ_K . Une telle représentation a cependant le

désavantage d'être dépendante du type d'acier. Pour éviter cela, les deux notions suivantes ont été introduites :

- le **coefficient de flambage** κ , qui correspond au rapport entre la contrainte de flambage σ_K et la limite d'élasticité f_y :

$$\kappa = \frac{\sigma_K}{f_y} \quad (10.23)$$

- le **coefficient d'élancement** $\bar{\lambda}_K$, défini comme le rapport entre les élancements λ_K et λ_E :

$$\bar{\lambda}_K = \frac{\lambda_K}{\lambda_E} \quad (10.24)$$

L'**élancement limite élastique** λ_E (Euler) correspond à l'intersection de la courbe σ_{cr} avec la limite d'élasticité f_y (fig. 10.14(a)). Il peut par conséquent être obtenu en posant $\sigma_{cr} = f_y$ dans (10.4) :

$$\lambda_E = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} \quad (10.25)$$

Les définitions des élancements λ_E et λ_K , données respectivement par (10.25) et (10.6), permettent finalement d'exprimer le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_K$ défini par (10.24) par l'expression suivante :

$$\bar{\lambda}_K = \sqrt{\frac{N_{pl}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{cr}}} \quad (10.26)$$

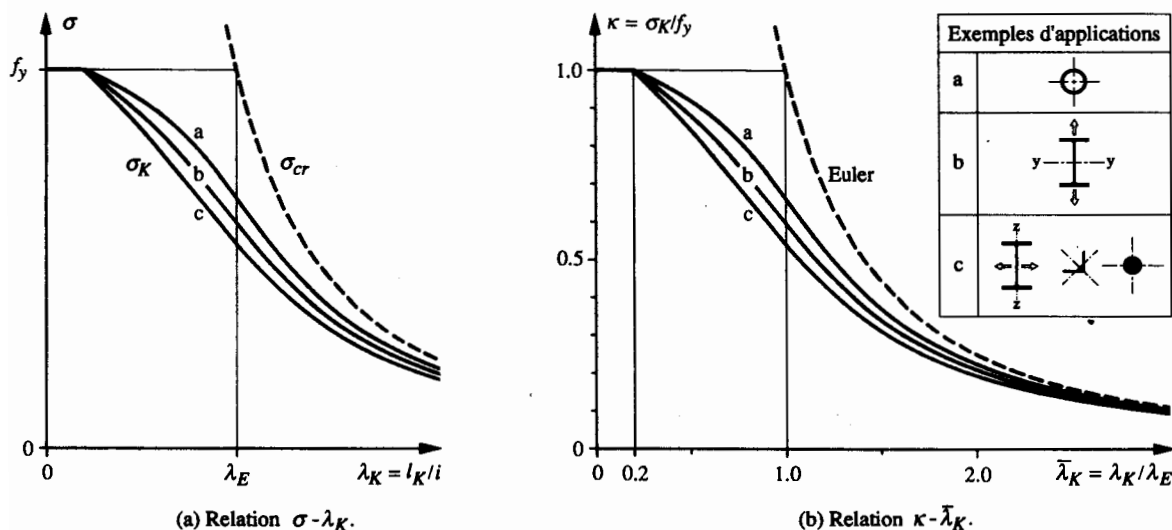


Fig. 10.14 Courbes de flambage.

Avec la définition des coefficients de flambage κ et d'élancement $\bar{\lambda}_K$, il est possible d'établir des courbes de flambage indépendantes de la nuance de l'acier utilisé (fig. 10.14(b)). Une représentation analytique des trois courbes de flambage est donnée dans les normes de construction métallique (par exemple SIA 161 ou Eurocode 3). On consultera ces dernières pour les indications concernant leur domaine d'application, qui dépend essentiellement de la répartition des contraintes résiduelles dans la section. Il est en général le suivant :

- *courbe a* : applicable aux sections dont les fibres extrêmes, dans la direction de flambage considérée, sont sollicitées par des contraintes résiduelles de traction ou des sections libres de contraintes résiduelles (par exemple les profilés tubulaires ou les profilés recuits);
- *courbe c* : applicable aux sections dont les fibres extrêmes, dans la direction de flambage considérée, sont soumises à des contraintes résiduelles de compression (par exemple les profilés en double té flambant selon leur axe faible, les cornières ou les fers ronds et carrés);
- *courbe b* : applicable aux profilés en double té flambant selon leur axe fort, ainsi qu'à tous les cas ne faisant pas partie des courbes a et c.

L'Eurocode 3 (§ 5.5.1) définit une quatrième courbe de flambage (courbe d), qui s'applique aux profilés laminés en double té et aux sections composées à âme pleine dont l'épaisseur des ailes dépasse respectivement 100 mm et 40 mm.

La contrainte de flambage σ_K pouvant être définie à partir de (10.23) comme étant égale au produit de la limite d'élasticité f_y avec le coefficient de flambage κ

$$\sigma_K = \kappa f_y \quad (10.27)$$

la résistance ultime au flambage N_K d'une barre peut finalement être établie de la façon suivante :

$$N_K = \sigma_K A = \kappa f_y A = \kappa N_{pl} \quad (10.28)$$

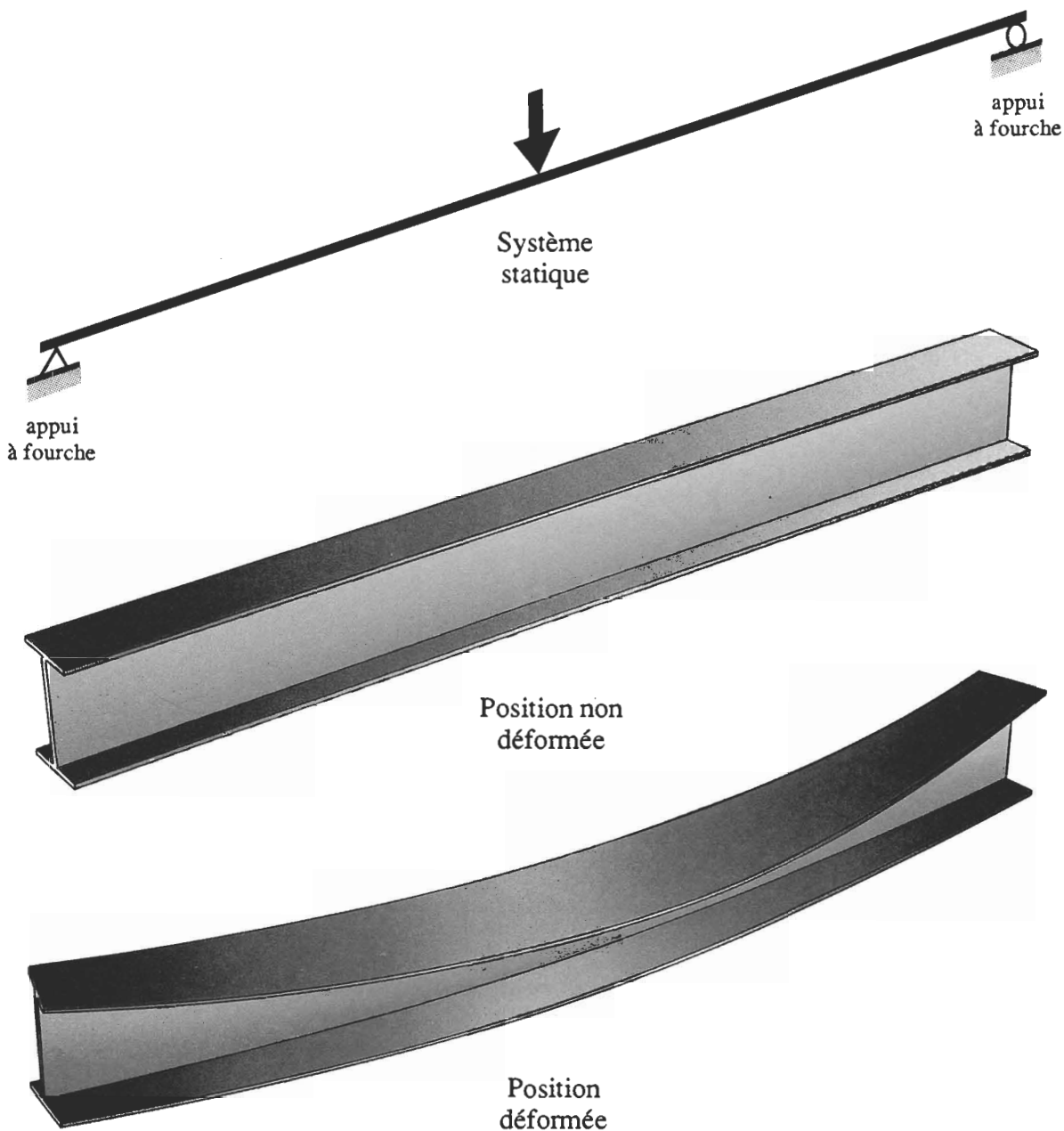
Les tables SZS C4.1 contiennent des tableaux donnant directement la résistance ultime au flambage d'une barre comprimée en fonction du type de section, du type d'acier, de la direction du flambage et de la longueur de flambage l_K . Elles représentent un outil de travail dont l'utilisation permet d'éviter de nombreux calculs, mais dont il faut vérifier soigneusement les conditions d'application.

La théorie exposée dans cette section sert de base au dimensionnement des éléments comprimés traité au chapitre 6.

Références

- [10.1] TIMOSHENKO, S.P., *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod, Paris, 1966 (2^e édition).
- [10.2] Construction métallique, CTICM Centre technique et industriel de la construction métallique, n° 3, 1970.
- [10.3] FUJITA, A., YOSHIDA, K., *Compressive Strength of Columns with Initial Deflections*, IABSE - AIPC Association internationale des ponts et charpentes, Rapport des commissions de travail, Vol. 23, 1975 (pp. 108-120).

11 Déversement



11.1 Introduction

Les poutres fléchies sont en général constituées de profilés en double té. Comme leur inertie par rapport à l'axe faible z est de beaucoup inférieure à celle relative à l'axe y , cela peut être la cause d'un phénomène d'instabilité appelé déversement. Pour illustrer ce phénomène, prenons le cas de la poutre en porte-à-faux sollicitée à son extrémité par une charge concentrée verticale (fig. 11.1). Si pour une faible charge, elle ne se déforme que perpendiculairement à son axe de forte inertie (verticalement, dans ce cas), la partie comprimée du profilé va se dérober latéralement pour échapper à la compression si l'on augmente la charge : la poutre déverse, ce qui fait subir à chaque section – en plus de la déformation verticale – un mouvement de translation horizontale accompagné d'une rotation autour de son centre de cisaillement.

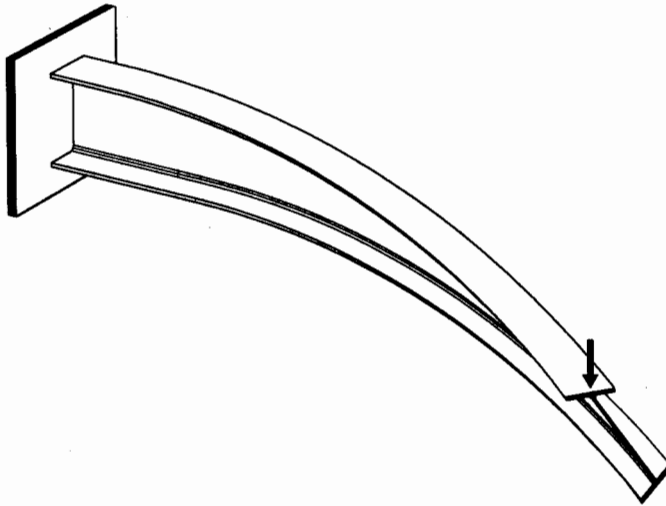


Fig. 11.1 Phénomène du déversement.

Le but de ce chapitre est d'examiner le phénomène d'instabilité qu'est le déversement des barres fléchies, en mettant en évidence les principaux paramètres qui le régissent. Pour atteindre ce but, le chapitre est structuré ainsi :

- Section 11.2. Présentation de la théorie linéaire du déversement élastique.
- Section 11.3. Etude de la résistance ultime au déversement d'une barre réelle.

La matière de ce chapitre sert de base au dimensionnement des éléments fléchis, traités au chapitre 5.

11.2 Théorie linéaire du déversement élastique

11.2.1 Principe du déversement

D'une façon générale, on peut dire que la résistance ultime d'une poutre fléchie qui déverse est atteinte pour une charge Q_D inférieure à la charge Q_{pl} correspondant à la plastification totale de la sec-

tion (fig. 11.2). Une fois que le déversement s'est produit, la poutre montre un comportement instable similaire à celui correspondant au flambage par divergence (fig. 10.8).

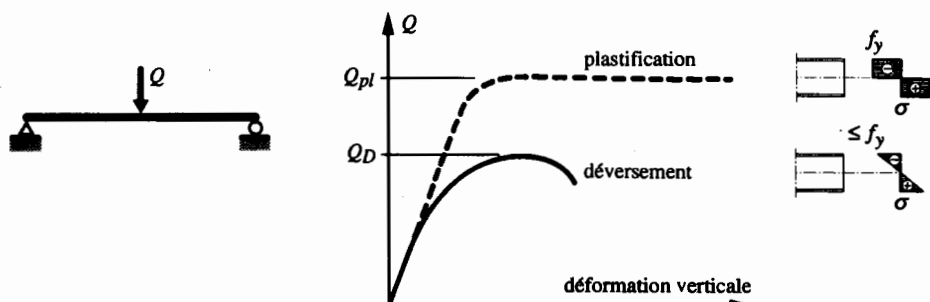


Fig. 11.2 Comportement d'un élément fléchi.

On pourrait considérer le déversement comme un flambage latéral de la membrure comprimée de la poutre dans le plan horizontal. Cette conception, justifiée au paragraphe 11.3.2, est cependant simpliste et conservatrice. En effet, supposons que la moitié comprimée de la poutre montrée à la figure 11.3 flambe latéralement et qu'elle subisse de ce fait un déplacement latéral v ; on voit que cette partie ne peut flamber seule. La continuité avec la moitié tendue du profilé exige que les deux parties de la section subissent une rotation d'un même angle φ . Ce raisonnement simple montre que l'on doit tenir compte, dans l'étude du déversement, non seulement de la rigidité de flexion latérale, mais aussi de la rigidité torsionnelle de la section.

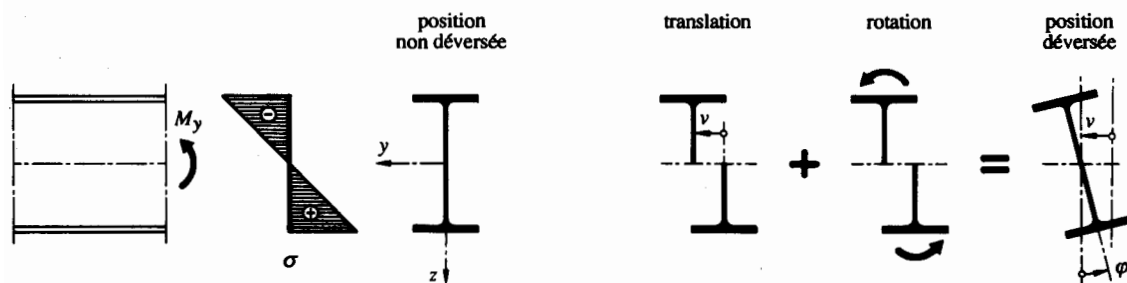


Fig. 11.3 Translation et rotation d'une section d'un élément de poutre sujet au déversement.

11.2.2 Déversement d'une poutre simple en flexion pure

Considérons le cas fondamental utilisé pour l'étude du déversement, à savoir la poutre simple de la figure 11.4 sollicitée en flexion pure. En partant de l'état déformé de la barre, on peut calculer la valeur de la charge critique pour laquelle le système est en équilibre métastable. Ce cas fondamental de la poutre simple a été résolu par Timoshenko [11.1] en considérant les hypothèses suivantes :

- barre parfaitement rectiligne de section bisymétrique constante sur toute sa longueur,
- barre idéale sans imperfections (déformation initiale, contraintes résiduelles, etc.),

- section de la barre indéformable,
- appuis de type «appuis à fourche»,
- matériau infiniment élastique linéaire,
- inertie I_z de la section faible vis-à-vis de l'inertie I_y ,
- petites déformations ($\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$).

Il faut préciser ici qu'un appui à fourche correspond à un appui simple à la flexion où la rotation φ de la section autour de l'axe x ainsi que le déplacement latéral v sont empêchés.

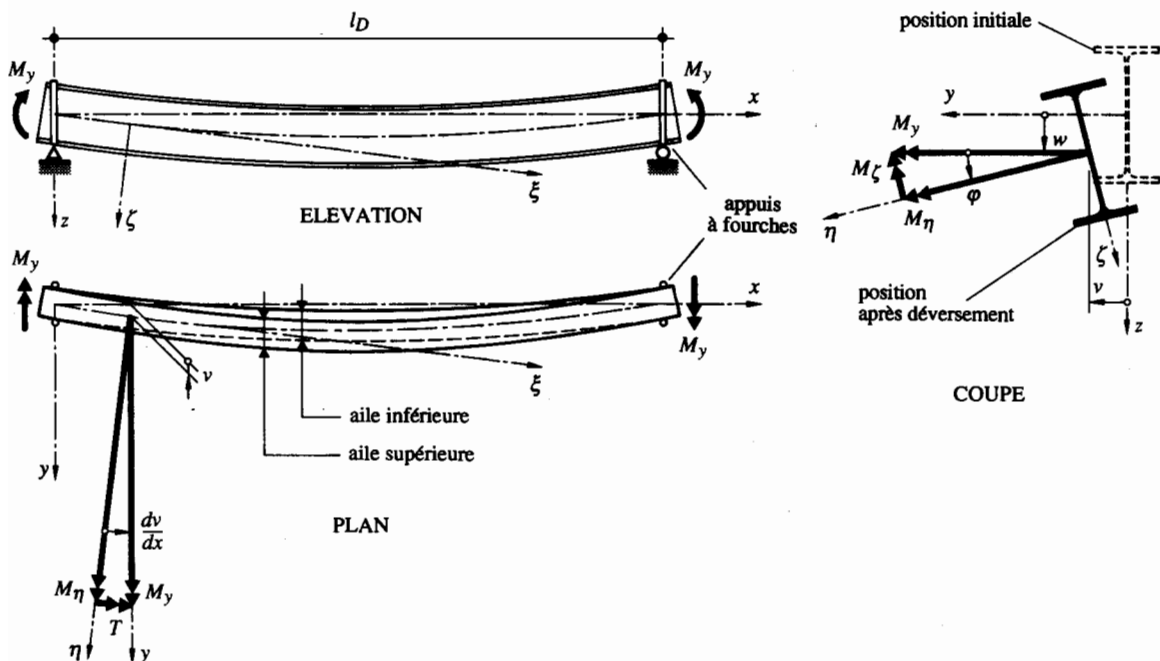


Fig. 11.4 Déversement d'une poutre constituée d'une section en double té bisymétrique, sollicitée en flexion pure.

On peut dès lors établir les équations différentielles relatives à cette poutre en écrivant les conditions d'équilibre par rapport au système de coordonnées (ξ, η, ζ) à l'état déformé, ce qui représente un système de trois équations à trois inconnues (v , w et φ) :

Flexion selon l'axe η , en tenant compte du fait que $M_\eta = M_y \cos \varphi \approx M_y$:

$$EI_y \frac{d^2 w(x)}{dx^2} + M_y = 0 \quad (11.1)$$

Flexion selon l'axe ζ , en tenant compte du fait que $M_\zeta = M_y \sin \varphi \approx \varphi M_y$:

$$EI_z \frac{d^2 v(x)}{dx^2} + \varphi(x) M_y = 0 \quad (11.2)$$

Torsion autour de l'axe ξ , en tenant compte du fait que $T = M_y \sin \frac{dv}{dx} \approx M_y \frac{dv}{dx}$:

$$EI_{\omega} \frac{d^3 \varphi(x)}{dx^3} - GK \frac{d\varphi(x)}{dx} + M_y \frac{dv(x)}{dx} = 0 \quad (11.3)$$

La relation (11.1) est indépendante des deux suivantes : c'est l'équation d'une barre sollicitée en flexion pure. En dérivant une fois (11.3) et en remplaçant $d^2 v(x)/dx^2$ par sa valeur tirée de (11.2), on obtient l'équation différentielle suivante :

$$EI_{\omega} \frac{d^4 \varphi(x)}{dx^4} - GK \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} - \frac{M_y^2}{EI_z} \varphi(x) = 0 \quad (11.4)$$

Sa solution est du type $\varphi(x) = A \cosh(\alpha x) + B \sinh(\alpha x) + C \sin(\beta x) + D \cos(\beta x)$. Pour déterminer les quatre constantes d'intégration, on dispose de quatre conditions aux limites, à savoir $\varphi = \varphi'' = 0$ pour $x = 0$ et l_D . Le *moment critique de déversement élastique* M_{crD} , pour lequel le système est en équilibre métastable, se formule finalement de la façon suivante (on remarquera que cette relation est indépendante de la limite d'élasticité f_y de l'acier) :

$$M_{crD} = \frac{\pi}{l_D} \sqrt{GK EI_z \left(1 + \frac{\pi^2 EI_{\omega}}{l_D^2 GK} \right)} \quad (11.5)$$

- l_D : longueur de déversement (distance entre deux appuis latéraux empêchant le déversement)
- G : module de glissement
- K : constante de torsion uniforme (§ 4.5.2)
- GK : rigidité de torsion
- E : module d'élasticité
- I_z : moment d'inertie par rapport à l'axe z
- EI_z : rigidité de flexion latérale
- I_{ω} : moment d'inertie sectoriel de la section (4.58 b)
- EI_{ω} : rigidité de torsion non uniforme

Précisons encore que les équations différentielles (11.1) à (11.3) sont valables à condition qu'aucune des déformations v , w ou φ ne soit entravée entre appuis. Si cela était le cas (aile supérieure de la poutre tenue latéralement, par exemple), elles s'exprimeraient différemment et le moment critique de déversement élastique ne pourrait pas être établi avec (11.5) (ce cas est à nouveau évoqué à la fin du paragraphe 11.3.3).

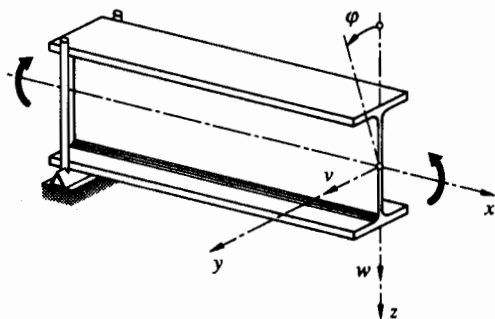
11.2.3 Moment critique de déversement élastique

Le cas particulier de la poutre simple en flexion pure ne se rencontre pratiquement jamais dans une structure. De plus, les appuis d'une poutre sont souvent des encastremets élastiques à la flexion et à la torsion, les charges extérieures ne se réduisent pas à un simple moment de flexion et la section de la barre peut être dissymétrique (fig. 11.5).

CAS FONDAMENTAL
(section bisymétrique)

Conditions d'appui :

$$\begin{aligned}w &= 0, \quad w'' = 0 \\v &= 0, \quad v'' = 0 \\ \varphi &= 0, \quad \varphi'' = 0\end{aligned}$$

CAS GENERAL
(section monosymétrique)

Conditions d'appui :

$$\begin{aligned}w &= 0, \quad w' \neq 0 \\v &= 0, \quad v' \neq 0 \\ \varphi &= 0, \quad \varphi' \neq 0\end{aligned}$$

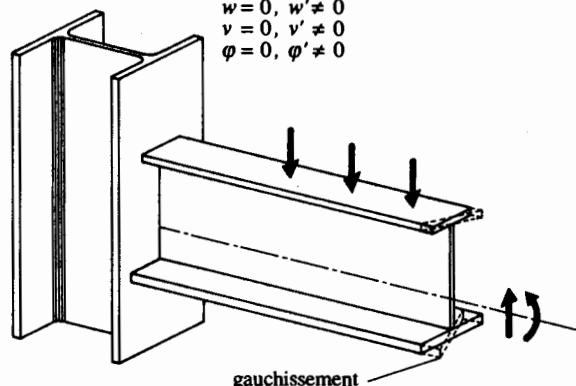


Fig. 11.5 Conditions d'appui, charges et types de sections transversales.

Plusieurs chercheurs ont étudié le déversement afin de trouver une méthode de calcul plus générale, applicable à de nombreux cas pratiques. Citons parmi eux Clark et Hill [11.2] ainsi que Djalaly [11.3] qui ont proposé sur une base empirique la formule généralisée (11.6), qui tient compte de manière plus détaillée du type de chargement de la barre et de ses conditions d'appui. Les hypothèses de calcul sont identiques à celles énoncées dans la théorie de Timoshenko [11.1] au paragraphe 11.2.2, à la différence près que la section peut être monosymétrique, qu'elle peut être chargée entre les appuis et que les conditions d'appui sont plus générales :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\varphi l_D^2} \left[\sqrt{(C_2 z_a + C_3 \beta)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GK k_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 E I_\omega} + 1 \right)} + (C_2 z_a + C_3 \beta) \right] \quad (11.6)$$

- C_1, C_2, C_3 : facteurs dépendant du type de chargement et des conditions d'appui
 k_v, k_φ : coefficients d'encastrement aux appuis
 z_a : distance entre le centre de cisaillement C et le point d'application de la charge (positive si ce dernier est situé entre le centre de cisaillement et la semelle tendue)

avec la caractéristique sectorielle de la section β ($\beta = 0$ pour une section bisymétrique) définie par :

$$\beta = z_C + \frac{1}{2 I_y} \int_A z(y^2 + z^2) dA \quad (11.7)$$

z_C : distance entre le centre de gravité G et le centre de cisaillement C (positive si le centre de cisaillement se trouve entre le centre de gravité et la semelle comprimée)

Pour une section monosymétrique (fig. 11.6), les grandeurs caractéristiques suivantes se définissent ainsi :

$$\beta = z_C + \frac{1}{2 I_y} \left[b_2 \left(\frac{8 c_2^3 t_2}{12} + 2 c_2 t_2 b_2^2 + \frac{b_2^3 d}{4} \right) - b_1 \left(\frac{8 c_1^3 t_1}{12} + 2 c_1 t_1 b_1^2 + \frac{b_1^3 d}{4} \right) \right] \quad (11.8)$$

$$z_C = \frac{b_1 c_1^3 t_1 - b_2 c_2^3 t_2}{c_1^3 t_1 + c_2^3 t_2} \quad (11.9)$$

$$I_\omega = \frac{2 (b_1 + b_2)^2 c_1^3 t_1 c_2^3 t_2}{3 (c_1^3 t_1 + c_2^3 t_2)} \quad (11.10)$$

$$K = \frac{1}{3} [2 c_1 t_1^3 + 2 c_2 t_2^3 + (b_1 + b_2) d^3] \quad (11.11)$$

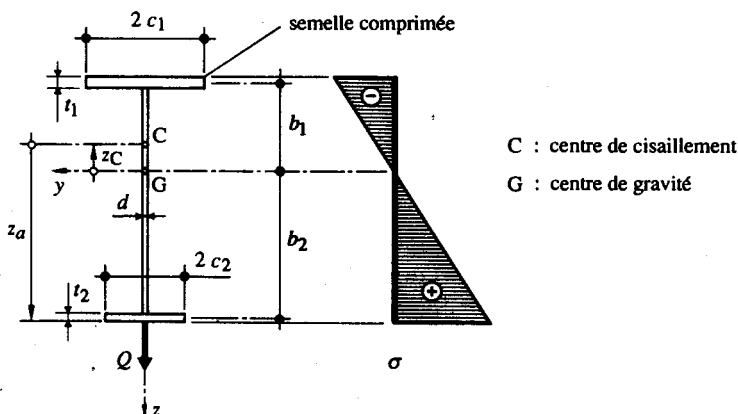


Fig. 11.6 Définitions pour une section monosymétrique.

11.2.4 Influence des conditions d'appui

La valeur du moment critique de déversement élastique donnée par (11.6) dépend des conditions d'appui de la poutre en flexion latérale (déplacement latéral v du centre de cisaillement) et en rotation (angle φ), de même que de la possibilité de *gauchissement*. Les conditions d'appui en flexion latérale influencent directement le coefficient d'encastrement k_v , tandis que les conditions d'appui en rotation influencent le coefficient d'encastrement k_φ . Pour une poutre simple, on a pour les deux cas extrêmes suivants :

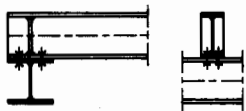
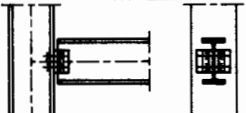
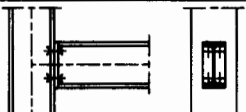
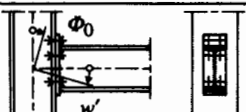
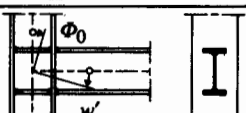
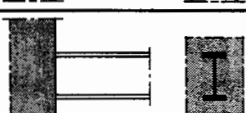
- Cas général de la poutre sur deux appuis à fourche (fig. 11.4) :
 $v = v'' = 0$ d'où $k_v = 1.0$,
 $\varphi = \varphi'' = 0$ d'où $k_\varphi = 1.0$.

- Cas particulier de la poutre parfaitement bi-encastée, avec gauchissement empêché :
 $v = v' = 0$ d'où $k_v = 0.5$,
 $\varphi = \varphi' = 0$ d'où $k_\varphi = 0.5$.

Le tableau 11.7 donne pour quelques cas concrets d'appuis les conditions aux limites et les coefficients d'encastrement correspondants. Théoriquement, pour chaque poutre présentant des conditions d'appuis différentes, il faudrait intégrer le système d'équations différentielles en tenant compte de ces conditions aux limites. Pratiquement, on peut toutefois admettre pour le dimensionnement les valeurs suivantes des coefficients d'encastrement :

- $k_v = 1.0$ pour tous les cas où les appuis de la poutre n'empêchent pas sa flexion latérale (par exemple les appuis constitués d'une colonne dont on néglige la résistance à la torsion),
- $k_v = 0.5$ pour tous les cas où les appuis de la poutre empêchent sa flexion latérale (par exemple les appuis constitués d'un élément rigide à la torsion),
- $k_\varphi = 1.0$ dans tous les cas, pour autant que les appuis de la poutre empêchent une rotation des sections d'extrémité.

Tableau 11.7 Conditions aux limites et valeurs approchées des coefficients d'encastrement d'une poutre dont les deux appuis sont identiques.



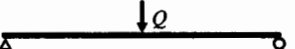
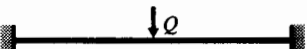
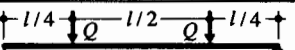
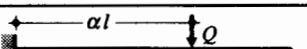

Schémas des appuis	Conditions aux limites	k_v et k_φ	Remarques
	$w = w_0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Raidisseurs ou appuis latéraux au niveau de la membrure comprimée nécessaires afin d'empêcher la rotation de la poutre aux appuis (w_0 : déplacement vertical de l'appui).
	$w = 0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison articulée dans laquelle les cornières doivent être suffisantes pour empêcher la rotation de la poutre aux appuis.
	$w = 0$ $w'' = 0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison semi-rigide avec gauchissement partiellement empêché par la plaque de tête. On néglige la résistance à la torsion de la colonne.
	$w = 0$ $w' = \Phi_0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi'' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 1.0$	Liaison semi-rigide avec flexion partiellement empêchée ($k_\varphi < 1.0$). On néglige la résistance à la torsion de la colonne (Φ_0 : inclinaison de la colonne).
	$w = 0$ $w' = \Phi_0$ $v = 0$ $v'' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi' = 0$	$k_v = 1.0$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la torsion, gauchissement empêché par les raidisseurs. On néglige la résistance à la torsion de la colonne (Φ_0 : inclinaison de la colonne).
	$w = 0$ $w' = 0$ $v = 0$ $v' = 0$ $\varphi = 0$ $\varphi' = 0$	$k_v = 0.5$ $k_\varphi = 0.5$	Encastrement parfait de la poutre à la flexion et à la torsion, gauchissement empêché par l'appui que l'on considère comme étant rigide à la torsion.

11.2.5 Influence du type de chargement

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} est fonction du type de chargement de la poutre et de son système statique (conditions d'appui); pratiquement, on en tient compte par les facteurs C_1 , C_2 et C_3 dans (11.6). Le cas le plus défavorable est celui de la poutre simple sollicitée par un moment de flexion constant. Dans le cas d'un moment linéairement variable ou de charges appliquées entre les appuis, la compression maximale n'est atteinte sur toute la longueur de la poutre que dans une seule section, ce qui se traduit par des facteurs C_1 , C_2 et C_3 plus élevés afin de tenir compte de cet effet favorable.

Le tableau 11.8 donne les valeurs (tirées de [11.3]) de ces trois facteurs pour les cas de charges les plus courants et pour les conditions d'appui suivantes : $k_v = 1.0$ (cas usuel), 0.5 et 2.0 (pour la poutre en

Tableau 11.8 Valeur des facteurs C_1 , C_2 et C_3 pour $k_\phi = 1.0$.

Mode de chargement	$k_v = 1.0$			$k_v = 0.5$			$k_v = 2.0$		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
$M \left(\Delta \text{-----} \circ \right) M$	1.00	①	1.00	1.00	①	1.14			
$M \left(\Delta \text{-----} \circ \right) M/2$	1.32	①	0.99	1.51	①	2.27			
$M \left(\Delta \text{-----} \circ \right)$	1.88	①	0.94	2.15	①	2.15			
$M \left(\Delta \text{-----} \circ \right) M/2$	2.70	①	0.68	3.09	①	1.55			
$M \left(\Delta \text{-----} \circ \right) M$	2.75	①	0.00	3.15	①	0.00			
	1.13	0.46	0.53	0.97	0.30	0.98			
	1.28	1.56	0.75	0.71	0.65	1.07			
	1.36	0.55	1.73	1.07	0.43	3.06			
	1.56	1.27	2.64	0.94	0.71	4.80			
	1.05	0.43	1.12	1.01	0.41	1.89			
							$\frac{1.28}{\alpha}$	0.43	②
							2.05	0.83	②

① Sans influence s'il n'y a pas de charge transversale

② Sans influence pour une section bisymétrique

porte-à-faux) et $k_\varphi = 1.0$ (valeur admise normalement). Pour des systèmes statiques dont les conditions d'appui sont telles que $0.5 < k_v < 1.0$, on peut soit obtenir les facteurs C_1 , C_2 et C_3 par interpolation, soit choisir $k_v = 1.0$ (méthode conservatrice).

Exemple 11.1 Moment critique de déversement élastique en fonction des conditions d'appui

Soit une poutre constituée d'un IPE 220 d'une portée de 5.00 m liée de part et d'autre à une colonne (fig. 11.9). Elle est soumise à une charge uniformément répartie que l'on supposera appliquée au centre de cisaillement de la section.

Calculer le moment critique de déversement élastique en fonction des différents types de liaison suivantes, pour lesquelles on admettra que le déplacement latéral v et la rotation φ sont empêchés :

- attache par cornières boulonnées (articulée),
- attache par plaque frontale boulonnée (semi-rigide),
- attache soudée avec raidisseurs (rigide).

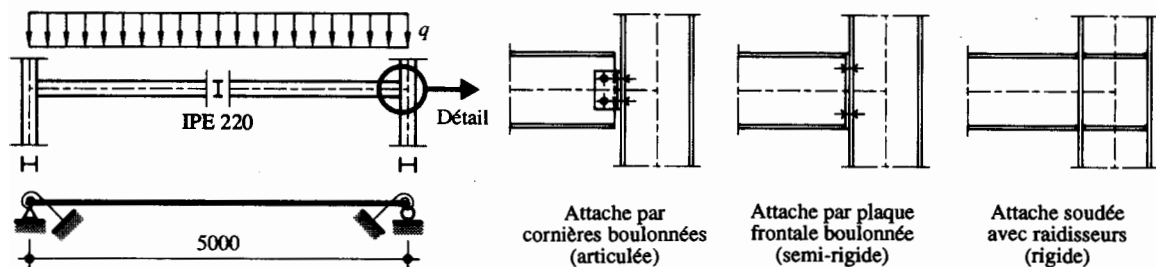


Fig. 11.9 Influence des conditions d'appui sur le déversement d'une poutre.

Etant donné que le point d'application de la charge est admis au centre de cisaillement, la distance entre le centre de cisaillement et le point d'application de la charge vaut $z_a = 0$. Comme la section est bisymétrique, sa caractéristique sectorielle vaut $\beta = 0$. La relation permettant d'obtenir le moment critique de déversement élastique (11.6) se simplifie donc ainsi :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\varphi l_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GK k_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 E I_\omega} + 1 \right)}$$

La longueur de déversement vaut $l_D = 5000$ mm et les caractéristiques de la section sont les suivantes (tables SZS C5) :

$$I_z = 2.05 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, K = 0.0898 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, I_\omega = 22.7 \cdot 10^9 \text{ mm}^6 \text{ (avec (4.59b))}$$

Le tableau 11.10 regroupe les valeurs des coefficients k_v et k_φ , obtenus selon le tableau 11.7, et C_1 , obtenu sur la base du tableau 11.8 (par interpolation pour la liaison semi-rigide), en admettant de façon conservatrice que $k_\varphi = 1.0$ dans tous les cas. Ces coefficients permettent de déterminer le moment critique de déversement élastique M_{crD} sur la base de la relation ci-dessus.

On a par exemple pour l'attache par cornières boulonnées (liaison articulée) $k_v = 1.0$ et $k_\varphi = 1.0$ pour les conditions limites de ce type d'appui (tab. 11.7). La charge étant uniformément répartie, on a $C_1 = 1.13$ (tab. 11.8). Le moment critique de déversement élastique vaut ainsi $M_{crD} = 44.6$ kNm.

Tableau 11.10 Moment critique de déversement élastique en fonction des conditions d'appui.

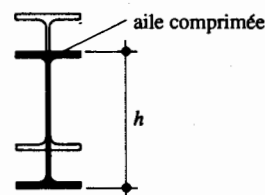
Type de liaison	articulée	semi-rigide	rigide
k_v	1.0	1.0	1.0
k_ϕ	1.0	1.0	0.5
C_1	1.13	1.21	1.28
M_{crD}	44.6 kNm (100 %)	47.7 kNm (107 %)	64.2 kNm (144 %)

La comparaison des résultats obtenus montre la relative faible influence des conditions d'appui sur le moment critique de déversement élastique M_{crD} . L'exemple 11.3 mettra en évidence que la présence d'appuis intermédiaires peut augmenter la valeur de M_{crD} de façon bien plus sensible.

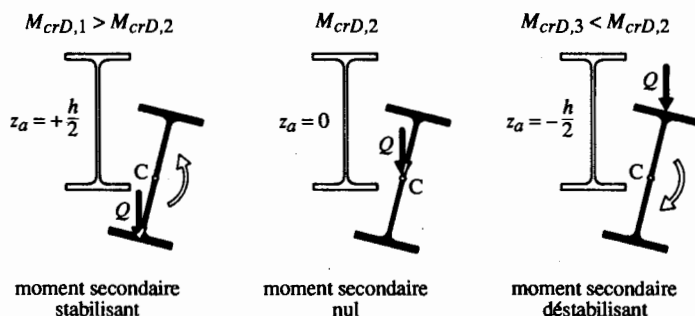
11.2.6 Influence du point d'application de la charge

La position du point d'application des charges extérieures, par rapport au centre de cisaillement de la section de la poutre, peut également influencer la valeur du moment critique de déversement élastique, suivant que les charges créent un moment secondaire stabilisant ou déstabilisant (fig. 11.11). On tient compte de la position des charges en introduisant (avec son signe) dans (11.6) la distance z_a entre le centre de cisaillement et le point d'application de la charge.

POSITION NON DEVERSEE



POSITIONS DEVERSEES

**Fig. 11.11** Influence de la position des charges.

Selon la position du point d'application des charges extérieures, on peut considérer les trois cas suivants :

- La charge engendre un moment secondaire stabilisant (charge suspendue, par exemple) : l'hypothèse de calcul avec la charge introduite au centre de cisaillement est conservatrice.
- La charge agit au centre de cisaillement (attache d'une solive sur l'âme d'un sommier, par exemple) : l'hypothèse de calcul avec la charge introduite au centre de cisaillement est exacte.

- La charge engendre un moment secondaire déstabilisant, comme par exemple pour les voies de roulement de ponts roulants ou les poutres maîtresses de ponts mixtes avec dalle ripée (stade de montage) : il est alors nécessaire d'en tenir compte lors de la détermination du moment critique de déversement élastique avec (11.6).

Exemple 11.2 Moment critique de déversement élastique en fonction du point d'application de la charge

Soit une poutre simple constituée d'un IPE 220 d'une portée de 5.00 m, soumise à une charge uniformément répartie (fig. 11.12).

Calculer le moment critique de déversement élastique pour les trois points d'application de la charge suivants :

- sous l'aile inférieure,
- au centre de cisaillement,
- sur l'aile supérieure.

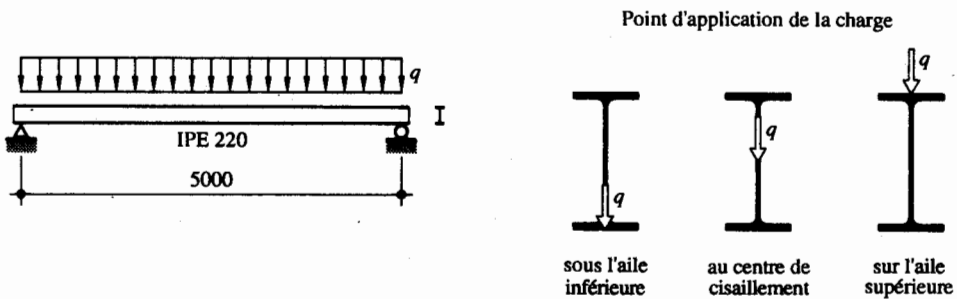


Fig. 11.12 Influence du point d'application de la charge sur le déversement d'une poutre.

Comme la section est bisymétrique, la caractéristique sectorielle vaut $\beta = 0$. La relation permettant d'obtenir le moment critique de déversement élastique (11.6) se simplifie donc ainsi :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\varphi l_D^2} \left[\sqrt{(C_2 z_a)^2 + \frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GK k_\varphi^2 l_D^2}{\pi^2 E I_\omega} + 1 \right)} + C_2 z_a \right]$$

Dans le cas d'une poutre simple avec des appuis à fourche, les conditions aux limites sont (tab. 11.7) :

$$w = w'' = 0, \quad v = v'' = 0, \quad \varphi = \varphi'' = 0 \text{ d'où } k_v = 1.0 \text{ et } k_\varphi = 1.0$$

Pour une charge uniformément répartie, on obtient les facteurs suivants à partir du tableau 11.8 :

$$C_1 = 1.13, \quad C_2 = 0.46$$

La longueur de déversement vaut $l_D = 5000$ mm, et les caractéristiques de la section sont les suivantes (tables SZS C5) :

$$I_z = 2.05 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, K = 0.0898 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, I_\omega = 22.7 \cdot 10^9 \text{ mm}^6 \text{ (avec (4.59b))}$$

Il est ainsi possible de déterminer le moment critique de déversement élastique M_{crD} en fonction du point d'application de la charge; les résultats obtenus sont reportés dans le tableau 11.13.

Tableau 11.13 Moment critique de déversement élastique en fonction du point d'application de la charge.

Point d'application de la charge	sous l'aile inférieure	au centre de cisaillement	sur l'aile supérieure
z_a	+ 110 mm	0 mm	- 110 mm
M_{crD}	55.3 kNm (124 %)	44.6 kNm (100 %)	35.9 kNm (80 %)

La comparaison des résultats obtenus montre la relative faible influence du point d'application de la charge sur le moment critique de déversement élastique M_{crD} . L'exemple 11.3 mettra en évidence que la présence d'appuis intermédiaires peut augmenter la valeur de M_{crD} de façon bien plus sensible.

11.2.7 Influence des appuis intermédiaires

Pour augmenter la valeur de la charge critique de déversement, on peut soit choisir une section plus importante, soit disposer des appuis latéraux intermédiaires (solution en général plus économique). On cherche à empêcher, au droit de chaque appui, tout déplacement latéral du centre de cisaillement ($v = 0$) et toute rotation de la section ($\varphi = 0$).

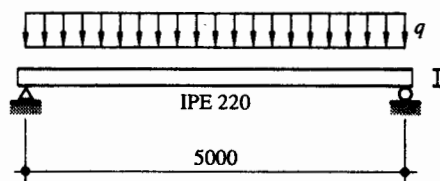
En général, on se contente d'appuyer la membrure comprimée de la poutre, ce qui est souvent la solution la plus simple du point de vue constructif. Même si une légère rotation des sections est tout de même possible, on peut généralement la négliger et admettre $\varphi = 0$. Les appuis latéraux doivent être dimensionnés pour reprendre une force de déviation de l'ordre de 1 % de l'effort normal de compression $N = M/b$, où M est le moment de flexion au droit de l'appui.

Exemple 11.3 Moment critique de déversement élastique en présence d'appuis intermédiaires

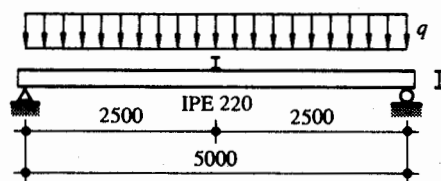
Soit une poutre simple constituée d'un IPE 220 d'une portée de 5.00 m (fig. 11.14). Elle est soumise à une charge uniformément répartie appliquée au centre de cisaillement.

Calculer le moment critique de déversement élastique pour les deux cas suivants :

- sans appui latéral intermédiaire, soit $l_D = 5.00$ m;
- avec un appui latéral intermédiaire à mi-portée, soit $l_D = 2.50$ m.



Sans appui latéral intermédiaire



Avec un appui latéral intermédiaire

Fig. 11.14 Influence des appuis intermédiaires sur le déversement d'une poutre.

Etant donné que le point d'application de la charge correspond au centre de cisaillement, la distance entre le centre de cisaillement et le point d'application de la charge vaut $z_a = 0$. Comme la section est bisymétrique,

sa caractéristique sectorielle vaut $\beta = 0$. La relation permettant d'obtenir le moment critique de déversement élastique (11.6) se simplifie donc ainsi :

$$M_{crD} = C_1 \frac{\pi^2 E I_z}{k_v k_\phi l_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega}{I_z} \left(\frac{GK k_\phi^2 l_D^2}{\pi^2 E I_\omega} + 1 \right)}$$

Dans le cas d'une poutre simple avec des appuis à fourche, les conditions aux limites pour les deux appuis sont (tab. 11.7) :

$$w = w'' = 0, \quad v = v'' = 0, \quad \phi = \phi'' = 0 \text{ d'où } k_v = 1.0 \text{ et } k_\phi = 1.0$$

Pour une charge uniformément répartie, on obtient $C_1 = 1.13$ (tab. 11.8). Les caractéristiques de la section sont les suivantes (tables SZS C5) :

$$I_z = 2.05 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, K = 0.0898 \cdot 10^6 \text{ mm}^4, I_\omega = 22.7 \cdot 10^9 \text{ mm}^6 \text{ (avec (4.59b))}$$

Le moment critique de déversement élastique de la poutre constituée d'un profilé IPE 220 vaut alors respectivement :

$$M_{crD} = 44.6 \text{ kNm sans appui latéral intermédiaire } (l_D = 5.00 \text{ m}) \text{ (idem exemple 11.2)}$$

$$M_{crD} = 113 \text{ kNm avec appui latéral intermédiaire } (l_D = 2.50 \text{ m})$$

On constate que la réduction de la longueur de déversement due à la présence d'un appui latéral intermédiaire constitue un moyen très efficace pour augmenter la valeur du moment critique de déversement élastique (augmentation de 153 % dans cet exemple).

Précisons également que cette augmentation de la valeur du moment critique de déversement élastique n'est pas directement proportionnelle à $1/l_D^2$, car la longueur de déversement intervient également sous la racine de l'expression donnant M_{crD} .

11.3 Résistance ultime au déversement

11.3.1 Principe de calcul du moment de déversement

La théorie linéaire permettant de calculer le moment critique de déversement élastique est basée sur le modèle d'instabilité par bifurcation de l'équilibre. En réalité, le moment de flexion maximal que peut reprendre une section est égal au moment plastique M_{pl} . Or, le moment critique de déversement élastique M_{crD} obtenu avec (11.5) dépasse cette valeur limite pour de faibles élançements. De même que pour le flambage, le modèle d'un comportement élastique n'est plus valable dans le domaine des petits élançements; cela est dû à la mauvaise corrélation du modèle théorique avec le comportement réel de l'élément. Les hypothèses énoncées au paragraphe 11.2.2 ne tiennent pas compte, entre autres, de la limite d'élasticité de l'acier et des imperfections des éléments (imperfections géométriques, contraintes résiduelles, etc., selon le paragraphe 10.3.2). Il est donc nécessaire de définir, de façon analogue au flambage, la résistance ultime au déversement M_D ; c'est ce que nous allons aborder dans le paragraphe suivant.

11.3.2 Calcul simplifié du moment critique de déversement élastique

Il est possible de recourir à une méthode de calcul simplifiée pour déterminer le moment de déversement (la simplification consiste à ne pas utiliser les coefficients k_v , k_ϕ , C_1 , C_2 et C_3), à condition que les hypothèses suivantes soient remplies :

- le système statique est une poutre simple avec appuis à fourche ($v = v'' = 0$, $\phi = \phi'' = 0$),
- la section est bisymétrique et indéformable,
- les charges agissent dans le plan de symétrie de la section et leur point d'application est au centre de cisaillement.

Un tel principe de calcul simplifié est d'ailleurs repris dans la norme SIA 161.

Examinons d'abord le moment critique de déversement élastique M_{crD} donné pour le cas fondamental de la poutre simple en flexion pure par (11.5), qui peut s'exprimer, en séparant l'influence de la *torsion uniforme* et *non uniforme*, de la façon suivante :

$$M_{crD} = \sqrt{\frac{\pi^2 GK EI_z}{I_D^2} + \frac{\pi^4 EI_\omega EI_z}{I_D^4}} \quad (11.12)$$

Historiquement, on a en général utilisé la *contrainte critique de déversement élastique* σ_{crD} , qui est liée au moment critique de déversement élastique M_{crD} de la façon suivante :

$$\sigma_{crD} = \frac{M_{crD}}{\bar{W}_y} \quad (11.13)$$

\bar{W}_y : moment de résistance par rapport à la fibre moyenne des ailes

Avec (11.12), la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} peut donc se formuler ainsi :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\left[\frac{\pi}{I_D \bar{W}_y} \sqrt{GK EI_z} \right]^2 + \left[\frac{\pi^2 E}{I_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega I_z}{\bar{W}_y^2}} \right]^2} \quad (11.14)$$

En définissant les termes entres crochets par la composante de torsion uniforme σ_{Dv} et, respectivement, non uniforme σ_{Dw} , la contrainte critique de déversement élastique peut donc s'écrire pour une section bisymétrique sous la forme d'une somme vectorielle de deux composantes, représentant d'une part la résistance en *torsion uniforme* (St-Venant) de la poutre et d'autre part la résistance en *torsion non uniforme* :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} \quad (11.15)$$

σ_{Dv} : composante de torsion uniforme

σ_{Dw} : composante de torsion non uniforme

On précisera qu'il aurait été plus exact d'utiliser dans (11.15) les notations σ_{crDv} et σ_{crDw} au lieu de σ_{Dv} et respectivement σ_{Dw} ; nous ne l'avons pas fait de façon à alléger l'écriture des nombreuses relations de ce paragraphe où ces termes interviennent.

En général, une barre sollicitée par un moment de torsion résiste simultanément en torsion uniforme et en torsion non uniforme; on dit qu'elle travaille en torsion mixte (§ 4.5.4). Le moment de torsion extérieur est équilibré d'une part par un flux de cisaillement (torsion uniforme) et d'autre part par des contraintes normales associées à des contraintes tangentielles (torsion non uniforme). La part de ces deux modes de résistance dépend principalement de la géométrie de la section transversale, mais également de la portée et des conditions d'appui.

Lors du calcul de la résistance ultime au déversement d'une poutre, on peut, suivant le cas, négliger l'une des deux résistances à la torsion (fig. 11.15). Un profilé tubulaire résiste essentiellement en torsion uniforme, car la composante de torsion non uniforme σ_{Dw} peut être négligée. Pour une poutre composée à âme pleine, dont la longueur de déversement est faible, c'est par contre la composante de torsion uniforme σ_{Dv} qui peut être négligée : la section résiste donc essentiellement en torsion non uniforme. Un profilé laminé résiste quant à lui en torsion mixte, mais la composante de torsion uniforme (St-Venant) σ_{Dv} est souvent prépondérante, comme le montrent les exemples 11.4 et 11.5 à la fin de cette section.

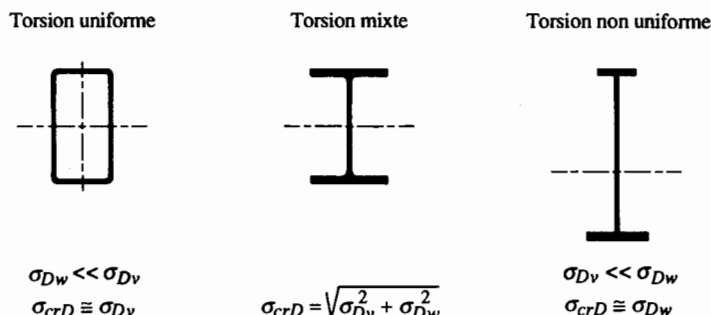


Fig. 11.15 Mode de résistance à la torsion de quelques sections.

Calcul de la composante de torsion uniforme σ_{Dv}

A partir de (11.14) et (11.15), on obtient, en introduisant un coefficient η pour tenir compte du type de chargement, la valeur de la composante de torsion uniforme suivante :

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D \bar{W}_y} \sqrt{GK EI_z} \quad (11.16)$$

Le coefficient η est analogue au facteur C_1 de (11.6). Pour un moment constant le long du tronçon de poutre considéré, on a $\eta = C_1 = 1.0$. Pour un tronçon de poutre dont la rotation des sections d'extrémité est empêchée et sur lequel le moment de flexion varie linéairement, la norme SIA 161 définit le coefficient η à l'aide de la relation (tirée de [11.4] et [11.5]), illustrée graphiquement à la figure 11.16, suivante :

$$\eta = 1.75 - 1.05 \psi + 0.3 \psi^2 \quad (\text{pour } -0.5 \leq \psi \leq 1.0) \quad (11.17)$$

$\psi = M_{\min}/M_{\max}$: rapport, pour le tronçon examiné, entre le plus petit moment d'extrémité et le plus grand (avec leurs signes)

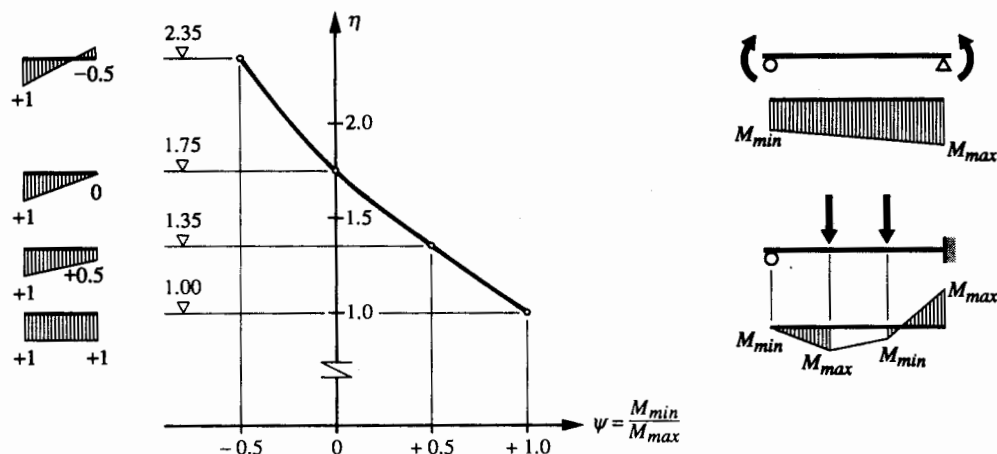


Fig. 11.16 Coefficient η pour le calcul de la contrainte de déversement.

On remarquera que les valeurs de C_1 sont légèrement supérieures aux valeurs de η obtenues par (11.17), et qu'au cas où (11.17) ne s'applique pas, on peut prendre $\eta = C_1$, avec le facteur C_1 tiré du tableau 11.8 en fonction du type de chargement.

Calcul de la composante de torsion non uniforme σ_{Dw}

En considérant le second terme entre crochets de (11.14), on obtient avec (11.15), en introduisant également le coefficient η pour tenir compte du type de chargement, la valeur de la composante de torsion non uniforme suivante :

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{I_D^2} \sqrt{\frac{I_\omega I_z}{W_y^2}} \quad (11.18)$$

En admettant que la section d'un profilé en double té est formée de deux ailes de largeur $2c$ et d'épaisseur t ainsi que d'une âme de hauteur b et d'épaisseur d , on peut écrire en première approximation (I_ω obtenu par (4.50)) :

$$I_\omega = I_z \frac{b^2}{4} \quad (11.19)$$

$$I_y = 2 \cdot 2 c t \left(\frac{b}{2} \right)^2 + \frac{1}{12} d b^3 = (A_f + \frac{1}{6} A_w) \frac{b^2}{2} \quad (11.20)$$

$$\bar{W}_y = \frac{I_y}{b/2} = (A_f + \frac{1}{6} A_w) b \quad (11.21)$$

A_f : aire de la section d'une aile ($A_f = 2 c t$)

A_w : aire de la section de l'âme ($A_w = b d$)

Avec ces différentes relations, la composante de torsion non uniforme donnée par (11.18) peut s'écrire ainsi :

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{l_D^2} \left[\frac{\frac{1}{2} I_z}{(A_f + \frac{1}{6} A_w)} \right] \quad (11.22)$$

On constate alors que le terme entre crochets de (11.22) correspond au carré du rayon de giration i_D de la membrure comprimée de la poutre, composée de la semelle comprimée (A_f) et du sixième de l'âme ($A_w/6$), qui s'exprime donc ainsi (précisons que les tables SZS C4.1 [11.6] donnent directement la valeur numérique de i_D pour les profilés en double té) :

$$i_D = \sqrt{\frac{\frac{1}{2} I_z}{\left(A_f + \frac{1}{6} A_w\right)}} \quad (11.23)$$

Cette définition, valable pour les sections bisymétriques, permet finalement d'exprimer la composante de torsion non uniforme de la façon suivante :

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{(l_D/i_D)^2} \quad (11.24)$$

C'est (11.24) qui montre l'analogie entre le déversement d'une poutre et le flambage latéral – dans le plan horizontal – de la membrure comprimée de cette poutre, comme cela a été mentionné au paragraphe 11.2.1. Le rayon de giration i_D fait en effet intervenir les caractéristiques de la membrure comprimée de la poutre. En admettant, selon la norme SIA 161, que sa «longueur de flambage» l_K correspond à la longueur de déversement l_D corrigée par le coefficient η pour tenir compte du type de chargement :

$$l_K = \frac{l_D}{\sqrt{\eta}} \quad (11.25)$$

L'élancement de la membrure comprimée est alors donné par :

$$\lambda_K = \frac{l_K}{i_D} \quad (11.26)$$

La composante de torsion non uniforme peut alors s'exprimer par la relation – dont la similitude avec (10.4) démontre l'analogie avec le flambage d'une barre – suivante :

$$\sigma_{Dw} = \frac{\pi^2 E}{\lambda_K^2} \quad (11.27)$$

Cette démonstration confirme par conséquent que le déversement peut être assimilé à un flambage latéral de la membrure comprimée d'une poutre, dans tous les cas où la composante de torsion uniforme σ_{Dv} est négligeable (poutre composée à âme pleine par exemple).

11.3.3 Calcul du moment de déversement

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} , exprimé par (11.12), est déterminé à l'aide de la théorie de la stabilité élastique. Pour établir le moment de déversement M_D d'une poutre réelle, il faut, tout comme pour le flambage, tenir compte de ses *imperfections* géométriques et structurales, ainsi que de la limite d'élasticité de l'acier. Le moment de déversement M_D , qui ne peut pas être supérieur au moment plastique M_{pl} , s'obtient par la relation suivante :

$$M_D = \frac{M_R}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{M_R}{M_{crD}}\right)^{2.25}}} \quad (11.28)$$

M_R : moment élastique M_{el} ou plastique M_{pl} de la section, selon le type de calcul de la résistance

M_{crD} : moment critique de déversement élastique ($M_{crD} = \sigma_{crD} \bar{W}_y$, selon (11.13))

Pour un profilé laminé en double té qui satisfait les conditions d'élancement nécessaires pour effectuer un calcul plastique de la résistance (tab. 5.7), on peut prendre $M_R = M_{pl}$. Pour une poutre composée à âme pleine qui ne satisfait pas les conditions d'élancement nécessaires pour effectuer un calcul plastique de la résistance, on aura $M_R = M_{el}$.

La norme SIA 161 utilise également (11.27), (11.16) et (11.15) pour définir respectivement les composantes de torsion non uniforme σ_{Dw} et uniforme σ_{Dv} , ainsi que la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} . La détermination du moment de déversement se fait par contre en établissant d'abord une *contrainte de déversement* σ_D

$$\sigma_D = \left(\frac{1}{1 + \bar{\lambda}_D^{4.5}} \right)^{0.45} f_y \quad (11.29)$$

définie à l'aide du *coefficient de déversement* $\bar{\lambda}_D$, et dont la formulation est analogue à celle du coefficient de flambage $\bar{\lambda}_K$ défini au chapitre 10 par (10.26) :

$$\text{calcul EP :} \quad \bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{M_{pl}}{M_{crD}}} = \sqrt{\frac{f_y Z_y}{\sigma_{crD} \bar{W}_y}} \quad (11.30 \text{ a})$$

$$\text{calcul EE :} \quad \bar{\lambda}_D = \sqrt{\frac{M_{el}}{M_{crD}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{crD}}} \quad (11.30 \text{ b})$$

L'analogie entre le déversement et le flambage est illustré à la figure 11.17, qui compare, en fonction du coefficient de déversement $\bar{\lambda}_D$, la contrainte de déversement σ_D selon (11.29) avec la contrainte de déversement élastique σ_{crD} obtenue avec (11.30 b). Une comparaison avec la figure 10.14 permet de constater la similitude des démarches permettant d'établir les contraintes de déversement σ_D ou de

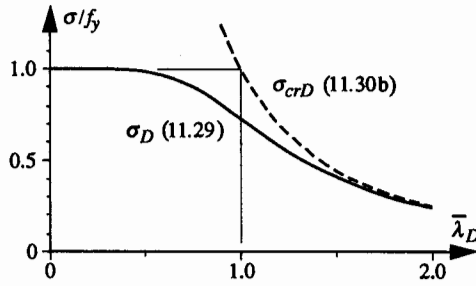


Fig. 11.17 Comparaison des contraintes de déversement σ_D et de déversement élastique σ_{crD} .

flambage σ_K sur la base, respectivement, des contraintes critiques de déversement σ_{crD} ou de flambage σ_{cr} élastiques.

Le moment de déversement M_D est alors donné, selon le type de calcul effectué, par les relations suivantes :

$$\text{calcul EP :} \quad M_D = \sigma_D Z_y \quad (11.31 \text{ a})$$

$$\text{calcul EE :} \quad M_D = \sigma_D \bar{W}_y \quad (11.31 \text{ b})$$

Précisons encore que les relations définissant le moment de déversement par (11.31) ou par (11.28) permettent d'établir une même valeur numérique de M_D .

Il est à relever que les tables SZS 4.1 [11.6] contiennent plusieurs tableaux donnant directement la valeur du moment de déversement M_D pour des tronçons de poutres en profilés IPE, HEA, HEB et HEM, sur lesquels le diagramme des moments varie de façon linéaire.

Nous mentionnerons finalement que les tables SZS C4.1 [11.6] donnent quelques indications concernant le calcul du moment de déversement dans le cas particulier où l'aile supérieure du profilé est tenue latéralement. Cet appui latéral crée en effet des conditions aux limites qui ne correspondent pas à celles admises au début de ce chapitre (§ 11.2.2) pour le cas fondamental de la poutre simple sollicitée en flexion.

L'Eurocode 3 (§ 5.5.2 et annexe F) utilise pour le déversement d'un élément fléchi une approche basée sur les mêmes principes que ceux énoncés dans cette section, avec cependant une formulation différente. Ainsi, la résistance de calcul au déversement d'un élément fléchi non maintenu latéralement est définie par :

$$M_{b,Rd} = \frac{\chi_{LT} \beta_W W_{pl,y} f_y}{\gamma_{M1}}$$

χ_{LT} : coefficient de réduction pour le déversement

β_W : facteur dépendant de la classe de la section :

Classes 1 et 2	: $\beta_W = 1$
Classe 3	: $\beta_W = W_{el,y} / W_{pl,y}$
Classe 4	: $\beta_W = W_{eff,y} / W_{pl,y}$

- $W_{pl,y}$: module plastique de la section (correspond à Z_y)
 $W_{el,y}$: module élastique de la section (correspond à W_y)
 $W_{eff,y}$: module élastique de la section efficace
 f_y : limite d'élasticité de l'acier
 γ_{M1} : facteur de résistance pour les vérifications aux instabilités des barres ($\gamma_{M1} = 1.1$)

Le coefficient de réduction pour le déversement χ_{LT} dépend de l'élancement réduit $\bar{\lambda}_{LT}$ et du moment critique élastique de déversement M_{cr} . Ces valeurs sont définies dans l'annexe F en fonction de la répartition des moments et des conditions d'appui.

Exemple 11.4 Moment de déversement d'une poutre soumise à une charge uniformément répartie

Soit une poutre constituée d'un IPE 220 d'une portée de 5.00 m en acier Fe E 355 soumise à une charge uniformément répartie q (fig. 11.18).

Calculer le moment de déversement de cette poutre en admettant comme conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$ pour les deux types de systèmes statiques suivants :

- poutre simple,
- poutre bi-encastée.

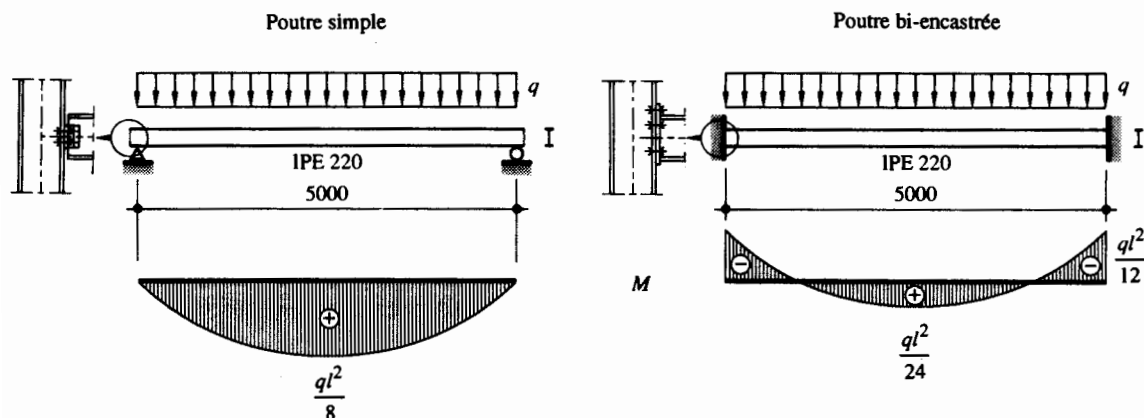


Fig. 11.18 Systèmes statiques et conditions de chargement des poutres.

Selon le tableau 11.7, les coefficients d'encastrement des deux types de systèmes statiques examinés dans cet exemple valent $k_v = 1.0$ et $k_\varphi = 1.0$.

- Poutre simple :

Le moment de déversement M_D peut être obtenu avec (11.28) à partir du moment critique de déversement élastique M_{crD} . La section d'un profilé laminé soumis à la torsion résiste simultanément en torsion uniforme et non uniforme, soit en torsion mixte. Les deux composantes σ_{Dv} et σ_{Dw} doivent ainsi être déterminées. La composante uniforme σ_{Dv} est obtenue à partir de (11.16), avec un coefficient η égal à $C_1 = 1.13$ (tab. 11.8) et la valeur de $\bar{W}_y = 263 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ tirée des tables SZS C5 :

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D \bar{W}_y} \sqrt{E I_z G K}$$

$$\sigma_{Dv} = 1.13 \frac{\pi}{5000 \cdot 263 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 2.05 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 89.8 \cdot 10^3} = 151 \text{ N/mm}^2$$

Les tables SZS C4.1 [11.6] donnent comme valeur du rayon de giration i_D de la membrure comprimée :

$$i_D = 29 \text{ mm}$$

La composante non uniforme σ_{Dw} est obtenue à partir de (11.24) :

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{(l_D/i_D)^2} = 1.13 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{(5000 \text{ mm} / 29 \text{ mm})^2} = 78.8 \text{ N/mm}^2$$

Avec les conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$, on peut utiliser (11.15) pour déterminer la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(151 \text{ N/mm}^2)^2 + (78.8 \text{ N/mm}^2)^2} = 170 \text{ N/mm}^2$$

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} s'obtient alors avec (11.13) :

$$M_{crD} = \sigma_{crD} \bar{W}_y = 170 \text{ N/mm}^2 \cdot 263 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 44.7 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 44.7 \text{ kNm}$$

Le moment de déversement M_D vaut alors, selon (11.28), pour un calcul plastique de la résistance avec $M_R = M_{pl} = 102 \text{ kNm}$ tiré des tables SZS C5 :

$$M_D = \frac{M_R}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{M_R}{M_{crD}} \right)^{2.25}}} = \frac{102 \text{ kNm}}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{102 \text{ kNm}}{44.7 \text{ kNm}} \right)^{2.25}}} = 41.9 \text{ kNm}$$

• Poutre bi-encastée :

Dans le cas d'une poutre bi-encastée avec une charge uniformément répartie, la procédure pour déterminer le moment de déversement M_D est identique à celle utilisée ci-dessus pour la poutre simple, à la seule différence que le coefficient η est égal à $C_1 = 1.28$ (tab. 11.8). On obtient ainsi :

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D \bar{W}_y} \sqrt{E I_z G K}$$

$$\sigma_{Dv} = 1.28 \frac{\pi}{5000 \cdot 263 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 2.05 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 89.8 \cdot 10^3} = 171 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E i_D^2}{l_D^2} = 1.28 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot (29 \text{ mm})^2}{(5000 \text{ mm})^2} = 89.2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(171 \text{ N/mm}^2)^2 + (89.2 \text{ N/mm}^2)^2} = 193 \text{ N/mm}^2$$

$$M_{crD} = \sigma_{crD} \bar{W}_y = 193 \text{ N/mm}^2 \cdot 263 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 50.8 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 50.8 \text{ kNm}$$

$$M_D = \frac{M_R}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{M_R}{M_{crD}} \right)^{2.25}}} = \frac{102 \text{ kNm}}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{102 \text{ kNm}}{50.8 \text{ kNm}} \right)^{2.25}}} = 46.7 \text{ kNm}$$

En comparant les résultats obtenus, on constate que le moment de déversement M_D de la poutre bi-encastée n'est supérieur à celui de la poutre simple que de 11 %. Cela confirme les conclusions des exemples 11.1 et 11.3, où il avait été montré que le moment de déversement M_D est plus sensible à la présence d'appuis intermédiaires qu'à une modification des conditions d'appui.

Remarquons encore que si la résistance de la poutre (en l'occurrence le moment de déversement) n'est que peu différente selon le type de système statique, ce n'est pas le cas des sollicitations. Si l'on déterminait la valeur de dimensionnement q_d de la charge q que ces deux poutres peuvent reprendre, en vérifiant la relation générale suivante

$$M_d \leq \frac{M_D}{\gamma_R}$$

avec $M_d = q_d l^2/8$ pour la poutre simple et $M_d = q_d l^2/12$ pour la poutre bi-encastée, on obtiendrait respectivement $q_d = 12.2 \text{ kN/m}$ pour la poutre simple et $q_d = 20.4 \text{ kN/m}$ pour la poutre bi-encastée, ce qui représente tout de même 67 % de plus pour cette dernière.

Exemple 11.5 Moment de déversement d'une poutre soumise à un moment de flexion

Soit une poutre simple constituée d'un HEA 240 en acier Fe E 235 d'une portée de 6.00 m. Elle est sollicitée à l'une de ses extrémités par un moment de flexion M selon son axe fort (fig. 11.19).

Calculer le moment de déversement de cette poutre en admettant comme conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$.

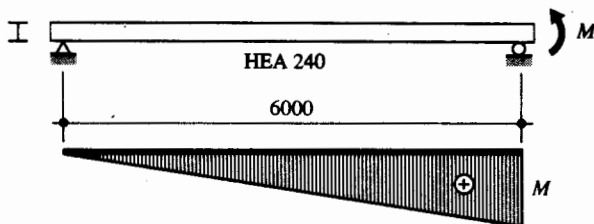


Fig. 11.19 Système statique et condition de chargement de la poutre.

Le moment de déversement M_D peut être obtenu avec (11.28) à partir du moment critique de déversement élastique M_{crD} . La section d'un profilé laminé soumis à la torsion résiste simultanément en torsion uniforme et non uniforme, soit en torsion mixte. Les deux composantes σ_{Dv} et σ_{Dw} doivent ainsi être déterminées. La composante uniforme σ_{Dv} est obtenue à partir de (11.16), avec un coefficient $\eta = 1.75$ (fig. 11.16) et la valeur de $\bar{W}_y = 712 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ tirée des tables SZS C5 :

$$\sigma_{Dv} = \eta \frac{\pi}{l_D \bar{W}_y} \sqrt{E I_z G K}$$

$$\sigma_{Dv} = 1.75 \frac{\pi}{6000 \cdot 712 \cdot 10^3} \sqrt{210 \cdot 10^3 \cdot 27.7 \cdot 10^6 \cdot 81 \cdot 10^3 \cdot 410 \cdot 10^3} = 565 \text{ N/mm}^2$$

Les tables SZS C4.1 [11.6] donnent comme valeur du rayon de giration i_D de la membrure comprimée : $i_D = 65 \text{ mm}$

La composante non uniforme σ_{Dw} est obtenue à partir de (11.24) :

$$\sigma_{Dw} = \eta \frac{\pi^2 E}{(l_D/i_D)^2} = 1.75 \frac{\pi^2 \cdot 210 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2}{(6000 \text{ mm} / 65 \text{ mm})^2} = 426 \text{ N/mm}^2$$

Avec les conditions aux limites aux appuis $v = v'' = 0$ et $\varphi = \varphi'' = 0$, on peut utiliser (11.15) pour déterminer la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} :

$$\sigma_{crD} = \sqrt{\sigma_{Dv}^2 + \sigma_{Dw}^2} = \sqrt{(565 \text{ N/mm}^2)^2 + (426 \text{ N/mm}^2)^2} = 708 \text{ N/mm}^2$$

Le moment critique de déversement élastique M_{crD} s'obtient alors avec (11.13), avec la valeur de $\bar{W}_y = 712 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$ tirée des tables SZS C5 :

$$M_{crD} = \sigma_{crD} \bar{W}_y = 708 \text{ N/mm}^2 \cdot 712 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 = 504 \cdot 10^6 \text{ Nmm} = 504 \text{ kNm}$$

Le moment de déversement M_D vaut alors, selon (11.28), pour un calcul plastique de la résistance avec $M_R = M_{pl} = 175 \text{ kNm}$ tiré des tables SZS C5 :

$$M_D = \frac{M_R}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{M_R}{M_{crD}} \right)^{2.25}}} = \frac{175 \text{ kNm}}{2.25 \sqrt{1 + \left(\frac{175 \text{ kNm}}{504 \text{ kNm}} \right)^{2.25}}} = 168 \text{ kNm}$$

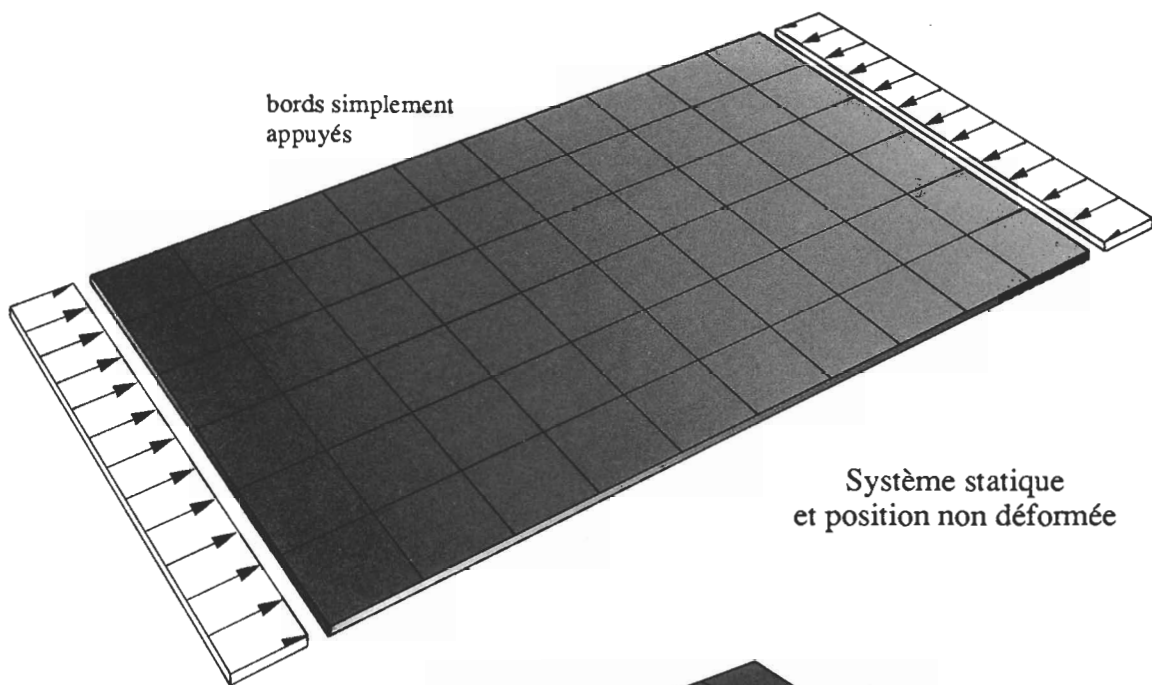
On remarquera que la valeur du moment de déversement n'est que de peu inférieure au moment plastique de la section. Cela s'explique par les valeurs très élevées des composantes uniforme σ_{Dv} et non uniforme σ_{Dw} , et par conséquent de la contrainte critique de déversement élastique σ_{crD} .

Précisons que la valeur du moment de déversement M_D obtenue ci-dessus est utilisée dans l'exemple 6.3, qui traite de la stabilité d'une barre comprimée et fléchie.

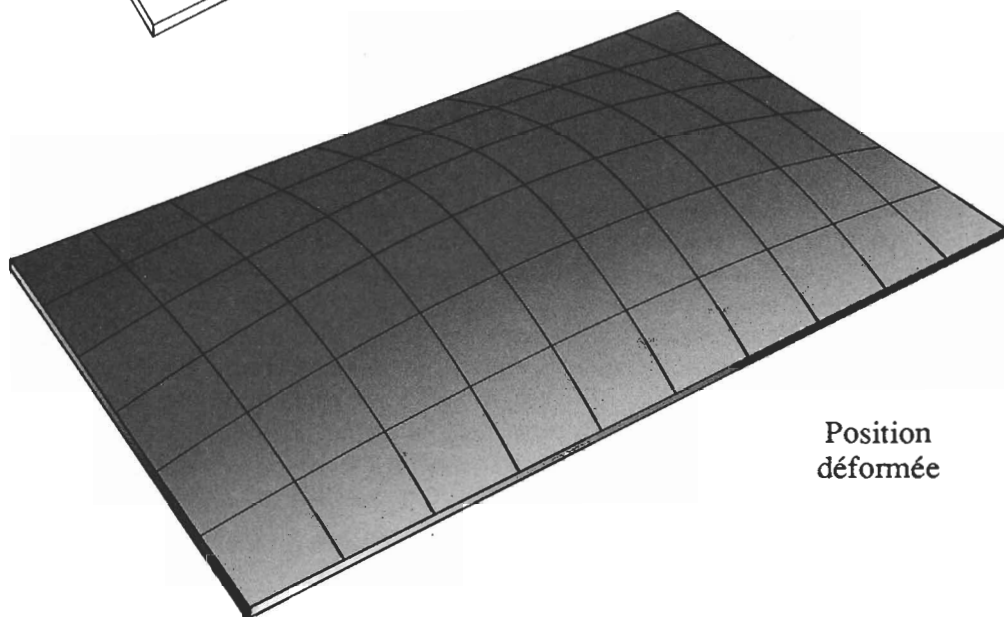
Références

- [11.1] TIMOSHENKO, S.P., *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod, Paris, 1966 (2^e édition).
- [11.2] CLARK, J.W., HILL, H.N., *Lateral Buckling of Beams*, Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division, vol. 86, no. ST7, 1960.
- [11.3] DJALALY, H., Calcul de la résistance ultime au déversement, *Construction métallique*, vol. 11, No. 1 et 4, 1974, pp. 58-77 et 54-61.
- [11.4] JOHNSTON, B.G., *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, John Wiley & Sons, New York, 1976 (3rd edition).
- [11.5] SALVADORI, M.G., *Lateral Buckling of Eccentrically Loaded I-Columns*, Transactions ASCE, vol. 121, 1956, p. 1163.
- [11.6] SZS C4.1, *Tables de dimensionnement pour la construction métallique*, SZS Centre suisse de la construction métallique, Zurich, 1991.

12 Voilement



Système statique
et position non déformée



Position
déformée

12.1 Introduction

Le voilement est le phénomène d'instabilité des plaques minces sollicitées dans leur plan. Considérons, par exemple, la plaque rectangulaire de la figure 12.1(a), parfaitement plane, articulée sur ses quatre bords et comprimée dans la direction de l'axe x . Si, pour une contrainte σ_x faible, on impose à la plaque une déformation w hors du plan, elle va revenir à sa position initiale après suppression de la cause ayant engendré la déformation. Pour une certaine contrainte $\sigma_x = \sigma_{crB}$ plus élevée, la plaque va rester dans sa position déformée et former une cloque (fig. 12.1(b)); elle est donc en équilibre indifférent (ou métastable) et on dit qu'elle a voilé. La contrainte σ_{crB} pour laquelle le voilement se produit est appelée *contrainte critique de voilement élastique* (l'indice B provient de l'allemand *Beulen*).

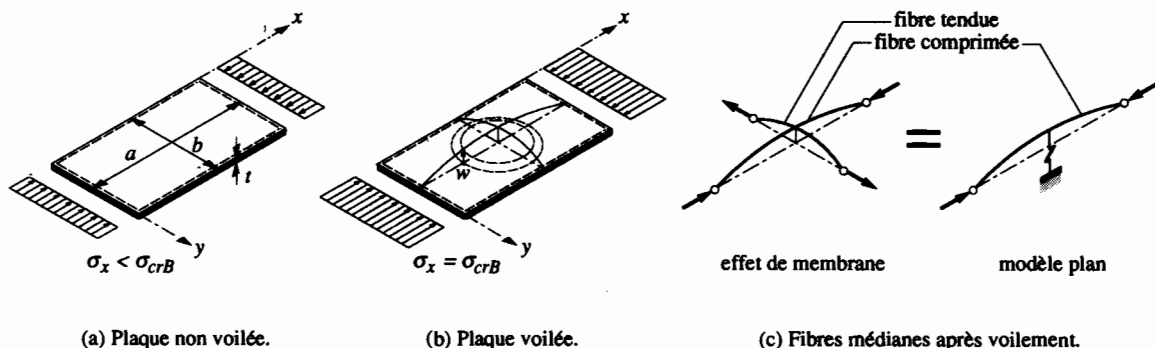


Fig. 12.1 Voilement d'une plaque.

Cependant, contrairement au flambage et au déversement d'une barre, le voilement élastique ne correspond pas à la ruine de la plaque. En effet, si l'on continue de charger la plaque déjà voilée, elle va pouvoir résister davantage, au contraire d'une barre isolée, pour laquelle le flambage signifie la ruine. Cette différence de comportement s'explique par le fait qu'une barre qui flambe n'est pas retenue dans sa déformation, alors qu'un effet de membrane intervient dans une plaque.

Dans l'exemple de la figure 12.1(b), seule la partie médiane de la plaque, disposée dans la direction de la sollicitation, «flambe» lorsque la contrainte critique est atteinte. Ensuite, si l'on dépasse cette contrainte, les fibres comprimées sont retenues par les fibres perpendiculaires qui, elles, sont tendues (fig. 12.1(c)). Dans un modèle plan, tout se passe comme si des ressorts empêchaient les fibres comprimées de se déformer librement. Il est évident que l'effet de membrane ne peut se développer que si les fibres tendues ont la possibilité de s'ancrer à leurs extrémités. Cela implique que la plaque doit être appuyée sur au moins un bord parallèle aux sollicitations.

Le but de ce chapitre est d'examiner le phénomène d'instabilité qu'est le voilement des plaques comprimées, en mettant en évidence les principaux paramètres qui régissent ce phénomène. Pour atteindre ce but, le chapitre est structuré ainsi :

- Section 12.2. Présentation de la théorie linéaire du voilement élastique (phénomène d'instabilité par bifurcation).
- Section 12.3. Etude de la résistance ultime au voilement d'une plaque réelle.

Cette matière représente les connaissances de base qui sont utilisées dans les chapitres 5 et 6 relatifs respectivement aux éléments fléchis et comprimés, ainsi que dans les volumes 11 et 12 pour la définition de la résistance ultime respectivement des éléments à parois minces et des poutres composées à âme pleine, qui font partie des nombreux éléments (fig. 12.2) pour lesquels le phénomène du voilement peut jouer un rôle.

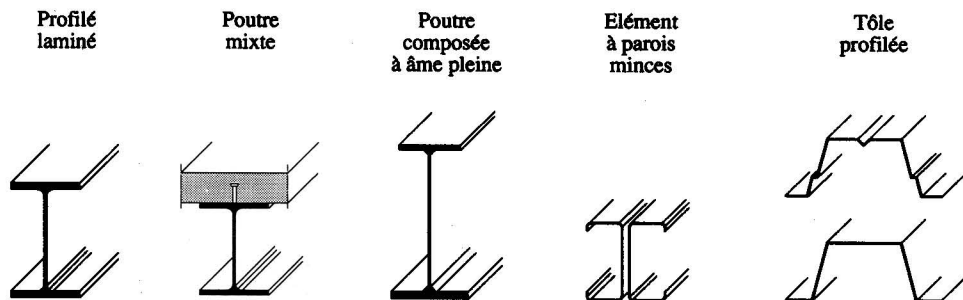


Fig. 12.2 Eléments de construction concernés par le phénomène du voilement.

12.2 Théorie linéaire du voilement élastique

12.2.1 Contrainte critique de voilement élastique

Soit la plaque rectangulaire, articulée sur ses quatre bords, de la figure 12.1. En considérant le voilement comme un phénomène d'instabilité par bifurcation de l'équilibre, on peut calculer la valeur de la contrainte critique de voilement élastique σ_{crB} en se basant sur les hypothèses suivantes :

- la plaque est initialement parfaitement plane,
- les déformations hors du plan lors du voilement sont faibles,
- la plaque est sollicitée par des charges agissant dans son plan moyen,
- le matériau est infiniment élastique linéaire.

En considérant l'état d'équilibre de la plaque déformée (équilibre indifférent), on peut écrire l'équation différentielle suivante, selon [12.1] :

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + 2 \frac{d^4 w}{dx^2 dy^2} + \frac{d^4 w}{dy^4} = \frac{N_x}{D} \frac{d^2 w}{dx^2} \quad (12.1)$$

- w : déformation de la plaque, perpendiculairement à son plan
 N_x : effort normal par unité de longueur ($N_x = \sigma_x t$)
 D : rigidité de la plaque pour une largeur b unitaire $\left(D = \frac{t^3 E}{12 (1 - \nu^2)} \right)$
 t : épaisseur de la plaque
 ν : coefficient de contraction latérale (Poisson)

En supposant que la plaque se déforme selon une surface de forme sinusoïdale représentée par l'équation

$$w = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \sin \frac{m \pi x}{a} \sin \frac{n \pi y}{b} \quad (12.2)$$

m : nombre de demi-ondes (cloques) dans le sens x

n : nombre de demi-ondes (cloques) dans le sens y

on peut calculer la charge critique de voilement élastique N_{crB} en substituant la valeur de w (12.2) dans (12.1). En tenant compte des conditions de bord de la plaque, on obtient par intégration le résultat suivant :

$$N_x = \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \frac{\pi^2 a^2 D}{m^2} \quad (12.3)$$

La valeur N_{crB} cherchée correspond au minimum de la fonction de N_x donnée par (12.3). Celui-ci est obtenu pour une valeur $n = 1$, ce qui veut dire qu'il n'y aura qu'une seule demi-onde (ou une seule cloque) dans le sens y , mais qu'il peut y en avoir plusieurs dans le sens x .

En remplaçant la rigidité de la plaque D par sa valeur et en posant $\alpha = a/b$, on obtient

$$N_{crB} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E t}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (12.4)$$

d'où l'on tire la *contrainte critique de voilement élastique* :

$$\sigma_{crB} = \frac{N_{crB}}{t} = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (12.5)$$

En définissant le *coefficient de voilement* k par

$$k = \left(\frac{m}{\alpha} + \frac{\alpha}{m} \right)^2 \quad (12.6)$$

et la contrainte de référence d'Euler σ_E par la relation suivante, qui ne dépend pas de la limite d'élasticité du matériau mais de la géométrie (élancement t/b) de la plaque,

$$\text{en général :} \quad \sigma_E = \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (12.7a)$$

$$\text{pour l'acier :} \quad \sigma_E [\text{N/mm}^2] = 190\,000 \left(\frac{t}{b} \right)^2 \quad (12.7b)$$

la contrainte critique de voilement élastique donnée par (12.5) peut s'exprimer ainsi :

$$\sigma_{crB} = k \sigma_E \quad (12.8)$$

12.2.2 Coefficient de voilement

Comme le montre (12.8), la contrainte critique de voilement élastique σ_{crB} est directement proportionnelle au coefficient de voilement k . Il est donc nécessaire d'examiner soigneusement les paramètres qui ont une influence sur sa valeur.

Influence du nombre de cloques de voilement

Dans l'exemple de la figure 12.1, on a un voilement en une seule demi-onde (une cloque, $m = 1$). Le coefficient de voilement donné par (12.6) s'exprime alors ainsi :

$$k = \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{\alpha}{1} \right)^2 \quad (12.9)$$

La figure 12.3(a) montre que cette expression représente une courbe qui passe par une valeur minimale $k_{min} = 4.0$, obtenue en posant $dk/d\alpha = 0$, d'où $\alpha = 1$. Si le voilement se produit en deux demi-ondes ($m = 2$), on a :

$$k = \left(\frac{2}{\alpha} + \frac{\alpha}{2} \right)^2 \quad (12.10)$$

Et l'on obtient la courbe de la figure 12.3(b) qui donne en posant $dk/d\alpha = 0$, $k_{min} = 4.0$ pour $\alpha = 2$. La courbe correspondant au voilement en m demi-ondes se déduit de la courbe fondamentale ($m = 1$), en multipliant toutes les abscisses α par m , sans changer les ordonnées (affinité horizontale). L'ensemble de ces courbes est représenté à la figure 12.3(c).

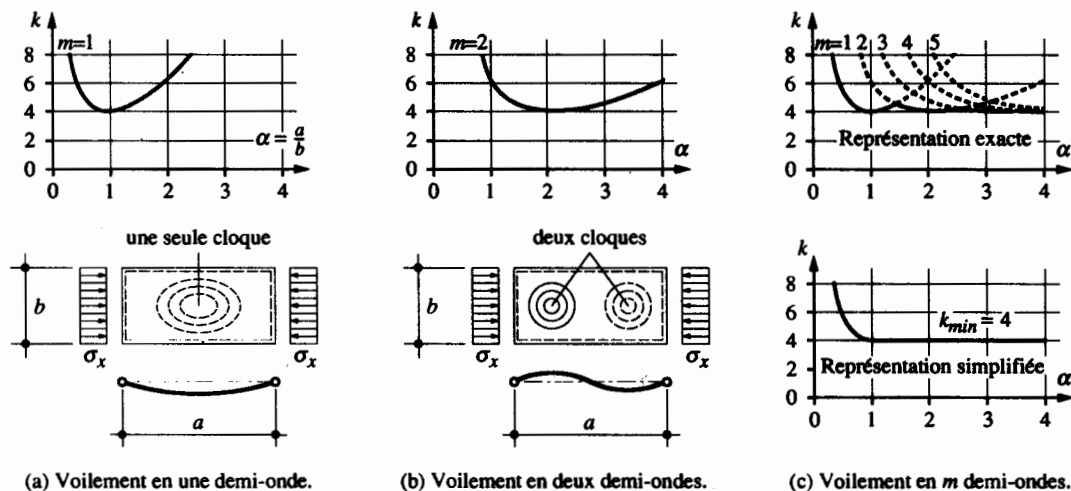


Fig. 12.3 Valeurs du coefficient de voilement k .

On peut dès lors déterminer la contrainte critique de voilement élastique pour une plaque dont le rapport $\alpha = a/b$ est connu. En effet, le voilement va se produire pour la plus petite valeur possible de la contrainte critique de voilement élastique σ_{crB} et par conséquent du coefficient de voilement k . On constate que pour $\alpha \geq 1$, la valeur de k ne varie pas sensiblement. On peut donc adopter la représentation simplifiée et conservatrice de la figure 12.3(c), où l'on remplace les courbes festonnées par une droite horizontale d'ordonnée $k_{min} = 4.0$.

Le cas de la plaque articulée sur ses quatre bords et simplement comprimée peut être considéré comme le cas fondamental de voilement. Il est possible d'établir les courbes $k = f(\alpha)$ pour d'autres cas de sollicitations (contraintes normales variant le long du bord, contraintes agissant dans deux directions, cisaillement, etc.) et pour d'autres conditions de bord (bord libre, encastré), en intégrant l'équation différentielle relative à chaque cas. Les tables de Klöppel [12.2] [12.3] contiennent un grand nombre de cas rencontrés dans la pratique.

Influence des conditions de bord

Le cas de la plaque rectangulaire articulée sur ses quatre bords ne constitue qu'un cas particulier d'éléments pouvant être sensibles au phénomène du voilement. La figure 12.4 montre les autres conditions de bord possibles, ainsi que leur représentation symbolique. Le type de condition de bord à introduire dans le calcul dépend du comportement réel du bord de la plaque, qui est influencé par sa liaison avec les éléments adjacents. Pratiquement, les plaques ne sont jamais parfaitement articulées ou encastrées, étant donné qu'elles constituent en général les parois d'éléments de construction tels que par exemple ceux illustrés à la figure 12.2. On admet souvent, par mesure de simplification, que ces éléments plans sont articulés sur leurs bords, ce qui est une hypothèse conservatrice. Pour un profilé laminé par exemple, il existe en réalité un certain encastrement de l'âme dans les ailes, qui représentent des appuis à ressort ayant une certaine rigidité flexionnelle.

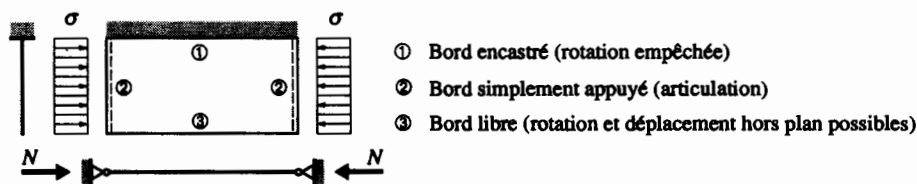


Fig. 12.4 Représentation symbolique des conditions de bord.

Les coefficients de voilement de plaques comprimées dans une direction, dont les bords parallèles à la direction de la sollicitation sont une fois simplement appuyés et une autre fois encastrés, sont comparés à la figure 12.5(a). Cela met en évidence que plus une plaque est tenue rigidement sur ses bords, plus elle résiste au voilement (elle a un coefficient de voilement plus élevé). Il est possible de faire l'analogie avec une barre comprimée encastrée à ses deux extrémités, dont la charge critique de flambage est plus élevée que celle de la même barre mais articulée.

Le cas d'une section en caisson simplement comprimée est illustré à la figure 12.5(b). Le diagramme montre la variation du coefficient de voilement k des âmes en fonction des dimensions relatives des parois du caisson [12.4]. L'effet d'encastrement que produisent les semelles sur les âmes du caisson est mis en évidence lorsque le rapport t/d des épaisseurs des semelles et des âmes passe de 1 à 2.

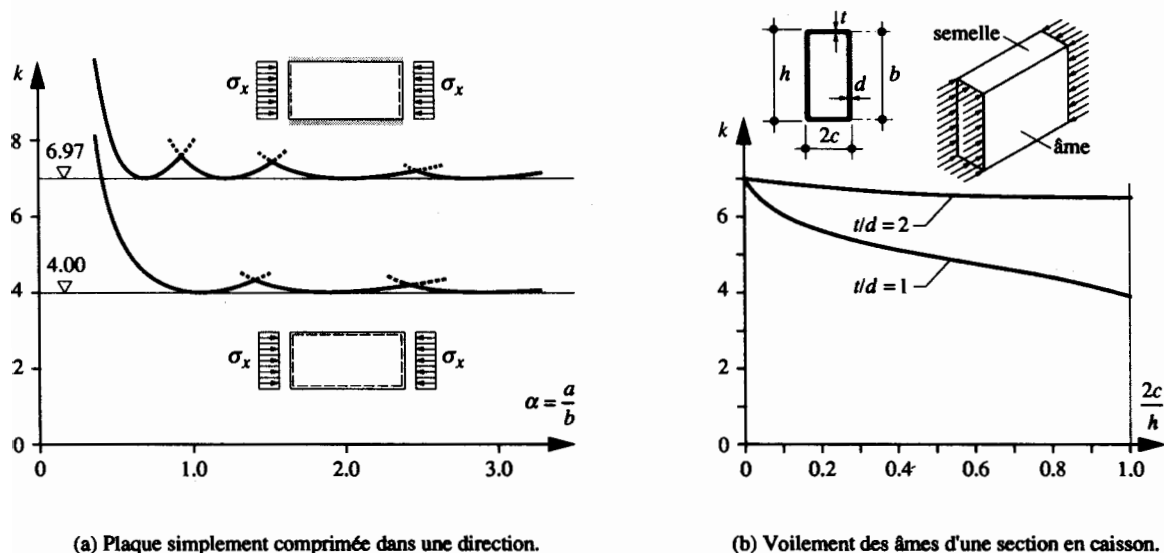


Fig. 12.5 Influence des conditions de bord.

Influence du type de sollicitation

Le cas de sollicitation le plus général est le cas de la plaque soumise à des forces extérieures provoquant des contraintes normales σ_x et σ_y , ainsi que des contraintes de cisaillement τ . Nous n'aborderons ici que le cas des plaques sollicitées dans une seule direction, en examinant successivement l'effet des contraintes normales, des contraintes de cisaillement et des sollicitations composées.

• Contraintes normales

Les contraintes normales dans une plaque peuvent être dues à de la traction, à de la compression ou à de la flexion. Pour les plaques soumises à des contraintes de traction, il n'y a pas de problème d'instabilité. Mais dès qu'une partie de la plaque est comprimée, il y a danger de voilement. Ce danger s'accroît au fur et à mesure que la zone comprimée augmente, ce qui se traduit par une diminution du coefficient de voilement.

La figure 12.6(a) montre la variation du coefficient de voilement k d'une plaque articulée sur ses quatre bords pour les cas suivants :

- compression pure (courbe ① identique à celle de la figure 12.5(a)), où l'on a $k_{min} = 4.00$,
- flexion pure (courbe ②), pour laquelle on a $k_{min} = 23.90$.

La courbe ③ de la figure 12.6(b) montre quant à elle la variation du coefficient de voilement k en fonction du rapport ψ des contraintes extrêmes dans le cas de la flexion composée. On y retrouve les valeurs de $k = 4.0$ et 23.9 correspondant respectivement à la compression pure et à la flexion pure.

• Contraintes de cisaillement

Pour une plaque cisailée, l'état déformé de la plaque permet de voir qu'il se forme une bielle comprimée et une bielle tendue (fig. 12.6(a)). Le voilement peut alors être assimilé au «flambage» de la

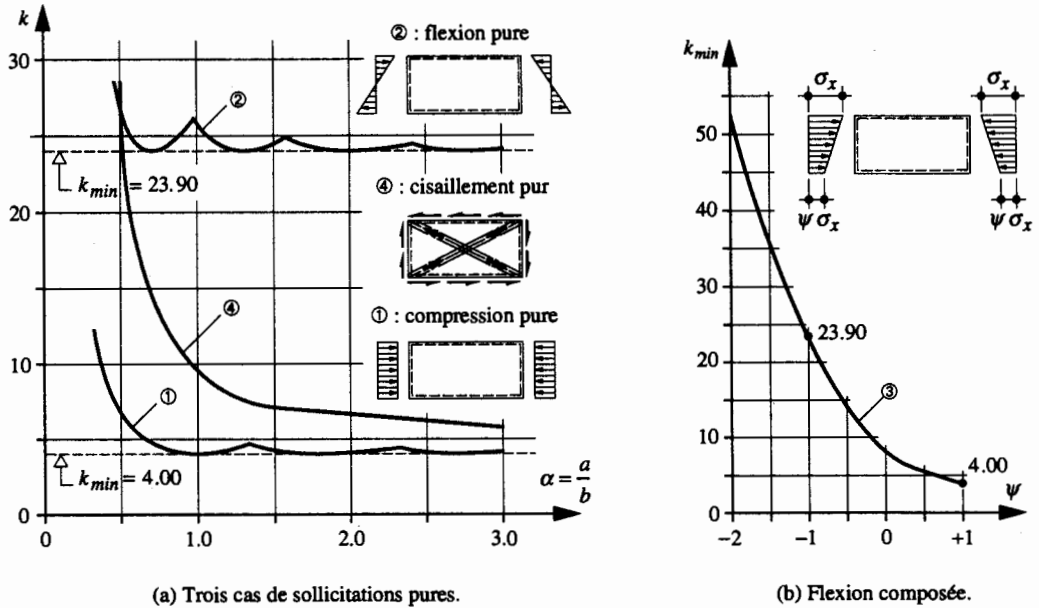


Fig. 12.6 Valeurs du coefficient de voilement k en fonction du type de sollicitation.

bielle comprimée hors du plan de la plaque, la bielle tendue contribuant à l'effet de membrane. Le coefficient de voilement pour ce cas de sollicitation est donné à la figure 12.6(a) par la courbe ④.

• Sollicitations composées






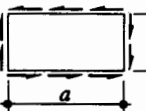
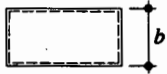





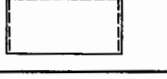

Pour les plaques soumises simultanément à des contraintes normales et à des contraintes de cisaillement, il existe des relations d'interaction approchées, basées sur le critère de plastification de von Mises, permettant de tenir compte de la combinaison de ces efforts. Ces relations aboutissent au calcul d'une contrainte fictive appelée *contrainte critique de comparaison* σ_{gr} [12.4] [12.5] [12.6]. La relation (12.11), tirée de [12.5], exprime la valeur de σ_{gr} pour une plaque soumise à des contraintes normales σ_x variant le long du bord, et à des contraintes de cisaillement τ :

$$\sigma_{gr} = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau^2}}{\frac{1+\psi}{4} \frac{\sigma_x}{\sigma_{x,crB}} + \sqrt{\left(\frac{3-\psi}{4} \frac{\sigma_x}{\sigma_{x,crB}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{cr}}\right)^2}} \quad (12.11)$$

- ψ : rapport entre la plus petite et la plus grande contrainte (avec leurs signes) le long du bord de largeur b
- σ_x : contrainte de compression maximale (fig. 12.6(b))
- $\sigma_{x,crB}$: contrainte critique de voilement élastique de la plaque soumise uniquement aux contraintes normales
- τ_{cr} : contrainte tangentielle critique de la plaque soumise uniquement au cisaillement ($\tau_{cr} = k \sigma_E$)

Le tableau 12.7 résume les valeurs minimales du coefficient de voilement k pour quelques cas courants, en considérant différents types de sollicitations et de conditions de bord. Les cellules vides de ce tableau correspondent à des situations qui n'ont pas été étudiées de façon particulière.

Tableau 12.7 Valeurs minimales du coefficient de voilement k pour différents types de sollicitations et de conditions de bord.

Conditions de bord	Contraintes normales					Contraintes de cisaillement (formules approchées)
						
	4.00	5.32	7.81	13.40	23.9	$\alpha \geq 1 : k = 5.34 + (4.00/\alpha^2)$ $\alpha \leq 1 : k = 4.00 + (5.34/\alpha^2)$
	6.97	9.27	13.54	24.5	39.52	$\alpha \geq 1 : k = 9.00 + (3.30/\alpha^2)$ $\alpha \leq 1 : k = 7.00 + (5.30/\alpha^2)$
	5.41		11.73		39.52	$\alpha \geq 1 : k = 7.50 + (4.00/\alpha^2)$ $\alpha \leq 1 : k = 6.50 + (5.00/\alpha^2)$
	5.41		9.54		23.94	
	1.28		5.91			
	1.28		1.608		2.134	
	0.426		1.702			
	0.426		0.567		0.851	

12.2.3 Plaques munies de raidisseurs

Fonction d'un raidisseur

Nous avons vu, lors de l'étude des phénomènes de flambage et de déversement, que l'on peut augmenter considérablement la résistance ultime d'une barre fléchie ou comprimée en disposant des appuis intermédiaires. De même, dans le cas d'une plaque comprimée, une augmentation de la charge critique de voilement est possible en créant des appuis linéaires au moyen de raidisseurs. La plaque est alors subdivisée en plusieurs panneaux (fig. 12.8).

La charge critique d'une plaque raidie est fonction de la position du raidisseur et de sa rigidité. Si le raidisseur est très souple, il est entraîné par la plaque dans sa déformation; il constitue dans ce cas un appui élastique. S'il possède, au contraire, une certaine rigidité (que nous allons définir plus loin), il crée un appui fixe. La figure 12.8 illustre l'exemple d'une plaque articulée sur ses quatre bords, simplement comprimée dans une direction et munie d'un raidisseur longitudinal.

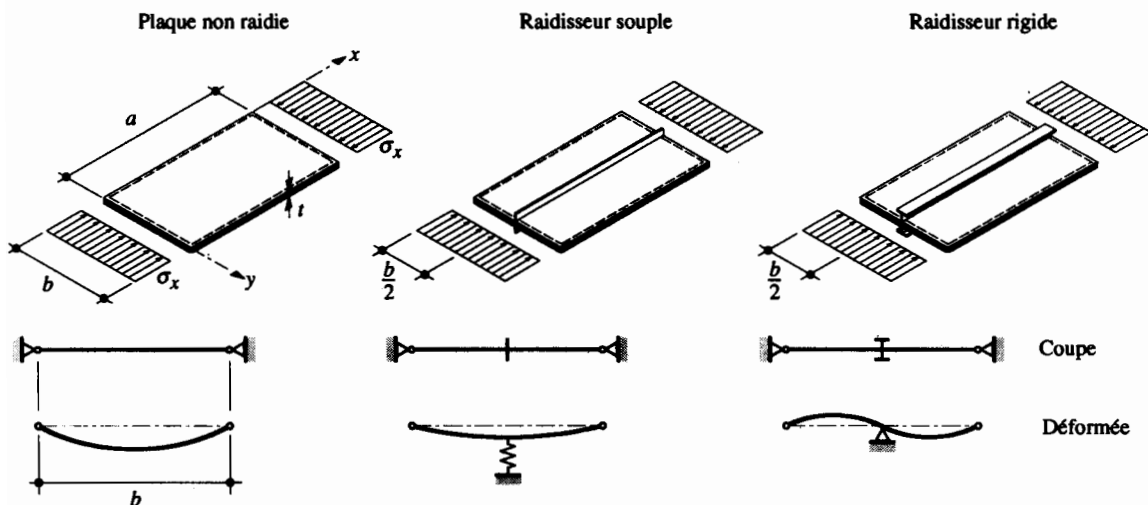


Fig. 12.8 Influence d'un raidisseur sur le mode de voilement.

Exemple 12.1 Influence d'un raidisseur sur la contrainte critique de voilement élastique

Soit une plaque articulée sur ses quatre bords, sollicitée dans une direction à la compression pure. Les dimensions de la plaque sont $a = 2400$ mm, $b = 1200$ mm et $t = 10$ mm (fig. 12.9).

Déterminer la contrainte critique de voilement élastique de la plaque pour les trois cas suivants : plaque non raidie, plaque raidie avec un raidisseur rigide, plaque raidie avec un raidisseur souple.

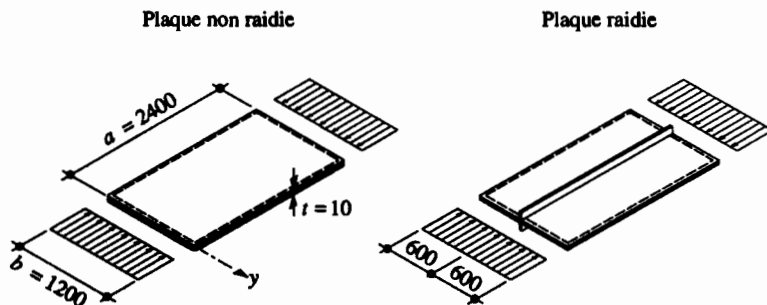


Fig. 12.9 Plaque non raidie ou raidie.

- Plaque non raidie (voilement en une seule demi-onde selon y) :

La contrainte de référence selon Euler vaut, selon (12.7b) :

$$\sigma_E = 190\,000 \left(\frac{t}{b} \right)^2 = 190\,000 \left(\frac{10}{1200} \right)^2 = 13.2 \text{ N/mm}^2$$

Pour une plaque articulée sur ses quatre bords et sollicitée en compression pure, le coefficient de voilement vaut $k = 4.0$ (fig. 12.3). La contrainte critique de voilement élastique vaut ainsi (12.8) :

$$\sigma_{crB} = k \sigma_E = 4.0 \cdot 13.2 \text{ N/mm}^2 = 53 \text{ N/mm}^2$$

- Plaque raidie avec un raidisseur rigide (voilement en deux demi-ondes selon y) :

De façon analogue au cas de la plaque non raidie, on obtient, avec $b = 600 \text{ mm}$ et $k = 4.0$:

$$\sigma_E = 190\,000 \left(\frac{t}{b} \right)^2 = 190\,000 \left(\frac{10}{600} \right)^2 = 52.8 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{crB} = k \sigma_E = 4.0 \cdot 52.8 \text{ N/mm}^2 = 211 \text{ N/mm}^2$$

- Plaque raidie avec un raidisseur souple :

Selon la rigidité du raidisseur on aura :

$$53 \text{ N/mm}^2 \leq \sigma_{crB} \leq 211 \text{ N/mm}^2$$

Cet exemple montre que le fait de créer un appui linéaire au moyen d'un raidisseur permet, suivant sa rigidité, de quadrupler la valeur de la contrainte critique de voilement élastique.

Position optimale et rigidité nécessaire d'un raidisseur

Pour que l'efficacité du raidisseur soit maximale, celui-ci doit être placé au droit du sommet de la cloque de la plaque non raidie, afin de créer une nouvelle ligne nodale de la déformée de la plaque (ligne où la déformation de la plaque hors de son plan est nulle). Le voilement est ainsi forcé de se faire en deux demi-ondes. Pour une plaque articulée simplement comprimée (fig. 12.8), le raidisseur doit donc être placé à une distance $b/2$ du bord de la plaque. Si l'on considère le voilement en trois demi-ondes, on doit disposer deux raidisseurs positionnés au tiers de la largeur b . La figure 12.10 montre la position optimale des raidisseurs pour trois cas de sollicitation d'une plaque simplement appuyée sur ses quatre bords.

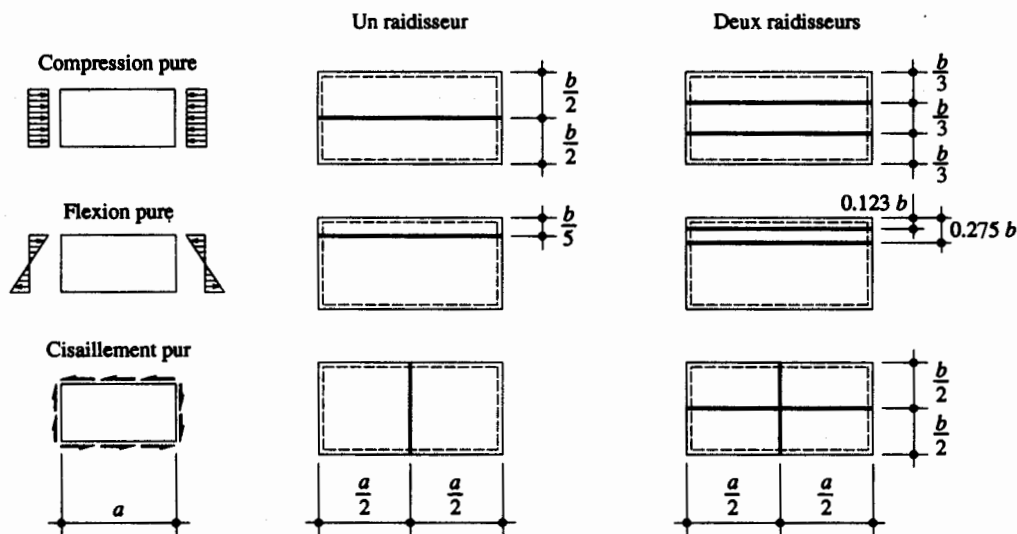


Fig. 12.10 Position optimale des raidisseurs sur une plaque en fonction du type de sollicitation.

Afin de créer un appui linéaire, un raidisseur doit posséder une certaine rigidité. En supposant que les raidisseurs sont disposés symétriquement par rapport au plan de la plaque (ils sont de ce fait soumis à une compression centrée et à un moment de flexion dû à la déformation hors du plan de la plaque), leur rigidité peut être calculée en ajoutant dans l'équation différentielle (12.1) des termes tenant compte de l'effet du raidisseur [12.7]. L'intégration de cette nouvelle équation différentielle permet alors, en tenant compte des conditions aux limites (déformation hors du plan nulle sur les bords et au droit du raidisseur), d'obtenir la valeur de la rigidité nécessaire du raidisseur pour créer un appui linéaire.

En définissant la rigidité relative χ_s d'un raidisseur comme étant le rapport des rigidités du raidisseur et de la plaque (l'indice s provient de l'allemand *Steife* et de l'anglais *Stiffener*)

$$\text{en général :} \quad \chi_s = \frac{E I_s}{D b} \quad (12.12a)$$

$$\text{pour l'acier :} \quad \chi_s = \frac{10.92 I_s}{b t^3} \quad (12.12b)$$

I_s : inertie du raidisseur par rapport au plan moyen de la plaque

on peut déterminer la variation du coefficient de voilement k en fonction de la rigidité relative χ_s (fig. 12.11). Le raidisseur représente un appui fixe pour la plaque lorsque sa rigidité relative est égale ou supérieure à la rigidité relative nécessaire $\chi_{s,néc}$:

$$\chi_s \geq \chi_{s,néc} \quad (12.13)$$

$\chi_{s,néc}$: rigidité relative nécessaire d'un raidisseur pour qu'il constitue un appui fixe

Pour toutes les valeurs où la condition (12.13) n'est pas satisfaite ($\chi_s < \chi_{s,néc}$), le raidisseur ne crée qu'un appui élastique, voire même aucun appui.

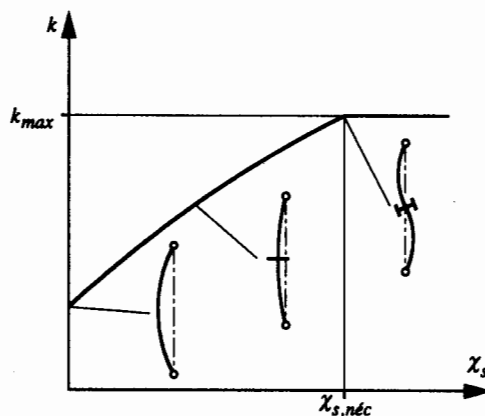


Fig. 12.11 Variation du coefficient de voilement en fonction de la rigidité relative d'un raidisseur.

Précisons encore, comme le montre la figure 12.12 tirée de [12.4], que la rigidité relative nécessaire $\chi_{s,néc}$ est encore fonction du rapport $\alpha = a/b$, ainsi que de l'aire relative δ_s du raidisseur, définie comme étant le rapport des aires du raidisseur et de la plaque :

$$\delta_s = \frac{A_s}{b t} \quad (12.14)$$

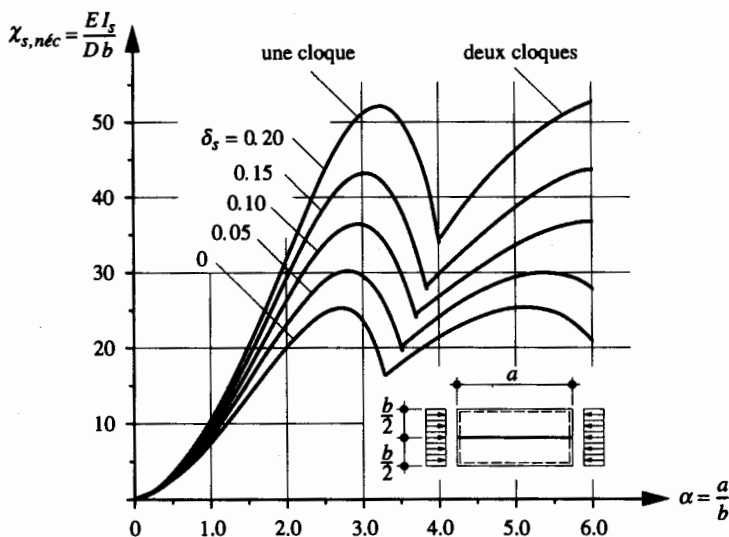


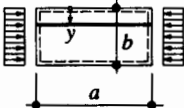
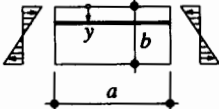
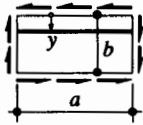
Fig. 12.12 Rigidité relative nécessaire d'un raidisseur pour qu'il constitue un appui fixe.

La valeur de $\chi_{s,néc}$ obtenue en considérant un raidisseur disposé au droit d'une ligne nodale (voilement en deux demi-ondes) est appelée rigidité relative nécessaire de *première espèce*. Si le raidisseur n'est pas situé dans cette position optimale (par exemple à $b/4$ au lieu de $b/2$ pour une plaque sollicitée en compression), il doit posséder une rigidité théoriquement infinie pour rester absolument rectiligne. Dans un tel cas, la valeur de $\chi_{s,néc}$, définissant la limite entre le voilement en une demi-onde et deux demi-ondes, est appelée rigidité relative nécessaire de *deuxième espèce*.

De nombreux cas pratiques sont traités dans les tables de Klöppel et Scheer [12.2] [12.3]. Nous donnons au tableau 12.13 quelques valeurs de $\chi_{s,néc}$ pour des plaques comportant un ou deux raidisseurs longitudinaux sans rigidité torsionnelle. Concernant la notation utilisée dans ce tableau 12.13, il est nécessaire de préciser que :

- la rigidité relative nécessaire $\chi_{s,néc}$ représente celle d'un *seul* raidisseur,
- l'aire relative δ_s représente également celle d'un *seul* raidisseur, placé symétriquement par rapport à la plaque (un seul raidisseur peut être constitué de deux fers plats, deux cornières, etc.),
- la distance y correspond à la position du ou des raidisseurs par rapport au bord supérieur de la plaque.

Tableau 12.13 Valeurs de la rigidité relative nécessaire $\chi_{s,néc}$ pour différents cas.

	y	$\alpha = \frac{a}{b}$	Rigidité relative nécessaire $\chi_{s,néc}$
Compression pure $(\tau = 0)$ 	$\frac{b}{2}$	$\alpha \leq \sqrt{8(1+2\delta_s)-1}$	$-\frac{1}{2}\alpha^4 + [8(1+2\delta_s)-1]\alpha^2 + \delta_s + \frac{1}{2}$
	$\frac{b}{2}$	$\alpha \geq \sqrt{8(1+2\delta_s)-1}$	$\frac{1}{2}[8(1+2\delta_s)-1]^2 + \delta_s + \frac{1}{2}$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$\alpha \leq \sqrt{18(1+3\delta_s)-1}$	$-\frac{1}{3}\alpha^4 + \frac{2}{3}[18(1+3\delta_s)-1]\alpha^2 + \delta_s + \frac{1}{3}$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$\alpha \geq \sqrt{18(1+3\delta_s)-1}$	$\frac{1}{3}[18(1+3\delta_s)-1]^2 + \delta_s + \frac{1}{3}$
Flexion pure $(\tau = 0)$ 	$\frac{b}{2}$	$\alpha \geq 0.5$	1.5
	$\frac{b}{3}$	$0.5 \leq \alpha \leq \sqrt{1.6+8\delta_s}$	$-1.1\alpha^4 + (3.5+17.6\delta_s)\alpha^2 + 0.7$
	$\frac{b}{3}$	$\alpha \geq \sqrt{1.6+8\delta_s}$	$3.4+27.7\delta_s+70.4\delta_s^2$
	$\frac{b}{4}$	$0.5 \leq \alpha \leq \sqrt{3.06+17.4\delta_s}$	$-1.21\alpha^4 + (7.41+42\delta_s)\alpha^2 + 1$
	$\frac{b}{4}$	$\alpha \geq \sqrt{3.06+17.4\delta_s}$	$12.3+130\delta_s+370\delta_s^2$
	$\frac{b}{5}$	$0.5 \leq \alpha \leq \sqrt{5.14+25.2\delta_s}$	$-1.54\alpha^4 + (15.82+77.6\delta_s)\alpha^2 + 3.55$
	$\frac{b}{5}$	$\alpha \geq \sqrt{5.14+25.2\delta_s}$	$43.4+381\delta_s+1080\delta_s^2$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$\alpha \geq 0.7$	$(3.33+16.67\delta_s)(\alpha-0.1)$ mais $\chi_{s,néc} \leq 26\delta_s+3$
Cisaillement pur $(\sigma = 0)$ 	$\frac{b}{2}$	$0.7 \leq \alpha \leq 1.1$	$210(\alpha-0.4)^4+7.5$
	$\frac{b}{2}$	$1.1 \leq \alpha \leq 3.5$	$18(4.1-\alpha)(\alpha-2.1)^3+108(\alpha-2.1)+220$
	$\frac{b}{3}$	$0.7 \leq \alpha \leq 1.6$	$(10-2.38\alpha)\alpha^4$
	$\frac{b}{3}$	$1.6 \leq \alpha \leq 3.0$	$90.6-[35/(\alpha-0.9)]$
	$\frac{b}{4}$	$0.5 \leq \alpha \leq 1.5$	$4.16\alpha^4+5(\alpha-1)(\alpha-0.7)$
	$\frac{b}{4}$	$1.5 \leq \alpha \leq 4.0$	$40-[5.1/(\alpha-1.2)]$
	$\frac{b}{5}$	$0.5 \leq \alpha \leq 1.3$	$19.5(\alpha-0.5)^3+0.5$
	$\frac{b}{5}$	$1.3 \leq \alpha \leq 2.5$	$35-17(2.5-\alpha)^2$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$0.5 \leq \alpha \leq 1.0$	$50\alpha^3+10\alpha$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$1.0 \leq \alpha \leq 2.2$	$\frac{1}{3}(550\alpha-370)$
	$\frac{b}{3}$ et $\frac{2b}{3}$	$2.2 \leq \alpha \leq 3.5$	$370-41(3.5-\alpha)^3$
	$\frac{b}{4}$ et $\frac{b}{2}$	$0.7 \leq \alpha \leq 2.5$	$34.4\alpha-19$
	$\frac{b}{4}$ et $\frac{b}{2}$	$2.5 \leq \alpha \leq 4.0$	$66\alpha-98$

Exemple 12.2 Rigidité nécessaire d'un raidisseur

Soit la plaque examinée dans l'exemple 12.1, articulée sur ses quatre bords et sollicitée dans une direction à la compression pure. Les dimensions de la plaque sont $a = 2400$ mm, $b = 1200$ mm et $t = 10$ mm (fig. 12.14). Elle comporte un raidisseur longitudinal, symétrique par rapport au plan de la plaque, constitué par deux fers plats FLA 80 · 12.

Vérifier que ce raidisseur possède une rigidité suffisante pour constituer un appui fixe selon la théorie du voilement élastique.

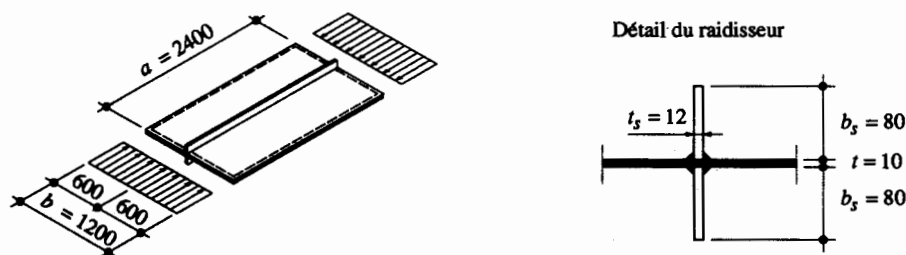


Fig. 12.14 Plaque sollicitée à la compression pure et munie d'un raidisseur.

L'inertie du raidisseur par rapport à son plan moyen vaut :

$$I_s = \frac{t_s [(2 b_s + t)^3 - t^3]}{12} = \frac{12 \text{ mm} [(2 \cdot 80 \text{ mm} + 10 \text{ mm})^3 - (10 \text{ mm})^3]}{12} = 4.91 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

La rigidité relative du raidisseur vaut ainsi, selon (12.12b) :

$$\chi_s = \frac{10.92 I_s}{b t^3} = \frac{10.92 \cdot 4.91 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{1200 \text{ mm} (10 \text{ mm})^3} = 44.7$$

L'aire relative du raidisseur (12.14) permet de déterminer, à l'aide du tableau 12.13 (ou de la figure 12.12), la rigidité relative nécessaire :

$$\delta_s = \frac{A_s}{b t} = \frac{2 \cdot 80 \text{ mm} \cdot 12 \text{ mm}}{1200 \text{ mm} \cdot 10 \text{ mm}} = 0.16$$

$$\alpha = \frac{a}{b} = \frac{2400 \text{ mm}}{1200 \text{ mm}} = 2 \leq \sqrt{8(1 + 2 \delta_s) - 1} = \sqrt{8(1 + 2 \cdot 0.16) - 1} = 3.09$$

$$\chi_{s,néc} = -\frac{\alpha^4}{2} + [8(1 + 2 \delta_s) - 1] \alpha^2 + \delta_s + \frac{1}{2} = -\frac{2^4}{2} + [8(1 + 2 \cdot 0.16) - 1] 2^2 + 0.16 + \frac{1}{2} = 30.9$$

La relation (12.13) permet de s'assurer que le raidisseur est suffisamment rigide pour constituer un appui fixe selon la théorie linéaire du voilement élastique :

$$\chi_s = 44.7 > \chi_{s,néc} = 30.9.$$

12.3 Résistance ultime au voilement

12.3.1 Principes

La théorie linéaire du voilement élastique considère un phénomène d'instabilité par bifurcation, en se basant sur les hypothèses restrictives formulées au paragraphe 12.2.1. La réalité est en fait passablement différente, comme nous allons le montrer en analysant d'abord ces différentes hypothèses de base :

- *Plaque initialement parfaitement plane.* Les tôles présentent des déformations initiales dues à la fabrication et elles ne sont pas rigoureusement planes. Des mesures effectuées dans différents laboratoires et sur des ouvrages existants ont montré que l'on pouvait avoir des déformations initiales de l'ordre de 0.2 à $1.0 t$, où t est l'épaisseur de la plaque. Précisons que ces déformations initiales doivent toutefois rester inférieures aux tolérances de laminage (§ 3.2.6).

Il s'ensuit que le voilement ne peut plus être considéré comme un phénomène d'instabilité par bifurcation (fig. 12.15, courbe a), mais qu'il faut tenir compte des imperfections initiales w_0 . Le comportement réel de la plaque (courbe b) montre que les déformations d'une plaque hors de son plan croissent au fur et à mesure que la charge augmente. Si la plaque n'était pas appuyée le long de ses bords de longueur a , son comportement serait similaire à celui d'une barre comprimée dont la résistance ultime correspondrait au flambage par divergence (fig. 10.8). A cause de l'effet de membrane, la résistance ultime d'une plaque est cependant plus grande que la charge critique de voilement élastique N_{crB} . Le gain de résistance ainsi obtenu est appelé *réserve post-critique*.

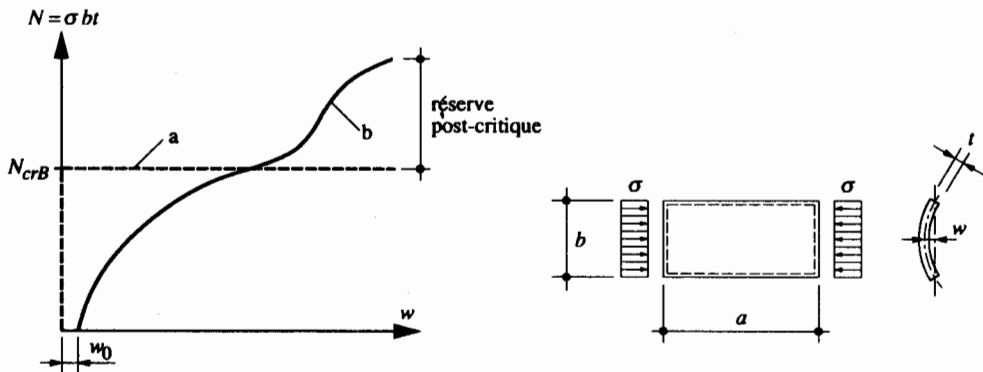


Fig. 12.15 Analyse du comportement d'une plaque comprimée.

- *Déformations hors du plan faibles.* Cette hypothèse concernant les déformations est valable pour la théorie linéaire du voilement élastique, qui ne va pas au-delà de la valeur de la charge critique N_{crB} . Comme la résistance ultime d'une plaque est en réalité supérieure à cette valeur (fig. 12.15, courbe b), cette théorie ainsi que l'hypothèse correspondante ne sont donc plus valables lorsque la charge critique est dépassée.
- *Charges centrées.* En pratique, il n'est pas possible d'assurer un centrage parfait des charges, qui dépend par ailleurs également de la planéité de la plaque.
- *Matériau infiniment élastique linéaire.* Cette condition n'est respectée que jusqu'à la limite d'élasticité f_y . Toutefois, même pour des contraintes inférieures à la limite d'élasticité, la présence de contraintes résiduelles dues au laminage des fers plats, au découpage au chalumeau des tôles ou aux soudures (§ 3.2.7 et 7.3.3) fait qu'une plastification de certaines fibres peut intervenir avant que les contraintes appliquées n'aient atteint f_y .

L'analyse du comportement d'une plaque dans le domaine post-critique est très complexe (théorie non linéaire) et nécessite un volume de calcul très important. C'est pourquoi l'on fait appel à des méthodes de

calcul simplifiées pour le dimensionnement. On peut schématiser le comportement d'une plaque mince comprimée de la manière suivante, en considérant deux phases distinctes, soit :

- Le domaine élastique, en-dessous de la charge critique, dans lequel la distribution des contraintes peut être admise uniforme.
- Le domaine post-critique, au-delà de la charge critique, dans lequel on observe un dérobement progressif de la plaque hors de son plan et où les contraintes n'ont plus une répartition uniforme (fig. 12.16). Les fibres situées près des bords longitudinaux sont davantage sollicitées que les fibres médianes. La raison de cette différence est due au fait que les fibres comprimées se déplacent hors du plan. Près des appuis, la déformation spécifique des fibres est plus grande que dans la zone médiane, car la déformation de la plaque est empêchée hors de son plan.

Pour le dimensionnement, on peut remplacer le diagramme des contraintes non uniforme par un diagramme uniforme dont la contrainte est égale à la contrainte maximale agissant sur les bords (fig. 12.16). Cette répartition uniforme des contraintes n'est cependant à considérer que sur une largeur réduite b_{ef} , appelée *largeur efficace*, définie de telle sorte que :

$$b_{ef} = \frac{\int \sigma_x(y) dy}{\sigma_{max}} \quad (12.15)$$

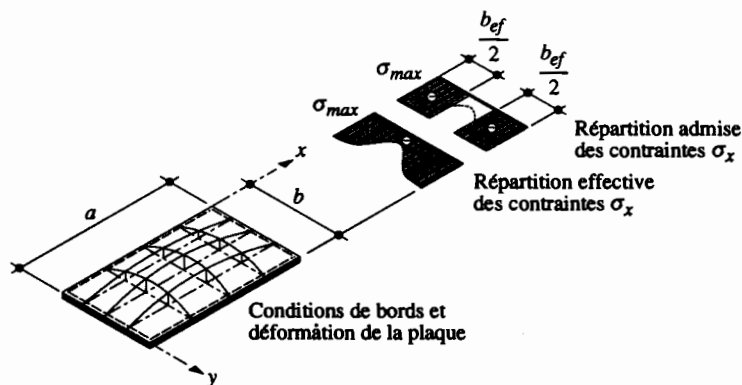


Fig. 12.16 Largeur efficace b_{ef} d'une plaque comprimée.

12.3.2 Largeur efficace et élancement limite

Le calcul de la largeur efficace b_{ef} a été abordé pour la première fois par von Karman [12.8]. Sa théorie est basée sur l'hypothèse que la contrainte critique de voilement élastique σ_{crB} d'une plaque fictive de largeur b_{ef} est au plus égale à σ_{max} :

$$\sigma_{crB,ef} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b_{ef}} \right)^2 = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{b}{b_{ef}} \right)^2 = \sigma_{crB} \left(\frac{b}{b_{ef}} \right)^2 = \sigma_{max} \quad (12.16)$$

D'où l'on peut tirer la largeur efficace :

$$b_{ef} = b \sqrt{\frac{\sigma_{crB}}{\sigma_{max}}} \quad (12.17)$$

σ_{crB} : contrainte critique de voilement élastique de la plaque en considérant la largeur totale b

σ_{max} : contrainte interne maximale au bord de la plaque

En général, la contrainte interne maximale σ_{max} est admise égale à la limite d'élasticité f_y . Elle peut cependant être inférieure à la limite d'élasticité dans certains cas particuliers, tels que :

- le flambage,
- le déversement,
- des éléments non sollicités au maximum de leur résistance ultime.

De même, lors des vérifications de l'aptitude au service, on introduit lors du calcul de la largeur efficace la valeur de la contrainte σ_{ser} due aux charges de service à la place de σ_{max}

En utilisant, par analogie avec le flambage (10.26), un *coefficient d'élançement* $\bar{\lambda}_B$ défini par la relation

$$\bar{\lambda}_B = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{crB}}} \quad (12.18)$$

la largeur efficace exprimée par (12.17) peut alors s'écrire sous la forme :

$$b_{ef} = \frac{b}{\bar{\lambda}_B} \quad (12.19)$$

En introduisant dans (12.17) la contrainte critique de voilement élastique définie par (12.5), von Karman a établi la relation générale pour la largeur efficace

$$b_{ef} = b \sqrt{k \frac{\pi^2 E}{12 (1 - \nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \frac{1}{\sigma_{max}}} \quad (12.20)$$

qui devient, pour le cas particulier d'une plaque en acier comprimée et articulée sur ses bords (donc pour laquelle $k = k_{min} = 4.0$) :

$$b_{ef} = 1.9 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \quad (12.21)$$

La théorie de von Karman donne cependant des résultats trop favorables, car les imperfections géométriques et structurales ont une influence non négligeable. Winter proposa alors une formule semi-

empirique pour le calcul de la largeur efficace d'une plaque simplement comprimée dont les bords sont articulés [12.9] :

$$b_{ef} = 1.9 t \sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \left(1 - \frac{0.415}{b/t} \sqrt{\frac{E}{\sigma_{max}}} \right) \quad (12.22)$$

Cette relation, qui est une amélioration de la formule initiale de von Karman, peut s'écrire pour l'acier sous la forme généralisée suivante :

$$b_{ef} = \frac{b}{\bar{\lambda}_B} \left(1 - \frac{0.22}{\bar{\lambda}_B} \right) \quad (12.23)$$

La norme SIA 161 prescrit quant à elle l'expression suivante comme valeur de calcul de la largeur efficace b_{ef} , valable pour $\bar{\lambda}_B > 0.9$ (pour un coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_B \leq 0.9$: $b_{ef} = b$) :

$$b_{ef} = 0.9 \frac{b}{\bar{\lambda}_B} \quad (12.24)$$

La figure 12.17 compare, pour les théories mentionnées ci-dessus, l'influence du coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_B$ sur le rapport entre la largeur efficace b_{ef} et la largeur totale b . Relevons que la courbe provenant de la théorie linéaire élastique peut être obtenue à partir de la relation (12.15), dans laquelle on remplace la contrainte $\sigma_x(y)$ par la contrainte critique de voilement élastique σ_{crB} donnée par (12.5). On obtient alors, par intégration, l'expression suivante :

$$b_{ef} = \frac{b}{\bar{\lambda}_B^2} \quad (12.25)$$

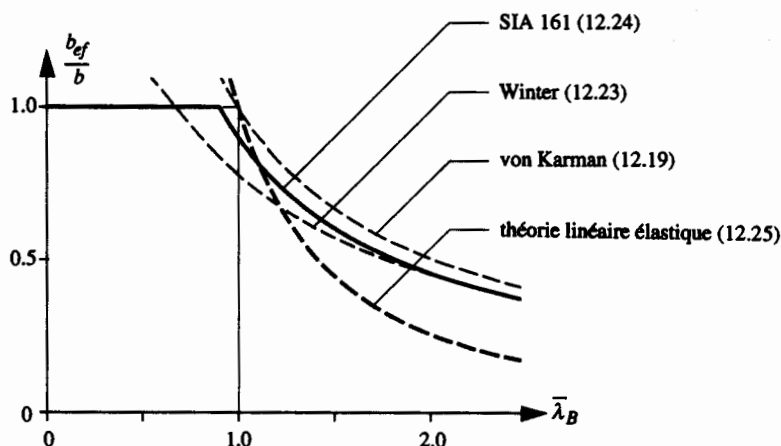


Fig. 12.17 Largeur efficace b_{ef} en fonction du coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_B$.

On remarque que, pour des plaques dont le coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_B$ est supérieur à environ 1.25, la résistance ultime est nettement supérieure à la charge critique de voilement élastique, contrairement au flambage, où l'effet de membrane et la réserve post critique n'existent pas. Pour des plaques à élancement moyen, les imperfections (déformations initiales, contraintes résiduelles) ont pour effet d'abaisser la résistance ultime. Les plaques à faible élancement ($\bar{\lambda}_B \leq 0.9$) ne sont pas influencées par le voilement; leur largeur efficace b_{ef} est donc égale à la largeur totale b .

Si l'on tient compte, lors de la vérification à la ruine, d'une plastification des sections ou même d'une redistribution des efforts intérieurs au moyen d'un calcul plastique, on doit éviter d'avoir un voilement local avant la ruine de l'élément. Les parois des éléments de construction doivent par conséquent respecter certaines conditions, qui dépendent du type de calcul effectué (§ 2.6.3). Selon la norme SIA 161 :

- $\bar{\lambda}_B \leq 0.9$ pour un calcul EE,
- $\bar{\lambda}_B \leq 0.7$ pour un calcul EP,
- $\bar{\lambda}_B \leq 0.6$ pour un calcul PP.

L'Eurocode 3 (§ 5.3.5) définit la largeur efficace d'une paroi comprimée sur une base similaire, qui a cependant l'avantage de s'appliquer à un rapport ψ des contraintes quelconque.

Exemple 12.3 Largeur efficace d'une semelle comprimée

Calculer la largeur efficace b_{ef} de la semelle comprimée (FLB 600 · 8) d'une poutre en caisson rectangulaire en acier Fe E 355, sollicitée par un moment de flexion (fig. 12.18).

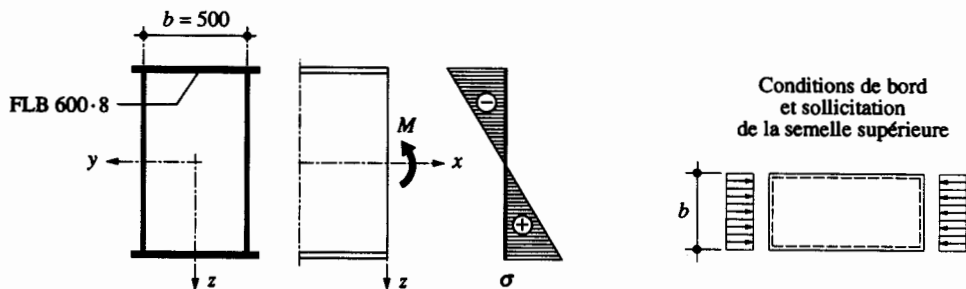


Fig. 12.18 Poutre en caisson soumise à un moment de flexion.

On peut étudier la semelle comme une plaque ayant une largeur b égale à la distance entre les âmes et une longueur correspondant à la distance entre les cloques de voilement. En admettant que les bords de la plaque sont articulés sur les âmes, le coefficient de voilement vaut $k = 4.0$ (tab. 12.7). On peut ainsi déterminer, avec (12.8) et (12.7b), la contrainte critique de voilement élastique :

$$\sigma_{crB} = k \sigma_E = 4.0 \cdot 190\,000 \left(\frac{t}{b} \right)^2 = 4.0 \cdot 190\,000 \left(\frac{8\text{ mm}}{500\text{ mm}} \right)^2 = 195\text{ N/mm}^2$$

En posant $\sigma_{max} = f_y$ pour le calcul du coefficient d'élancement $\bar{\lambda}_B$, on obtient, avec (12.18) et (12.24), la largeur efficace suivante :

$$\bar{\lambda}_B = \sqrt{\frac{\sigma_{max}}{\sigma_{crB}}} = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_{crB}}} = \sqrt{\frac{355\text{ N/mm}^2}{195\text{ N/mm}^2}} = 1.35$$

$$b_{ef} = 0.9 \frac{b}{\bar{\lambda}_B} = 0.9 \frac{500 \text{ mm}}{1.35} = 333 \text{ mm}$$

ce qui représente en l'occurrence une réduction d'un tiers de la largeur totale b .

Exemple 12.4 Elancement limite d'une âme fléchie

Calculer l'élancement limite de l'âme d'une poutre composée à âme pleine de section symétrique sollicitée à la flexion (fig. 12.19), afin de permettre un calcul EE.

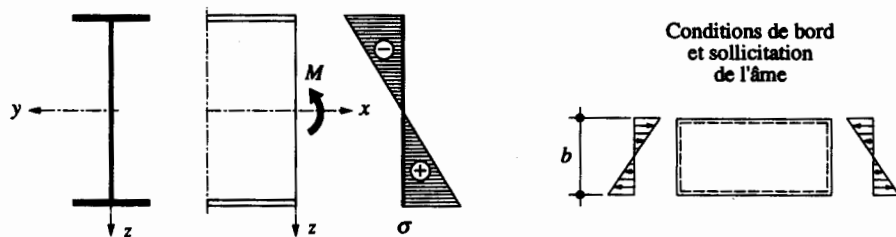


Fig. 12.19 Ame sollicitée à la flexion pure.

Afin de pouvoir effectuer un calcul EE, il est nécessaire que $\bar{\lambda}_B \leq 0.9$. En introduisant dans (12.18) la contrainte critique de voilement élastique définie par (12.7b) et en posant $\sigma_{max} = f_y$, le coefficient d'élancement peut s'exprimer par la relation suivante, dans laquelle t correspond à l'épaisseur de la plaque, habituellement notée d quand il s'agit de l'âme :

$$\bar{\lambda}_B = \sqrt{k \frac{f_y}{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2}}$$

Cette relation devient, pour le cas particulier de l'acier ($\nu = 0.3$) :

$$\bar{\lambda}_B = \frac{1.052}{\sqrt{k}} \frac{b}{t} \sqrt{\frac{f_y}{E}}$$

Comme il faut que $\bar{\lambda}_B \leq 0.9$, on peut exprimer l'élancement limite en fonction des caractéristiques de l'acier (avec la valeur du coefficient de voilement $k = 23.9$ tirée du tableau 12.7) de la façon suivante :

$$\frac{b}{t} \leq 0.9 \frac{\sqrt{k}}{1.052} \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0.9 \frac{\sqrt{23.9}}{1.052} \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 4.182 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

ce qui donne pour les nuances d'acier suivantes :

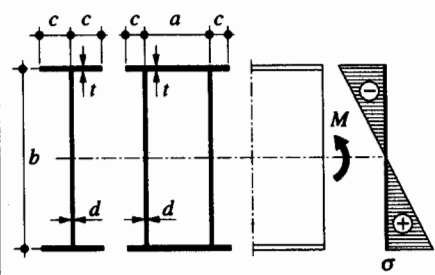
$$\text{Fe E 235 : } \frac{b}{t} \leq 4.182 \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N/mm}^2}{235 \text{ N/mm}^2}} = 125$$

$$\text{Fe E 355 : } \frac{b}{t} \leq 4.182 \sqrt{\frac{210\,000 \text{ N/mm}^2}{355 \text{ N/mm}^2}} = 102$$

De façon analogue à ce qui a été fait dans l'exemple 12.4, il est possible d'établir des *élancements limites* pour des plaques ayant d'autres conditions de bord et soumises à d'autres types de sollicitations. Les résultats obtenus sont contenus dans le tableau 3 de la norme SIA 161, dont un extrait est donné ci-

après dans le tableau 12.20. On y remarque que les valeurs d'élancement b/d relatives au calcul EE d'une âme fléchie correspondent à celles déterminées dans l'exemple 12.4. On se référera à la norme SIA 161 pour les relations générales permettant d'établir ces valeurs d'élancement limite, ainsi que pour des valeurs correspondant à d'autres types de sollicitations.

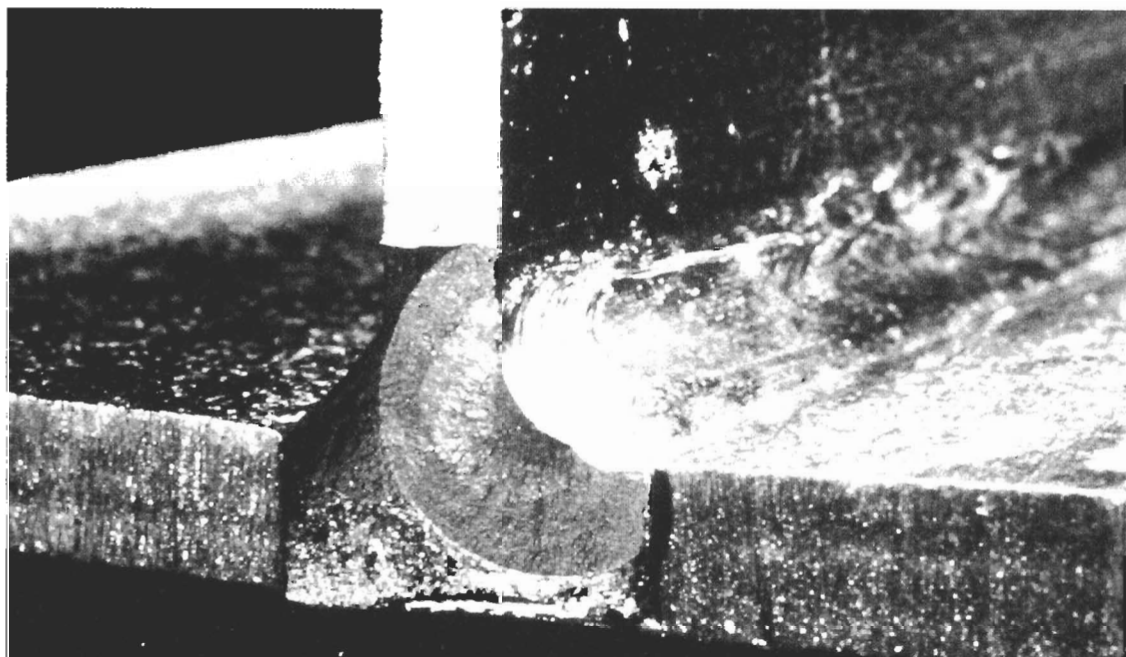
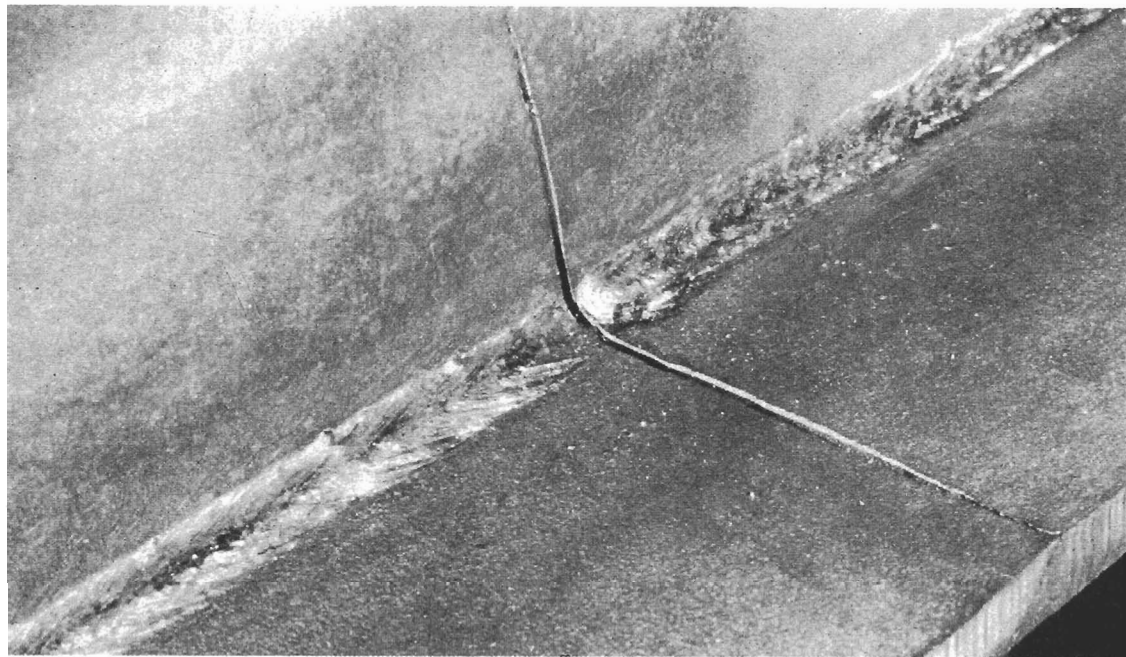
Tableau 12.20 Elancements limites pour le cas d'une section bisymétrique sollicitée en flexion pure.

	Aile comprimée						Ame fléchie		
	$\frac{c}{t}$			$\frac{a}{t}$			$\frac{b}{d}$		
	PP	EP	EE	PP	EP	EE	PP	EP	EE
Fe E 235	11	13	17	36	42	51	72	90	126
Fe E 275	10	12	15	33	39	47	66	83	116
Fe E 355	9	11	14	29	34	42	58	73	102
Fe E 460	8	10	12	25	30	37	51	64	90

Références

- [12.1] TIMOSHENKO, S.P., *Théorie de la stabilité élastique*, Dunod, Paris, 1966 (2^e édition).
- [12.2] KLÖPPEL, K., SCHEER, J., *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten*, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1960.
- [12.3] KLÖPPEL, K., MÖLLER, K.H., *Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Band II*, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 1960.
- [12.4] BLEICH, F., *Buckling Strength of Metal Structures*, McGraw-Hill, New York, 1952.
- [12.5] *Notes techniques de la Commission pour l'étude de la construction métallique*, CRIF Centre de recherches scientifiques et techniques de l'industrie des fabricants métalliques, Bruxelles, 1957
- [12.6] STÜSSI, F., DUBAS, P., *Grundlagen des Stahlbaues*, Springer-Verlag, 1971 (2^e édition).
- [12.7] ICOM, *Conception des structures métalliques / Partie A : Notions fondamentales et dimensionnement des éléments en construction métallique*, Lausanne, EPFL, ICOM-Construction métallique, 1987 (2^e édition).
- [12.8] Von KARMAN, T., SECHLER, E.E., DONNEL, L.H., *The Strength of Thin Plates in Compression*, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, vol. 54, 1932.
- [12.9] WINTER, G., *Performance of Thin Steel Compression Flanges*, IABSE-AIPC Association internationale des ponts et charpentes, Zurich, 1948 (Rapport préliminaire, troisième congrès, Liège, 1948).

13 Fatigue



13.1 Introduction

La fatigue est, avec la corrosion et l'usure, l'une des principales causes de dommages d'éléments métalliques. Elle peut se produire lorsqu'un élément est soumis à des sollicitations variables répétées. Le phénomène de fatigue se manifeste sous forme de fissures à certains endroits particuliers de la structure. Ces fissures peuvent apparaître dans des structures aussi diverses que sont par exemple les avions, les bateaux, les ponts, les châssis (d'automobiles, de locomotives ou de wagons de chemin de fer), les grues, les ponts roulants, certains éléments de machine, les turbines, les enceintes de réacteurs, les portes d'écluses, les plates-formes pétrolières en mer, les pylônes de transmission, les mâts et les cheminées. D'une manière générale, les structures soumises à des charges variables répétées peuvent subir un endommagement qui se manifeste par la propagation de fissures. Cet endommagement est appelé *fatigue* et se traduit par une perte de résistance au cours du temps.

La fissuration par fatigue se produit rarement dans le matériau de base éloigné de tout détail d'usinage, de soudure ou d'assemblage. Même si la résistance statique de l'assemblage est supérieure à celle des éléments assemblés, l'assemblage demeure l'endroit critique du point de vue de la fatigue.

La figure 13.1 montre schématiquement l'exemple d'un pont-route en construction mixte soumis à des charges de trafic. Chaque passage de véhicule provoque dans la structure des sollicitations variables. Ces sollicitations sont encore modifiées par la présence de goussets, tels que ceux qui relient par exemple les entretoises aux poutres-maitresses. A l'extrémité des goussets, plus particulièrement au pied du cordon de

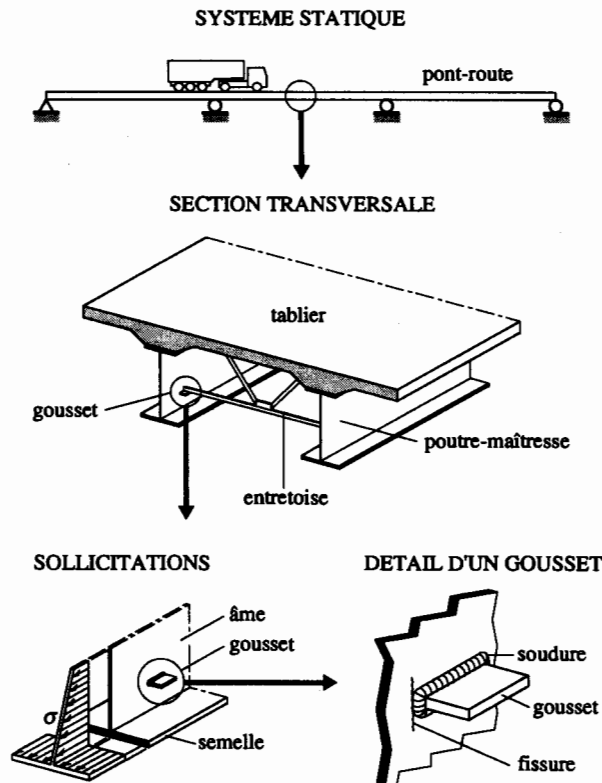


Fig. 13.1 Localisation possible d'une fissure de fatigue dans un pont-route.

soudure qui les relie au reste de la structure, des concentrations de contrainte sont provoquées par le changement de géométrie dû aux goussets. Ce même endroit contient également des anomalies provenant du processus de soudage (§ 7.3.4).

De nombreuses recherches ont été effectuées dans le domaine de la fatigue. Il a ainsi pu être démontré que l'effet combiné des anomalies et des concentrations de contrainte pouvait être la source de la formation et de la propagation d'une fissure de fatigue, même si les contraintes appliquées restaient largement en dessous de la limite d'élasticité du matériau (par contraintes appliquées, on comprend les contraintes calculées avec une analyse élastique de la structure sans tenir compte d'éventuelles concentrations de contrainte ou de contraintes résiduelles). Une fissure se développe en général à partir d'anomalies ayant une profondeur de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre. La propagation d'une telle fissure peut amener à une rupture par plastification de la section nette ou à une rupture fragile, ceci en fonction notamment des caractéristiques du matériau, de la géométrie de l'élément, de la température et de la vitesse de sollicitation de la section. Le dimensionnement d'une structure soumise à des charges variables répétées doit donc se faire en soignant la conception et la fabrication des éléments structuraux et des détails de construction, de façon à éviter une rupture par fatigue. Les méthodes d'assurance de qualité (§ 7.2.4 et 13.6.4) doivent permettre de garantir que le nombre et la dimension des anomalies présentes restent dans les limites des tolérances.

Le but de ce chapitre est de présenter un aperçu du phénomène de la fatigue, afin de fournir les connaissances de base pour le dimensionnement à la fatigue des structures métalliques boulonnées ou soudées. Pour atteindre cet objectif, le chapitre est structuré de la manière suivante :

- Section 13.2. Les principaux facteurs influençant la résistance à la fatigue sont décrits.
- Section 13.3. Les notions fondamentales de la mécanique de la rupture sont introduites, afin de permettre une description analytique du phénomène de la propagation des fissures de fatigue.
- Section 13.4. Les sollicitations de fatigue sont décrites, pour qu'il soit possible de les comparer avec la résistance à la fatigue examinée dans les deux sections précédentes.
- Section 13.5. La notion de cumul des dommages dû aux contraintes aléatoires est développée, afin de permettre de tenir compte des sollicitations variables rencontrées dans toute structure soumise à des charges de fatigue.
- Section 13.6. Le principe des courbes de résistance à la fatigue normalisées est introduit.
- Section 13.7. Les différentes vérifications possibles pour effectuer le dimensionnement à la fatigue d'une structure sont finalement examinées.

La matière de ce chapitre forme la base du dimensionnement à la fatigue des ponts roulants ainsi que des ponts-routes et des ponts-rails, qui est traité plus en détail dans les volumes 11 et 12.

L'Eurocode 3 (chap. 9) traite également du dimensionnement à la fatigue des structures en acier; il est basé sur les recommandations de la Convention européenne de la construction métallique (CECM) [13.1], dont les principes de base sont commentés dans [13.2]. Ces dernières ont également servi de modèle aux recommandations de la CECM concernant les structures en aluminium [13.3]; l'Eurocode 9 [13.4] y relatif est actuellement en cours d'élaboration.

13.2 Résistance à la fatigue

13.2.1 Paramètres influençant la durée de vie

La *durée de vie* d'un élément ou d'un détail de construction soumis à des sollicitations variables répétées est définie comme étant le nombre de cycles de contraintes qu'il peut supporter avant sa rupture.

Suivant la forme de l'élément ou du détail de construction, sa fabrication ou le type de matériau utilisé, quatre paramètres peuvent influencer la résistance à la fatigue :

- la différence de contraintes,
- la géométrie du détail de construction,
- les caractéristiques du matériau,
- les effets de l'environnement.

Différence de contraintes

La figure 13.2 montre la variation de la contrainte σ en fonction du temps t pour une sollicitation d'amplitude constante, variant entre σ_{min} et σ_{max} . Les essais de fatigue (§ 13.2.2) ont permis d'établir que la **différence de contraintes** $\Delta\sigma$ (ou étendue de contrainte) est le paramètre le plus influent pour des détails de construction soudés :

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (13.1)$$

σ_{max} : contrainte maximale (avec son signe)

σ_{min} : contrainte minimale (avec son signe)

Les autres paramètres comme par exemple les contraintes minimale σ_{min} et maximale σ_{max} , leur rapport $\sigma_{min}/\sigma_{max}$, ou encore la fréquence des cycles peuvent souvent être négligés pour le dimensionnement, particulièrement pour les structures soudées.

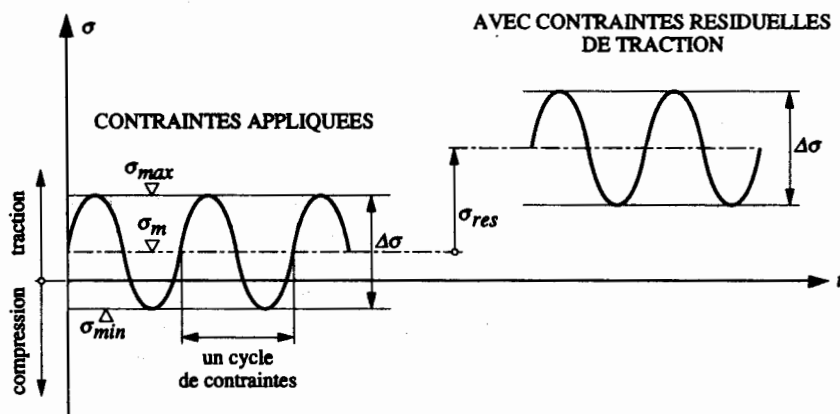


Fig. 13.2 Définition des contraintes et effet des contraintes résiduelles de traction.

On pourrait a priori penser que la durée de vie peut être augmentée lorsqu'une partie du cycle de contraintes est en compression. Cela n'est toutefois en général pas le cas dans les éléments soudés, à cause des contraintes résiduelles σ_{res} de traction introduites par la soudure (§ 7.3.3). Le comportement de la fissure est en fait influencé par la somme des contraintes appliquées et des contraintes résiduelles (fig. 13.2). Une durée de vie plus longue peut cependant être obtenue dans certains cas, en introduisant des contraintes résiduelles de compression à l'aide de traitements d'amélioration (ou méthodes de parachèvement) après soudage (§ 13.6.5).

Géométrie du détail de construction

La géométrie du détail de construction est déterminante pour la localisation de la fissure de fatigue ainsi que pour sa vitesse de propagation; elle influence donc directement sa durée de vie. Certains éléments représentés à la figure 13.1 permettent d'illustrer les trois catégories d'influences géométriques suivantes :

- l'effet de la géométrie de la structure, par exemple le type de section transversale,
- l'effet des concentrations de contrainte, dues par exemple au gousset,
- l'effet des anomalies dans les soudures.

Les effets de la géométrie de la structure et des concentrations de contrainte peuvent être influencés favorablement par une bonne conception des détails de construction. Une bonne conception est en effet importante, car les changements abrupts de géométrie (dus par exemple au gousset) dérangent le flux des contraintes. Cela peut être comparé à la vitesse de l'eau dans une rivière, qui est influencée par la largeur de son lit ou par les obstacles qui s'y trouvent. De manière analogue, les contraintes au pied d'un gousset sont plus grandes que les contraintes appliquées. Ce qui explique pourquoi des concentrations de contrainte sont créées par des attaches telles que les goussets, par les trous de boulons, par les soudures ou encore par un simple changement de section.

L'effet des anomalies dans les soudures peut quant à lui être évité en utilisant des méthodes de fabrication et de contrôle (§ 7.3.5) adéquates, afin de garantir que ces anomalies ne dépassent pas les valeurs limites de la classe de qualité correspondante (§ 7.2.4). Il convient par ailleurs de préciser que les anomalies dans les soudures peuvent être dues aussi bien au procédé de soudage (fissures, défaut de collage, manque de pénétration, caniveaux, etc.) (§ 7.3.4) qu'à des entailles dues au laminage ou au meulage ainsi qu'à des puits de corrosion. Suivant leur forme et leur dimension, ces anomalies peuvent réduire la durée de vie d'un élément soudé d'une façon importante, ceci d'autant plus si elles sont situées dans une zone comportant des concentrations de contrainte.

Caractéristiques du matériau

On a pu observer lors d'essais sur des éprouvettes non soudées que la composition chimique, les caractéristiques mécaniques ainsi que la structure microscopique des métaux avaient parfois une influence sensible sur la durée de vie. C'est ainsi qu'une plus grande résistance à la traction du matériau permet une durée de vie des éprouvettes plus élevée, essentiellement grâce à une augmentation de la phase d'initiation de la fissure, et non pas de celle de la propagation (§ 13.3.2). Cet effet bénéfique ne se retrouve malheureusement pas dans des éléments soudés, car leur durée de vie est surtout constituée par la phase de propagation. L'effet de la résistance à la traction du matériau peut par conséquent être négligé pour le dimensionnement.

Effets de l'environnement

Un environnement humide ou corrosif (air, eau, acides, etc.) peut fortement réduire la durée de vie d'éléments métalliques, car cela augmente la vitesse de propagation des fissures, notamment dans des éléments en aluminium. Une protection adéquate (peinture, protection cathodique, etc.) est donc nécessaire dans certaines conditions particulières, telles que par exemple celles rencontrées par les plates-formes pétrolières. En revanche, la corrosion superficielle des aciers patinables reste, dans les structures soudées du génie civil, pratiquement sans influence sur la durée de vie; les petits puits de corrosion responsables d'une éventuelle initiation de fissure de fatigue sont en effet moins critiques que les anomalies normalement introduites par les soudures.

L'effet de la température peut être négligé en ce qui concerne la vitesse de la propagation des fissures, sauf dans des applications à très haute température comme les turbines à gaz ou les réacteurs d'avions. Une température basse peut cependant réduire d'une façon importante la dimension critique de la fissure (§ 13.3.2 et 13.3.5) et conduire ainsi à une rupture fragile prématurée.

13.2.2 Essais de fatigue

Afin de connaître la résistance à la fatigue d'un détail de construction, il est indispensable d'effectuer des essais de fatigue lors desquels on soumet des éprouvettes à une sollicitation variable, la plus simple étant une variation de contraintes sinusoïdale (fig. 13.2). L'éprouvette doit être suffisamment grande afin de représenter le détail de construction et les contraintes résiduelles de façon adéquate. Il est également nécessaire de prévoir un nombre d'éprouvettes suffisant afin de pouvoir connaître la dispersion des résultats. En effet, même dans des conditions d'essai identiques, le nombre de cycles jusqu'à la rupture ne sera pas le même pour des éprouvettes apparemment identiques, car il y a toujours des petites différences dans les paramètres pouvant influencer la durée de vie.

Les résultats d'essais d'éléments soudés sont normalement représentés dans un diagramme sur lequel on reporte en abscisse le nombre de cycles N observés jusqu'à la rupture (ou jusqu'à une dimension de fissure prédéfinie) et en ordonnée la différence de contraintes $\Delta\sigma$ (fig. 13.3). En choisissant une échelle logarithmique pour chacun des axes, la moyenne des résultats d'essais obtenus pour un détail de construction donné peut être exprimée, dans un domaine compris entre $5 \cdot 10^4$ et $5 \cdot 10^6$ cycles environ, par une droite ayant l'équation suivante (cette même droite sera obtenue analytiquement avec la théorie de la mécanique de la rupture (sect. 13.3)) :

$$N = C \Delta\sigma^{-m} \quad (13.2)$$

- N : nombre de cycles de contraintes
- C : constante représentant l'effet du détail de construction
- $\Delta\sigma$: différence de contraintes
- m : pente de la droite de la moyenne des résultats

qui peut bel et bien s'exprimer par l'équation d'une droite en utilisant les logarithmes des différentes variables :

$$\log N = \log C - m \log \Delta\sigma \quad (13.3)$$

La limite supérieure de cette droite ($\Delta\sigma$ grand) correspond à la résistance ultime statique du matériau. Le domaine correspondant à un nombre de cycles compris entre 10 et 10^4 est appelé *fatigue oligocyclique* (fatigue par déformation plastique excessive). La résistance correspondante est surtout importante pour les sollicitations dues aux séismes, pour lesquels on observe en général un faible nombre de différences de contraintes, mais de valeur très élevée.

La limite inférieure de cette droite ($\Delta\sigma$ petit) représente la *limite de fatigue* (ou limite d'endurance) : cela indique qu'une sollicitation inférieure à cette limite peut être appliquée un très grand nombre de fois ($> 10^8$) sans qu'une fissure de fatigue ne se produise. Cette valeur est importante pour des éléments soumis à un nombre élevé de petites différences de contraintes, tels que les éléments de machine. Pour l'aluminium, on relèvera cependant que l'on n'observe pas une véritable limite de fatigue, mais une droite de pente très faible. Il convient également de préciser qu'une limite de fatigue ne peut être établie qu'à partir d'essais effectués avec des sollicitations d'amplitude constante.

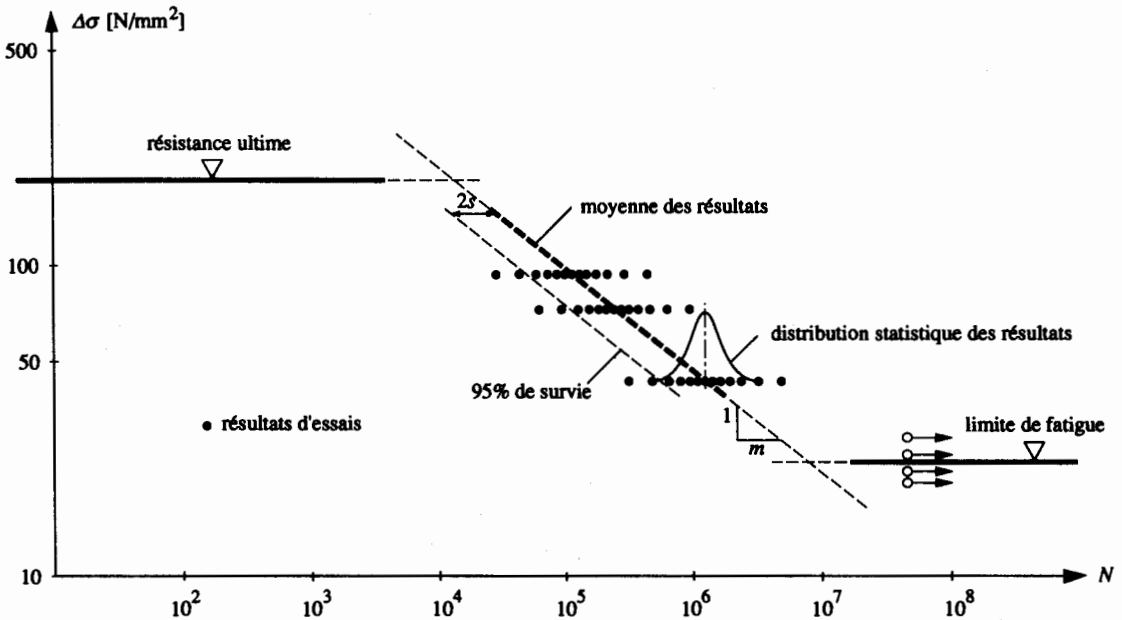


Fig. 13.3 Résultats d'essais sous sollicitations d'amplitude constante.

L'établissement d'une courbe de résistance à la fatigue doit tenir compte de la dispersion des résultats d'essais. A cet effet, on se base sur des valeurs représentant une certaine probabilité de survie (§ 2.4.5), par exemple 95 % avec un niveau de confiance défini, par exemple 75 %. La position exacte de la courbe qui en résulte dépend encore du nombre de résultats d'essais à disposition. Pour un nombre suffisamment grand (de l'ordre de 60 essais), cette probabilité de survie peut être approchée par une droite parallèle à celle de la moyenne des résultats, située à gauche de celle-ci, à une distance égale à deux écarts types $2s$ (fig. 13.3).

13.3 Théorie de la mécanique de la rupture

Cette section n'est pas indispensable pour le dimensionnement à la fatigue des structures métalliques. Nous l'avons cependant intégrée ici, car elle permet de décrire analytiquement une fissure de fatigue de même que sa propagation, et de déduire ainsi la durée de vie d'un élément fissuré. La théorie de la mécanique de la rupture, présentée notamment dans [13.5] [13.6] [13.7] [13.8] [13.9], est en cela un outil très performant. Cette section se limite toutefois à la présentation des notions de bases de cette théorie, qui est par ailleurs également utile pour mieux comprendre les observations décrites à la section 13.2 ainsi que les développements effectués dans les sections 13.4 à 13.6.

13.3.1 Théorie élastique

On peut expliquer l'effet d'une fissure en considérant une plaque soumise à une contrainte de traction uniforme σ_0 et comprenant un trou (fig. 13.4). Le champ des contraintes dans la plaque est influencé par

la présence du trou. La figure 13.4 montre schématiquement, dans le cas d'un trou elliptique, la variation des contraintes σ_y le long de l'axe x . La valeur maximale (à $x = a$) de la contrainte σ_y peut s'exprimer par :

$$\sigma_{y,max} = \sigma_0 \left(1 + 2 \frac{a}{b} \right) = \sigma_0 \left(1 + 2 \sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (13.4)$$

- σ_y : contrainte dans la direction y
 σ_0 : contrainte uniforme appliquée sur la plaque
 a, b : demi-axes du trou elliptique
 ρ : rayon de courbure au sommet du trou elliptique

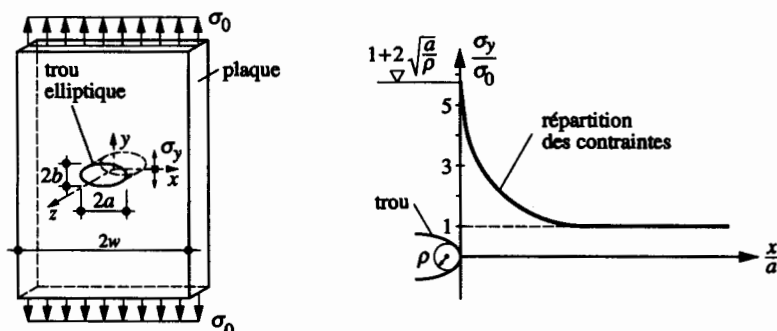


Fig. 13.4 Effet d'un trou elliptique sur la répartition des contraintes dans une plaque.

Il est nécessaire de préciser ici que la convention d'axes utilisée dans l'ensemble de ce volume, définie au paragraphe 1.4.2, n'est pas respectée dans ce chapitre, afin de rester conforme à celle couramment admise dans les publications traitant de la mécanique de la rupture.

Pour un trou circulaire (pour lequel $a = b$), il est possible d'établir à partir de (13.4) la valeur de $\sigma_{y,max} = 3 \sigma_0$; on parle alors d'une concentration locale de contrainte égale à trois. Cette concentration de contrainte est plus grande pour un trou de forme elliptique; elle tend vers l'infini lorsque le demi-axe b (ou le rayon ρ) tend vers zéro (fig. 13.5). Ce dernier cas représente celui d'une fissure réelle dont le front (la pointe) est aigu ($\rho \rightarrow 0$). Le champ des contraintes σ_x , σ_y et τ_{xy} proche du front de la fissure peut être décrit, sur la base de la théorie élastique, par les expressions suivantes :

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (13.5a)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (13.5b)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(\sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (13.5c)$$

- K : facteur d'intensité de contrainte
 r, θ : coordonnées polaires dans le plan x - y

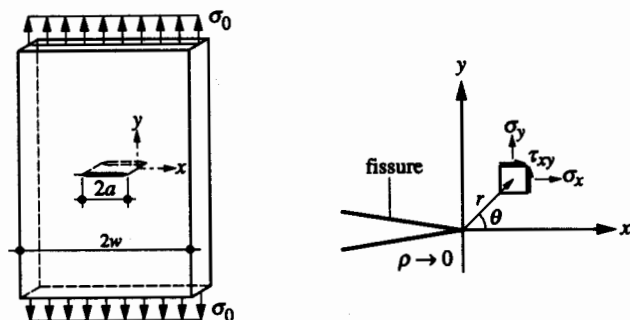


Fig. 13.5 Définition des contraintes au front d'une fissure.

La relation (13.5 b) permet de constater que la contrainte σ_y sur l'axe x ($\theta = 0$) tend effectivement vers l'infini lorsque l'on se rapproche du front de la fissure, c'est-à-dire lorsque r tend vers zéro. Les relations conventionnelles contrainte-déformation spécifique ne permettant pas d'analyser les contraintes au voisinage du front de la fissure, il a été nécessaire d'introduire une nouvelle notion pour les décrire. Chacune des relations (13.5) utilise le **facteur d'intensité de contrainte** K . Ce facteur K dépend de la différence de contraintes appliquée ainsi que de la dimension et de la géométrie de la fissure. Il se définit par la relation suivante :

$$K = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} \quad (13.6)$$

Y : facteur de correction, fonction de a

σ_0 : contrainte uniforme appliquée sur la plaque

a : dimension déterminante de la fissure dans la plaque

Comme le facteur d'intensité de contrainte dépend de la contrainte appliquée et de la racine carrée de la dimension a de la fissure, il a pour unité des $\text{Nmm}^{-3/2}$.

Le cas de base est celui d'une fissure de largeur $2a$ dans une plaque infinie ($2w$ très grand) à deux dimensions, soumise à une contrainte uniforme σ_0 agissant perpendiculairement à cette fissure (fig. 13.5). Dans ce cas, le facteur de correction Y est égal à 1.0, ce qui correspond au cas théorique calculé avec la théorie élastique. Tous les autres cas peuvent être déduits de ce cas de base par l'application d'un facteur de correction adéquat.

Il est possible de trouver des valeurs de facteurs de correction dans la littérature spécialisée [13.10] [13.11] [13.12] [13.13]. Nous présentons ici une méthode, permettant de déterminer les facteurs de correction dans une plaque, basée sur un cours donnée par Irwin, reprise par plusieurs auteurs [13.5] [13.7] [13.14]. Cette méthode est basée sur l'utilisation de différents facteurs de correction représentant l'effet de la géométrie du détail ainsi que de la géométrie et de la position de la fissure. Le facteur de correction s'exprime alors ainsi :

$$Y = Y_e Y_f Y_s \quad (13.7)$$

Y_e : facteur de correction dépendant de la forme de la fissure elliptique (ce facteur de correction, qui n'intervient que dans le cas tridimensionnel, dépend du rapport a/c)

Y_f : facteur de correction dépendant de la dimension finie de la plaque (ce facteur de correction dépend des rapports a/w et a/t)

Y_s : facteur de correction pour le cas où la fissure atteint une surface libre (ce facteur de correction dépend des rapports a/w ou a/c)

Les figures 13.6 et 13.7 présentent ces différents facteurs de correction sous forme respectivement analytique et graphique. Il est toutefois encore nécessaire de faire les précisions suivantes :

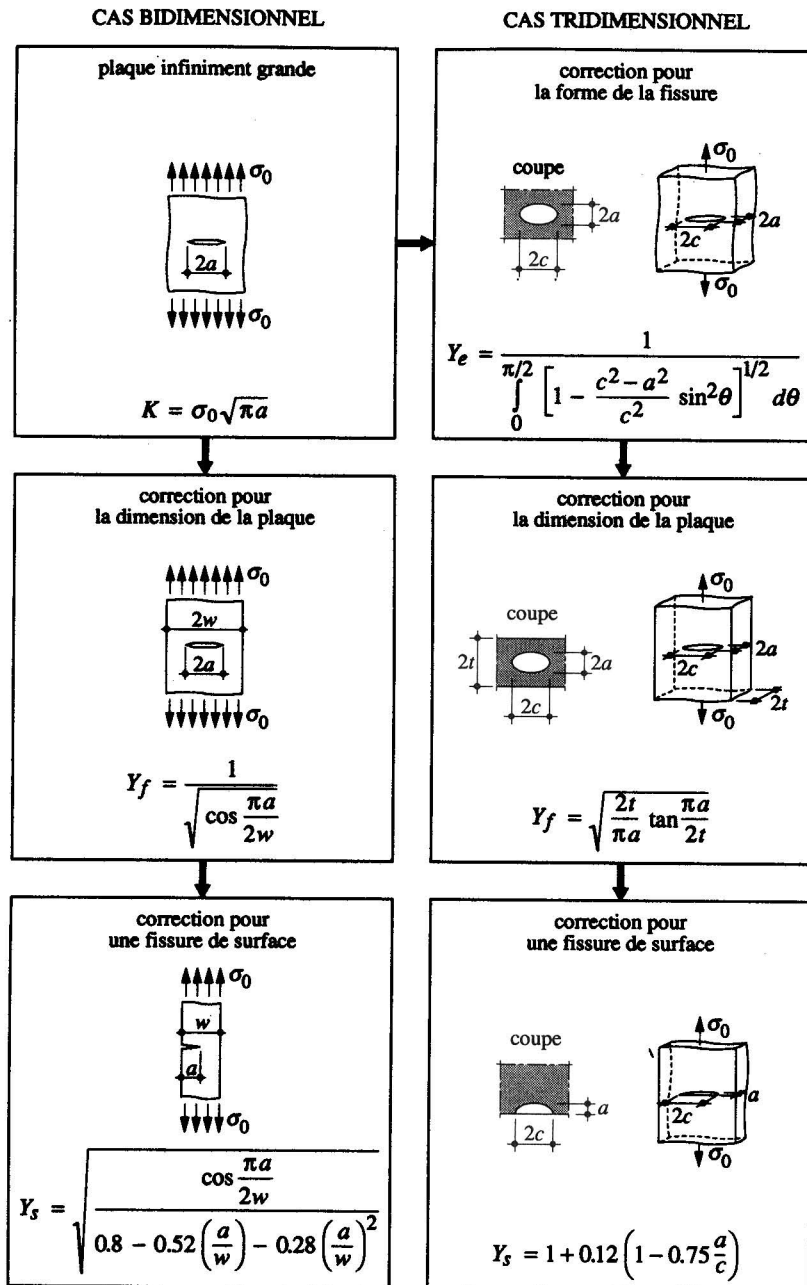


Fig. 13.6 Formulation analytique des facteurs de correction.

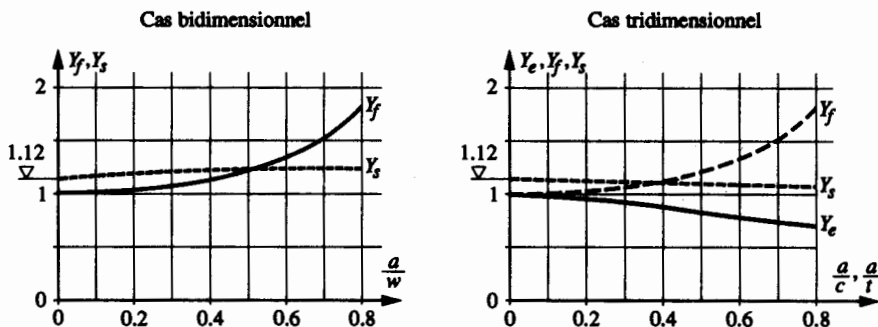


Fig. 13.7 Représentation graphique des facteurs de correction.

- La méthode présentée ici, outre le fait qu'elle est d'emploi très simple, s'applique de manière tout à fait satisfaisante pour des petites fissures (§ 13.3.2). Elle présente le grand avantage de montrer clairement l'influence des différents paramètres sur le facteur d'intensité de contrainte.
- Les facteurs de correction établis à l'aide de cette méthode ne sont pas toujours très précis, en particulier pour les grandes dimensions de fissure (§ 13.3.5). C'est pourquoi on utilise maintenant plus volontiers d'autres méthodes, telles qu'une modélisation par éléments finis ou la «*weight function method*» [13.15].
- Lorsque la géométrie du détail dans lequel se trouve la fissure n'est pas une plaque, il est encore nécessaire d'introduire un facteur de concentration de contrainte (§ 13.3.4).

Pour compléter ce paragraphe, il convient de relever que le champ de contraintes à la surface de la plaque correspond à un état de contraintes plan (la contrainte σ_z perpendiculaire à la surface est nulle). A l'intérieur de la plaque, le champ de contraintes s'approche par contre d'un état de déformations plan (les déformations spécifiques ε_z perpendiculaires au plan de la plaque tendent vers zéro).

Il faut également rappeler qu'une plastification du matériau se produit dès que les contraintes établies selon la théorie élastique (13.5) dépassent la limite d'élasticité. Or c'est toujours le cas au front de la fissure (pour $\rho \rightarrow 0$), car les contraintes établies avec (13.5) tendent vers l'infini. La conséquence de ceci est la présence d'une zone plastique au voisinage du front de la fissure. Cette zone plastique peut être décrite [13.16] par un domaine circulaire dont le rayon r_p , en état de contraintes plan, vaut :

$$r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{f_y} \right)^2 \quad (13.8)$$

r_p : rayon de la zone plastique au front de la fissure

f_y : limite d'élasticité

En état de déformations plan, la plastification du matériau se fait, selon les théories de von Mises ou de Tresca, à un niveau de contrainte plus élevé. Ceci réduit le rayon r_p de la zone plastique, qui devient environ trois fois plus petit [13.8] :

$$r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K}{f_y} \right)^2 \quad (13.9)$$

Exemple 13.1 Facteurs de correction

Déterminer les facteurs d'intensité de contrainte des fissures dans la semelle inférieure de la section de la poutre composée à âme pleine représentée à la figure 13.8.

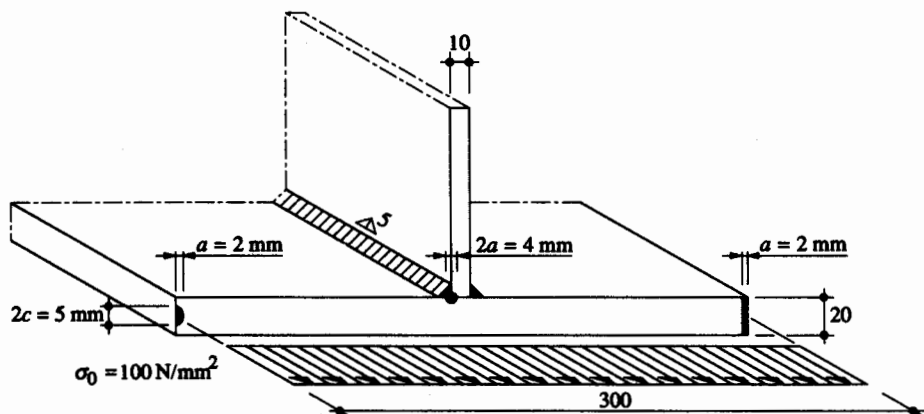


Fig. 13.8 Fissures dans la section d'une poutre composée à âme pleine (les dimensions des fissures ne sont pas à l'échelle !).

Le facteur d'intensité de contrainte K est défini par (13.6) :

$$K = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

Dans cet exemple, la dimension déterminante a des fissures et la contrainte appliquée $\sigma_0 = 100 \text{ N/mm}^2$ sont constantes; elles valent respectivement $a = 2 \text{ mm}$ et $\sigma_0 = 100 \text{ N/mm}^2$. Seul le facteur de correction Y change pour chacune des fissures représentées à la figure 13.8. Les équations de la figure 13.6 permettent de déterminer les valeurs des facteurs de correction Y_e , Y_f et Y_s nécessaires pour établir Y avec (13.7).

Fissure circulaire dans la soudure longitudinale provenant d'un pore (cas tridimensionnel)

Facteur de correction pour la forme de la fissure (avec $a = c$) :

$$Y_e = \frac{1}{\int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} \sin^2 \theta \right]^{1/2} d\theta} = \frac{1}{\int_0^{\pi/2} d\theta} = \frac{2}{\pi}$$

Facteur de correction pour la dimension du détail, avec t correspondant à la distance entre le centre de la fissure et le bord le plus proche, à savoir la surface de la soudure, d'où $t = 5 \text{ mm}$:

$$Y_f = \sqrt{\frac{2t}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2t}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5 \text{ mm}}{\pi \cdot 2 \text{ mm}} \tan \frac{\pi \cdot 2 \text{ mm}}{2 \cdot 5 \text{ mm}}} = 1.075$$

Etant donné qu'il ne s'agit pas d'une fissure de surface, il n'est pas nécessaire de tenir compte de Y_s . Le facteur de correction Y vaut ainsi, selon (13.7) :

$$Y = Y_e Y_f = \frac{2}{\pi} \cdot 1.075 = 0.684$$

ce qui permet d'établir le facteur d'intensité de contrainte K correspondant avec (13.6) :

$$K = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} = 0.684 \cdot 100 \text{ N/mm}^2 \sqrt{\pi \cdot 2 \text{ mm}} = 171 \text{ Nmm}^{-3/2}$$

Fissure au bord de l'aile provenant d'un bord oxycoupé (cas bidimensionnel)

Facteur de correction pour la dimension de la plaque :

$$Y_f = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi a}{2w}}} = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi \cdot 2 \text{ mm}}{2 \cdot 300 \text{ mm}}}} = 1.00$$

Facteur de correction pour une fissure de surface :

$$Y_s = \sqrt{\frac{\cos \frac{\pi a}{2w}}{0.8 - 0.52 \left(\frac{a}{w}\right) - 0.28 \left(\frac{a}{w}\right)^2}} = \sqrt{\frac{\cos \frac{\pi \cdot 2 \text{ mm}}{2 \cdot 300 \text{ mm}}}{0.8 - 0.52 \left(\frac{2 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}\right) - 0.28 \left(\frac{2 \text{ mm}}{300 \text{ mm}}\right)^2}} = 1.12$$

Le facteur de correction Y vaut ainsi, selon (13.7) appliqué dans un cas bidimensionnel (pas de Y_e) :

$$Y = Y_f Y_s = 1.00 \cdot 1.12 = 1.12$$

ce qui permet d'établir le facteur d'intensité de contrainte K correspondant avec (13.6) :

$$K = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} = 1.12 \cdot 100 \text{ N/mm}^2 \sqrt{\pi \cdot 2 \text{ mm}} = 281 \text{ Nmm}^{-3/2}$$

Fissure elliptique au bord de l'aile provenant d'un défaut de laminage (cas tridimensionnel)Facteur de correction pour la forme de la fissure, avec $a = 2 \text{ mm}$ et $c = 2.5 \text{ mm}$:

$$Y_e = \frac{1}{\int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} \sin^2 \theta \right]^{1/2} d\theta} = \frac{1}{1.418} = 0.705$$

Facteur de correction pour la dimension du détail :

$$Y_f = \sqrt{\frac{2t}{\pi a} \tan \frac{\pi a}{2t}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 300 \text{ mm}}{\pi \cdot 2 \text{ mm}} \tan \frac{\pi \cdot 2 \text{ mm}}{2 \cdot 300 \text{ mm}}} = 1.000$$

Facteur de correction pour une fissure de surface :

$$Y_s = 1 + 0.12 \left(1 - 0.75 \frac{a}{c} \right) = 1 + 0.12 \left(1 - 0.75 \frac{2 \text{ mm}}{2.5 \text{ mm}} \right) = 1.048$$

Le facteur de correction Y et le facteur d'intensité de contrainte K correspondant valent alors respectivement, selon (13.7) et (13.6) :

$$Y = Y_e Y_f Y_s = 0.705 \cdot 1.000 \cdot 1.048 = 0.739$$

$$K = Y \sigma_0 \sqrt{\pi a} = 0.739 \cdot 100 \text{ N/mm}^2 \sqrt{\pi \cdot 2 \text{ mm}} = 185 \text{ Nmm}^{-3/2}$$

Le cas particulier examiné dans cet exemple permet de classer les types de fissures selon l'ordre d'importance sur le facteur d'intensité de contrainte K suivant :

- fissure provenant d'un bord oxycoupé ($K = 281 \text{ Nmm}^{-3/2}$),
- fissure provenant d'un défaut de laminage ($K = 185 \text{ Nmm}^{-3/2}$),
- fissure provenant d'un pore ($K = 171 \text{ Nmm}^{-3/2}$).

On constate également qu'un des facteurs de correction Y_e , Y_f ou Y_s est souvent déterminant pour les petites fissures (les autres étant environ égaux à 1.0). C'est ainsi que :

- pour la fissure provenant d'un bord oxycoupé : $Y_s = 1.12$;
- pour la fissure provenant d'un défaut de laminage : $Y_e = 0.705$;
- pour la fissure provenant d'un pore : $Y_e = 2 / \pi = 0.637$.

13.3.2 Propagation de la fissure

Des essais de fatigue effectués sur des éprouvettes spécialement conçues à cet effet (par exemple les éprouvettes CT [13.17]) permettent d'observer la relation entre le nombre de cycles N et la dimension a de la fissure (fig. 13.9). Il est ainsi possible de distinguer trois phases d'évolution de la fissure :

- l'initiation,
- la propagation stable,
- la propagation rapide (phase instable conduisant à la rupture).

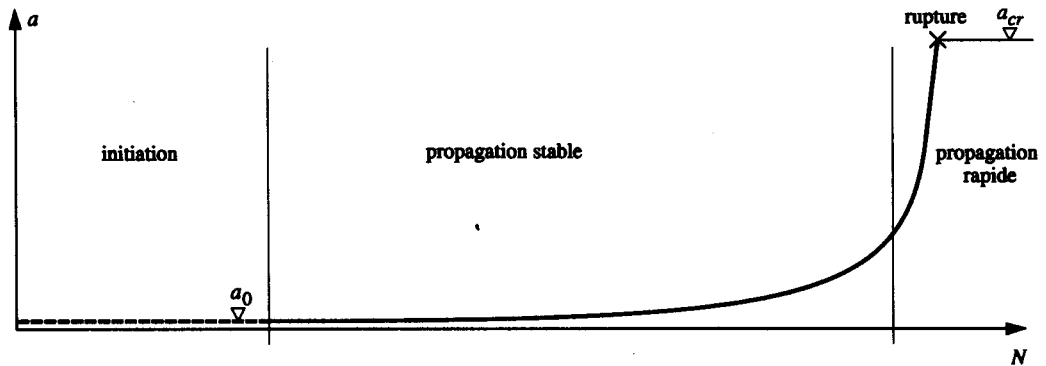


Fig. 13.9 Initiation et propagation d'une fissure de fatigue.

La phase d'initiation peut durer très longtemps pour des pièces usinées; elle peut en revanche être très courte pour des pièces soudées contenant des anomalies importantes. La propagation de la fissure est quant à elle très lente au début, mais croît exponentiellement au fur et à mesure de l'augmentation de la dimension de la fissure. Il est possible de calculer à partir de la relation $a-N$ (fig. 13.9) le **taux de propagation** da/dN , autrement dit l'augmentation da de la dimension de la fissure par cycle dN . Il s'agit bien sûr d'une valeur moyenne sur un certain nombre de cycles qui dépend de la précision de l'observation possible. Ce taux de propagation correspond à la tangente de la courbe dans le domaine de la propagation stable.

Il a été possible de constater une dépendance entre le taux de propagation da/dN et la différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK , qui dépend elle-même de la différence de contraintes $\Delta\sigma$ appliquée et de la dimension a de la fissure. La différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK s'obtient en remplaçant dans (13.6) la contrainte σ_0 appliquée statiquement par la différence de contraintes $\Delta\sigma$ due à la sollicitation de fatigue :

$$\Delta K = Y \Delta\sigma \sqrt{\pi a} \quad (13.10)$$

- Y : facteur de correction
 $\Delta\sigma$: différence de contraintes appliquée
 a : dimension de la fissure

On remarquera que l'on utilise, pour alléger l'écriture, la notation $\Delta\sigma$ pour la différence de contraintes appliquée, à la place de $\Delta\sigma_0$, qui serait plus logique par rapport à la notation de σ_0 employée dans (13.6) pour la contrainte appliquée.

Différentes relations ont été proposées pour décrire la relation entre le taux de propagation da/dN de la fissure et la différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK . Parmi celles-ci, la plus simple et la plus utilisée est celle de Paris [13.18], valable dans le domaine de la propagation stable :

$$\frac{da}{dN} = D \Delta K^n \quad (13.11)$$

D, n : constantes de matériau

La figure 13.10 montre schématiquement des résultats de mesures du taux de propagation da/dN ainsi que sa valeur théorique selon (13.11), qui est une droite dans la représentation habituelle d'une échelle logarithmique pour chaque axe. Pour les valeurs de ΔK proches d'une valeur de seuil ΔK_{th} (threshold), le taux de propagation est très petit ou quasi inexistant. On remarque l'analogie avec la figure 13.3 où, pour une valeur de différence de contraintes $\Delta\sigma$ proche de la limite de fatigue, la durée de vie devient très grande. Ainsi donc, une éprouvette soumise à une très petite sollicitation ou contenant une petite fissure, ou encore une combinaison des deux (car dans la différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK interviennent, selon (13.10), les deux paramètres $\Delta\sigma$ et a), ne subira qu'une propagation de fissure très lente, voire aucune propagation du tout.

Pour des valeurs élevées de différences de facteurs d'intensité de contrainte ΔK , le taux de propagation da/dN devient très grand, ce qui conduira à la rupture de la section par plastification de la section nette restante ou par rupture fragile (§ 13.3.5).

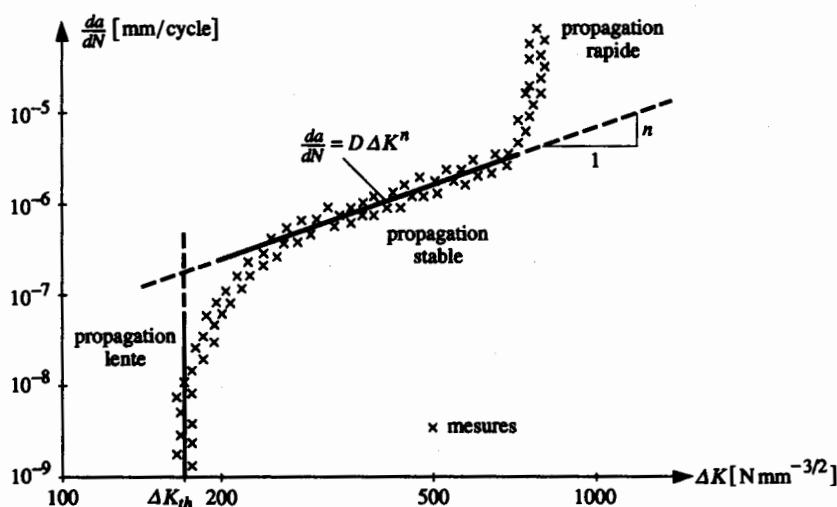


Fig. 13.10 Taux de propagation da/dN d'une fissure en fonction de la différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK .

13.3.3 Calcul de la durée de vie

La durée de vie totale est essentiellement constituée par l'initiation de la fissure et par la phase de propagation stable (fig. 13.9), car la faible contribution de la propagation rapide (ou instable) peut être négligée. De plus, pour les éléments soudés, l'initiation de la fissure de fatigue est généralement très rapide à cause de la présence d'anomalies (§ 7.3.4). Ainsi donc, la durée de vie peut être obtenue analytiquement par l'intégration de (13.11) :

$$N_{ij} = \int_{a_i}^{a_j} dN = \int_{a_i}^{a_j} \frac{1}{D \Delta K^n} da \quad (13.12)$$

N_{ij} : nombre de cycles nécessaire pour agrandir la fissure de a_i à a_j

a : dimension de la fissure, avec $a_j > a_i$

Une intégration numérique de (13.12) est en général nécessaire, sauf dans le cas où l'on peut introduire l'expression de (13.10) pour ΔK en admettant que le facteur de correction Y est constant. On obtient alors l'expression suivante :

$$N_{ij} = \frac{1}{D \alpha \pi^{n/2} Y^n} \frac{1}{\Delta \sigma^n} \frac{1}{a_i^\alpha} \left[1 - \left(\frac{a_i}{a_j} \right)^\alpha \right] \quad (13.13)$$

α : constante provenant de l'intégration ($\alpha = \frac{n}{2} - 1$)

La relation (13.13), dont tous les termes ont été introduits par (13.10), (13.11) et (13.12), permet d'évaluer l'effet sur la durée de vie d'un certain nombre de paramètres (§ 13.3.4), dont par exemple :

- la dimension de la fissure initiale en introduisant $a_i = a_0$,
- la dimension de la fissure critique avec $a_j = a_{cr}$,
- la différence de contraintes $\Delta \sigma$,
- la géométrie et la concentration de contrainte à l'aide de Y ,
- les constantes de matériau D et n .

En se limitant pour l'instant à un seul détail de construction, en admettant que les dimensions a_0 et a_{cr} pour ce détail sont connues et que le facteur de correction Y représentant l'influence de la géométrie de la fissure et des concentrations de contrainte du détail est constant au cours de la propagation, (13.13) devient :

$$N_{ij} = \int_{a_0}^{a_{cr}} dN = \bar{C} \Delta \sigma^{-n} \quad (13.14)$$

\bar{C} : constante pour le détail de construction, définie par (13.15)

$$\bar{C} = \frac{1}{D \alpha \pi^{n/2} Y^n} \frac{1}{a_0^\alpha} \left[1 - \left(\frac{a_0}{a_{cr}} \right)^\alpha \right] \quad (13.15)$$

Le nombre de cycles N_{ij} obtenu à partir de (13.14) représente la durée de vie du détail considéré, en admettant une propagation de fissure stable à partir de sa dimension initiale a_0 jusqu'à sa dimension critique a_{cr} . Le nombre de cycles N_{ij} est uniquement fonction de la différence de contraintes $\Delta\sigma$, tous les termes intervenant dans la constante C étant des constantes pour le détail considéré.

Il est intéressant de relever que la forme de (13.14) est identique à celle de (13.2), qui a été déterminée expérimentalement. La correspondance entre ces deux relations est bonne pour les éléments soudés dont la durée de vie est influencée essentiellement (de 80 à 90 %) par la phase de propagation de la fissure, donc pour lesquels peu de cycles sont nécessaires à l'initiation de la fissure. En conclusion, la durée de vie observée expérimentalement peut être décrite analytiquement sur la base de la théorie de la mécanique de la rupture. L'exposant n utilisé dans (13.11) pour la description du taux de propagation correspond donc à la pente m de la courbe de résistance exprimée par (13.2). Cet exposant est de l'ordre de 3 pour les aciers de construction, de 2 à 2.5 pour les aciers à très haute limite d'élasticité et d'environ 4 pour l'aluminium. La constante \bar{C} définie par (13.15) est quant à elle identique à la constante C utilisée dans (13.2); elle représente les caractéristiques des détails de construction concernant leur comportement à la fatigue.

Exemple 13.2 Propagation de fissure

Soit la fissure elliptique de surface située dans la semelle inférieure de la section de la poutre composée à âme pleine, représentée à la figure 13.11. On admettra que la semelle est soumise sur toute sa hauteur à une différence de contraintes de $\Delta\sigma = 100 \text{ N/mm}^2$.

Déterminer la courbe de propagation de la dimension a de la fissure entre 1 et 10 mm, en admettant que les constantes de la loi de propagation valent respectivement $D = 2 \cdot 10^{-13} \text{ (mm/cycle) } \cdot (\text{Nmm}^{-3/2})^n$ et $n = 3$, et que le rapport a/c reste constant.

Le calcul des caractéristiques de la courbe $a-N$ se fait sur la base de (13.10) et de (13.11), qui expriment respectivement la différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK et le taux de propagation da/dN de la fissure :

$$\Delta K = Y \Delta\sigma_0 \sqrt{\pi a}$$

$$\frac{da}{dN} = D \Delta K^n$$

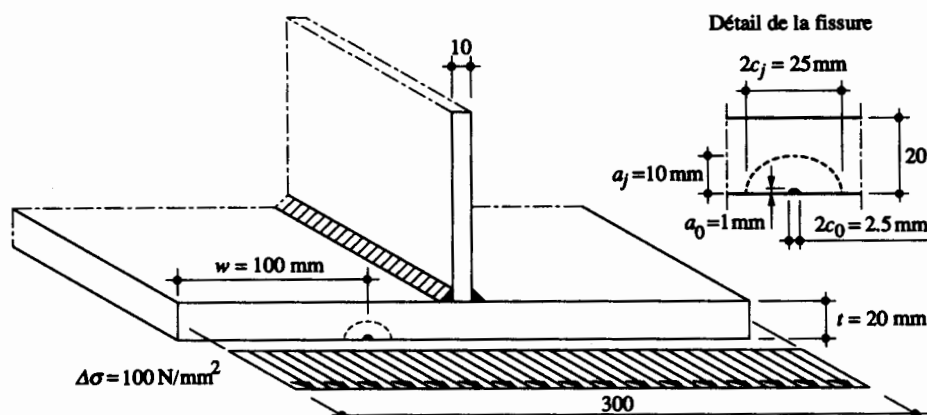


Fig. 13.11 Fissure dans la section d'une poutre composée à âme pleine (la dimension initiale de la fissure n'est pas à l'échelle !).

Pour établir la courbe de propagation de la fissure, il est nécessaire de faire une hypothèse concernant le facteur de correction Y , que l'on peut admettre constant ou variant en fonction de la dimension a de la fissure.

Facteur de correction Y constant

En admettant Y constant, la relation (13.12) s'intègre très facilement et permet d'établir (13.13) :

$$N_{ij} = \frac{1}{D \alpha \pi^{n/2} \gamma^n \Delta \sigma^n} \frac{1}{a_i^\alpha} \left[1 - \left(\frac{a_i}{a_j} \right)^\alpha \right], \text{ avec } \alpha = \frac{n}{2} - 1 = \frac{3}{2} - 1 = 0.5$$

Pour le calcul du facteur de correction, on peut admettre que sa valeur est égale à la moyenne des valeurs correspondant à $a = a_0 = 1$ mm et $a_j = 10$ mm. Le calcul des facteurs de correction Y_e , Y_f et Y_s nécessaires pour établir Y avec (13.7) se fait comme pour l'exemple 13.1, à savoir avec les équations de la figure 13.6. Les valeurs correspondantes sont données au tableau 13.12.

Tableau 13.12 Facteurs de correction pour la fissure de la figure 13.11.

	$a_i = a_0 = 1$ mm	$a_j = 10$ mm
Correction pour la forme de la fissure : Y_e	0.705	0.705
Correction pour la dimension de la plaque : Y_f	1.001	1.128
Correction pour une fissure de surface : Y_s	1.048	1.048
Facteur de correction selon (13.7) : $Y = Y_e Y_f Y_s$	0.740	0.834

On peut ainsi admettre la valeur du facteur de correction Y suivante :

$$Y = \frac{0.740 + 0.834}{2} = 0.787$$

Avec les valeurs numériques ainsi établies, le nombre de cycles N_{0j} nécessaires pour faire progresser la fissure de $a_i = a_0 = 1$ mm à a_j peut être déterminé avec la relation suivante :

$$N_{0j} = \frac{1}{2 \cdot 10^{-13} \frac{\text{mm}}{\text{cycle}} (\text{Nmm}^{-3/2})^3 \cdot 0.5 \cdot \pi^{1.5} \cdot 0.787^3 (100 \text{ N/mm}^2)^3 (1 \text{ mm})^{0.5}} \left[1 - \left(\frac{1 \text{ mm}}{a_j} \right)^{0.5} \right]$$

qui permet d'établir les valeurs numériques reportées au tableau 13.13.

Tableau 13.13 Propagation de la fissure en admettant Y constant.

a_j [mm]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N_{0j} [10^6 cycles]	0	1.08	1.56	1.84	2.04	2.18	2.29	2.38	2.46	2.52

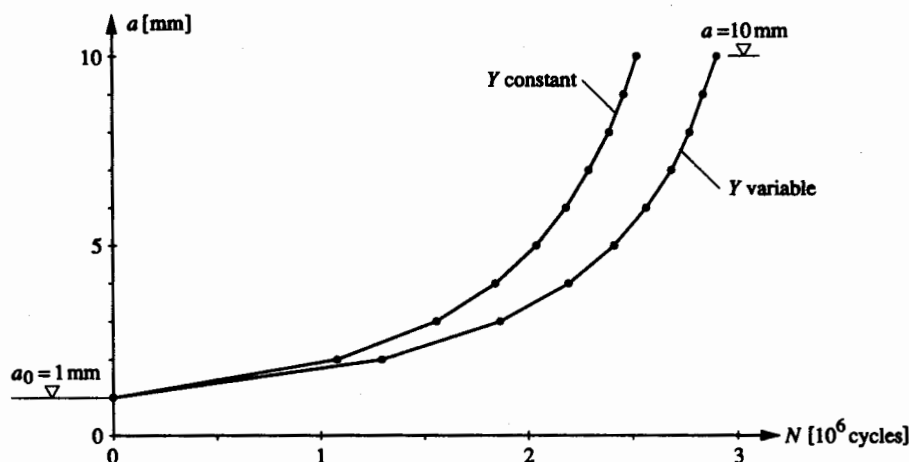
Facteur de correction Y variable en fonction de a

En admettant Y variant en fonction de la dimension a de la fissure, on est obligé de calculer N_{ij} pas à pas avec les différentes valeurs de Y . On utilise à nouveau l'équation (13.13), mais par intervalles de 1 mm sur lesquels on admet Y constant. On obtient le nombre de cycles N_{0j} nécessaires pour faire progresser la fissure de $a_i = a_0 = 1$ mm à a_j en additionnant les différents N_{ij} . On obtient ainsi les valeurs reportées au tableau 13.14.

Tableau 13.14 Propagation de la fissure en admettant Y variable en fonction de a .

a_j [mm]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$Y(a_j)$	0.740	0.742	0.746	0.751	0.759	0.768	0.780	0.794	0.812	0.834
$[Y(a_j)+Y(a_i)] / 2$		0.741	0.744	0.749	0.755	0.764	0.774	0.787	0.803	0.823
N_{ij} [10^6 cycles]	0	1.29	0.57	0.33	0.22	0.16	0.12	0.09	0.07	0.06
$N_{0j} = \sum N_{ij}$ [10^6 cycles]	0	1.29	1.86	2.19	2.41	2.57	2.69	2.78	2.85	2.90

La figure 13.15 représente graphiquement la relation a - N pour les deux cas examinés, à savoir Y constant ou variable (on observera l'allure exponentielle des courbes ainsi obtenues). Pour le cas particulier étudié dans cet exemple, le fait d'admettre Y constant n'a pas une grande influence sur le résultat final. Pour d'autres cas par contre, la différence peut être plus importante, et le nombre de cycles N estimé en prenant Y constant peut être sous-estimé ou surestimé. On utilisera donc en général des méthodes d'intégration numérique, notamment lorsqu'une forte concentration de contrainte est à considérer à l'aide d'un facteur K_t (§ 13.3.4), qui est, pour de petites fissures, nettement plus sensible à la dimension a de la fissure que ne le sont les facteurs Y .

**Fig. 13.15** Représentation graphique de la propagation de la fissure.

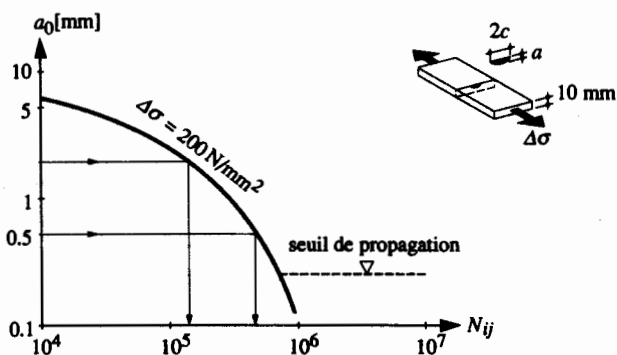
13.3.4 Paramètres influençant la durée de vie

Dimension de la fissure initiale

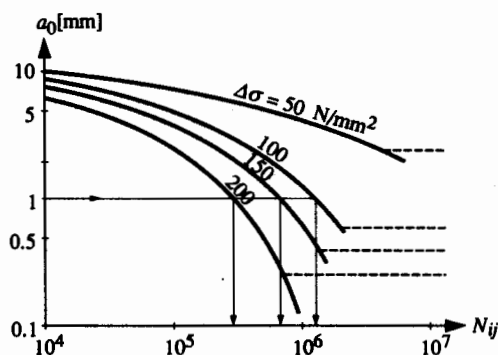
La figure 13.16 traite de l'exemple d'une plaque de 10 mm d'épaisseur sollicitée en traction [13.19], afin de mettre en évidence l'influence de la dimension a_0 de la fissure initiale et de la différence de contraintes $\Delta\sigma$ sur la durée de vie. Le nombre de cycles N_{ij} nécessaires pour agrandir la fissure de dimension initiale $a_i = a_0$ à une valeur $a_j = 10 \text{ mm}$ (correspondant à l'épaisseur de la plaque) est indiqué en abscisse. La figure 13.16(a) permet de montrer que la dimension initiale a_0 de la fissure est une valeur importante pour la détermination du nombre de cycles N_{ij} , dans la mesure où une petite fissure initiale

(par exemple $a_0 = 0.5$ mm) permet un grand nombre de cycles, tandis qu'une grande fissure initiale réduit considérablement ce nombre de cycles.

La figure 13.16(a) illustre également l'effet du seuil de propagation ΔK_{th} . Avec les valeurs numériques de cet exemple et pour une différence de contraintes $\Delta\sigma = 200$ N/mm², on voit qu'aucune fissure dont la dimension initiale a_0 est plus petite que 0.3 mm environ ne subit de propagation. Cette valeur est déduite de (13.10) avec l'exigence que ΔK reste inférieure à la valeur de seuil ΔK_{th} , égale en l'occurrence à 174 Nmm^{-3/2} dans cet exemple.



(a) Effet de la dimension initiale a_0 de la fissure.



(b) Effet de la différence de contraintes $\Delta\sigma$.

Fig. 13.16 Effet de la dimension initiale a_0 de la fissure et de la différence de contraintes $\Delta\sigma$ sur le nombre de cycles N_{ij} .

Il convient d'ajouter que l'épaisseur de la plaque (qui influence directement la dimension finale a_j de la fissure) n'a que très peu d'influence sur le nombre de cycles N_{ij} , pour autant qu'elle soit nettement plus grande (d'un facteur 10 au moins) que a_i . Ceci ressort de (13.13), où le rapport a_i/a_j apparaît dans le dernier terme de la relation.

Différence de contraintes

La figure 13.16(b) met en évidence l'influence prépondérante de la différence de contraintes $\Delta\sigma$. Pour l'exemple d'une fissure de dimension initiale $a_0 = 1$ mm, le nombre de cycles est nettement plus grand (attention à l'échelle logarithmique) pour des sollicitations plus petites. En effet, selon (13.14), le nombre de cycles N_{ij} est inversement proportionnel à la n -ième puissance de la différence de contraintes $\Delta\sigma$.

La dimension de la fissure en dessous de laquelle aucune propagation n'a lieu (seuil de propagation) est également nettement plus grande pour une sollicitation plus petite. Cette observation met en évidence la plus grande sensibilité aux anomalies des éléments fortement sollicités et par conséquent la nécessité d'adapter les contrôles des soudures aux conditions d'utilisation.

Concentration de contrainte

Les effets de la forme de la fissure et de ses dimensions par rapport à celles (largeur et épaisseur) de la plaque sont contenus dans le facteur de correction Y (fig. 13.6). Ces effets sont relativement faibles par rapport à ceux qui sont dus à la différence de contraintes $\Delta\sigma$ ou à la dimension initiale a_0 de la fissure.

Une estimation de Y à l'aide de relations telles que celles contenues dans la figure 13.6 est donc en général suffisante (§ 13.3.1).

En revanche, l'effet de la concentration de contrainte dû par exemple à un gousset ou à une autre attache est important. Bien que le gousset représenté à la figure 13.1 ne participe pas à la résistance à la flexion de la poutre-maîtresse, il se situe dans un champ de contraintes qui doit être en accord avec les conditions de compatibilité entre l'âme de la poutre et le gousset. De plus, sa géométrie dérange le flux des contraintes; il subit donc des concentrations de contrainte à ses extrémités. Ces concentrations sont plus importantes pour une longueur de gousset plus grande ou pour un élément plus massif.

Il faut préciser que l'effet de la concentration de contrainte dépend en réalité de la dimension a de la fissure. On peut en tenir compte en introduisant dans (13.10) un facteur K_t :

$$\Delta K = Y K_t \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (13.16)$$

K_t : facteur de concentration de contrainte, fonction de a

Les valeurs, pour différentes géométries de fissure, du facteur de concentration de contrainte K_t peuvent être obtenues analytiquement, expérimentalement ou à l'aide de calculs par éléments finis. L'intégration de (13.12) est toujours possible et conduit également à (13.14) pour autant que K_t soit constant. Dans ce cas, la constante \bar{C} (13.15) contient toutes les données du détail de construction considéré (a_0 , a_{cr} , Y et K_t) et les caractéristiques du matériau (D , n). Une intégration numérique est par contre nécessaire dans les cas où K_t ou/et Y sont considérés comme variable au cours de la propagation de la fissure.

Exemple 13.3 Etude paramétrique de la propagation d'une fissure

En se basant sur le cas de la fissure examiné dans l'exemple 13.2, pour lequel $a_0 = 1.0$ mm, $t = 20$ mm, $\Delta \sigma = 100$ N/mm² et $a/c = 0.8$, étudier l'influence de la variation de chacun de ces paramètres influençant la propagation de la fissure, en admettant que le facteur de correction Y est constant au cours de la propagation. On examinera les cas suivants :

- dimension de la fissure initiale : $a_0 = 0.5$ mm et 1.5 mm,
- épaisseur de l'aile : $t = 15$ mm et 30 mm,
- différence de contraintes : $\Delta \sigma = 80$ N/mm² et 120 N/mm²,
- forme de la fissure : $a/c = 0.4$.

Comme pour la partie de l'exemple 13.2 où l'on a admis Y constant, on applique (13.13) en faisant varier les différents paramètres :

$$N_{ij} = \frac{1}{D \alpha \pi^{n/2} Y^n} \frac{1}{\Delta \sigma^n} \frac{1}{a_i^\alpha} \left[1 - \left(\frac{a_i}{a_j} \right)^\alpha \right], \text{ avec } \alpha = \frac{n}{2} - 1$$

La valeur constante de Y au cours de la propagation est admise égale à :

$$Y = \frac{Y(a_i = a_0) - Y(a_j = 10 \text{ mm})}{2}$$

Cette valeur peut être calculée, comme dans les exemples 13.1 et 13.2, à l'aide des formules de la figure 13.6.

Les résultats des différents calculs sont donnés à la figure 13.17 par une représentation graphique de la courbe de propagation $a-N$ pour les différents cas examinés, qui permettent de faire les constatations suivantes :

- La durée de vie est très fortement influencée par la différence de contraintes $\Delta \sigma$. Une différence de contraintes $\Delta \sigma$ passant de 80 N/mm² à 120 N/mm² diminue la durée de vie d'un facteur 3.37 (selon (13.14), $(120/80)^3$).

- La durée de vie est fortement influencée par la dimension de la fissure initiale a_0 . Dans notre cas, le nombre de cycles nécessaires pour que la fissure atteigne 10 mm est plus de 2 fois plus important pour une fissure initiale de $a_0 = 0.5$ mm que pour une fissure initiale de $a_0 = 1.5$ mm.
- La durée de vie peut être fortement influencée par la géométrie de la fissure. Dans notre cas, le nombre de cycles nécessaires pour qu'une fissure augmente de $a = 1$ mm à $a = 10$ mm est plus de 2 fois plus important pour un rapport a/c de 0.8 que pour un rapport a/c de 0.4, dans le cas où la géométrie ne change pas pendant la propagation.
- L'influence de l'épaisseur de la plaque n'est pas très importante pour autant que a_j reste nettement inférieure à celle-ci. On prendra cependant garde au fait que l'on a admis Y constant au cours de la propagation, alors que les valeurs de Y augmentent rapidement lorsque la fissure se rapproche de l'épaisseur t de la plaque. De plus, dans le cas d'une plaque encore plus mince, la fissure sera plus rapidement traversante, ce qui a pour conséquence de diminuer la durée de vie.

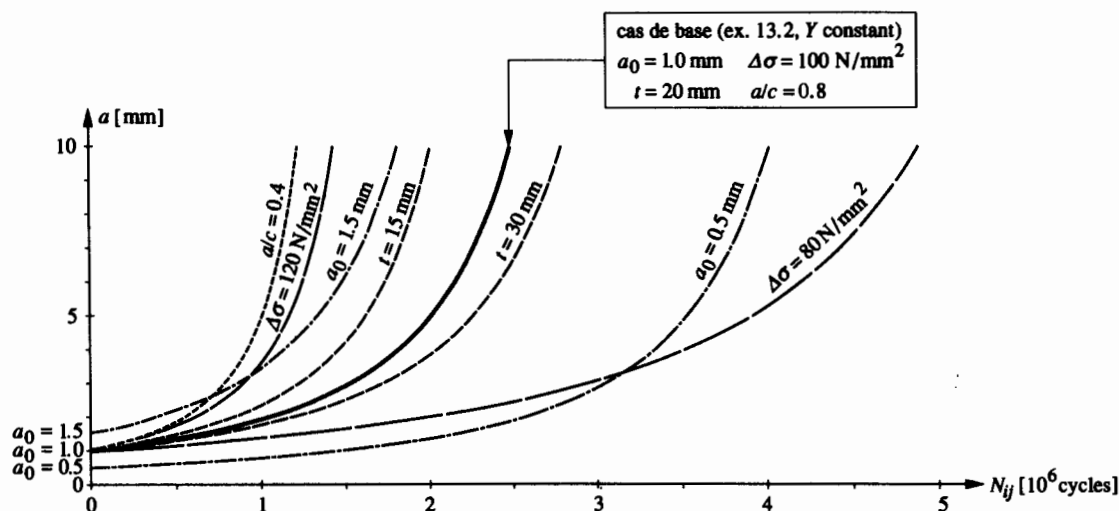


Fig. 13.17 Etude paramétrique de la propagation d'une fissure.

13.3.5 Dimension critique d'une fissure

La propagation d'une fissure de fatigue est possible jusqu'au moment où sa dimension critique a_{cr} est atteinte (fig. 13.9). Cette dimension critique est définie soit par la plastification de la section nette restante, soit par sa rupture fragile. Il est possible de dire qu'une fissure ne conduira pas à la *rupture fragile* du détail tant que la valeur de son facteur d'intensité de contrainte K reste inférieure à une valeur critique K_c :

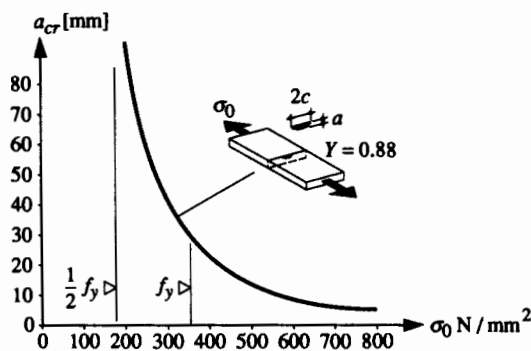
$$K < K_c \quad (13.17)$$

La relation (13.17) est analogue à (2.3), dans la mesure où elle exprime que la «solicitation» K doit rester inférieure à la «résistance» K_c . En y introduisant le facteur d'intensité de contrainte K défini par (13.6), il devient possible d'en déduire la dimension critique de la fissure a_{cr} menant à la rupture fragile :

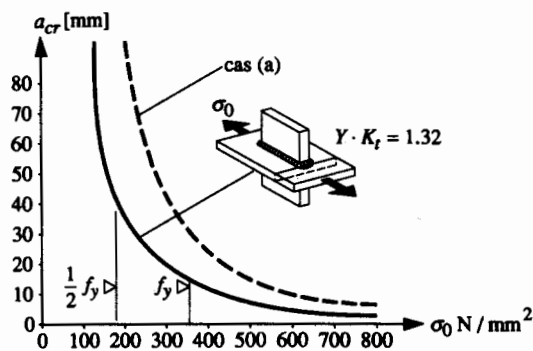
$$a_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{Y \sigma_0} \right)^2 \quad (13.18)$$

Précisons que la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte K_C , appelée également *ténacité* (même si cette notion n'est pas identique à celle introduite au paragraphe 3.2.2), est une constante du matériau et ne dépend pas de la géométrie du détail considéré (pour autant que le matériau soit isotrope). La valeur critique du facteur d'intensité de contrainte K_C dépend toutefois de l'épaisseur de l'éprouvette (à savoir si on est en état plan de contraintes ou en état plan de déformations), de la température, ainsi que de la vitesse de sollicitation. La détermination de K_C se fait expérimentalement sur une éprouvette préfissurée. Il existe également des relations empiriques entre la résilience, mesurée avec l'essai Charpy (§ 3.3.1), et la valeur K_C [13.7] [13.20].

La figure 13.18 présente la relation entre la contrainte appliquée σ_0 et la dimension critique de la fissure a_{cr} . Il s'agit de deux plaques soumises à de la traction, comportant chacune en surface une fissure elliptique de profondeur a ; la plaque de la figure 13.18(a) ne comporte pas de gousset, ce qui est par contre le cas de la plaque de la figure 13.18(b).



(a) Plaque fissurée.



(b) Influence de la concentration de contrainte.

Fig. 13.18 Relation entre la contrainte appliquée σ_0 et la dimension critique de la fissure a_{cr} pour deux types de plaques ayant une valeur de $K_C = 3000 \text{ Nmm}^{-3/2}$.

Admettons que la contrainte appliquée σ_0 soit environ égale à la moitié de la limite d'élasticité f_y , à savoir que $\sigma_0 \approx 180 \text{ N/mm}^2$ pour de l'acier Fe E 355. En reportant cette valeur sur l'abscisse de la figure 13.18(a), on constate que la dimension critique de la fissure a_{cr} est très grande ($a_{cr} > 80 \text{ mm}$). On peut en déduire, dans un tel cas, que la plastification de la section nette survient bien avant la rupture fragile.

Ce raisonnement change toutefois si l'on considère, en plus de la contrainte appliquée σ_0 , la présence de contraintes résiduelles, comme celles qui sont introduites par la soudure d'un gousset sur la plaque (fig. 13.18(b)). Dans un tel cas, la contrainte effective (égale à la somme des contraintes appliquée et résiduelle) peut sans autre atteindre la limite d'élasticité f_y . En reportant cette valeur sur la figure 13.18(b), on constate que a_{cr} est beaucoup plus faible ($a_{cr} \approx 15 \text{ mm}$) que dans le cas sans gousset. Un tel phénomène, qui a pour conséquence une diminution de la valeur de a_{cr} , se produit également lorsque la température de service est basse et/ou lorsque la vitesse de chargement est grande (réduction de K_C).

Exemple 13.4 Dimension critique d'une fissure

Soit la fissure située dans la semelle inférieure, en acier Fe E 355, de la section de la poutre composée à âme pleine déjà examinée dans l'exemple 13.2. On admettra dans le présent exemple que la fissure a continué sa propagation, et qu'elle traverse la semelle (fig. 13.19).

Déterminer la dimension critique a_{cr} de la fissure en admettant que la contrainte maximale appliquée vaut $\sigma_{max} = 200 \text{ N/mm}^2$, que la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte vaut $K_C = 3500 \text{ Nmm}^{-3/2}$ et que l'on néglige la dissipation de l'énergie dans l'âme.

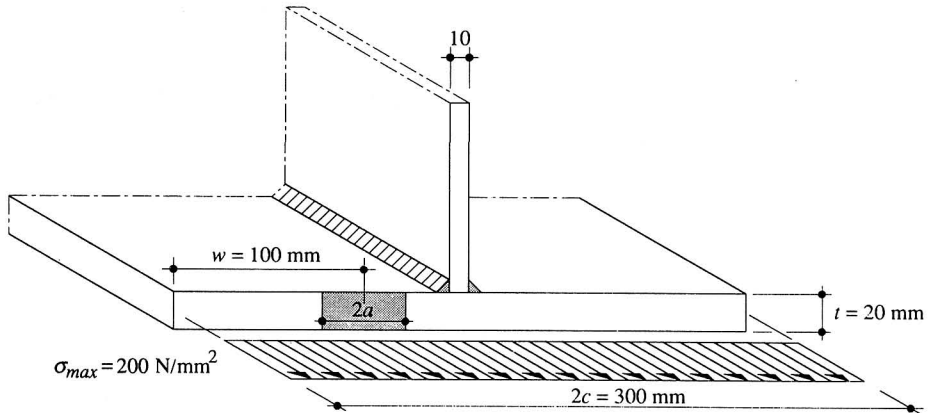


Fig. 13.19 Section de poutre composée à âme pleine avec une fissure traversante dans la semelle.

Avec $\sigma_0 = \sigma_{max}$, la dimension critique a_{cr} de la fissure est donnée par (13.18) :

$$a_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_C}{Y \sigma_0} \right)^2$$

Etant donné que le facteur de correction Y dépend de la dimension a de la fissure, la détermination de la dimension critique a_{cr} de la fissure doit se faire par itération :

- Première hypothèse : $a_{cr} = 40 \text{ mm}$:

Le facteur de correction Y vaut alors, sur la base des équations de la figure 13.6 :

$$Y = Y_f = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi a}{2w}}} = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi \cdot 40 \text{ mm}}{2 \cdot 100 \text{ mm}}}} = 1.11$$

La dimension critique a_{cr} de la fissure établie avec (13.18) ne correspond alors pas avec la valeur admise de $a_{cr} = 40 \text{ mm}$.

$$a_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_C}{Y \sigma_0} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3500 \text{ Nmm}^{-3/2}}{1.11 \cdot 200 \text{ N/mm}^2} \right)^2 = 79.0 \text{ mm} \neq 40 \text{ mm}$$

- Deuxième hypothèse : $a_{cr} = \frac{1}{2} (40 \text{ mm} + 79 \text{ mm}) \approx 60 \text{ mm}$:

On obtient alors, de façon analogue à la première hypothèse, $Y = 1.30$ et $a_{cr} = 58 \text{ mm}$. Comme ceci est très proche de la valeur admise de $a_{cr} = 60 \text{ mm}$, on peut en déduire que la dimension critique sera égale à $a_{cr} = 59 \text{ mm}$.

- Vérification avec $a_{cr} = 59 \text{ mm}$:

$$Y = Y_f = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi a}{2w}}} = \frac{1}{\sqrt{\cos \frac{\pi \cdot 59 \text{ mm}}{2 \cdot 100 \text{ mm}}}} = 1.29$$

$$a_{cr} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{Y \sigma_0} \right)^2 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{3500 \text{ Nmm}^{-3/2}}{1.29 \cdot 200 \text{ N/mm}^2} \right)^2 = 59.0 \text{ mm}$$

ce qui correspond bel et bien à la valeur admise pour a_{cr} . La largeur critique totale $2a_{cr}$ de la fissure vaut donc ainsi $2 \cdot 59 \text{ mm} = 108 \text{ mm}$.

Il est intéressant et nécessaire de savoir si la section nette restante pourrait se plastifier avant que la fissure n'ait atteint la dimension critique de 108 mm. Cela serait le cas si le critère de plastification devenait déterminant avant celui de la rupture fragile. Il faut pour cela comparer la dimension critique $2a_{cr}$ de la fissure à sa dimension $2a$ correspondant au début de la plastification de la section nette. Cette dernière s'établit comme suit :

$$\sigma_{max} \cdot 2c \cdot t = f_y (2c - 2a) t$$

d'où :

$$2a = 2c \left(1 - \frac{\sigma_0}{f_y} \right) = 300 \text{ mm} \left(1 - \frac{200 \text{ N/mm}^2}{355 \text{ N/mm}^2} \right) = 131 \text{ mm} > 2a_{cr} = 108 \text{ mm}$$

Comme $2a > 2a_{cr}$, la rupture de la section se produira par rupture fragile, étant donné que la dimension de la fissure deviendra critique avant que la section ne puisse se plastifier.

Il est par ailleurs utile de rappeler que la valeur critique du facteur d'intensité de contrainte K_c dépend fortement de la température. A plus haute température et/ou avec une vitesse de sollicitation plus faible, la valeur K_c est plus importante et, dans ce cas, la rupture de la section se produira par plastification de la section nette.

13.4 Sollicitations de fatigue

Il a déjà été vu à la section 13.1 que le passage de véhicules sur un pont, comme celui représenté à la figure 13.1, crée des sollicitations variables dans chaque détail de construction de la structure. Un événement de charge, comme le passage d'un camion, peut provoquer plusieurs cycles de contraintes. Il est donc important de comprendre la relation qu'il y a entre les charges agissant sur une structure et les contraintes correspondantes créées à l'intérieur de celle-ci. C'est dans ce but que cette section contient d'abord un bref aperçu des différents types de structures soumises à des charges de fatigue. Une analyse des contraintes en fonction du temps est ensuite effectuée, afin de décrire les sollicitations à l'aide des paramètres qui sont prédominants pour la résistance à la fatigue (§ 13.2.1 et 13.3.4), notamment la différence de contraintes $\Delta\sigma$.

13.4.1 Structures soumises à des charges de fatigue

Ponts-routes et ponts-rails

Le trafic des poids lourds constitue, du point de vue de la fatigue, la charge variable prédominante sur les *ponts-routes*. Le volume de trafic à prendre en considération dépend du type de route (autoroute, route principale, route collectrice ou route de desserte) ainsi que de la durée de service prévue. Dans le cas des *ponts-rails*, les trains marchandises et les trains voyageurs constituent la charge de fatigue. Le nombre de passages à prendre en compte dépend de la situation du pont dans le réseau (ligne principale ou ligne secondaire) et de la durée de service prévue de l'ouvrage.

Le comportement dynamique d'un pont est très complexe. Il est influencé par de nombreux paramètres, parmi lesquels on relèvera les caractéristiques dynamiques de la structure (fréquences propres et amortissement), la rugosité du revêtement ou des rails, les caractéristiques du trafic (géométrie, répartition des charges, etc.), les caractéristiques dynamiques des véhicules (ressorts, amortissement, fréquences propres, etc.) et la vitesse de passage. En général, il n'est pas possible d'introduire tous ces paramètres dans un calcul de la structure. Ainsi, dans un but de simplification, les charges «dynamiques» sont habituellement établies en multipliant les charges «statiques» par un coefficient dynamique, qui n'est pas forcément le même pour la vérification de la sécurité à la fatigue et pour celle de la sécurité structurale; pour la fatigue, il ne doit en effet pas couvrir une valeur maximale, mais doit tenir compte des caractéristiques aléatoires des charges de fatigue.

La référence [13.21] contient les modèles de charge représentant les charges d'exploitation à considérer sur les ponts-routes et les ponts-rails, tandis que la norme SIA 160 définit les charges de fatigue à utiliser pour un calcul simplifié (§ 13.7.4).

Ponts roulants et voies de roulement

Les opérations de levage et de mouvement des charges soulevées par les ponts roulants créent des actions verticales et horizontales, qui sollicitent à la fatigue les ponts roulants eux-mêmes ainsi que leurs voies de roulement. Les effets dynamiques de ces charges, dus à l'inertie des masses en mouvement lors des accélérations et des freinages, sont à considérer. Le nombre total de cycles de levage à prendre en compte dépend de la fréquence d'utilisation et de la durée de service prévue.

Les règles de calcul pour les appareils de levage définies par la Fédération européenne de la manutention [13.22] ont longtemps été le seul document de référence pour la définition des charges dues aux ponts roulants. Elles ont servi de base au contenu de la référence [13.21], qui donne des informations sur les états de chargement des ponts roulants, et de la norme SIA 160, qui définit le principe des charges de fatigue à utiliser pour un calcul simplifié (§ 13.7.4). Précisons qu'une norme européenne relative aux engins de levage tels que les ponts roulants et les grues est actuellement en cours de préparation [13.23].

Plates-formes pétrolières

Les charges de fatigue dans les plates-formes pétrolières proviennent des mouvements dus aux vagues auxquelles ce type de structure est soumis. Les sollicitations engendrées dans la structure dépendent fortement du comportement statique et dynamique de la plate-forme. Il faut également mentionner que la résistance à la fatigue peut être réduite par la présence de l'eau salée (§ 13.2.1); une protection cathodique de la structure est de ce fait en général nécessaire.

Transports par câble

L'oscillation des cabines de téléphérique pendant leurs déplacements et surtout les fréquents chargements et déchargements sollicitent les parties de la cabine assurant leur suspension au câble. Les pylônes sont également exposés aux charges variables dues aux passages des cabines, aux forces de déviation des câbles et aux effets du vent. Précisons qu'une norme européenne relative aux moyens de transport par câble est actuellement en cours de préparation [13.24].

Tours, mâts et cheminées

Les actions dues au vent sont à l'origine du mouvement et des sollicitations des structures telles que les tours, les mâts et les cheminées. L'interaction du vent avec le comportement statique et dynamique de

la structure est prédominante pour les contraintes qui en résultent dans les différents détails de construction.

13.4.2 Contraintes dues aux charges

Les charges d'exploitation agissant sur les différentes structures mentionnées au paragraphe précédent créent des contraintes variables dans chaque élément de la structure. La figure 13.20 montre schématiquement, à titre d'exemple, l'effet du passage d'un train dans un détail de construction à mi-travée du pont. *L'historique des contraintes* (ou l'évolution de la contrainte en fonction du temps) peut être obtenue à l'aide de la ligne d'influence de la contrainte dans le détail considéré. La contrainte due au passage du train, qui est variable dans le temps, s'ajoute à la contrainte σ_G , constante, due au poids propre et aux charges permanentes.

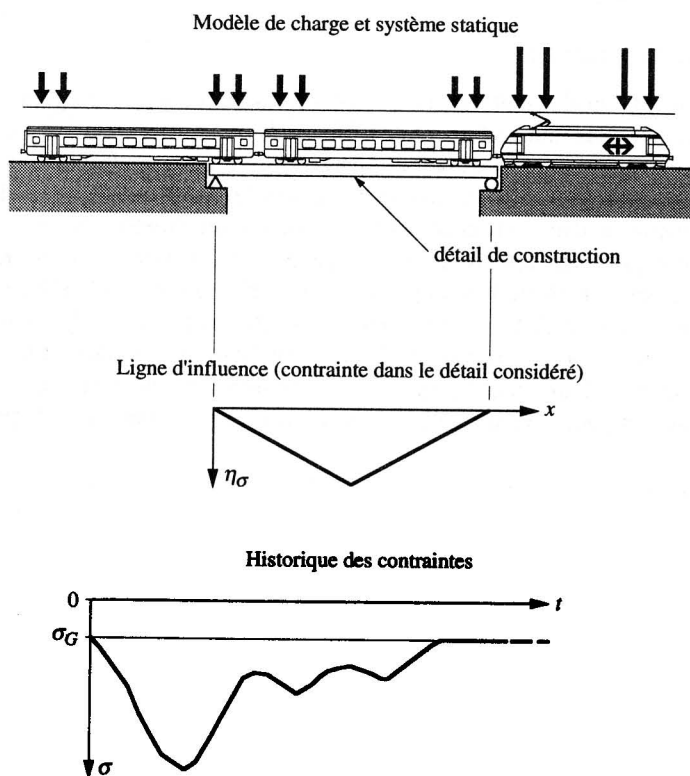


Fig. 13.20 Contrainte dans un détail de pont en fonction du temps.

L'analyse de l'historique des contraintes sert essentiellement à identifier les valeurs numériques des paramètres qui sont prépondérants pour la détermination de la résistance à la fatigue (§ 13.2.1), à savoir la différence de contraintes et le nombre de cycles. Une comparaison de l'historique des contraintes de la figure 13.20 avec la variation sinusoïdale des contraintes représentée à la figure 13.2 met en évidence le peu de ressemblance entre ces deux types de sollicitations. Il est donc nécessaire, afin de pouvoir

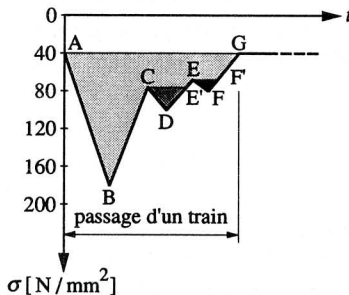
appliquer la théorie de la fatigue exposée dans ce chapitre à des cas de sollicitations réels, d'extraire de l'historique des contraintes une série de différences de contraintes; cela fait l'objet du paragraphe suivant.

13.4.3 Histogramme des différences de contraintes

Sur la base de l'historique des contraintes de la figure 13.20, on peut constater intuitivement que chaque passage de train correspond à une grande différence de contraintes, suivie de plusieurs différences de contraintes plus petites. Il existe différentes méthodes [13.25] [13.26] permettant d'analyser les historiques des contraintes; on citera parmi celles-ci la méthode dite «du réservoir» et celle «de la goutte d'eau» (*rainflow*). Ces deux méthodes, qui donnent des résultats identiques si elles sont appliquées correctement, permettent une bonne définition des différences de contraintes; elles sont donc conformes à l'observation faite au paragraphe 13.2.1 postulant que la différence de contraintes est le paramètre prépondérant pour la détermination de la durée de vie. D'autres méthodes donnent plus d'importance au nombre et à la valeur des extrema (*peak count*), ou au nombre de passages à un certain niveau de contrainte (*level crossing count*). Cependant ces dernières méthodes ne s'appliquent pas tellement aux structures métalliques soudées de génie civil, en raison d'une moins bonne correspondance avec les paramètres prépondérants pour la résistance à la fatigue.

Le principe de la méthode dite «du réservoir», généralement admise pour des éléments soudés, est illustré à l'aide de la figure 13.21. L'historique des contraintes qui y est donné est identique à celui de la figure 13.20, mais représenté uniquement avec les extrema. Les différentes étapes permettant d'établir les différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ peuvent être résumées ainsi :

- La surface au-dessus de la courbe σ - t pour un événement de charge tel que le passage d'un train est remplie d'eau (niveau AG). La contrainte σ_G due au poids propre et aux actions permanentes n'intervient donc pas.
- Un trou est percé au point le plus bas de la courbe (B) pour laisser écouler l'eau. La différence entre le niveau d'eau original (AG) et celui du point le plus bas (B) correspond à la plus grande différence de contraintes $\Delta\sigma$.
- Le niveau d'eau restant est maintenant plus bas que le niveau original AG. Il est de plus différent selon les zones de l'historique des contraintes, c'est-à-dire à CE' et à EF'. Un trou est percé au point le plus bas de chacune de ces zones (D, et ensuite F) et les différences de contraintes $\Delta\sigma$ correspondantes sont prises en compte.
- Pour des historiques de contraintes plus complexes, ces opérations sont répétées jusqu'à un écoulement total de l'eau.



niveau-pointe	$\Delta\sigma [\text{N/mm}^2]$
AG-B	140
CE'-D	24
EF'-F	12

Fig. 13.21 Exemple du comptage des différences de contraintes pour le passage d'un train.

Ce type de comptage est ensuite effectué pour chaque passage de train. En considérant les différents types de trains [13.21] et leur nombre respectif dans le trafic à considérer pendant toute la durée de service prévue, l'ensemble des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ peut alors être représenté sous forme d'histogramme (ou de spectre d'étendues de contrainte), tel que celui donné à titre d'exemple à la figure 13.22. Remarquons que chaque section de pont, donc chaque détail de construction, est soumis à un histogramme de différences de contraintes et à un nombre total de cycles qui lui sont propres. Cela provient du fait que la ligne d'influence de chaque détail de construction est en général différente.

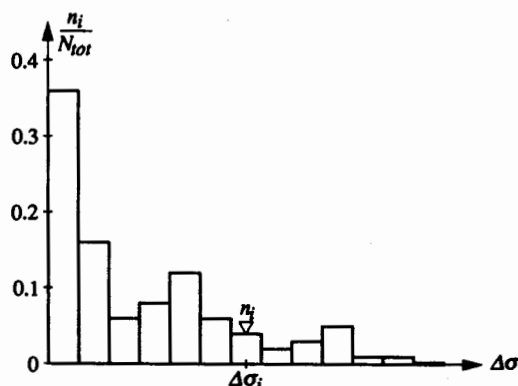


Fig. 13.22 Exemple d'un histogramme de différences de contraintes.

13.5 Effet des contraintes aléatoires

13.5.1 Cumul des dommages individuels

Rappelons que les courbes permettant d'établir la résistance à la fatigue (fig. 13.3) ont été obtenues à partir d'essais effectués avec une différence de contraintes $\Delta\sigma$ constante. Les sollicitations réelles dans une structure (dues par exemple au passage d'un train (fig. 13.20 et 13.21)) sont cependant constituées de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ différentes les unes des autres. La question se pose alors d'estimer l'influence de ces différentes sollicitations sur la durée de vie.

Reprenons pour cela la **courbe de résistance à la fatigue** de la figure 13.3 décrite par (13.2) (cette courbe, qui est en réalité une droite dans le système d'axes logarithmiques, est souvent appelée «courbe de Wöhler»). Cette courbe exprime en fait que, pour chaque niveau de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$, le nombre de cycles jusqu'à la ruine vaut N_i (fig. 13.23). Selon Palmgren [13.27], on peut en déduire que chaque cycle de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$ crée un dommage individuel d_i , et que n_i cycles de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$ créent un dommage partiel $n_i d_i$:

$$\text{dommage dû à un cycle :} \quad d_i = \frac{1}{N_i} \quad (13.19a)$$

$$\text{dommage dû à } n_i \text{ cycles :} \quad n_i d_i = \frac{n_i}{N_i} \quad (13.19b)$$

d_i : dommage individuel dû à un seul cycle de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$

n_i : nombre de cycles appliqués au niveau de la différence de contraintes $\Delta\sigma_i$

N_i : nombre de cycles jusqu'à la ruine pour un niveau de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$

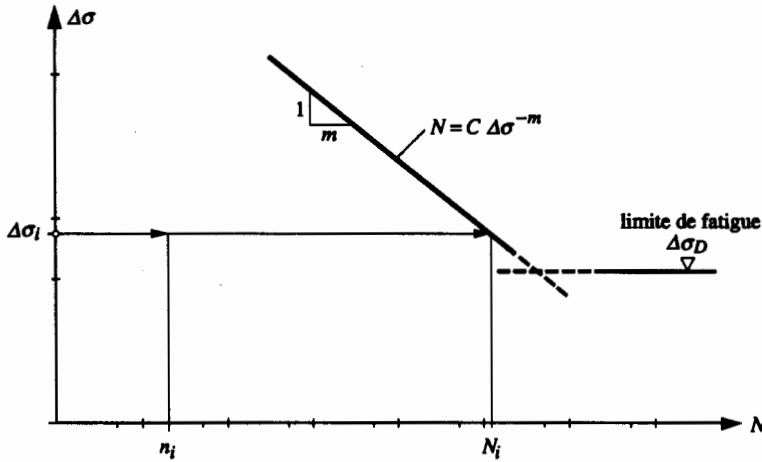


Fig. 13.23 Courbe de résistance à la fatigue pour le calcul du dommage dû à n_i différences de contraintes $\Delta\sigma_i$.

La relation (13.19b) exprime le dommage partiel dû à un certain nombre de cycles n_i appliqués au niveau de la différence de contraintes $\Delta\sigma_i$. En présence d'un histogramme de différences de contraintes, tel que celui de la figure 13.22, il faut comptabiliser l'ensemble des dommages dus aux k niveaux de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$. Le dommage total D_{tot} s'exprime donc ainsi :

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^k n_i d_i \quad (13.20)$$

k : nombre de niveaux de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$

Sur la base d'essais, Miner [13.28] a trouvé que la rupture par fatigue se produisait lorsque la somme totale D_{tot} des dommages partiels atteignait une valeur proche de 1.0 (suivant les applications, cette valeur peut en réalité avoir une grande dispersion, comprise entre environ 0.60 et 1.5; elle s'est toutefois généralisée dans beaucoup d'applications ainsi que dans les normes) :

$$D_{tot} = 1.0 \quad (13.21)$$

Remarquons que la valeur de $D_{tot} = 1.0$ signifie que la durée de vie est atteinte. Il est donc important de rester en dessous de cette valeur limite lors du dimensionnement d'un détail de construction sollicité par des charges de fatigue ($D_{tot} \leq 1.0$).

L'usage de (13.21) s'est révélé suffisamment fiable pour être utilisé de façon générale pour les éléments soudés de ponts et de ponts roulants. On sera toutefois prudent quant à son application à d'autres structures, notamment celles soumises à des surcharges occasionnelles (en anglais *overloads*, sollicitations nettement plus élevées que les sollicitations habituelles) telles que les plates-formes pétrolières ou les avions.

13.5.2 Cumul des dommages pour un histogramme de différences de contraintes

La figure 13.24 représente l'histogramme des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ de la figure 13.22 superposé à la courbe de résistance à la fatigue de la figure 13.23, ceci dans le but de calculer les dommages cumulés des différents niveaux de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$. L'histogramme est tourné de 90° et sa forme est déformée à cause de la transformation logarithmique de l'axe des $\Delta\sigma$. On remarque également qu'une partie des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ se situe en dessous de la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$. Il se pose alors la question de l'effet de cette limite de fatigue sur le calcul des dommages. Trois différentes approches de cette question sont examinées ci-après.

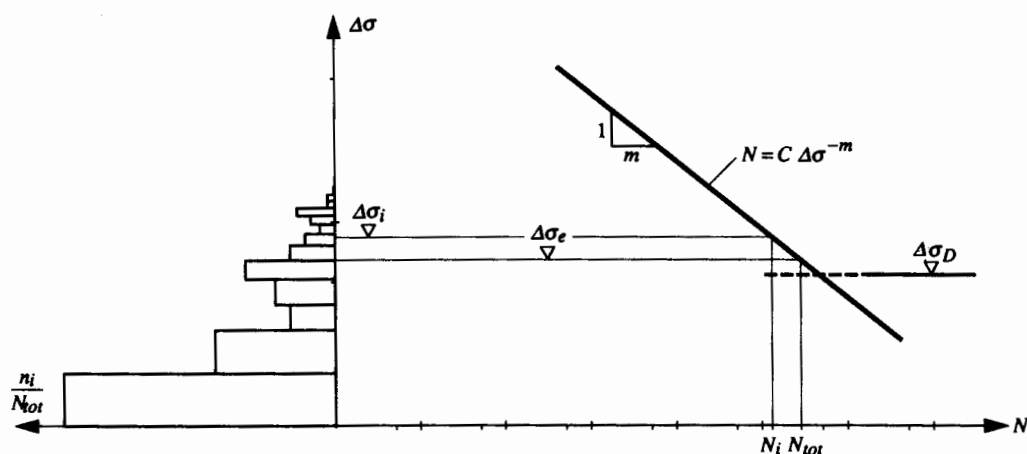


Fig. 13.24 Histogramme de différences de contraintes et courbe de résistance à la fatigue pour le calcul des dommages.

Sans considération de la limite de fatigue

La première approche ignore la présence de la limite de fatigue en utilisant la courbe définie par (13.2) sur l'ensemble du domaine $\Delta\sigma$ - N . Autrement dit, toutes les différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ sont comptabilisées dans le calcul des dommages, ce qui représente une approche conservatrice dans laquelle on sous-estime la durée de vie.

En utilisant dans (13.20) l'expression du dommage partiel (13.19b) ainsi que la relation (13.2) appliquée à N_i , le dommage total D_{tot} dû à l'ensemble des niveaux de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ de l'histogramme peut s'écrire ainsi :

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^k n_i d_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i}{C \Delta\sigma_i^{-m}} \right) \quad (13.22)$$

Afin de pouvoir simplifier la vérification de la sécurité à la fatigue, il est pratique de disposer d'une différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ qui représente l'effet de fatigue de l'ensemble des différents

niveaux de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$. En se basant sur le nombre total de cycles N_{tot} , le dommage total D_{tot} pour cette différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ peut être exprimé, en analogie avec (13.22), par la relation suivante :

$$D_{tot} = \frac{N_{tot}}{C \Delta\sigma_e^{-m}} \quad (13.23)$$

N_{tot} : nombre total de cycles ($N_{tot} = \sum_{i=1}^k n_i$)

$\Delta\sigma_e$: différence de contraintes équivalente

En comparant (13.22) et (13.23) avec la condition que le dommage total D_{tot} soit identique dans les deux cas (ce qui doit être le cas car les deux expressions sont basées sur la même courbe de la figure 13.24), il est possible d'exprimer explicitement cette différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$:

$$\Delta\sigma_e = \left(\sum_{i=1}^k \Delta\sigma_i^m \frac{n_i}{N_{tot}} \right)^{\frac{1}{m}} = \left(\frac{1}{N_{tot}} \sum_{i=1}^k \Delta\sigma_i^m n_i \right)^{\frac{1}{m}} \quad (13.24)$$

La valeur de $\Delta\sigma_e$ exprime en quelque sorte une moyenne pondérée des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$, où la pondération se fait avec l'exposant m représentant la pente de la courbe de résistance. Autrement dit, un cycle de différence de contraintes $\Delta\sigma_i$, dont la valeur est le double d'un autre, intervient avec un poids huit fois plus grand (pour $m = 3$) dans la valeur de la différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$. Remarquons d'ores et déjà que l'utilisation de la différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ est pratique dans le cas où les courbes de résistance à la fatigue sont parallèles (sect. 13.6), ce qui simplifie beaucoup la vérification de la sécurité à la fatigue (sect. 13.7).

Avec la limite de fatigue

La deuxième approche possible tient compte du fait que les différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ plus petites que la limite de fatigue permettent théoriquement une durée de vie infinie. Il faut toutefois prendre garde au fait que cette observation a été faite lors d'essais à amplitude constante. Une application aux amplitudes variables n'est possible que dans le cas où toutes les différences de contraintes de l'histogramme sont en dessous de la limite de fatigue. Dans ce cas particulier seulement, une durée de vie tendant vers l'infini ($> 10^8$ cycles) peut être obtenue. Ceci est important pour certains éléments de machines ou de véhicules de transport qui ont à supporter un très grand nombre de cycles.

Examinons maintenant un histogramme dont une partie des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ se situe en dessus de la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$, et l'autre partie en dessous (fig. 13.25). Si le cumul des dommages des différences de contraintes supérieures à la limite de fatigue peut s'effectuer avec (13.22), il n'en est pas de même pour les différences de contraintes inférieures à la limite de fatigue. La théorie de la mécanique de la rupture permet pour celles-ci de dire qu'elles ne contribuent pas à la propagation de la fissure aussi longtemps que la valeur de leur différence de facteurs d'intensité de contrainte ΔK_i (13.10) reste inférieure à la valeur du seuil de propagation ΔK_{th} .

Rappelons que la différence de facteurs d'intensité de contrainte tient compte à la fois de la différence de contraintes $\Delta\sigma$ et de la dimension a de la fissure; c'est ainsi qu'une fissure ne propage pas lorsque, pour

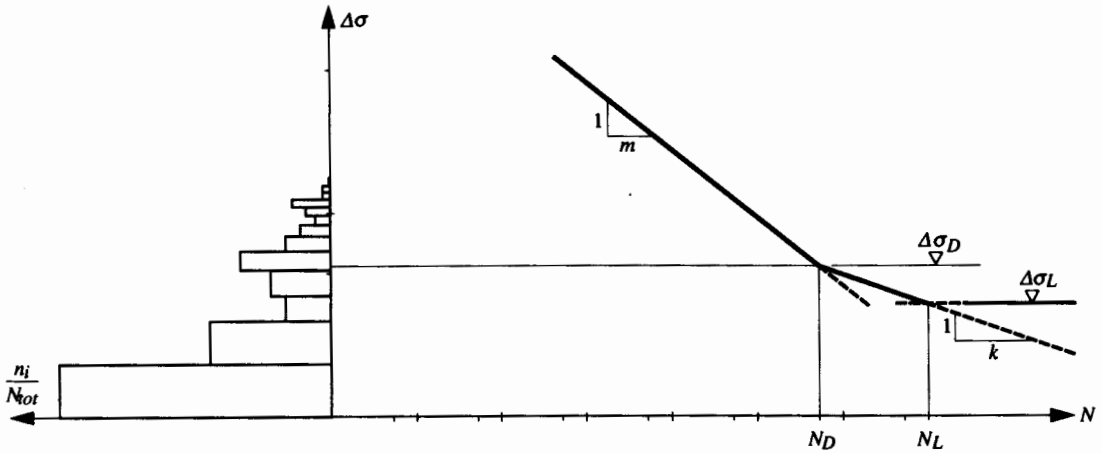


Fig. 13.25 Effet des $\Delta\sigma_i$ en dessous des limites de fatigue $\Delta\sigma_D$ et de troncature $\Delta\sigma_L$.

une différence de contrainte $\Delta\sigma_i$, la valeur de ΔK_i est inférieure à ΔK_{th} . Une fois que la fissure a atteint une certaine dimension, cette même différence de contraintes va contribuer à sa propagation. On ne peut par conséquent pas négliger complètement la partie de l'histogramme située en dessous de la limite de fatigue, car elle contribue au cumul des dommages lorsque la fissure devient grande. Pour éviter de devoir effectuer un calcul du taux de propagation à l'aide de la mécanique de la rupture, on utilise une courbe de résistance, ayant une pente k différente de la pente m de la courbe de Wöhler ($k = 2m - 1$ [13.29] ou $k = m + 2$ [13.30], ce qui donne, pour $m = 3$, une même valeur de $k = 5$), pour le cumul des dommages des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ situées en dessous de la limite de fatigue.

L'expression de la différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ tenant compte de la contribution des deux parties de l'histogramme, l'une se situant en dessus de la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$ et l'autre en dessous, devient plus complexe. De plus, afin de tenir compte du fait que les toutes petites valeurs de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ ne contribuent pas à la propagation de la fissure, une **limite de troncature** $\Delta\sigma_L$ est introduite. Pour certaines applications, notamment pour les ponts, toutes les différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ inférieures à la limite de troncature peuvent alors être négligées pour le calcul du cumul des dommages. La limite de troncature est souvent fixée à $N_L = 10^8$ cycles, ce qui donne $\Delta\sigma_L \approx 0.55 \Delta\sigma_D$ dans le cas où N_D est admis égal à $5 \cdot 10^6$ cycles (avec une pente $k = 5$).

Il est important de répéter que la partie de la courbe de résistance à la fatigue de la figure 13.25 située en dessous de la limite de fatigue est *fictive*, et qu'elle ne représente pas directement un comportement physique. Elle a été adoptée afin de faciliter le calcul du cumul des dommages, notamment pour pouvoir utiliser la même hypothèse (13.19), relative au dommage d_i créé par une différence de contraintes $\Delta\sigma_i$, que pour les niveaux de différences de contraintes supérieurs à la limite de fatigue.

Avec la mécanique de la rupture

La troisième approche possible consiste à utiliser la théorie de la mécanique de la rupture (sect. 13.3). L'histogramme des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ est alors transformé en un histogramme des différences de facteurs d'intensité de contrainte ΔK_i à l'aide de (13.10), ce qui permet de calculer avec (13.11) le taux de propagation da/dN pour chaque dimension a de fissure. Comme cette dimension augmente avec

chaque cycle, tout l'histogramme ainsi que sa position par rapport à la courbe (13.11) de la figure 13.10 changent constamment. La durée de vie doit par conséquent être déterminée à l'aide d'une intégration numérique de la propagation de la fissure.

13.6 Courbes de résistance à la fatigue normalisées

13.6.1 Principes des courbes de résistance

Il a été vu au paragraphe 13.2.2 que l'analyse statistique des résultats d'essais pour un détail de construction donné permettait la définition de sa courbe de résistance (fig. 13.3). Un important programme d'essais comprenant différents détails de construction soudés [13.31] [13.32] a révélé que les courbes de résistance des divers détails de construction sont plus ou moins parallèles. Cette observation peut être expliquée avec l'équation de la courbe (13.14) obtenue à l'aide de la théorie de la mécanique de la rupture. En effet, comme l'exposant n ne varie guère pour les aciers de construction couramment utilisés, les courbes $\Delta\sigma-N$ deviennent des droites parallèles dans une représentation utilisant une échelle logarithmique pour chacun des axes. La résistance est alors définie par la seule constante \bar{C} (13.15), qui est propre au détail de construction.

Le nombre de détails de construction possibles étant très grand, il en résulte également un grand nombre de courbes de résistance. Cette multitude de courbes ne serait évidemment pas pratique pour le dimensionnement. Il a ainsi été proposé [13.1] de définir d'abord une série de courbes normalisées (fig. 13.26), et de classer ensuite chaque détail de construction dans cette grille de courbes. Ces courbes (qui se présentent sous forme de droites en utilisant une échelle logarithmique pour chacun des axes) sont

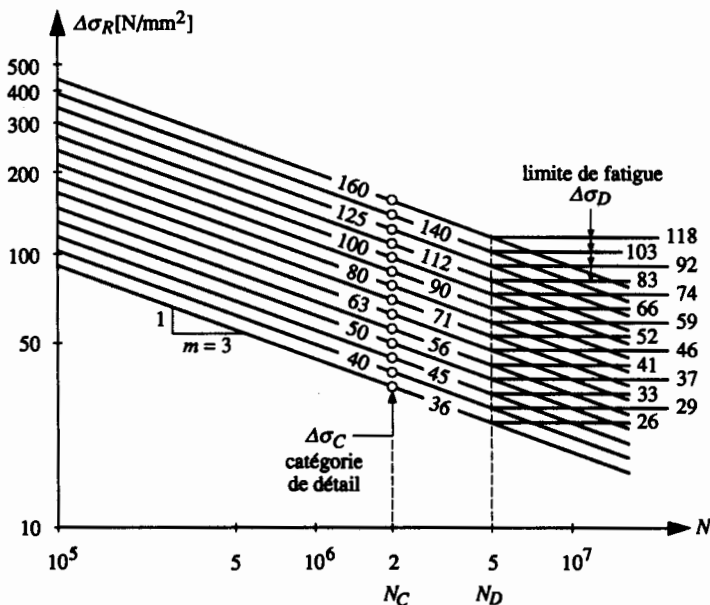


Fig. 13.26 Courbes de résistance à la fatigue normalisées.

parallèles, équidistantes, et ont une pente $m = 3$. La distance verticale (à l'échelle logarithmique) entre les courbes a été fixée à un 20^e d'une décade de l'échelle de l'ordonnée.

Chaque courbe de résistance est ainsi définie par sa valeur de référence $\Delta\sigma_C$ (en N/mm^2) à $2 \cdot 10^6$ cycles. La valeur de $\Delta\sigma_C$ de la courbe de base est fixée à 100 N/mm^2 , tandis que la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$ est placée d'une façon conventionnelle à $5 \cdot 10^6$ cycles, ce qui représente environ 74% de $\Delta\sigma_C$. Ceci ne correspond pas exactement aux résultats d'essais, pour lesquels on a observé des valeurs de limites de fatigue comprises entre $2 \cdot 10^6$ cycles (pour les meilleurs détails) et $8 \cdot 10^6$ cycles (pour les détails les plus défavorables). Cette simplification apporte toutefois de grands avantages pour le dimensionnement à la fatigue présenté à la section 13.7.

La grille de courbes ainsi définie sert au classement des divers détails de construction. Elle peut de plus être utilisée pour le calcul du cumul des dommages développé dans la section précédente. Il convient de préciser que la distance verticale entre les courbes correspond à une différence de résistance à la fatigue de l'ordre de 12%, ce qui est suffisamment précis pour le dimensionnement, notamment par rapport à la précision possible du calcul des contraintes dues aux charges d'exploitation dans les différentes sections d'une structure.

Les courbes de résistance à la fatigue normalisées des éléments en *aluminium* sont données dans [13.3]. Elles sont identiques dans leur principe aux courbes de la figure 13.26 : la valeur de référence $\Delta\sigma_C$ est fixée, pour $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max} = +0.5$, à $2 \cdot 10^6$ cycles, la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$ à $5 \cdot 10^6$ cycles et la limite de troncature $\Delta\sigma_L$ à 10^8 cycles. Les pentes m et k sont en revanche différentes; pour le matériau de base $m = k = 7.00$, tandis que $m = 3.37$ et $k = 5.37$ ou $m = 4.32$ et $k = 6.32$ pour les différents types de détails soudés.

Exemple 13.5 Cumul des dommages

Soit la section de la poutre composée à âme pleine dont la géométrie est donnée aux figures 13.8, 13.11 et 13.19. Selon la norme SIA 161, la soudure longitudinale réalisée par deux cordons d'angle correspond à une catégorie de détail $\Delta\sigma_C = 112 \text{ N/mm}^2$, si la soudure est exécutée par soudage automatique avec des arrêts et des reprises de soudure.

A l'aide d'un cumul des dommages, vérifier si ce détail peut atteindre la durée de vie prévue par l'histogramme de différences de contraintes de la figure 13.27, en tenant compte ou non de la limite de fatigue.

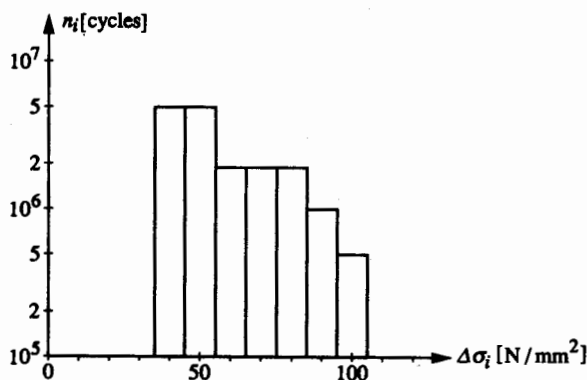


Fig. 13.27 Histogramme de différences de contraintes.

Sans tenir compte de la limite de fatigue

Le cumul des dommages peut se faire sur la base de la relation (13.22) :

$$D_{tot} = \sum_{i=1}^k n_i d_i = \sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = \sum_{i=1}^k \left(\frac{n_i}{C \Delta \sigma_i^{-m}} \right)$$

dans laquelle le nombre N_i de cycles jusqu'à la ruine pour un niveau de différence de contraintes $\Delta \sigma_i$ peut être établi avec (13.2) :

$$N_i = C \Delta \sigma_i^{-m}$$

La valeur de la constante C peut quant à elle être établie pour le détail de construction à partir de la relation ci-dessus, avec $\Delta \sigma_i = \Delta \sigma_C = 112 \text{ N/mm}^2$ et $N_i = N_C = 2 \cdot 10^6$ cycles :

$$C = N_C \Delta \sigma_C^m = 2 \cdot 10^6 \cdot (112)^3 = 2.81 \cdot 10^{12} \text{ (cycles)} \cdot (\text{N/mm}^2)^3$$

Les résultats des calculs à faire pour estimer le dommage partiel, dû à chacun des n_i cycles des différences de contraintes $\Delta \sigma_i$ représenté dans l'histogramme de la figure 13.27, sont regroupés dans le tableau 13.28. La somme de l'ensemble des dommages partiels permet d'établir un dommage total $D_{tot} = 1.536$ supérieur à 1.0, ce qui signifie que le détail étudié ne peut pas atteindre la durée de vie prévue par l'histogramme de différences de contraintes examiné.

Tableau 13.28 Cumul des dommages sans tenir compte de la limite de fatigue.

$\Delta \sigma_i \text{ [N/mm}^2\text{]}$	n_i	m	N_i	n_i/N_i
40	$5 \cdot 10^6$	3	$4.39 \cdot 10^7$	0.114
50	$5 \cdot 10^6$	3	$2.25 \cdot 10^7$	0.222
60	$2 \cdot 10^6$	3	$1.30 \cdot 10^7$	0.154
70	$2 \cdot 10^6$	3	$8.19 \cdot 10^6$	0.244
80	$2 \cdot 10^6$	3	$5.49 \cdot 10^6$	0.364
90	$1 \cdot 10^6$	3	$3.85 \cdot 10^6$	0.259
100	$5 \cdot 10^5$	3	$2.81 \cdot 10^6$	0.178
				$D_{tot} = \sum n_i/N_i = 1.535$

En tenant compte de la limite de fatigue

Selon les indications contenues respectivement dans les paragraphes 13.7.2 et 13.5.2, les limites de fatigue et de troncature valent respectivement :

$$\Delta \sigma_D \approx 0.74 \cdot \Delta \sigma_C = 0.74 \cdot 112 \text{ N/mm}^2 = 83 \text{ N/mm}^2$$

$$\Delta \sigma_L \approx 0.55 \cdot \Delta \sigma_D = 0.55 \cdot 83 \text{ N/mm}^2 = 46 \text{ N/mm}^2$$

Le cumul des dommages peut se faire sur le même principe que précédemment, sauf qu'il s'agit de distinguer la valeur de la constante C pour la partie de la courbe située en dessus de la limite de fatigue, pour laquelle la valeur $C = 2.81 \cdot 10^{12}$ calculée ci-dessus reste valable, de celle de la partie de la courbe située entre les limites de fatigue et de troncature, où :

$$C = N_D \Delta \sigma_D^k = 5 \cdot 10^6 \text{ cycles} \cdot (83 \text{ N/mm}^2)^5 = 1.97 \cdot 10^{16}$$

De plus, on ignore toutes les différences de contraintes $\Delta \sigma_i$ qui se situent en dessous de la limite de troncature $\Delta \sigma_L$.

Le tableau 13.29 regroupe les résultats du calcul du cumul des dommages en tenant compte de la limite de fatigue. Si le dommage total $D_{tot} = 1.099$ ainsi obtenu est plus petit que celui établi sans tenir compte de la

limite de fatigue, on constate que le détail examiné n'est tout de même pas capable de supporter l'histogramme de différences de contraintes examiné ($D_{tot} > 1.0$), même en tenant compte de la limite de fatigue.

Tableau 13.29 Cumul des dommages en considérant la limite de fatigue.

$\Delta\sigma_i$ [N/mm ²]	n_i	k, m	C	N_i	n_i/N_i
40	$5 \cdot 10^6$	—	—	∞	0.000
50	$5 \cdot 10^6$	5	$1.97 \cdot 10^{16}$	$6.30 \cdot 10^7$	0.079
60	$2 \cdot 10^6$	5	$1.97 \cdot 10^{16}$	$2.53 \cdot 10^7$	0.079
70	$2 \cdot 10^6$	5	$1.97 \cdot 10^{16}$	$1.17 \cdot 10^7$	0.171
80	$2 \cdot 10^6$	5	$1.97 \cdot 10^{16}$	$6.01 \cdot 10^6$	0.333
90	$1 \cdot 10^6$	3	$2.81 \cdot 10^{12}$	$3.85 \cdot 10^6$	0.259
100	$5 \cdot 10^5$	3	$2.81 \cdot 10^{12}$	$2.81 \cdot 10^6$	0.178
$D_{tot} = \sum n_i/N_i = 1.099$					

Afin que le détail de construction examiné puisse atteindre la durée de vie prévue par l'histogramme de différences de contraintes examiné, il faudrait soit diminuer les contraintes par l'emploi de sections plus importantes, soit augmenter la résistance à la fatigue du détail. Pour cette dernière solution, il existe deux possibilités :

- exécuter les cordons d'angles par un soudage automatique pour lequel on devrait s'assurer qu'il n'y a pas d'arrêts ni de reprises de soudure dans la section critique (ceci augmenterait la valeur de $\Delta\sigma_C$ de 112 N/mm² à 125 N/mm²),
- utiliser un profilé laminé en lieu et place d'une section composée à âme pleine (la valeur de $\Delta\sigma_C$ serait alors égale à 160 N/mm²).

13.6.2 Classement des détails de construction

Les détails de construction courants sont présentés dans les normes à l'aide de croquis. Chaque détail est classé dans la catégorie correspondant à sa valeur de résistance à la fatigue à $2 \cdot 10^6$ cycles; celle-ci correspond à une valeur ayant une certaine probabilité de survie (environ 95 %) établie en tenant compte du nombre d'essais effectués (§ 13.2.2). Pour classer le détail, on compare ensuite cette valeur de résistance aux valeurs de référence $\Delta\sigma_C$ définies à la figure 13.26. Les différents détails de construction sont répertoriés dans plusieurs planches selon des critères de construction et de transmission de forces. Dans la norme SIA 161, ces planches sont les suivantes :

- Planche 1 : détails non soudés;
- Planche 2 : éléments porteurs avec soudures longitudinales;
- Planche 3 : joints bout à bout avec soudures complètement pénétrées;
- Planche 4 : détails avec éléments rapportés;
- Planche 5 : assemblages soudés.

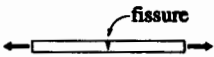

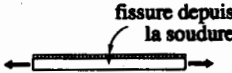

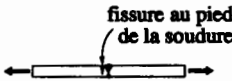

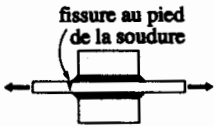
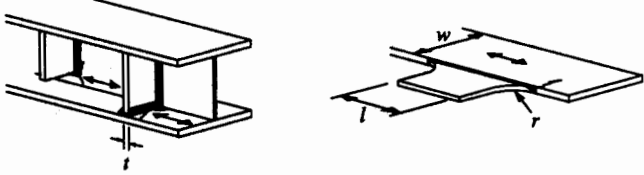
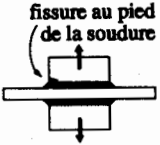
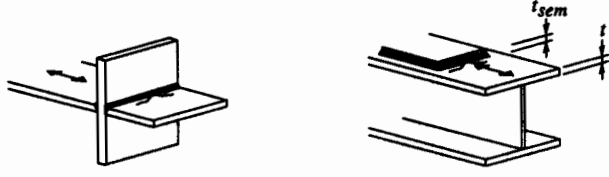
L'Eurocode 3 (§ 9.8) comprend en plus deux planches relatives aux sections creuses et à leurs assemblages.

Le tableau 13.30 illustre cette classification en donnant quelques exemples tirés des planches de la norme SIA 161. Dans les croquis, la flèche indique la position et la direction des contraintes pour

lesquelles le calcul doit être effectué. En règle générale, la fissure se produit perpendiculairement à la direction de la contrainte principale la plus grande, sauf dans les cas de cisaillement pur.

Le classement d'un détail de construction donné dans la catégorie correspondante sous-entend que les exigences mentionnées dans la planche soient remplies, en particulier celles relatives à la géométrie (forme, épaisseur, distance au bord, etc.), au procédé de fabrication (soudure manuelle, automatique, avec liste de soudage, etc.) ainsi qu'à la classe de qualité des cordons de soudure. Cette dernière condition comprend également le contrôle des soudures selon les exigences d'assurance de qualité (§ 13.6.4). La

Tableau 13.30 Exemples de détails de construction et leur classification (entre parenthèses : $\Delta\sigma_C$ [N/mm²]).

Type de détail	Exemples	
Détails non soudés 	 Profilés laminés (160) Tôles oxycoupées (125)	
Soudures longitudinales 	 Soudure continue (100 à 125) Soudure discontinue (80)	
Joints bout à bout 	 Soudure non meulée (90) Soudure meulée (112) Soudure avec liste de soudage (50 à 71)	
Éléments rapportés 	 Soudure transversale (71 à 80) Soudure longitudinale (45 à 90)	
Assemblages soudés 	 Assemblage cruciforme (36 à 71) Semelle de renfort (36 à 50)	

catégorie de détail prend en considération la concentration de contrainte, la dimension et la forme de l'anomalie de soudure maximale acceptable, la direction de la contrainte appliquée, les contraintes résiduelles, la forme de la fissure de fatigue, et, dans certains cas, le procédé de soudage et le traitement d'amélioration requis.

Précisons encore que les références [13.33] [13.34] contiennent des indications concernant le classement des *rivets* et de certains détails de construction rivetés.

Le principe du classement des détails de construction en *aluminium* est similaire à celui des détails en acier. Dans [13.3], un grand nombre de détails identiques à ceux réalisés en acier ou spécifiques à l'aluminium sont attribués à différentes catégories.

13.6.3 Choix des détails de construction

Il est important de relever que le calcul de la résistance à la fatigue devrait uniquement servir de vérification et n'entraîner que des modifications mineures de la conception initiale. Cette dernière doit être effectuée avec soin, notamment en choisissant des détails de construction ayant une résistance à la fatigue adéquate, ce qui est primordial pour la durée de vie. Afin de choisir un «bon» détail de construction, il est important de se souvenir des paramètres ayant une influence prépondérante sur la durée de vie (§ 13.2.1 et 13.3.4). Outre la différence de contraintes $\Delta\sigma$ appliquée, il faut considérer les points suivants :

- Le flux des contraintes doit être le plus continu possible afin de minimiser les concentrations de contrainte (K_t dans (13.16)). Ce flux peut par exemple être perturbé par des éléments rapportés (raidisseur, attache, gousset, semelle de renfort, etc. (tab. 13.30)). La concentration de contrainte est moins grande lorsque la transition entre les différentes pièces est arrondie.
- La dimension des anomalies doit être la plus petite possible, car la durée de vie est fortement influencée par la dimension de la fissure initiale a_0 (§ 13.3.4). Dans ce contexte, la transmission d'une force à travers des cordons d'angle ou des soudures à pénétration partielle est perturbée par le manque de pénétration, qui peut être assimilé à une fissure. De tels détails, dont la durée de vie est très courte, sont par conséquent classés avec une résistance à la fatigue très faible; ils sont à déconseiller.
- Le procédé de soudage introduit des contraintes résiduelles, notamment des contraintes résiduelles de traction dans la région des soudures (§ 7.3.3). La fissure va donc subir la totalité de la différence de contraintes $\Delta\sigma$ appliquée, même si une partie du cycle est en compression (fig. 13.2).
- Des traitements d'amélioration peuvent être appliqués afin d'introduire des contraintes résiduelles de compression. Cela a pour effet de réduire la différence de contraintes $\Delta\sigma$ dans (13.10) ou (13.16), ce qui a pour conséquence d'augmenter sensiblement la résistance à la fatigue de certains détails de construction (§ 13.6.5).
- Les détails de construction doivent être conçus et fabriqués de manière à ce qu'il soit possible de réaliser le contrôle de fabrication (assurance de qualité), de faciliter le contrôle en service et de détecter les éventuelles fissures de fatigue avant qu'un effondrement catastrophique de l'ensemble de la structure ne se produise.

Il est également important de se méfier de la fissuration provoquée par des contraintes dues à des déformations imposées. Ces déformations sont de deux types : celles qui sont généralement négligées dans un calcul statique (nœuds de poutres à treillis admis articulés, assemblages semi-rigides admis articulés, etc.) et celles qui sont dues à des déplacements différentiels (entre deux poutres-maîtresses, entre une entretoise et une poutre-maîtresse, déformations hors plan de l'âme, etc.). Les contraintes dues

aux efforts intérieurs hyperstatiques dans les poutres à treillis sont par ailleurs à superposer aux contraintes provenant du calcul fait avec l'hypothèse de nœuds articulés.

13.6.4 Assurance de qualité

Comme il a été mentionné au paragraphe précédent, le classement de chaque détail implique certaines conditions de préparation, d'exécution et de contrôle des pièces. Les cordons de soudure situés dans des détails de construction soumis à des sollicitations variables répétées, dues à des charges de fatigue, doivent satisfaire à la classe de qualité QB (§ 7.2.4) définie par la norme SIA 161, sauf dans le cas de certaines exceptions pour lesquelles la classe inférieure QC est admise.

D'une façon générale, la classe de qualité définit les exigences de qualité des soudures. Elle a une influence sur les mesures à prendre lors du soudage (préchauffage, position de soudure, etc.), sur le type et l'étendue des contrôles à effectuer (§ 7.3.5), sur les tolérances à respecter concernant le nombre et la taille des anomalies externes ou internes [13.35], ainsi que sur les coûts de fabrication. Dans ce contexte, il faut mettre en garde contre les réparations inconsidérées. En effet, la réparation de pièces soudées demande une bonne connaissance du comportement à la fatigue, faute de quoi la situation risque d'être aggravée !

Il est par ailleurs indispensable de procéder à une surveillance étroite de la fabrication, de l'exécution et du montage des éléments soumis à des charges de fatigue. Tout changement par rapport aux plans doit être soumis au responsable du projet. Cela concerne également les différentes attaches prévues pour aider au montage, notamment lorsque celles-ci sont soudées aux éléments structuraux. Il est important de préciser que même si ces «aides de montage» sont finalement enlevées et que l'endroit de l'attache est meulé, il est nécessaire de tenir compte de la présence de contraintes résiduelles de traction et d'éventuelles amorces de fissures créées par les soudures provisoires.

13.6.5 Traitements d'amélioration

Il a déjà été vu au paragraphe 7.3.4 que les soudures contiennent des anomalies externes (sur-épaisseur, sous-épaisseur, caniveaux, décalage des bords) ou internes (fissures, défauts de collage, manque de pénétration, inclusions et pores) qui constituent des fissures initiales et/ou créent des concentrations de contrainte. Ces anomalies se situent dans des zones de discontinuités géométriques créées par les changements de section dans un détail soudé. L'ensemble de ces effets se produit en général dans la zone influencée thermiquement par la soudure, dans laquelle des contraintes résiduelles, souvent de traction, sont présentes (§ 7.3.3). Les pieds des cordons de soudure constituent un endroit particulièrement sensible à ces concentrations de contrainte et à ces contraintes résiduelles.

Les traitements d'amélioration (ou méthodes de parachèvement) ont pour but de réduire les effets néfastes des concentrations de contrainte et des contraintes résiduelles de traction pour améliorer la résistance à la fatigue des détails de construction. Des exemples usuels d'amélioration sont cités dans le tableau 13.30, sans être mentionnés en tant que tels. La résistance d'un joint bout à bout passe par exemple de 90 à 112 N/mm² lorsqu'il est meulé (on supprime ainsi l'effet d'entaille du caniveau), et la résistance d'une soudure longitudinale augmente de 80 à 100 N/mm² lorsque la discontinuité de la soudure est supprimée (il n'y a ainsi plus de concentration de contrainte à chaque extrémité de petit tronçon de soudure). Une augmentation supplémentaire peut être obtenue par des soudages automatiques, qui permettent de réduire le nombre de discontinuités dues aux arrêts de soudage.

Il existe par ailleurs des traitements d'amélioration pouvant être appliqués spécifiquement au pied des cordons de soudure utilisés pour fixer par exemple des attaches, des raidisseurs ou des goussets (tab. 13.30). On distingue deux groupes de traitements :

- Le premier groupe comprend les méthodes destinées à améliorer la forme géométrique, en enlevant en même temps, dans la mesure du possible, les anomalies situées au pied du cordon de soudure. Le meulage et le fraisage sont actuellement les méthodes les plus couramment employées, même s'il semble qu'elles ne conduisent pas à de grandes améliorations. D'autres techniques telles que la refusion TIG ou Plasma, qui consistent en une refonte des zones critiques, sont en général plus efficaces.
- Le second groupe de traitements a pour but d'introduire des contraintes résiduelles de compression, à la place de celles de traction, aux endroits contenant les anomalies de soudure. De telles contraintes résiduelles sont dues à la plastification locale créée par martelage à l'aide d'un burin, d'aiguilles ou par grenailage, le martelage avec un burin étant le plus efficace [13.36]. Ce sont les contraintes résiduelles de compression qui ont pour effet de garder la fissure fermée pour tout ou partie du cycle de différence de contraintes $\Delta\sigma$ appliqué. Seule une partie réduite de la différence de contraintes contribue à la propagation de fissure, ce qui peut augmenter parfois sensiblement la durée de vie (jusqu'à 5 à 10 fois pour le martelage avec un burin).
Les trous de boulons dans les éléments en aluminium peuvent être soumis à une expansion à froid afin d'augmenter leur résistance à la fatigue.

On peut dire d'une manière générale que le second groupe de traitements est plus efficace que le premier, et que les traitements d'amélioration sont plus efficaces pour des détails de construction ayant une faible résistance à la fatigue. Il est cependant nécessaire de mentionner qu'il est actuellement encore difficile de contrôler la qualité des traitements d'amélioration appliqués. Une fois le détail amélioré, il est important de vérifier lequel des détails attenants devient à son tour déterminant. Précisons encore une fois qu'aucun traitement d'amélioration ne peut remplacer la réflexion nécessaire au début du projet pour concevoir des détails de construction ayant une bonne résistance à la fatigue.

13.7 Vérification de la sécurité à la fatigue

13.7.1 Principes

Il est particulièrement important de souligner qu'une bonne conception des détails de construction sollicités à la fatigue doit être faite en tenant compte des différents paramètres pouvant avoir une influence sur leur résistance à la fatigue (§ 13.2.1). Rappelons que tout changement abrupt de géométrie ainsi que les assemblages difficiles à exécuter, donc à contrôler, sont à éviter (§ 13.6.3).

La vérification de la sécurité à la fatigue, qui est à faire en complément à la vérification de la sécurité structurale (§ 2.4.6), est analogue à cette dernière. Elle a cependant la particularité de ne pas devoir être faite avec la valeur extrême de la charge variable (charge de trafic, par exemple), mais avec l'effet cumulé de l'ensemble des charges d'exploitation, en tenant compte de leur poids, de leur géométrie ainsi que de leur fréquence. La vérification de la sécurité à la fatigue consiste concrètement à montrer que l'effet de fatigue des charges d'exploitation ne compromet pas la sécurité structurale pendant la durée de service prévue. D'une façon générale, cette condition peut s'écrire de la façon suivante :

$$S_{fat} \leq \frac{R_{fat}}{\gamma_{fat}} \quad (13.25)$$

S_{fat} : sollicitation de fatigue

R_{fat} : résistance à la fatigue

γ_{fat} : facteur de résistance relatif à la sécurité à la fatigue

Pour prendre en considération les incertitudes dans l'analyse à la fatigue d'une structure, les sollicitations de fatigue devraient être multipliées par un facteur de charge. Les charges de fatigue normalisées Q_{fat} définies par la norme SIA 160 contiennent cependant déjà un facteur de charge approprié; il ne faut donc pas multiplier la sollicitation de fatigue par un facteur de charge.

Les incertitudes relatives à la résistance à la fatigue sont quant à elles prises en compte par un facteur de résistance γ_{fat} . La norme SIA 161 définit une valeur $\gamma_{fat} = 1.1$. Dans les cas où les contraintes sous l'effet du poids propre, des actions permanentes et de la charge de fatigue sont toujours des contraintes de compression, le facteur de résistance γ_{fat} peut cependant être admis égal à 1.0.

La relation (13.25) est en apparence assez simple, dans la mesure où elle est semblable à la forme de la vérification de la sécurité structurale (2.13) habituellement utilisée. Elle doit toutefois tenir compte du cumul des dommages, qui est fonction de la forme de la courbe de résistance à la fatigue du détail de construction considéré et qui dépend des sollicitations dues aux charges d'exploitation pendant la durée de service prévue (sect. 13.5). Les paragraphes suivants présentent différentes possibilités de formulations et de simplifications de (13.25), sans toutefois donner d'exemples numériques d'application, ceux-ci étant contenus dans les volumes 11 et 12 pour respectivement les ponts roulants et les ponts.

L'Eurocode 3 (chap. 9) traite de la vérification à la fatigue des structures en acier sur la base d'un principe similaire à celui exprimé par (13.25). L'application pour les différentes vérifications présentées dans cette section est donnée dans les paragraphes correspondants.

13.7.2 Vérification avec la limite de fatigue

Les essais de fatigue effectués pour des différences de contraintes aléatoires (sect. 13.5) ont démontré que la durée de vie d'un détail de construction tend vers l'infini lorsque toutes les différences de contraintes restent en dessous de la limite de fatigue $\Delta\sigma_D$. Cette observation peut être utilisée pour le dimensionnement en comparant la plus grande sollicitation de l'histogramme des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ à la résistance exprimée par la limite de fatigue. Cela permet d'écrire la relation générale (13.25) de la façon suivante :

$$\Delta\sigma_{i,max} \leq \frac{\Delta\sigma_D}{\gamma_{fat}} \quad (13.26)$$

$\Delta\sigma_{i,max}$: différence de contraintes maximale de l'histogramme de différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ dues aux charges d'exploitation

$\Delta\sigma_D$: limite de fatigue du détail considéré (selon la figure 13.26, $\Delta\sigma_D = 0.74 \Delta\sigma_C$ pour $m = 3$)

Cette vérification conservatrice peut par exemple s'utiliser dans les cas suivants :

- si seule la limite de fatigue est connue (et non pas toute la courbe de résistance),
- si la durée de service n'est pas connue,
- si la forme de l'histogramme des différences de contraintes n'est pas connue,
- si l'on effectue un prédimensionnement rapide.

Il faut cependant se méfier, lors de l'utilisation de (13.26), d'une augmentation future des sollicitations qui pourrait provoquer des différences de contraintes supérieures à la limite de fatigue, donc une probable initiation et propagation de fissure.

L'Eurocode 3 (§ 9.1.4) propose la relation suivante pour la vérification de la sécurité à la fatigue avec la limite de fatigue :

$$\gamma_{Ff} \Delta \sigma \leq \frac{\Delta \sigma_D}{\gamma_{Mf}}$$

$\Delta \sigma$: étendue de contrainte (ou différence de contraintes)

$\Delta \sigma_D$: limite de fatigue

γ_{Ff} : coefficient partiel de sécurité pour les charges de fatigue ($\gamma_{Ff} = 1.0$)

γ_{Mf} : coefficient partiel de sécurité pour la résistance à la fatigue valant, selon que l'accès pour l'inspection du détail lors des contrôles périodiques est garanti ou non :

$\gamma_{Mf} = 1.00$ ou 1.15 pour les éléments dont la ruine n'a pas pour conséquence celle de la structure,

$\gamma_{Mf} = 1.25$ ou 1.35 pour les éléments dont la ruine conduit rapidement à celle de la structure.

13.7.3 Vérification avec le cumul des dommages

Le cumul des dommages (sect. 13.5) permet de tenir compte de l'histogramme des différences de contraintes $\Delta \sigma_i$ dues aux charges d'exploitation. Une procédure analytique simple n'est toutefois possible qu'avec la courbe de résistance extrapolée vers le bas (fig. 13.24), ce qui constitue une estimation conservatrice de la durée de vie, donc de la sécurité à la fatigue. La différence de contraintes équivalente $\Delta \sigma_e$, définie selon (13.24) par le nombre total des cycles N_{tot} et l'histogramme des différences de contraintes $\Delta \sigma_i$, peut alors être utilisée pour exprimer dans (13.25) la sollicitation de fatigue. La résistance à la fatigue est quant à elle définie par la courbe de résistance à la fatigue du détail considéré (fig. 13.26), avec une valeur de résistance $\Delta \sigma_R$ établie avec le nombre total de cycles N_{tot} (sans tenir compte de la limite de fatigue). La relation (13.25) prend alors la forme suivante :

$$\Delta \sigma_e \leq \frac{\Delta \sigma_R(N_{tot})}{\gamma_{fat}} \quad (13.27)$$

$\Delta \sigma_e$: différence de contraintes équivalente correspondant au nombre total de cycles N_{tot} (13.24)

$\Delta \sigma_R(N_{tot})$: résistance à la fatigue correspondant au nombre total de cycles N_{tot}

L'Eurocode 3 (§ 9.5.2) propose la relation suivante pour la vérification de la sécurité à la fatigue avec le cumul des dommages :

$$\gamma_{Ff} \Delta \sigma_e \leq \frac{\Delta \sigma_R}{\gamma_{Mf}}$$

$\Delta \sigma_e$: étendue équivalente de contrainte (correspond à la différence de contraintes équivalente $\Delta \sigma_e$)

$\Delta \sigma_R$: résistance à la fatigue

Afin d'éviter de devoir chercher la valeur de la résistance à la fatigue $\Delta \sigma_R$ dans les courbes de résistance pour chaque valeur de N_{tot} , il est plus pratique de pouvoir travailler directement avec la

résistance à la fatigue $\Delta\sigma_C$ donnée dans les planches, fixée par convention à $2 \cdot 10^6$ cycles (§ 13.6.1). En appliquant (13.2) aux «couples» ($\Delta\sigma, N$) valant respectivement ($\Delta\sigma_R(N_{tot}), N_{tot}$) et ($\Delta\sigma_C, 2 \cdot 10^6$), on peut écrire :

$$N_{tot} = C [\Delta\sigma_R(N_{tot})]^{-m} \quad (13.28 a)$$

$$2 \cdot 10^6 = C \Delta\sigma_C^{-m} \quad (13.28 b)$$

En éliminant la constante C de (13.28), on en tire :

$$\Delta\sigma_R(N_{tot}) = \Delta\sigma_C \left(\frac{2 \cdot 10^6}{N_{tot}} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (13.29)$$

relation qui, introduite dans (13.27), permet finalement d'exprimer la vérification de la sécurité à la fatigue avec le cumul des dommages de la façon suivante :

$$\left(\frac{N_{tot}}{2 \cdot 10^6} \right)^{\frac{1}{m}} \Delta\sigma_e \leq \frac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{fat}} \quad (13.30)$$

Il convient de souligner que (13.30) est identique à (13.27), mais étalonné à $2 \cdot 10^6$ cycles. Cela a l'avantage de permettre la lecture des valeurs de $\Delta\sigma_C$ directement dans les planches, sans qu'il soit nécessaire de passer par les courbes de résistance à la fatigue.

L'Eurocode 3 (§ 9.5.2) propose la relation suivante pour la vérification de la sécurité à la fatigue avec la résistance à la fatigue à $2 \cdot 10^6$ cycles :

$$\gamma_{Ff} \Delta\sigma_{E.2} \leq \frac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{Mf}}$$

$\Delta\sigma_{E.2}$: étendue équivalente de contrainte pour $2 \cdot 10^6$ cycles

$\Delta\sigma_C$: résistance à la fatigue pour $2 \cdot 10^6$ cycles de la catégorie de détail concernée

13.7.4 Vérification avec des facteurs de correction

La partie gauche de la figure 13.31 illustre les différents éléments qui interviennent dans la vérification de la sécurité à la fatigue avec le cumul des dommages :

- les charges d'exploitation, représentées par des modèles de trafic simplifiés,
- l'historique des contraintes correspondant,
- l'histogramme des différences de contraintes $\Delta\sigma_i$ qui en résulte,
- le calcul du cumul des dommages,
- la différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ qui en résulte.

Cette démarche nécessite le calcul du cumul des dommages et l'utilisation des courbes de résistance à la fatigue (sect. 13.6). Elle est donc relativement compliquée, notamment en comparaison avec le calcul statique habituel, qui s'effectue en général à l'aide de modèles de charges simples.

Effet de fatigue

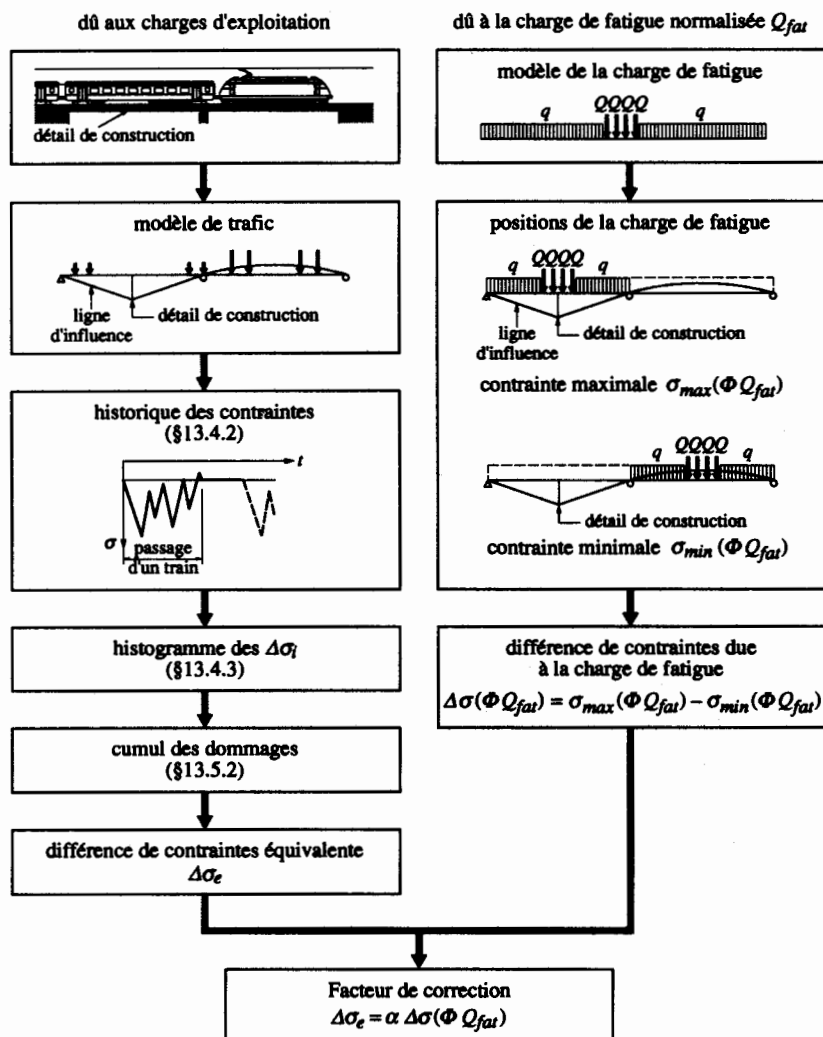


Fig. 13.31 Principe du développement du facteur de correction α pour la vérification de la sécurité à la fatigue.

La partie droite de la figure 13.31 montre qu'il est possible, en utilisant un modèle de charge propre à la vérification de la sécurité à la fatigue, d'obtenir une contrainte maximale σ_{max} et une contrainte minimale σ_{min} en plaçant ce modèle à chaque fois dans la position la plus défavorable. Toutefois, la différence de contraintes $\Delta\sigma(\Phi Q_{fat})$ due à ce modèle de la charge de fatigue (y compris l'effet du coefficient dynamique Φ) ne représente en rien l'effet de fatigue dû aux charges d'exploitation, mais elle a le grand mérite de pouvoir être facilement calculée. Pour obtenir la même valeur que la différence de contraintes équivalente $\Delta\sigma_e$ obtenue en tenant compte du cumul des dommages, il faut corriger la valeur de $\Delta\sigma(\Phi Q_{fat})$ avec un facteur de correction α , de façon à obtenir :

$$\Delta\sigma_e = \alpha \Delta\sigma(\Phi Q_{fat}) \quad (13.31)$$

- $\Delta\sigma_e$: différence de contraintes équivalente due au modèle de trafic des charges d'exploitation
 α : facteur de correction
 $\Delta\sigma(\Phi Q_{fat})$: différence de contraintes calculée avec le modèle de la charge de fatigue normalisée Q_{fat} , y compris l'effet de Φ
 Φ : coefficient dynamique

Le facteur de correction α dépend du système statique, de l'emplacement du détail de construction, des charges d'exploitation, du volume de trafic, de la durée de service prévue ainsi que des courbes de résistance à la fatigue. Ces paramètres sont définis dans les normes SIA 160 et 161, la norme SIA 161 mettant à disposition de l'ingénieur praticien les valeurs des facteurs de correction α à appliquer aux cas standard de ponts-routes, de ponts-rails et de voies de roulement de ponts roulants. Le développement ayant permis d'établir les valeurs du facteur de correction est documenté en détail dans [13.21].

Précisons encore que les facteurs de correction contenus dans la norme SIA 161 ont été étalonnés pour que la vérification puisse être faite à $2 \cdot 10^6$ cycles, par analogie avec (13.30). La vérification de la sécurité à la fatigue avec les facteurs de correction peut ainsi se baser directement sur la valeur $\Delta\sigma_C$ correspondant à la catégorie du détail considéré :

$$\alpha \Delta\sigma(\Phi Q_{fat}) \leq \frac{\Delta\sigma_C}{\gamma_{fat}} \quad (13.32)$$

L'avantage de cette formulation est sa simplicité, car l'ingénieur peut déterminer $\Delta\sigma(\Phi Q_{fat})$ avec un calcul statique habituel (fig. 13.31). Il est ensuite possible de vérifier (13.32) en utilisant directement la valeur de la résistance à la fatigue donnée dans les planches en fonction du détail de construction examiné, sans être obligé d'utiliser les courbes de résistance.

L'Eurocode 3 ne contient pas de vérification de la sécurité à la fatigue avec des facteurs de correction.

Références

- [13.1] CECM/TC6, *Recommandations pour la vérification à la fatigue des structures en acier*, CTICM Centre technique et industriel pour la construction métallique, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, 1987 (CECM n° 43).
- [13.2] BROZZETTI, J., HIRT, M.A., *Concepts de dimensionnement à la fatigue des ouvrages métalliques selon les recommandations de la CECM*, Construction Métallique, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, 1987 (n° 1, pp. 35-49).
- [13.3] ECCS/CECM, *European Recommendations for Aluminium Alloy Structures Fatigue Design*, European Convention for Constructional Steelwork / Convention européenne de la construction métallique, Bruxelles, 1992 (1^{re} éd.).
- [13.4] Eurocode 9, *Design of Aluminium Structures*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles (en cours d'élaboration).
- [13.5] BARTHELEMY, B., *Notions pratiques de mécanique de la rupture*, Editions Eyrolles, Paris, 1980.
- [13.6] SCHWALBE, K.H., *Bruchmechanik metallischer Werkstoffe*, Carl Hanser Verlag, München, 1980.
- [13.7] HERTZBERG, R.W., *Deformation and Fracture Mechanics of Engineering Materials*, John Wiley & Sons, New York, 1983 (2nd Edition).
- [13.8] BROEK, D., *Elementary Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1986 (4th revised Edition).

- [13.9] BROEK, D., *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1989 (2nd Edition).
- [13.10] ROOKE, D.P., CARTWRIGHT, D.J., *A Compendium of Stress Intensity Factors*, HMSO Her Majesty's Stationery Office, London, 1976.
- [13.11] NEWMAN, J.C., Jr., RAJU, I.S., *Stress-Intensity Factor Equations for Cracks in Three-Dimensional Finite Bodies*, Fracture Mechanics : Fourteenth Symposium - Volume I : *Theory and Analysis*, ASTM STP 791, J.C. LEWIS and G. SINES, Eds., ASTM American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1983 (pp. I-238-I-265).
- [13.12] TADA, H., PARIS, P.C., IRWIN, G.R., *The Stress Analysis of Cracks Handbook*, Del Research Corporation, St. Louis, 1985 (2nd Edition).
- [13.13] MURAKAMI, Y. and al, *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press, Oxford, 1988.
- [13.14] ALBRECHT, P., YAMADA, K., *Rapid Calculation of Stress Intensity Factors*, ASCE, 1977 (Journal of the Structural Division, ST2, pp. 377-389).
- [13.15] WU, X.-R., CARLSSON, A.J., *Weight Functions and Stress Intensity Factor Solutions*, Pergamon Press, Oxford, 1991.
- [13.16] McCLINTOCK, F.A., IRWIN, G.R., *Plasticity Aspects of Fracture Mechanics*, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1965 (STP 381).
- [13.17] ASTM, Annual Book of ASTM Standards, Section 3, *Metals Test Methods and Analytical Procedures*, vol. 03.01 : *Metals-Mechanical Testing; Elevated and Low-Temperature Tests*, ASTM American Society for Testing and Materials, Philadelphia (Revision issued annually).
- [13.18] PARIS, P., ERDOGAN, F., *A Critical Analysis of Crack Propagation Laws*, Trans. ASME, 1963 (Series D, 85, pp. 528-534).
- [13.19] HIRT, M.A., *Anwendung der Bruchmechanik für die Ermittlung des Ermüdungsverhaltens geschweisster Konstruktionen*, Bauingenieur, Berlin, 1982 (Vol. 57, Nr. 3, S. 95-101).
- [13.20] BARSOM, J.M., ROLFE, S.T., *Fracture and Fatigue Control in Structures*, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1987 (2nd Edition).
- [13.21] KUNZ, P., HIRT, M.A., *Grundlagen und Annahmen für den Nachweis der Ermüdungssicherheit in den Tragwerksnormen des SIA*, SIA Schweizerischer Ingenieur- und Architekten-Verein, Zurich, 1991 (Dokumentation D 076).
- [13.22] FEM, *Règles pour le calcul des appareils de levage*, Fédération européenne de la manutention, Paris, 1987.
- [13.23] CEN/TC147, *Cranes Safety*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles (en cours d'élaboration).
- [13.24] CEN/TC242, *Passenger Transportation by Rope*, CEN Comité européen de normalisation, Bruxelles (en cours d'élaboration).
- [13.25] GURNEY, T., *Fatigue of Welded Structures*, Cambridge University Press, 1979 (2nd Edition).
- [13.26] BROZZETTI J., CHABROLIN B., *Méthodes de comptage de charges de fatigue*, Construction Métallique, Saint-Rémy-lès-Chevreuse, 1986 (n° 1, pp. 49-70).
- [13.27] PALMGREN, A., *Die Lebensdauer von Kugellagern*, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Düsseldorf, 1924 (Band 68, Nr. 14, pp. 339-341).
- [13.28] MINER, M.A., *Cumulative Damage in Fatigue*, Journal of Applied Mechanics, 1945 (Vol. 12, No 3, pp. 159-164).
- [13.29] HAIBACH, E., *Betriebsfestigkeit / Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung*, Verlag des Vereins Deutscher Ingenieure, Düsseldorf, 1989.
- [13.30] BS 5400, *Steel, Concrete and Composite Bridges*, British Standard, 1980 (Part 10).
- [13.31] FISHER, J.W., FRANK, K.H., HIRT, M.A., MCNAMEE, B.M., *Effect of Weldments on the Fatigue Strength of Steel Beams*, Highway Research Board, Washington, D.C., 1970 (NCHRP Report 102).
- [13.32] FISHER, J.W., ALBRECHT, P.A., YEN, B.T., KLINGERMAN, D.J., MC NAMEE, B.M., *Fatigue*

Strength of Steel Beams with Welded Stiffeners and Attachments, Transportation Research Board, Washington, D.C., 1974 (NCHRP Report 147).

- [13.33] BRUEHWILER, E., HIRT, M.A., *Das Ermüdungsverhalten genieteteter Brückenbauteile*, Stahlbau, Berlin, 1987 (Vol. 56, Heft 1, S. 1-8).
- [13.34] BRUEHWILER, E., SMITH, I.F.C., HIRT, M.A., *Fatigue and Fracture of Riveted Bridge Members*, ASCE, Journal of Structural Engineering, New York, 1990 (vol. 116, No. 1, pp. 198-214).
- [13.35] *Significance of Defects in Welded Structures*, Ed. Kanazawa, T., Kobayashi, A.S., University of Tokyo Press, 1974.
- [13.36] BREMEN, U., *Amélioration du comportement à la fatigue d'assemblages soudés : étude et modélisation de l'effet des contraintes résiduelles*, EPFL, Lausanne, 1989 (Thèse n° 787).

Index

Acier(s)

- d'armature, 76
- de construction, 70
- de précontrainte, 76
- (élaboration de l'), 58
- inoxydable(s), 72, 82
- (nuance d'), 71
- (qualité d'), 72

Action(s), 14

- accidentelle(s), 30, 37, 38, 39, 46
- concomitante, 38
- permanente(s), 30, 37, 38, 39
- prépondérante, 37
- variable(s), 30, 37, 38, 39

Allongement de rupture, 57

Aluminium, 74, 83, 474, 478

Amélioration (traitements d'), 479

Analogie de la membrane, 111

Anomalies, 291

Approche probabiliste, 30

Aptitude au service, 9, 15, 17, 172, 237, 306

Articulation (position théorique de l'), 348

Assemblage(s)

- articulé, 346
- (effet de la longueur de l'), 326
- rigide, 346
- semi-rigides, 346

Assurance de qualité, 285, 307, 479

Attache

- par cornières, 399
- par plaque frontale, 399

Axes de trusquinage, 314

Barre étré sillonnée, 256, 377

Béton, 77

Bifurcation (flambage par), 232, 373

Bimoment de torsion, 122

Boulon(s), 81, 307

- à haute résistance, 308
- ajustés, 308
- (diamètre des), 313
- (disposition des), 313
- non précontraints, 311
- précontraint(s), 308, 311, 319, 329

Caisson (poutres en), 187

Calcul

- de la résistance, 50

- des efforts intérieurs, 49

- élastique, 49

- (méthodes de), 51

- plastique, 49

Centre de cisaillement, 110

Charge critique de flambage élastique, 232, 371, 373

Charges

- utiles, 42

- volumiques, 41

Cisaillement (centre de), 110

Classe(s)

- de qualité, 285

- de section, 51

Coefficient

- de déversement, 408

- de flambage, 386

- d'élancement, 234, 267, 277, 386, 433

- d'équivalence, 147

- de voilement, 419, 420

Colles, 84

Concentration de contrainte, 459

Concept de dimensionnement, 8

Connecteurs, 83, 145, 217

Connexion

- (calcul élastique de la), 220

- (calcul plastique de la), 221

Constante de torsion, 109

Contact (section de), 295

Contrainte(s), 51

- admissibles, 9

- (concentration de), 459

- critique de comparaison, 423

- critique de déversement élastique, 404

- critique de flambage élastique, 374

- critique de voilement élastique, 417, 419

- de comparaison, 51, 127, 133, 137, 139

- de déversement, 408

- (facteur d'intensité de), 448

- résiduelles, 68, 92, 95, 290, 357, 375, 380, 383, 384

- (différence de), 443, 459

- (historique des), 466

Contrainte-déformation spécifique (diagrammes idéalisés), 89, 145

Contreflèche, 23

Contrôle de qualité, 291

Coordonnée sectorielle normalisée, 122

- Correction (facteurs de), 483
- Courbe(s)
 - de résistance à la fatigue, 468
 - de flambage, 234, 384
- Dalle mixte, 145
- Déformations, 22, 172
- Déformée initiale, 381, 384
- Déversement, 177, 389
 - (coefficient de), 408
 - (contrainte de), 408
 - élastique (contrainte critique de), 404
 - élastique (moment critique de), 394, 403
 - (longueur de), 177, 244
 - (moment de), 408
- Diagrammes idéalisés (contrainte-déformation spécifique), 89, 145
- Diamètre des boulons, 313
- Différence de contraintes, 443, 459
- Dimensionnement
 - (concept de), 8
 - (principes de), 4, 172, 231, 284, 306, 346
 - (valeur de), 38
- Disposition des boulons, 313
- Divergence (flambage par), 232, 381
- Durée de vie, 442
- Effort
 - normal plastique réduit, 138
 - normal plastique, 91, 152
- Elancement(s), 233, 374, 476
 - idéalisé, 258, 379
 - limite élastique, 233, 386
 - (coefficient d'), 234, 267, 277, 386, 433
 - limites, 176, 214, 436
- Elastique (calcul), 49
- Equerres (résistance ultime des), 219
- Essai de traction, 57
- Etat(s)
 - d'utilisation, 17
 - limite(s), 7, 9, 15
- Eurocodes, 4
- Fabrication (tolérances de) (ou de montage), 349, 354, 358
- Facteur(s)
 - de correction, 483
 - de forme, 96
 - d'intensité de contrainte, 448
 - de minceur, 277
 - partiels, 34
- Fatigue, 74, 284, 307, 336, 439
 - oligocyclique, 445
 - (courbe de résistance à la), 468
 - (limite de), 445
 - (sécurité à la), 35, 179
- Fer puddlé, 71
- Fiabilité (indice de), 33
- Filetage, 317
- Flambage
 - (coefficient de), 386
 - (courbes de), 234, 384
 - élastique (charge critique de), 232, 371, 373
 - élastique (contrainte critique de), 374
 - (longueur de), 205, 232, 373
 - par bifurcation, 232, 373
 - par divergence, 232, 380, 381
 - par flexion et torsion, 253, 375
- Flexion
 - composée, 127
 - gauche, 100
 - gauche composée, 129, 130, 132
- Fluage, 79, 146
- Force
 - de levier, 337
 - de précontrainte, 332
- Gauchissement, 118, 122, 396
- Glissement (résistance au), 331
- Gorge, 293
 - (section de), 295
- Goujons (résistance ultime des), 218
- Historique des contraintes, 466
- Imperfections des produits laminés, 67
- Indice de fiabilité, 33
- Largeur
 - efficace, 432
 - participante, 209
- Levier (force de), 337
- Limite
 - d'élasticité, 57
 - d'élasticité réduite, 134
 - d'élasticité (variation de la), 384
 - de fatigue, 445
 - de troncature, 472
- Longueur
 - de déversement, 177, 244
 - de flambage, 205, 232, 373
- Longueur de l'assemblage (effet de la), 326

- Membrane (analogie de la), 111
- Moment
 - critique de déversement élastique, 394, 403
 - de déversement, 408
 - d'inertie sectoriel, 121
 - élastique, 94
 - plastique, 95, 162
 - plastique réduit, 128, 131, 134, 135, 136
- Montage (tolérances de fabrication ou de), 349, 354, 358
- Normes suisses, 4
- Participante (largeur), 209
- Pénétration partielle (soudures à), 296
- Plan
 - de sécurité, 8, 14, 16, 27
 - d'utilisation, 8, 14, 15, 18
- Plastique (calcul), 49
- Poids
 - propre de la structure porteuse, 29, 36, 41
 - propre des éléments non porteurs, 41
- Position théorique de l'articulation, 348
- Poteau(x) mixte(s), 145, 265
- Poutre(s)
 - en caisson, 187
 - mixte(s), 144, 208
- Précontrainte (force de), 332
- Pression(s) latérale(s), 315, 321
- Principes de dimensionnement, 4, 172, 231, 284, 306, 346
- Probabiliste (approche), 30
- Produits
 - des aciéries, 58
 - façonnés à froid, 66
 - laminés à chaud, 62
- Profilés tubulaires, 66
- Programme
 - de contrôle, 14
 - de surveillance et d'entretien, 8, 14
- Propagation (taux de), 453
- Qualité
 - (assurance de), 285, 307
 - (classes de), 285
 - (contrôle de), 291
- Raidisseur, 424
- Redistribution des efforts, 347
- Résilience, 72
- Résistance, 35, 50
 - à l'effort tranchant, 107
 - à la fatigue, 284, 307, 442
 - à la fatigue (courbe de), 468
 - au glissement, 331
 - (calcul de la), 50
 - ultime des équerres, 219
 - ultime des goujons, 218
- Retrait, 79, 146, 215
- Rigidité de torsion, 109
- Rivets, 81, 310, 311, 476
 - à anneau, 81, 310, 312
- Rupture fragile, 285, 461
- Second ordre (effet(s) du), 236, 382
- Section(s)
 - brute, 323
 - de contact, 295
 - de gorge, 295
 - fermées, 113
 - hybride, 99
 - mixte, 144
 - monosymétrique, 97
 - nette, 323
 - ouvertes, 113
- Sécurité
 - à la fatigue, 35, 179
 - structurale, 9, 16, 24, 175, 236, 284, 306
- Situation(s) de risque, 9, 16, 25
- Sollicitation(s), 14, 21
- Soudage, 283
 - (procédés de), 287
 - sur chantier, 357
- Soudure(s), 82, 281
 - à pénétration partielle, 296
- Stabilité, 371
- Tables SZS, 5
- Taux de propagation, 453
- Température, 45
 - (influence de la), 73
- Tolérances
 - d'exécution, 380
 - de fabrication ou de montage, 349, 354, 358
 - de laminage, 67, 385
- Torsion
 - (bimoment de), 122
 - (constante de), 109
 - mixte, 124
 - non uniforme, 118, 404
 - non uniforme (composante de), 406
 - uniforme, 109, 404
 - uniforme (composante de), 405

— (rigidité de), 109

Traction (essai de), 57

Traitements

— d'amélioration, 479

— mécaniques, 61

— thermiques, 60

Troncature (limite de), 472

Trous

— agrandis, 327

— (effet de la dimension des), 327

— oblongs, 327, 349

Valeur de dimensionnement, 38

Vibrations, 24, 173

Voilement, 176, 415

— (coefficient de), 419, 420

— élastique (contrainte critique de), 417, 419

— von Mises, 52, 127, 137, 139

Notations

Majuscules latines

<i>A</i>	aire
<i>C</i>	centre de cisaillement
<i>C</i>	coefficient
<i>D</i>	diamètre; rigidité d'une plaque; coefficient
<i>E</i>	module d'élasticité
<i>F</i>	force
<i>G</i>	centre de gravité
<i>G</i>	poids propre; module de glissement; fonction limite
<i>H</i>	force de levier
<i>I</i>	moment d'inertie
<i>K</i>	constante de torsion
<i>L</i>	pression latérale
<i>M</i>	moment de flexion; moment de torsion extérieur
<i>M</i>	moment de flexion du second ordre
<i>N</i>	effort normal
<i>N</i>	effort normal dû aux effets du second ordre
<i>P</i>	force de précontrainte (boulons)
<i>Q</i>	action (charge concentrée); action variable
<i>R</i>	résistance ultime; réaction d'appui
<i>S</i>	section
<i>S</i>	sollicitation; moment statique
<i>T</i>	moment de torsion intérieur; effort de traction (boulons); température
<i>V</i>	effort tranchant; effort rasant
<i>V</i>	effort tranchant dû aux effets du second ordre
<i>W</i>	moment de résistance
<i>Y</i>	facteur de correction
<i>Z</i>	module plastique

Minuscules latines

<i>a</i>	dimension; épaisseur d'un cordon d'angle (gorge); bras de levier; écartement entre poutres mixtes
<i>b</i>	distance entre les centres de gravité des ailes d'un profilé en double té; largeur; dimension; longueur d'un élément
<i>c</i>	demi-largeur d'aile (sections en té et en double té); largeur d'aile (autres sections)
<i>d</i>	épaisseur d'âme; épaisseur; diamètre
<i>e</i>	excentricité; pince des boulons; épaisseur; écartement des goujons; hauteur des nervures d'une tôle profilée
<i>f</i>	résistance du matériau; fréquence propre; fonction
<i>g</i>	poids propre réparti
<i>h</i>	hauteur
<i>i, j, k, ..., n</i>	nombre
<i>i</i>	rayon de giration
<i>k</i>	facteur de forme; coefficient de voilement; facteur d'amplification; coefficient
<i>l</i>	longueur; portée
<i>m</i>	masse par unité de longueur; moment de torsion extérieur

n	coefficient d'équivalence acier-béton
p	entraxe des boulons; pression; probabilité
q	action (charge répartie)
r	rayon; distance; coordonnée polaire
s	largeur de la section de contact (cordon d'angle); abscisse curviligne; écart type
t	épaisseur; temps
u, v, w	déplacements ou composantes d'un déplacement dans la direction des axes x, y, z
v	flux de cisaillement; flux de contraintes tangentielles; effort rasant par unité de longueur; coefficient de variation
w	flèche; distance entre les axes de trusquinage
x	axe longitudinal; coordonnée dans la direction de l'axe x ; hauteur de la zone de béton comprimée (poutre mixte)
y	axe de forte inertie; coordonnée dans la direction de l'axe y
z	axe de faible inertie; coordonnée dans la direction de l'axe z

Majuscules grecques

Γ	périmètre
Δ	différence
Σ	somme
Φ	courbure; coefficient dynamique
Ω	aire délimitée par une ligne moyenne

Minuscules grecques

α	angle; coefficient; rapport entre la longueur et la largeur d'une plaque
β	élancement de l'âme; caractéristique sectorielle de la section; coefficient; indice de fiabilité
γ	facteur de charge; facteur de résistance; charge volumique
δ	aire relative
ε	déformation spécifique
ζ	axe principal de faible inertie (s'il ne correspond pas à l'axe z); axe z de la section d'un élément déformé; coefficient de forme de toiture
η	axe principal de forte inertie (s'il ne correspond pas à l'axe y); axe y de la section d'un élément déformé; coefficient
θ	angle (coordonnée polaire)
κ	coefficient de flambage; coefficient
λ	élancement
$\bar{\lambda}$	coefficient d'élancement
μ	coefficient de frottement; coefficient
ν	coefficient de contraction latérale (Poisson)
ξ	axe x de la section d'un élément déformé
π	pi
ρ	masse volumique; distance au centre de cisaillement; taux d'armature; rayon de courbure
σ	contrainte normale
τ	contrainte tangentielle
φ	angle de rotation autour de l'axe x ; coefficient de fluage du béton; coefficient
χ	rigidité relative
ψ	facteur de charge; rapport des contraintes normales; rapport des moments
ω	coordonnée sectorielle normalisée; coefficient

Indices

<i>B</i>	boulon; voilement
<i>C</i>	centre de cisaillement
<i>D</i>	déversement; connecteur
<i>E</i>	Euler (flambage élastique); électrode (métal d'apport)
<i>G</i>	poids propre; fonction limite
<i>K</i>	flambage
<i>M</i>	relatif au moment
<i>N</i>	relatif à l'effort normal
<i>Q</i>	action variable
<i>R</i>	résistance ultime
<i>S</i>	sollicitation
<i>T</i>	dilatation thermique (pour coefficient de dilatation thermique α_T)
<i>V</i>	relatif à l'effort tranchant
<i>a</i>	acier de construction; action concomitante
<i>b</i>	mixte
<i>c</i>	béton; compression; contact
<i>d</i>	valeur de dimensionnement
<i>e</i>	excentricité
<i>f</i>	aile; semelle; frottement
<i>g</i>	valeur de comparaison (von Mises); flexion gauche
<i>i, j, k, ..., n</i>	valeurs relatives à l'élément <i>i, j, k, ..., n</i>
<i>k</i>	valeur caractéristique
<i>m</i>	valeur moyenne
<i>n</i>	section nette
<i>r</i>	valeur représentative; rupture
<i>s</i>	section de contact (cordon d'angle); section résistante; raidisseur; armature
<i>t</i>	traction; temps
<i>u</i>	ultime
<i>v</i>	torsion uniforme (Saint-Venant); effort rasant
<i>w</i>	âme; section de gorge (cordon d'angle); torsion non uniforme
<i>y</i>	limite d'élasticité
<i>x, y, z</i>	relatif aux axes <i>x, y, z</i>
<i>acc</i>	accidentel
<i>adm</i>	admissible
<i>cc</i>	béton comprimé; fluage du béton
<i>cs</i>	retrait du béton
<i>CJ</i>	couvre-joint
<i>court</i>	de courte durée
<i>cr</i>	critique
<i>diag</i>	diagonale
<i>ef</i>	efficace; participant
<i>el</i>	élastique
<i>eq</i>	équivalent
<i>f</i>	de ruine (pour probabilité de ruine p_f)
<i>fat</i>	fatigue
<i>id</i>	idéalisé
<i>inf</i>	inférieur

<i>lim</i>	valeur limite indicative
<i>long</i>	de longue durée
<i>max</i>	maximal
<i>min</i>	minimal
<i>mont</i>	montant
<i>néc</i>	nécessaire
<i>nom</i>	nominal
<i>pl</i>	plastique
<i>res</i>	résiduel
<i>sem</i>	semelle de renfort
<i>ser</i>	état de service
<i>sup</i>	supérieur
<i>tot</i>	total
κ	flambage
ρ	relatif au centre de cisaillement
φ	relatif à la torsion; effets différés (fluage et retrait du béton)
ψ	relatif au rapport des moment
ω	sectoriel; pour le bimoment de torsion M_{ω}
0	valeur de référence; initial
1	relatif à une membrure de poutre ajourée ou de barre étrésoillonnée
2	relatif à un montant de poutre ajourée; relatif à un étrésoillon
1, 2, ...	valeurs particulières
∞	valeur finale

Exposants

*	valeur de dimensionnement basée sur une analyse probabiliste
'	relatif à une section partielle
' " "	première, deuxième, troisième dérivée

Résistance des matériaux

f_c	valeur de calcul de la résistance à la compression du béton
f_{cwm}	valeur moyenne de la résistance à la compression sur cube du béton
$f_{cw,min}$	valeur minimale de la résistance à la compression sur cube du béton
f_u	résistance à la traction de l'acier
f_y	limite d'élasticité de l'acier (f_{ya} pour les sections mixtes)
f_{ys}	limite d'élasticité de l'acier d'armature
$\sigma_{0,2}$	limite apparente d'élasticité
τ_y	contrainte limite élastique de cisaillement de l'acier

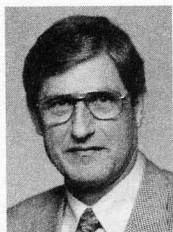
Fonctions

ch	cosinus hyperbolique
cos	cosinus

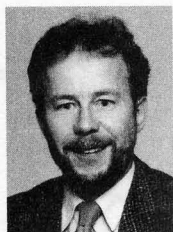
d	dérivée
\max	valeur maximale
\min	valeur minimale
sh	sinus hyperbolique
\sin	sinus
tg	tangente
th	tangente hyperbolique
Φ	fonction de répartition normale centrée réduite

Notations particulières au chapitre 13 «Fatigue»

C, D, n	constantes de matériau
D, d	dommage
k, m	pente des courbes de résistance à la fatigue
N, n	nombre de cycles
N_D	nombre de cycles correspondant à la limite de fatigue
N_L	nombre de cycles correspondant à la limite de troncature
r_p	rayon plastique
K	facteur d'intensité de contrainte
K_c	valeur critique du facteur d'intensité de contrainte
ΔK	différence de facteurs d'intensité de contrainte
ΔK_{th}	valeur de seuil de la différence de facteurs d'intensité de contrainte
K_t	facteur de concentration de contrainte
Y	facteur de correction
Y_e	facteur de correction de forme
Y_f	facteur de correction de dimension de plaque
Y_s	facteur de correction de surface
α	facteur de correction
σ_{\max}	contrainte maximale
σ_{\min}	contrainte minimale
$\Delta \sigma$	différence de contraintes
$\Delta \sigma_i$	i -ème différence de contraintes
$\Delta \sigma_e$	différence de contraintes équivalente
$\Delta \sigma_C$	résistance à la fatigue à $2 \cdot 10^6$ cycles; classe de détail
$\Delta \sigma_D$	limite de fatigue sous amplitude constante (à N_D cycles)
$\Delta \sigma_L$	limite de troncature (à N_L cycles)
$\Delta \sigma_R$	résistance à la fatigue



Originaire de Tüscherz-Alfermée (Suisse), **Manfred Hirt** est né le 13 août 1942. Il obtient son diplôme d'ingénieur civil à l'Ecole polytechnique fédérale de Zurich en 1965 et le titre de docteur en génie civil de l'Université Lehigh de Bethlehem aux Etats-Unis en 1971. Après avoir exercé une activité d'ingénieur à Zurich et à New York, il est nommé professeur titulaire en génie civil à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (EPFL), où il enseigne la construction métallique. Nommé professeur ordinaire en 1993, il dirige l'ICOM – Institut de construction métallique, active dans les domaines de la fatigue, de la sécurité et l'aptitude au service des structures, de la construction mixte acier-béton, de la construction en éléments minces formés à froid, de l'évaluation d'ouvrages existants ainsi que de l'application des systèmes de connaissances dans le génie civil. Manfred Hirt préside la commission SIA 160 *Actions sur les structures porteuses*, ainsi que la commission *Fatigue* de la Convention européenne de la construction métallique. Il est membre de la commission SIA 161 *Constructions métalliques* et représente par ailleurs la Suisse, dans le cadre de la normalisation européenne, pour les questions concernant les principes de dimensionnement ainsi que les charges et actions agissant sur les structures porteuses.



Originaire de Seon (Suisse), **Rolf Bez** est né le 9 février 1957. Il obtient son diplôme d'ingénieur civil à l'Ecole polytechnique fédérale de Lausanne en 1980 et son titre de docteur ès sciences techniques en 1989. Son activité à l'EPFL l'a conduit à collaborer à l'enseignement des cours de postformation (résistance des structures métalliques) et de recyclage (actions sur les structures). De 1989 à 1994, il enseigne la construction métallique à l'Ecole d'ingénieurs de Lausanne et il est nommé en 1992 chargé de cours pour l'enseignement de la sécurité et de l'aptitude au service de structures porteuses à l'EPFL. En matière de recherche, il étudie la résistance à la fatigue des structures métalliques, les charges dues au trafic routier, ainsi que les principes d'évaluation des structures existantes. Rolf Bez est membre de la commission technique du Centre suisse de la construction métallique, ainsi que de la commission SIA 160 *Actions sur les structures porteuses* en tant que représentant suisse aux travaux de l'Eurocode concernant les charges dues au trafic routier.

CONSTRUCTION MÉTALLIQUE

Notions fondamentales et
méthodes de dimensionnement

Manfred A. Hirt
Rolf Bez

Cet ouvrage constitue le premier volume de la série consacrée au domaine de la construction métallique. Il traite de la conception et du dimensionnement des éléments principaux, des assemblages des structures porteuses en acier et il contient les notions de base utilisées dans les volumes 11 et 12.

Sous forme de chapitres modulaires, la matière est présentée de manière aussi générale que possible. Le dimensionnement est basé sur les principes modernes de sécurité structurale et d'aptitude au service considérés dans les nouvelles normes suisses et européennes.

Le calcul de la résistance en section et le calcul des barres fléchies ou comprimées sont à la base de tout dimensionnement. Les assemblages en tant qu'éléments de liaison indispensables sont traités en détail. Les phénomènes d'instabilité sont également abordés, surtout dans l'optique de la conception des structures métalliques. Un chapitre donne finalement des informations nécessaires et utiles concernant le phénomène de la fatigue.

Assorti de nombreux exemples numériques, basés à la fois sur les normes SIA et les Eurocodes – ceux basés sur les Eurocodes paraissant dans une brochure séparée –, cet ouvrage s'adresse aux étudiants des premier et deuxième cycles universitaires ainsi qu'aux ingénieurs de la pratique.

ISBN 2-88074-249-8



9 782880 742492